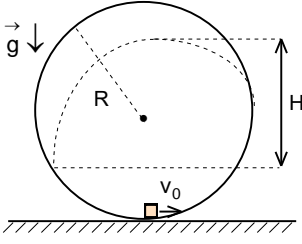
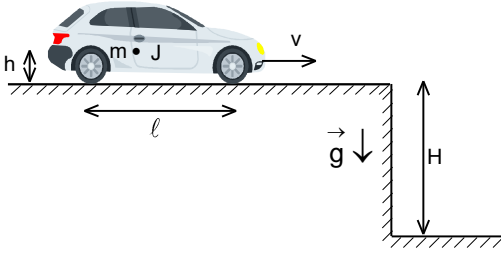


ŞUBAT KAMPI SINAVI-1997



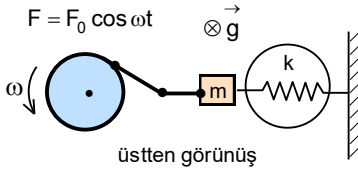
1. Noktasal bir cisim yarıçapı R olan içi boş sürtünmesiz kürenin iç tarafında hareket edebilmektedir. Cisim başlangıçta kürenin en alt noktasında bulunmaktadır. Cisime verilen hıza bağlı olarak cisim ile küresel yüzey arasındaki temas kesilebilir. Bu problemde cisime verilen hız küresel yüzey ile teması kesilebilecek değerdedir.

Kürenin en alt noktasından cisime yatay yönde verilen v_0 ilk hızının değeri ne olmalıdır ki, cismin ulaştığı en yüksek nokta ile kürenin iç yüzü üzerine düştüğü nokta arasındaki yükseklik H maksimum olsun? $\frac{H}{R}$ oranı nedir?



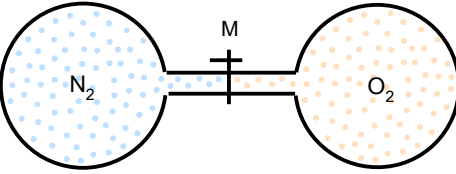
2. Yatay yol üzerinde v hızı ile giden bir araba, derinliği H olan bir uçuruma yaklaşmaktadır. Arabanın ön ve arka tekerlekleri arasındaki uzunluk ℓ , kütle merkezinin yerden yüksekliği h, kütlesi m, kütle merkezine göre eylemsizlik momenti J ve yerçekimi ivmesi g olarak veriliyor.

Araba uçurumun dibine düşene kadar havada yaklaşık olarak kaç takla atar?



3. Yatay ve sürtünmesiz düzlem üzerinde kütlesi m olan bir takoz bulunmaktadır. Takoz bir tarafından, içinde yay sabiti k olan yaylı bir dinamometre ile dikey bir duvara tutturulmuştur. Takozun diğer tarafına ise sabit ω açısal hızı ile dönen bir motor ile $F=F_0 \cos \omega t$ kuvveti uygulanmaktadır.

Dinamometre ile ölçülen kuvvetin maksimum değeri, uygulanan kuvvetin maksimum değerinden üç kere büyük ise yay sabiti k nedir?



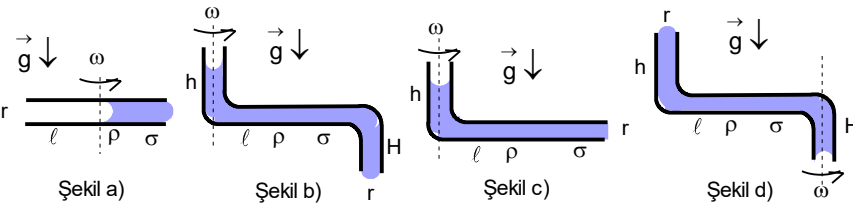
4. Birbirine dar bir boru ile bağlanmış ve kapalı M musluğu ile birbirinden ayrılan iki kaptan birisinde oksijen, diğerinde ise azot gazı bulunmaktadır. Musluğun kesit alanı S dir. Her iki gaz da aynı T_0 sıcaklığında, V_0 hacimde ve P_0 basıncında bulunmaktadır.

a) Musluğun açılmasından sonra kaplardaki basıncı zamanın fonksiyonu olarak nedir?

b) Ne kadar zaman sonra ve hangi kapta basınç maksimum olur?

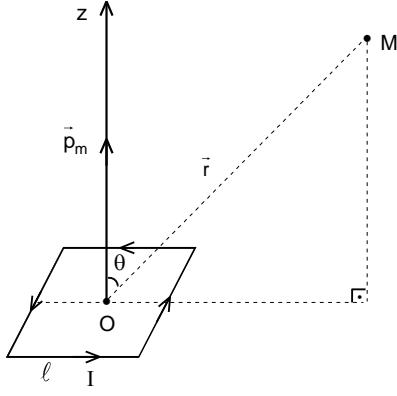
c) Maksimum ile minimum basınçlar arasındaki fark nedir?

d) Çok uzun bir zaman sonra kaptaki basınçlar nedir? (Oksijeninin molar kütlesi 32gr/mol, azotun molar kütlesi 28 gr/mol olarak veriliyor.)



5. Her birinin uzunluğu ℓ ve yarıçapı r olan dört kılcal boru içinde öz kütlesi ρ , yüzey gerilim katsayısı σ olan bir sıvı bulunmaktadır. Birinci boru sadece yatay, ikinci boru yatay ve dikey, diğer iki boru ise yatay ve iki dikey bölümden oluşmuştur. Birinci boru, ortasından geçen eksen etrafında, diğer üç boru uçlarından geçen eksenler etrafında sabit ω açısal hızı ile döndürülmektedir.

Her dört durumda kılcal borudan sıvının akabilmesi için ω açısal hızı nedir?



6. a) Manyetik dipolün yarattığı manyetik indüksiyon alanı hesaplamak için kenar uzunluğu ℓ kare şeklinde bir çerçeveden geçen akımın çerçeveden çok çok uzakta oluşturduğu manyetik indüksiyon alanı bulabiliriz. Çerçevenin \vec{p}_m manyetik dipol momenti olup z eksenini boyunca olsun. Bunun için çerçevenin O merkezinden geçen ve çerçevenin düzlemine dik olan z eksenini ile θ açısı yapan ve r uzaklıkta bulunan bir M noktası ele alalım. M noktasından geçen ve çerçevenin düzlemine geçirilen izdüşümü çerçevenin düzleminde bulunan ve kenarların ortasından geçen dik doğru üzerindedir.

Kare şeklindeki çerçevenin M noktasındaki radyal ve teğetsel bileşenleri nedir? Bunun için manyetik indüksiyon alanının vektörel şekli ile çalışmalısınız. $r \gg \ell$ uzaklıklar için çerçevenin şekli artık önemli değildir. Bulunan sonucu genelleyiniz.

b) \vec{p}_m manyetik dipol momentin vektör potansiyeli;

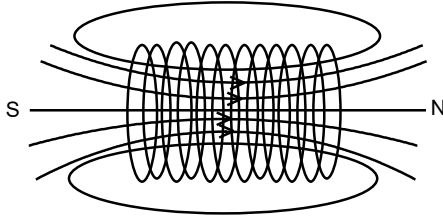
$$\vec{A} = \frac{\mu_0}{4\pi} \frac{\vec{p}_m \times \vec{r}}{r^3}$$

olarak tanımlanır. Bu manyetik dipol momentin oluşturduğu manyetik indüksiyon alanı;

$$\vec{B} = \nabla \times \vec{A}$$

olarak tanımlanır.

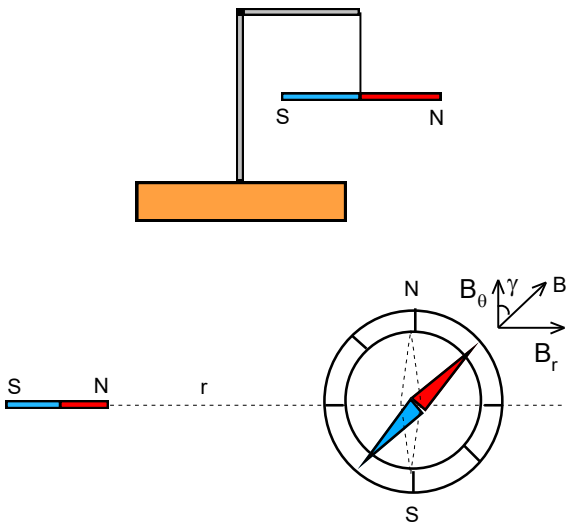
Manyetik dipol momentin manyetik indüksiyon alanı nedir?



c) Doğada birbirinden ayrı, izole edilmiş manyetik kutuplar (monopol) yoktur. Bu sebeple manyetik indüksiyon alanı çizgileri kapalı çizgilerdir. Çubuk şeklindeki bir mıknatıs kırılırsa iki mıknatıs oluşur. Çubukta kutupların sadece çubuğun uçlarında yoğunlaştığını kabul edebiliriz. Bu sebeple çubuk şeklindeki bir mıknatıs bir manyetik dipol momentini olarak kabul edilebilir. Suni olarak manyetik dipol momentini selenoid ile yaratılmaktadır. Selenoidin kuzey mıknatıs N kutbu selenoidden alan çizgilerinin çıktığı taraf, güney mıknatıs S kutbu alan çizgilerin selenoide girdiği taraftır.

Kesit alanı S, sarım sayısı N ve I akımı geçiren bir selenoidin selenoidden r uzakta selenoidin eksenini ile θ açısı yapan bir noktadaki manyetik indüksiyon alanı vektörünü büyüklüğü nedir? (r uzaklığı selenoidin boyutlarından çok çok büyüktür.)

d) \vec{B} manyetik indüksiyon alanı içinde bulunan \vec{p}_m manyetik dipolün enerjisi nedir? Bu dipole etki eden kuvvet ve tork nedir?



e) Manyetik dipol rolünü çubuk şeklinde kütlesi m ve uzunluğu ℓ olan bir sabit mıknatıs oynayabilir. Çubuk, uzun bir ipe ortasından asılmıştır. Manyetik indüksiyon alanı şiddetinin yatay bileşeni B_θ olan bir yerde çubuğu yaptığı küçük titreşimlerin periyodu T olarak ölçülür. Bundan sonra çubuk N-S yönünde yönlendirilen ve çubuktan r uzaklıkta bulunan manyetik pusula yaklaşır. Yaklaşır çubuğun manyetik dipol etkisi ile pusula belli γ açısıyla sapmaktadır. Bu sapma manyetik dipol momentinin yarattığı manyetik indüksiyon alanı ve yerin yatay manyetik indüksiyon alanından kaynaklanmaktadır. (Sapma açısını çok duyarlı bir şekilde ölçebiliriz)

Buna göre yerin manyetik indüksiyon alanının şiddetinin yatay bileşeni B_θ nedir?

7. Özel rölativite teorisinin temelinde iki farklı referans sisteminde uzay ve zaman açısından incelenen olaylar arasındaki ilişkiler bulunur. Bütün sonuçlar iki postulat üzerinde kuruludur. Birinci postulata göre çevreyle hiçbir ilişkisi olmayan bir cismin sabit hızla gittiği hiçbir deneyle kanıtlanamaz. İkinci postulata göre ise, evrende var olan en yüksek hız, ışığın boşluktaki hızı olup tüm referans sistemlerinde bu hız sabittir. Bu postulatlardan yola çıkarak, aynı olayı x eksenleri birbirine çakışık olan hareketsiz K ve bu sisteme göre, +x yönünde sabit bir v hızı ile hareket eden K' referans sistemlerinde inceleyelim.

a) K sisteminde $x=y=z=0$ koordinatlarında ve $t=0$ anında bir işaret fişegi ateşlenerek etrafında küresel aydınlanma oluşturmaktadır. $t=0$ anında her iki koordinat sisteminin orijinleri üst üste bulunmaktadır.

Işığın küresel dağılımını her iki koordinat sisteminde nedir?

b) İki koordinat sistemi arasındaki Galileo dönüşümleri $x=x'+vt$, $y=y'$, $z=z'$ ve $t=t'$ olarak verilmektedir. Düşük hızlarda bu dönüşümler geçerli olmasına rağmen yüksek hızlarda özel rölativite teorisindeki ikinci postulata uymamaktadırlar.

Bu durumda zaman koordinatlarında değişikliğe uğrayacağını göz önüne alarak ve a) şıkkındaki denklemlerden yola çıkarak, özel rölativite teorisinde geçerli olan, Lorentz dönüşümleri adı verilen dönüşümleri türetiniz.

c) Bu yeni bakış açısı ile, her olaya ait x, y, z gibi üç uzay koordinatı ile birlikte birde t zaman koordinatı tanımlanmaktadır.

Bu dört boyutlu uzayda Lorentz dönüşümlerinin;

$$x' = x \cdot \cosh\theta - ct \cdot \sinh\theta$$

$$ct' = ct \cdot \cosh\theta - x \cdot \sinh\theta$$

şeklinde yazılabileceğini gösteriniz. (Hiperbolik fonksiyonlar sinüs hiperbolik $\sinh x$, kosinüs hiperbolik $\cosh x$, tanjant hiperbolik $\tanh x$, ve kotanjant hiperbolik $\coth x$ olarak aşağıda verildiği gibi tanımlanırlar;

$$\sinh\theta = \frac{e^\theta - e^{-\theta}}{2}; \cosh\theta = \frac{e^\theta + e^{-\theta}}{2}$$

$$\tanh\theta = \frac{\sinh\theta}{\cosh\theta}; \coth\theta = \frac{\cosh\theta}{\sinh\theta}$$

Hiperbolik fonksiyonlar için geçerli olan temel denklem

$$\cosh^2 \theta - \sinh^2 \theta = 1$$

olarak verilir.

d) K sisteminde +x yönünde, v sabit hızı ile hareket etmekte olan bir cismin K' sistemindeki bir gözlemci tarafından ölçülen hız bileşenleri nelerdir?

e) Kendi referans sisteminde a_0 ivmesi ile +x yönünde harekete geçen cismin ivmesi K koordinat sisteminde nasıl transforme olur?

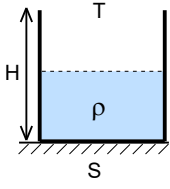
f) Işık hızının sabit olmasından dolayı bir koordinat sisteminden başka bir koordinat sistemine geçişinde ışığın yönü değişmektedir.

K koordinat sisteminde x eksene göre θ açısı ile gelen ışın K' koordinat sistemine göre hangi açı ile hareket etmektedir?

g) Işık hızının sabit olmasından dolayı bir koordinat sisteminden başka bir koordinat sistemine geçişinde ışığın frekansı değişmektedir.

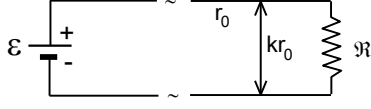
K koordinat sisteminde küresel olarak yayılmakta olan ışığın frekansı ν ise K' sistemindeki gözlemcinin algıladığı frekans nedir?

h) K sistemindeki kütlesi m, momentum bileşenleri p_x , p_y , p_z ve enerjisi \mathcal{E} olan bir parçacık için momentum ve enerji Lorentz dönüşümlerine ait denklemleri nedir?



8. Düşey konumda bulunan, $H=10$ cm yüksekliğinde, ağzı açık bir kabın yarısı su ile doludur. Ortamın sıcaklığı $T=27$ °C, havanın bağıl nem oranı $\varphi=60\%$, bu sıcaklıkta doymuş buhar basıncı $P_b=27$ mm Hg, suyun molar kütlesi $\mu=18$ gr/mol, suyun öz kütlesi $\rho=1000$ kg/m³, gaz sabiti $R=8,314$ J/mol.K, kabın kesit alanı $S=1$ dm² olarak veriliyor. Hava-su buharı sisteminde ortalama serbest yolu $\lambda \approx 10^{-7}$ m ve su yüzeyi civarında buharın doymuş olduğunu kabul edilebilir.

Buna göre kaptaki suyun yaklaşık olarak ne kadar zaman sonra tamamen buharlaşır?



9. Yarıçapı r_0 olan çok uzun, direnci ihmal edilebilir iki tel paralel olarak yerleştiriliyor. Bu iki tel arasındaki uzaklık kr_0 olup k bir sabittir.

Tellere etki eden net kuvvetin sıfır olması için tellerin ucundaki R direncin değeri ne olmalıdır? (Gerekli olan sabitleri kullanabilirsiniz.)

10. Tek yarıklı yapılan kırınım deneyinde tek renkli ışık kaynağının dalga boyu $\lambda=0,5$ μm'dir. Yarığın önüne kırıcılık indisi $n=2$ olan camdan yapılmış bir yüzü düzlem, diğer yüzü ise yarıçapı $R=2$ m olan küresel yakınsak mercek konulmuştur ve kırınım deseni bir ekran üzerinde gözlenmektedir.

a) Yarık aralığı 5 cm iken ekrandaki aydınlanma deseni nedir?

b) Yarık aralığı 0,1 mm olduğu durumda 6x6 cm boyutlarında bir ekran üzerindeki aydınlanma dağılımını grafiksel olarak çiziniz.

c) Eğer kaynak $\lambda=0,75$ μm lik ikinci bir dalga boyunu da içerirse, ekrandaki desende ne gibi değişiklikler gözlenir?

ŞUBAT KAMPI SINAVI CEVAPLARI-1997

1. $v_0 = gR(2 + \sqrt{3}); \sqrt{3} R$

2. $\approx \frac{\sqrt{2gH}}{4v}$

3. $k = \frac{3m\omega^2}{2}$

4. a) $\frac{(N_{A1} + N_{O1})kT}{V} = \frac{P_0}{2} \left(2 + e^{-\frac{S\bar{v}_{At}}{4V}} - e^{-\frac{S\bar{v}_{Ot}}{4V}} \right); \frac{(N_{A2} + N_{O2})kT}{V} = \frac{P_0}{2} \left(2 - e^{-\frac{S\bar{v}_{At}}{4V}} + e^{-\frac{S\bar{v}_{Ot}}{4V}} \right)$

b) $\frac{4V}{S(\bar{v}_A - \bar{v}_O)} \ln \frac{\bar{v}_A}{\bar{v}_O}$

c) $P_0 \left(\frac{7}{8} \right)^{\frac{\sqrt{7}}{2(\sqrt{8}-\sqrt{7})}}$

d) $t \rightarrow \infty P_1 = P_2 = P_0$

5. $\omega > \frac{4}{\ell} \sqrt{\frac{2\sigma}{\rho r}}; \omega > \sqrt{\frac{8\sigma - 2\rho g r(h+H)}{\rho r \ell^2}}; \omega > \sqrt{\frac{8\sigma + 2\rho g r(h+H)}{\rho r \ell^2}}; \omega > \sqrt{\frac{8\sigma - 2\rho g h r}{\rho r \ell^2}}$

6. a) $\bar{B} = \frac{2\mu_0 p_m \cos \theta}{4\pi r^3} \bar{e}_r + \frac{\mu_0 p_m \sin \theta}{4\pi r^3} \bar{e}_\theta$

b) $\frac{\mu_0}{4\pi} \frac{[3(\bar{p}_m \cdot \bar{e}_r) \bar{e}_r - \bar{p}_m]}{r^3} = \frac{\mu_0}{4\pi r^5} [3(\bar{p}_m \cdot \bar{r}) \bar{r} - \bar{p}_m (\bar{r} \cdot \bar{r})]$

c) $\frac{\mu_0 N I S}{4\pi r^3} \sqrt{1 + 3 \cos^2 \theta}$

d) $p_m \frac{\partial B}{\partial x} \cos \beta; p_m B \sin \beta$

e) $\frac{2\pi}{Tr} \sqrt{\frac{m\mu_0}{24\pi \ell^2 r \tan \gamma}}$

7. a) $x^2 - c^2 t^2 = 0; x'^2 - c'^2 t'^2 = 0$

b) $x = \frac{x' + vt'}{\sqrt{1-\beta^2}} = \gamma(x' + vt'); x' = \frac{x - vt}{\sqrt{1-\beta^2}} = \gamma(x - vt); y = y'; z = z'; t = \frac{t' + \frac{\beta x'}{c}}{\sqrt{1-\beta^2}} = \gamma \left(t' + \frac{\beta x'}{c} \right); t' = \frac{t - \frac{\beta x}{c}}{\sqrt{1-\beta^2}} = \gamma \left(t - \frac{\beta x}{c} \right)$

$\ell = \ell_0 \sqrt{1-\beta^2} = \ell_0 \sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}; t = \gamma t_0 = \frac{t_0}{\sqrt{1-\beta^2}} = \frac{t_0}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}}$

c) $\tanh \theta = \frac{v}{c} = \beta; x' = \frac{x}{\sqrt{1-\beta^2}} - \frac{c \cdot \beta t}{\sqrt{1-\beta^2}} = x \cdot \cosh \theta - ct \cdot \sinh \theta; ct' = \frac{ct}{\sqrt{1-\beta^2}} - \frac{\beta x}{\sqrt{1-\beta^2}} = ct \cdot \cosh \theta - x \cdot \sinh \theta$

d) $u_x = \frac{u'_x + v}{1 + \frac{vu'_x}{c^2}}; u_y = \frac{u'_y \sqrt{1-\beta^2}}{1 + \frac{vu'_x}{c^2}}; u_z = \frac{u'_z \sqrt{1-\beta^2}}{1 + \frac{vu'_x}{c^2}}$

e) $a_x = \frac{\left(1 - \frac{v^2}{c^2}\right) \frac{du'_x}{dt'}}{\gamma \left(1 + \frac{vu'_x}{c^2}\right)^2}; a_y = a'_y \sqrt{\left(1 - \beta^2\right)^3}$

$$f) \tan\theta = \frac{\sin\theta'}{\gamma(\cos\theta' + \beta)}; \cos\theta = \frac{\beta + \cos\theta'}{1 + \beta \cos\theta'}; \sin\theta = \frac{\sin\theta'}{\gamma(1 + \beta \cos\theta')}$$

$$g) v = \frac{v'(1 + \beta \cos\theta')}{\sqrt{1 - \beta^2}}; v = v_0 \sqrt{\frac{1 + \beta}{1 - \beta}}; v = \frac{v_0}{\sqrt{1 - \beta^2}}$$

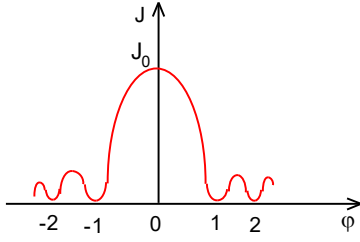
$$h) \mathcal{E} = \frac{\mathcal{E}'_x + p'_x \cdot v}{\sqrt{1 - \beta^2}} = \gamma(\mathcal{E}'_x + p'_x \cdot v); p_x = \frac{p'_x + \frac{v}{c^2} \cdot \mathcal{E}'_x}{\sqrt{1 - \beta^2}} = \gamma\left(p'_x + \frac{v}{c^2} \cdot \mathcal{E}'_x\right)$$

8. 65,64 gün

$$9. \mathfrak{R} = \frac{\ln k}{\pi} \sqrt{\frac{\mu_0}{\epsilon_0}}$$

$$10. a) J_0 \frac{\sin^2\left(\frac{\pi d \sin\theta}{\lambda}\right)}{\left(\frac{\pi d \sin\theta}{\lambda}\right)^2}$$

b) $d=5$ cm ise kırınım olayı yoktur. Mercek ile ekran arasındaki uzaklık ℓ ise ℓ ye bağlı olarak ekran üzerindeki ışıklı bölgenin aydınlanması mercek üzerinde aydınlanmasından büyük ($f < \ell < 2f$) ya da küçük ($\ell > 2f$) olabilir.

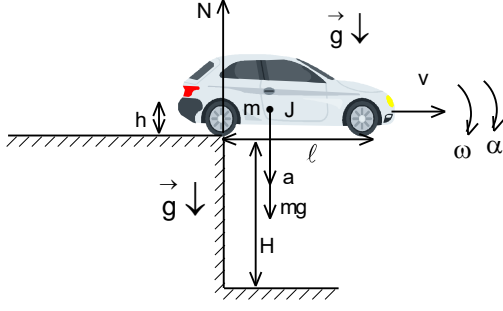


$$c) y = \frac{k\lambda f}{d}; k=0, \pm 1, \pm 2, \pm 3, \pm 4$$

Ekran üzerinde optik eksenin alt ve üst tarafında altışar minimum görülür. Merkezi aydınlık saçak $\pm 0,5$ cm lik bölgede oluşur.

d) $\lambda_2 = 0,75 \mu\text{m}$ için $\pm 0,75$ cm, $\pm 1,5$ cm, $\pm 2,25$ cm ve ± 3 cm lerde minimum vardır.

Bunlardan $\pm 1,5$ cm ve ± 3 cm de oluşanlar $\lambda_1 = 0,5 \mu\text{m}$ ye ait minimumlar oluşur. Ayrıca λ_1 e ait $0,5$ cm, 1 cm, 2 cm ve $2,5$ cm deki minimumlar üzerine λ_2 nin $3 \neq 0$ dan farklı sayıları bindiği için bu noktalar artık karanlık çizgidir.



2. Arabanın arka tekerlekleri uçurumun ucuna geldiklerine arabaya etki eden kuvvetler ağırlık kuvveti G ve tepki kuvveti N dir. Newton'un ikinci yasasından;

$mg-N=ma$
yazabiliriz. Aynı zamanda tepki kuvvetinin etkisi ile araba kütle merkezinin etrafında dönmeye başlar. Arabaya etki eden moment için;

$$M=J\alpha=N \cdot \frac{\ell}{2}; J=\frac{m\ell^2}{12}$$

yazabiliriz. Burada α açısal ivme, $r=\frac{\ell}{2}$ yarıçap olup;

$$\alpha=\frac{a}{r}=\frac{2a}{\ell}$$

olarak verilir. Arabanın kazandığı açısal ivme;

$$\alpha=\frac{2g}{\ell \left(1+\frac{4J}{m\ell^2}\right)}$$

olarak bulunur. Araba;

$$t_1=\frac{\ell}{v}$$

süre sonra;

$$\omega=\alpha t_1$$

açısal hızını kazanmaktadır. Araba düşünceye kadar geçen zaman;

$$t_2=\sqrt{\frac{2H}{g}}$$

araba düşene kadar döndüğü açı;

$$\varphi=\omega t_2$$

arabanın dönerken attığı takla sayısı;

$$n=\frac{\varphi}{2\pi}=\frac{\sqrt{2gH}}{\pi v \left(1+\frac{4J}{m\ell^2}\right)}=\frac{3\sqrt{2gH}}{4\pi v} \approx \frac{\sqrt{2gH}}{4v}$$

olarak bulunur.

3. Sistemin hareket denklemi;

$$ma=m\ddot{x}=-kx+F_0\cos\omega t; \ddot{x}+\omega_0^2 x=\frac{F_0\cos\omega t}{m}$$

şeklinde yazılabilir. Bu denklem sönümsüz zorlanmış titreşimlerin denklemidir. Sistemin serbest halde iken açısal titreşim frekansı;

$$\omega_0^2=\frac{k}{m}$$

olur. Sistemin hareket denkleminin çözümü;

$$x=A\cos\omega t$$

şeklinde yazılabilir. İki kere türev alınırsa;

$$\ddot{x}=-\omega^2 A\cos\omega t$$

bulabiliriz. Diferansiyel denkleme koyduğumuzda ve $\cos\omega t$ sadeleştirdikten sonra genlik için;

$$A=\frac{F_0}{m(\omega_0^2-\omega^2)}=3F_0$$

yazabiliriz. Buradan yay sabiti;

$$k=\frac{3m\omega^2}{2}$$

olarak bulunur.

4. a) Sıcaklığı sabit olan sistemlerde Maxwell dağılımı gerçekleşmektedir. dt zamanda S alandan geçen molekül sayısı;

$$dN = -\frac{n_0 S \bar{v} dt}{4} = -\frac{N S \bar{v} dt}{4V}$$

ile verilir. Burada $n_0 = \frac{N}{V}$ moleküllerin konsantrasyonu, $\bar{v} = \sqrt{\frac{8kT}{\pi m}}$ moleküllerin aritmetik ortalama hızlarıdır. Birinci kapta moleküllerin sayısı N_{A1} ve N_{O1} , ikinci kaptaki moleküllerin sayısı N_{A2} ve N_{O2} olsun. Her an için;

$$N_{A1} + N_{A2} = N_{O1} + N_{O2} = N$$

yazabiliriz. Her kapta bulunan gazların diğer kaba geçmeleri iki kapta bulunan gazlarının konsantrasyonun farkı ile orantılı olur.

$$dN_{A1} = -\frac{(N_{A1} - N_{A2}) S \bar{v}_A dt}{4V} = -\frac{(2N_{A1} - N) S \bar{v}_A dt}{4V}; dN_{A2} = \frac{(N_{A1} - N_{A2}) S \bar{v}_A dt}{4V} = \frac{(N - 2N_{A2}) S \bar{v}_A dt}{4V}$$

$$dN_{O1} = -\frac{(N_{O1} - N_{O2}) S \bar{v}_O dt}{4V} = -\frac{(2N_{O1} - N) S \bar{v}_O dt}{4V}; dN_{O2} = \frac{(N_{O1} - N_{O2}) S \bar{v}_O dt}{4V} = \frac{(N - 2N_{O2}) S \bar{v}_O dt}{4V}$$

İntegrasyon sonucu;

$$N_{A1} = \frac{N}{2} \left(1 + e^{-\frac{S \bar{v}_A t}{4V}} \right); N_{A2} = \frac{N}{2} \left(1 - e^{-\frac{S \bar{v}_A t}{4V}} \right); N_{O1} = \frac{N}{2} \left(1 - e^{-\frac{S \bar{v}_O t}{4V}} \right); N_{O2} = \frac{N}{2} \left(1 + e^{-\frac{S \bar{v}_O t}{4V}} \right)$$

olarak bulunur. Birinci kaptaki ve ikinci kaptaki basınç;

$$P_1 = \frac{(N_{A1} + N_{O1}) kT}{V} = \frac{P_0}{2} \left(2 + e^{-\frac{S \bar{v}_A t}{4V}} - e^{-\frac{S \bar{v}_O t}{4V}} \right); P_2 = \frac{(N_{A2} + N_{O2}) kT}{V} = \frac{P_0}{2} \left(2 - e^{-\frac{S \bar{v}_A t}{4V}} + e^{-\frac{S \bar{v}_O t}{4V}} \right)$$

olarak bulunur.

b) Kaplardan birisinde maksimum değerinde ise minimum basınç gerçekleşiyor. Türev aldığımızda;

$$\frac{dP_1}{dt} = 0; t = \frac{4V}{S(\bar{v}_A - \bar{v}_O)} \ln \frac{\bar{v}_A}{\bar{v}_O}$$

olarak bulunur.

c) Her kaptaki basınç için;

$$P_1 = \frac{P_0}{2} \left\{ 2 + \left(\frac{\bar{v}_O}{\bar{v}_A} \right)^{\frac{\bar{v}_A}{\bar{v}_A - \bar{v}_O}} \left[1 - \frac{\bar{v}_A}{\bar{v}_O} \right] \right\}; P_2 = \frac{P_0}{2} \left\{ 2 + \left(\frac{\bar{v}_O}{\bar{v}_A} \right)^{\frac{\bar{v}_A}{\bar{v}_A - \bar{v}_O}} \left[1 + \frac{\bar{v}_A}{\bar{v}_O} \right] \right\}$$

yazabiliriz. Aralarındaki fark;

$$\Delta P = P_2 - P_1 = P_0 \left(\frac{\bar{v}_O}{\bar{v}_A} \right)^{\frac{\bar{v}_A}{\bar{v}_A - \bar{v}_O}} = P_0 \left(\frac{7}{8} \right)^{\frac{\sqrt{7}}{2(\sqrt{8} - \sqrt{7})}}$$

olarak bulunur.

d) $t \rightarrow \infty$ $P_1 = P_2 = P_0$ olur.

5. Dönme sonucu sıvı borunun uçlarında yarımküre şeklini almaktadır. Böyle eğrisel yüzeylerde Laplace basıncı etki etmektedir. Laplace basıncı;

$$P_L = \sigma \left(\frac{1}{r_1} + \frac{1}{r_2} \right)$$

şeklinde yazılabilir. Sıvının akmasını incelemek için dönme sonucu oluşan dinamik ile Laplace basıncının denge durumunun incelenmesi gerekir.

a) x uzaklıkta dx kalınlıkta seçilen parçaya etki eden kuvvet;

$$dF = dP \cdot S = dm \cdot \omega^2 x = \rho S \omega^2 x dx$$

olur. Buradan dinamik basınç;

$$P_d = \int_0^{\frac{\ell}{2}} \rho \omega^2 x dx = \frac{\rho \omega^2 \ell^2}{8}$$

olarak bulunur. Sıvının akması için dinamik basınç Laplace basıncından büyük olması gerekir ve buradan

$$\frac{\rho \omega^2 \ell^2}{8} > 2 \cdot \frac{2\sigma}{r}; \omega > \frac{4}{\ell} \sqrt{\frac{2\sigma}{\rho r}}$$

olarak bulunur.

b) Borunun sol ve sağ uçlardaki basınçların eşitliliğinden açısal hız;

$$P_{\text{sol}} = P_0 + \rho gh - \frac{2\sigma}{r}; P_{\text{sağ}} = P_0 - \rho gH - \frac{\rho \omega^2 \ell^2}{2} + \frac{2\sigma}{r}; \omega > \sqrt{\frac{8\sigma - 2\rho gr(h+H)}{\rho r \ell^2}}$$

olarak bulunur.

d) Borunun sol ve sağ uçlarındaki basınçların eşitliliğinden açısal hız;

$$P_{\text{sol}} = P_0 + \rho gh + \frac{2\sigma}{r} - \frac{\rho \omega^2 \ell^2}{2}; P_{\text{sağ}} = P_0 - \rho gH - \frac{2\sigma}{r}; \omega > \sqrt{\frac{8\sigma + 2\rho gr(h+H)}{\rho r \ell^2}}$$

olarak bulunur.

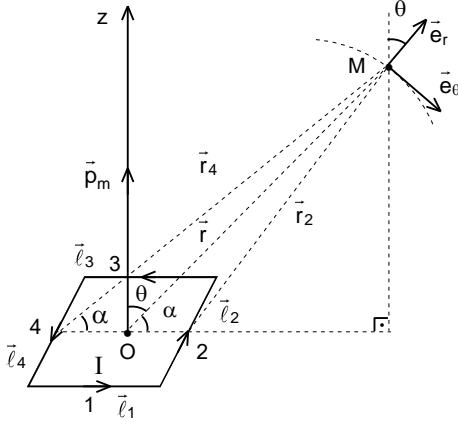
c) İkinci, üçüncü ve dördüncü durumda dinamik basınç aynıdır.

$$P_d = \int_0^{\ell} \rho \omega^2 x dx = \frac{\rho \omega^2 \ell^2}{2}$$

borunun sol ve sağ uçlardaki basınçların eşitliliğinden açısal hız;

$$P_{\text{sol}} = P_0 + \rho gh - \frac{2\sigma}{r}; P_{\text{sağ}} = P_0 - \frac{\rho \omega^2 \ell^2}{2} + \frac{2\sigma}{r}; \omega > \sqrt{\frac{8\sigma - 2\rho ghr}{\rho r \ell^2}}$$

olarak bulunur. Bu soruda boruların kesit alanı S=sabit ve h=sabit olduğundan Bernoulli denklemi kullanılamaz.



6. a) \vec{p}_m manyetik dipol momenti z eksenini boyunca olup

$$\vec{p}_m = I \vec{S} \vec{k} = I l^2 \vec{k}$$

olur. Burada \vec{k} z eksenini boyunca olan birim vektördür. I akım teli üzerinde seçilen küçük $d\ell$ uzunluğundaki bir tel parçasının r uzaklıktaki $d\vec{B}$ manyetik indüksiyon alanı;

$$d\vec{B} = \frac{\mu_0 I d\ell \vec{x} \vec{r}}{4\pi r^3}$$

ile verilir. Çerçevenin kenarları vektör olarak yazılabilir- $\vec{l}_1, \vec{l}_2, \vec{l}_3, \vec{l}_4$. Bu vektörler için;

$$\vec{l}_1 = -\vec{l}_3; \vec{l}_2 = -\vec{l}_4$$

oluşturdukları alan için;

$$\vec{S} = I \vec{S} \vec{k} = \vec{l}_1 \times \vec{l}_2 = \vec{l}_2 \times \vec{l}_3 = \vec{l}_3 \times \vec{l}_4 = \vec{l}_4 \times \vec{l}_1 = l^2 \vec{k}$$

yazabiliriz. Çerçevenin kenarların orta noktalarından M noktasına doğru geçirilen uzaklıklar için $\vec{r}_1, \vec{r}_2, \vec{r}_3$ ve \vec{r}_4 olsun. Bu vektörler arasındaki bağlantı için;

$$\vec{l}_1 + \vec{r}_2 = \vec{r}_4; \vec{l}_3 + \vec{r}_4 = \vec{r}_2; \vec{l}_2 + \vec{r}_3 = \vec{r}_1; \vec{r}_4 + \vec{r}_1 = \vec{r}_3$$

$$\vec{r}_1 + \vec{r}_3 \approx 2\vec{r}; \vec{r}_2 + \vec{r}_4 \approx 2\vec{r}$$

yazabiliriz. Şekilde $\vec{l}_1, \vec{l}_2, \vec{l}_3, \vec{l}_4, \vec{r}_2$ ve \vec{r}_4 vektörler gösterilmiştir. Çerçivedeki tüm kenarların orta noktalarından M noktasına doğru geçirilen uzaklıklar için;

$$\vec{B}_1 = \frac{\mu_0 I \vec{l}_1 \vec{x} \vec{r}_1}{4\pi r_1^3}; \vec{B}_2 = \frac{\mu_0 I \vec{l}_2 \vec{x} \vec{r}_2}{4\pi r_2^3}; \vec{B}_3 = \frac{\mu_0 I \vec{l}_3 \vec{x} \vec{r}_3}{4\pi r_3^3}; \vec{B}_4 = \frac{\mu_0 I \vec{l}_4 \vec{x} \vec{r}_4}{4\pi r_4^3}$$

yazabiliriz. Çerçevenin geometrik O merkezi ile M noktası arasındaki uzaklık r olsun. Çerçevenin 1. ve 3. nolu kenarlarından M noktasına doğru geçirilen doğrularda θ açısına bir bağıllık yoktur. Dolayısıyla bu kenarlar için;

$$r_1 \approx r_3 \approx r$$

alınabilir. Bu iki kenarın M noktasında oluşturdukları manyetik indüksiyon alanların toplamı;

$$\begin{aligned} \vec{B}_{13} &= \vec{B}_1 + \vec{B}_3 = \frac{\mu_0 I \vec{l}_1 \vec{x} \vec{r}_1}{4\pi r_1^3} + \frac{\mu_0 I \vec{l}_3 \vec{x} \vec{r}_3}{4\pi r_3^3} \approx \frac{\mu_0 I \vec{l}_1 \vec{x} \vec{r}_1}{4\pi r^3} - \frac{\mu_0 I \vec{l}_1 \vec{x} \vec{r}_3}{4\pi r^3} = \frac{\mu_0 I \vec{l}_1 \vec{x} (\vec{r}_1 - \vec{r}_3)}{4\pi r^3} = \frac{\mu_0 I \vec{l}_1 \vec{x} \vec{l}_2}{4\pi r^3} \\ &= \frac{\mu_0 I \vec{l}_1 \vec{x} \vec{l}_2}{4\pi r^3} = \frac{\mu_0 I l^2}{4\pi r^3} \vec{k} = \frac{\mu_0 \vec{p}_m}{4\pi r^3} \end{aligned}$$

olur. Bu iki manyetik indüksiyon alanının toplamı z eksenini boyuncadır. Çerçevenin 2. ci ve 4. cü nolu kenarlardan M noktasına kadar olan uzaklıklarda θ açısına bağlı farklılıklar meydana gelir. Bu uzaklıklar için;

$$r_2 \approx r - \frac{l \cos \alpha}{2} = r - \frac{l \sin \theta}{2}; r_4 \approx r + \frac{l \cos \alpha}{2} = r + \frac{l \sin \theta}{2}$$

yazabiliriz. Bu iki kenarın oluşturdukları manyetik indüksiyon alanların toplamı

$$\begin{aligned} \vec{B}_{24} &= \vec{B}_2 + \vec{B}_4 = \frac{\mu_0 I \vec{l}_2 \vec{x} \vec{r}_2}{4\pi r_2^3} + \frac{\mu_0 I \vec{l}_4 \vec{x} \vec{r}_4}{4\pi r_4^3} \approx \frac{\mu_0 I \vec{l}_2 \vec{x} \vec{r}_2}{4\pi \left(r - \frac{l \sin \theta}{2}\right)^3} - \frac{\mu_0 I \vec{l}_2 \vec{x} \vec{r}_4}{4\pi \left(r + \frac{l \sin \theta}{2}\right)^3} \approx \\ &\approx \frac{\mu_0 I \vec{l}_2 \vec{x} \vec{r}_2}{4\pi r^3 \left(1 - \frac{3l \sin \theta}{2r}\right)} - \frac{\mu_0 I \vec{l}_2 \vec{x} \vec{r}_4}{4\pi r^3 \left(1 + \frac{3l \sin \theta}{2r}\right)} \approx \frac{\mu_0 I \vec{l}_2 \vec{x} \vec{r}_2}{4\pi r^3} \left(1 + \frac{3l \sin \theta}{2r}\right) - \frac{\mu_0 I \vec{l}_2 \vec{x} \vec{r}_4}{4\pi r^3} \left(1 - \frac{3l \sin \theta}{2r}\right) = \\ &= \frac{\mu_0 I \vec{l}_2 \vec{x} (\vec{r}_2 - \vec{r}_4)}{4\pi r^3} + \frac{\mu_0 I \vec{l}_2 \vec{x} (\vec{r}_2 + \vec{r}_4)}{4\pi r^3} \left(1 + \frac{3l \sin \theta}{2r}\right) \approx \frac{\mu_0 I \vec{l}_2 \vec{x} \vec{l}_3}{4\pi r^3} + \frac{\mu_0 I \vec{l}_2 \vec{x} 2r}{4\pi r^3} \frac{3l \sin \theta}{2r} = \\ &= \frac{\mu_0 I l^2}{4\pi r^3} \vec{k} + \frac{3\mu_0 I l \sin \theta}{4\pi r^4} (\vec{l}_2 \vec{x} \vec{r}) = \frac{\mu_0 \vec{p}_m}{4\pi r^3} \vec{k} + \frac{3\mu_0 I l \sin \theta}{4\pi r^4} (\vec{l}_2 \vec{x} \vec{r}) = \frac{\mu_0 \vec{p}_m}{4\pi r^3} \vec{k} + \frac{3\mu_0 I l \sin \theta}{4\pi r^4} l r \vec{e}_\theta = \\ &= \frac{\mu_0 \vec{p}_m}{4\pi r^3} \vec{k} + \frac{3\mu_0 I l^2 \sin \theta}{4\pi r^3} \vec{e}_\theta = \frac{\mu_0 \vec{p}_m}{4\pi r^3} + \frac{3\mu_0 \vec{p}_m \sin \theta}{4\pi r^3} \vec{e}_\theta \end{aligned}$$

olur. Toplam bileşke manyetik indüksiyon alanı;

$$\vec{B} = \vec{B}_{13} + \vec{B}_{24} = 2 \frac{\mu_0 \vec{p}_m}{4\pi r^3} + \frac{3\mu_0 \vec{p}_m \sin \theta}{4\pi r^3} \vec{e}_\theta$$

olarak bulunur. \vec{k} birim vektör ve \vec{e}_r ile \vec{e}_θ birim vektörleri için;

$$\vec{k} = \cos\theta \cdot \vec{e}_r - \sin\theta \cdot \vec{e}_\theta ; \sin\theta \cdot \vec{e}_\theta = \cos\theta \cdot \vec{e}_r - \vec{k}$$

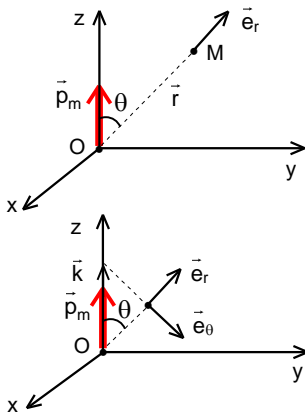
yazabiliriz. Buradan;

$$\vec{B} = \frac{2\mu_0 p_m (\cos\theta \vec{e}_r - \sin\theta \vec{e}_\theta)}{4\pi r^3} + \frac{3\mu_0 p_m \sin\theta}{4\pi r^3} \vec{e}_\theta = \frac{2\mu_0 p_m \cos\theta}{4\pi r^3} \vec{e}_r + \frac{\mu_0 p_m \sin\theta}{4\pi r^3} \vec{e}_\theta$$

ya da;

$$\begin{aligned} \vec{B} &= 2 \frac{\mu_0 \vec{p}_m}{4\pi r^3} + \frac{3\mu_0 \vec{p}_m (\cos\theta \vec{e}_r - \vec{k})}{4\pi r^3} = \frac{2\mu_0 \vec{p}_m}{4\pi r^3} + \frac{3\mu_0 \vec{p}_m (\cos\theta \vec{e}_r - \vec{k})}{4\pi r^3} = \\ &= \frac{2\mu_0 \vec{p}_m}{4\pi r^3} - \frac{3\mu_0 \vec{p}_m}{4\pi r^3} + \frac{3\mu_0 p_m r \cos\theta}{4\pi r^4} \vec{e}_r = \frac{3\mu_0 (\vec{p}_m \cdot \vec{r}) \vec{e}_r}{4\pi r^4} - \frac{\mu_0 \vec{p}_m}{4\pi r^3} = \frac{3\mu_0 (\vec{p}_m \cdot \vec{r}) \vec{r}}{4\pi r^5} - \frac{\mu_0 \vec{p}_m}{4\pi r^3} = \\ &= \frac{3\mu_0 (\vec{p}_m \cdot \vec{r}) \vec{r}}{4\pi r^5} - \frac{\mu_0 \vec{p}_m (\vec{r} \cdot \vec{r})}{4\pi r^5} = \frac{\mu_0 [3(\vec{p}_m \cdot \vec{r}) \vec{r} - \vec{p}_m (\vec{r} \cdot \vec{r})]}{4\pi r^5} \end{aligned}$$

olarak bulunur.



b) İlk olarak \vec{A} vektörünü küresel koordinat sisteminde yazalım.

$$\begin{aligned} \vec{A} &= \frac{\mu_0 \vec{p}_m \times \vec{r}}{4\pi r^3} = \frac{\mu_0 p_m \vec{k} \times \vec{e}_r}{4\pi r^2} = \\ &= \frac{\mu_0 p_m (\cos\theta \vec{e}_r - \sin\theta \vec{e}_\theta) \times \vec{e}_r}{4\pi r^2} = \frac{\mu_0 p_m \sin\theta \vec{e}_\phi}{4\pi r^2} \end{aligned}$$

Vektör potansiyelinden rotasyon alırsak;

$$\vec{B} = \text{rot } \vec{A} = \vec{\nabla} \times \vec{A} = \frac{1}{r^2 \sin\theta} \begin{vmatrix} \vec{e}_r & r \vec{e}_\theta & r \sin\theta \vec{e}_\phi \\ \frac{\partial}{\partial r} & \frac{\partial}{\partial \theta} & \frac{\partial}{\partial \phi} \\ 0 & 0 & \frac{\mu_0 p_m \sin\theta}{4\pi r^2} r \sin\theta \end{vmatrix} =$$

$$\begin{aligned} &= \frac{1}{r^2 \sin\theta} \left(\frac{\partial}{\partial \theta} \left(\frac{\mu_0 p_m \sin^2 \theta}{4\pi r} \right) \vec{e}_r - \frac{\partial}{\partial r} \left(\frac{\mu_0 p_m \sin\theta}{4\pi r} \right) r \vec{e}_\theta \right) = \frac{\mu_0 p_m}{4\pi r^2 \sin\theta} \left(\frac{2 \sin\theta \cos\theta}{r} \vec{e}_r + \frac{\sin^2 \theta}{r} \vec{e}_\theta \right) = \\ &= \frac{\mu_0 p_m}{4\pi r^2} \left(\frac{2 \cos\theta}{r} \vec{e}_r + \frac{\sin\theta}{r} \vec{e}_\theta \right) = \frac{\mu_0 p_m}{4\pi r^3} (2 \cos\theta \vec{e}_r + (\cos\theta \vec{e}_r - \vec{k})) = \frac{\mu_0 p_m}{4\pi r^3} (3 \cos\theta \vec{e}_r - \vec{k}) = \\ &= \frac{\mu_0 [3(\vec{p}_m \cdot \vec{e}_r) \vec{e}_r - \vec{p}_m]}{4\pi r^3} = \frac{\mu_0 [3(\vec{p}_m \cdot \vec{r}) \vec{r} - \vec{p}_m (\vec{r} \cdot \vec{r})]}{4\pi r^5} \end{aligned}$$

olarak bulunur.

c) Selenoidin manyetik dipol momenti

$$p_m = NIS$$

olur. Selenoidten r uzakta selenoidin ekseni ile θ açısı yapan bir noktadaki manyetik indüksiyon alanı vektörünü büyüklüğü;

$$\begin{aligned} B &= \sqrt{B_r^2 + B_\theta^2} = \sqrt{\left(\frac{2\mu_0 p_m \cos\theta}{4\pi r^3} \right)^2 + \left(\frac{\mu_0 p_m \sin\theta}{4\pi r^3} \right)^2} + \frac{\mu_0 p_m \sin\theta}{4\pi r^3} \vec{e}_\theta = \\ &= \frac{\mu_0 p_m}{4\pi r^3} \sqrt{4 \cos^2 \theta + \sin^2 \theta} = \frac{\mu_0 NIS}{4\pi r^3} \sqrt{1 + 3 \cos^2 \theta} \end{aligned}$$

olarak bulunur.

d) \vec{B} manyetik indüksiyon alanı içinde bulunan \vec{p}_m manyetik dipolün enerjisi;

$$E_d = -\vec{p}_m \cdot \vec{B} = -p_m B \cos\beta$$

ile verilir. Bu enerjinin mesafeye göre türevi kuvveti vermektedir.

$$F = -\frac{\partial E_d}{\partial x} = p_m \frac{\partial B}{\partial x} \cos\beta$$

Özellikle kuvvet ifadesi $\theta=0^\circ$ ve $\theta=\pi$ için daha sık kullanılır. Manyetik dipol enerjinin açıya göre türevi torku vermektedir.

$$\tau = -\frac{\partial E_d}{\partial \theta} = p_m B \sin\beta$$

Soruda çubuğa etki eden moment;

$$M = p_m B \sin\beta$$

şeklinde yazılabilir.

e) B_θ yerine manyetik indüksiyon alanının şiddetini yatay bileşeni olsun. Soruda çubuğa etki eden moment;

$$M = p_m B_\theta \sin\beta$$

ile verilir. Sürtünme, direniş kuvvetleri ve ipin burkulmasını ihmal ederek çubuğun küçük titreşimlerin denklemini (Bu hesaplarda β açısı küçük ise $\sin\beta \approx \beta$ ve $\cos\beta \approx 1$ yaklaşımı kullanılabilir)

$$J\alpha = J\beta'' = -p_m B_\theta \sin\beta = -p_m B_\theta \beta$$

şeklinde yazılabilir. Burada $J = \frac{m\ell^2}{12}$ çubuğun eylemsizlik momentidir. Çubuğun titreşim periyodu;

$$T = 2\pi \sqrt{\frac{J}{p_m B_\theta}}$$

olarak yazılır. Burada B_θ ve p_m bilinmeyen fizik büyüklüklerdir. Sapma açısı için;

$$\tan\gamma = \frac{B_r}{B_\theta}$$

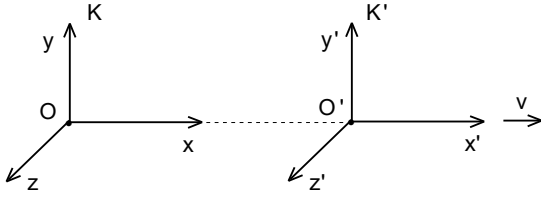
yazabiliriz. Manyetik dipol için;

$$B_r = \frac{2\mu_0 p_m}{4\pi r^3}$$

Buradan p_m bulup yerin yatay bileşeni;

$$B_\theta = \frac{2\pi}{Tr} \sqrt{\frac{m\mu_0}{24\pi\ell^2 r \tan\gamma}}$$

olarak bulunur.



7. a) K koordinat sistemi hareketsiz, K' ise hareketli koordinat sistemi olsun. İki koordinat sistemin x ve x' eksenleri çakışmış, K' koordinat sistemi ise v sabit hızı ile K koordinat sistemine göre hareket etsin. Küre-sel aydınlanma K koordinat sistemde;

$$x^2 + y^2 + z^2 = c^2 t^2$$
 şeklinde yazılabilir. Bizi ilgilendiren x yönündeki dönüşümlerdir. Bu sebeple iki koordinat sistemde küresel aydınlanma;

$$x^2 - c^2 t^2 = 0; x'^2 - c^2 t'^2 = 0$$

şeklinde ifade edilebilir.

b) İki koordinat sistemin koordinatların arasındaki dönüşüm;

$$x = \gamma(x' + vt'); t = \alpha(t' + \delta x')$$

şeklinde aranılabilir. Burada γ , α ve δ hızı bağılı birtakım katsayılarıdır. Bu dönüşümü kullanarak küresel aydınlanma için;

$$[\gamma(x' + vt')]^2 - c^2 [\alpha(t' + \delta x')]^2 = x'^2 - c^2 t'^2$$

yazabiliriz. Buradan katsayıları eşitleyerek üç denklem elde edebiliriz.

$$\gamma^2 (x'^2 + 2vx't' + v^2 t'^2) - c^2 \alpha^2 (t'^2 + 2\delta x't' + \delta^2 x'^2) = x'^2 - c^2 t'^2$$

$$x'^2 (\gamma^2 - c^2 \alpha^2 \delta^2) + x't' (2v\gamma^2 - 2c^2 \alpha^2 \delta) + t'^2 (\gamma^2 v^2 - c^2 \alpha^2) = x'^2 - c^2 t'^2$$

$$\gamma^2 - c^2 \alpha^2 \delta^2 = 1 \Rightarrow 2v\gamma^2 - 2c^2 \alpha^2 \delta = 0 \Rightarrow \gamma^2 v^2 - c^2 \alpha^2 = -c^2 \Rightarrow \frac{\gamma^2 v^2 + c^2}{c^2} = \alpha^2$$

$$\delta = \frac{v\gamma^2}{c^2 \alpha^2} \Rightarrow \gamma^2 - c^2 \alpha^2 \frac{v^2 \gamma^4}{c^4 \alpha^4} = 1 \Rightarrow \gamma^2 - \frac{v^2 \gamma^4}{c^2 \alpha^2} = 1 \Rightarrow \gamma^2 - \frac{v^2 \gamma^4}{c^2 \frac{\gamma^2 v^2 + c^2}{c^2}} = 1 \Rightarrow \gamma^2 - \frac{v^2 \gamma^4}{\gamma^2 v^2 + c^2} = 1$$

$$\gamma^2 (\gamma^2 v^2 + c^2) - v^2 \gamma^4 = \gamma^2 v^2 + c^2 \Rightarrow \gamma^4 v^2 + \gamma^2 c^2 - v^2 \gamma^4 = \gamma^2 v^2 + c^2$$

$$\gamma^2 (c^2 - v^2) = c^2 \Rightarrow \gamma^2 = \frac{c^2}{c^2 - v^2} = \frac{c^2}{c^2 \left(1 - \frac{v^2}{c^2}\right)} = \frac{1}{1 - \frac{v^2}{c^2}} = \frac{1}{1 - \beta^2}; \beta = \frac{v}{c}$$

$$\gamma = \frac{1}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}} = \frac{1}{\sqrt{1 - \beta^2}} \Rightarrow \alpha^2 = \frac{c^2 v^2}{c^2 - v^2} + c^2 = \frac{c^2 v^2 + c^4 - c^2 v^2}{c^2 (c^2 - v^2)} = \frac{c^2}{c^2 - v^2} = \gamma^2 \Rightarrow \delta = \frac{v}{c^2}$$

olarak bulunur. Lorentz dönüşümleri ve ters dönüşümleri;

$$x = \frac{x' + vt'}{\sqrt{1 - \beta^2}} = \gamma(x' + vt'); x' = \frac{x - vt}{\sqrt{1 - \beta^2}} = \gamma(x - vt); y = y'; z = z'$$

$$t = \frac{t' + \frac{\beta x'}{c}}{\sqrt{1 - \beta^2}} = \gamma \left(t' + \frac{\beta x'}{c} \right); t' = \frac{t - \frac{\beta x}{c}}{\sqrt{1 - \beta^2}} = \gamma \left(t - \frac{\beta x}{c} \right)$$

şeklinde yazılabilir. Buradan sadece uzunluğun transformasyonu için, uzunluğun aynı anda ölçülmesi gereğinden;

$$x'_1 = \frac{x_1 - vt}{\sqrt{1 - \beta^2}}; x'_2 = \frac{x_2 - vt}{\sqrt{1 - \beta^2}}$$

$$\ell = x_2 - x_1 = (x'_2 - x'_1) \sqrt{1 - \beta^2} = \ell_0 \sqrt{1 - \beta^2} = \ell_0 \sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}$$

olarak bulunur. Burada ℓ_0 cisimle ilgili koordinat sistemine göre, ℓ ise hareketsiz koordinat sistemine göre olan uzunluktur.

Zamanın ölçülmesi aynı yerde yapılması gereğinden;

$$t_1 = \gamma \left(t'_1 + \frac{\beta x'_1}{c} \right); t_2 = \gamma \left(t'_2 + \frac{\beta x'_2}{c} \right)$$

$$\Delta t = \gamma \Delta t'; t = \gamma t_0 = \frac{t_0}{\sqrt{1 - \beta^2}} = \frac{t_0}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}}$$

olarak bulunur. Burada t hareketsiz koordinat sistemine göre zaman, t_0 ise cisimle ilgili koordinat sistemine göre zamandır.

c) $\tanh\theta = \frac{v}{c} = \beta$ olarak yazalım.

$$\cosh^2\theta - \sinh^2\theta = 1; \cosh^2\theta = 1 + \sinh^2\theta; \tanh\theta = \frac{\sinh\theta}{\sqrt{1 + \sinh^2\theta}}$$

$$\sinh\theta = \frac{\tanh\theta}{\sqrt{1 - \tanh^2\theta}} = \frac{v}{c\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}} = \frac{\beta}{\sqrt{1 - \beta^2}}$$

$$\sinh^2\theta = \cosh^2\theta - 1; \tanh\theta = \frac{\sqrt{\cosh^2\theta - 1}}{\cosh\theta}$$

$$\cosh\theta = \frac{1}{\sqrt{1 - \tanh^2\theta}} = \frac{1}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}} = \frac{1}{\sqrt{1 - \beta^2}}$$

$$x' = \frac{x - vt}{\sqrt{1 - \beta^2}} = \frac{x}{\sqrt{1 - \beta^2}} - \frac{vt}{\sqrt{1 - \beta^2}} = \frac{x}{\sqrt{1 - \beta^2}} - \frac{c\beta t}{\sqrt{1 - \beta^2}} = x \cdot \cosh\theta - ct \cdot \sinh\theta$$

$$ct' = \frac{t - \frac{\beta x}{c}}{\sqrt{1 - \beta^2}} = \frac{ct}{\sqrt{1 - \beta^2}} - \frac{\beta x}{\sqrt{1 - \beta^2}} = ct \cdot \cosh\theta - x \cdot \sinh\theta$$

olarak bulunur.

d) Hız transformasyonu bulmak için;

$$x = \gamma(x' + vt'); \quad dx = \gamma(dx' + vdt')$$

$$t = \gamma_0 \left(t' + \frac{\beta x'}{c} \right); \quad dt = \gamma_0 \left(dt' + \frac{\beta dx'}{c} \right)$$

yazabiliriz. K koordinat sisteminde hız u_x, u_y, u_z , K' koordinat sisteminde u'_x, u'_y, u'_z olsun. Bu hızlar için;

$$u_x = \frac{dx}{dt} = \frac{dx' + vdt'}{dt' + \frac{vdx'}{c^2}} = \frac{\frac{dx'}{dt'} + v}{1 + \frac{v}{c^2} \left(\frac{dx'}{dt'} \right)} = \frac{u'_x + v}{1 + \frac{vu'_x}{c^2}}$$

$$u_y = \frac{dy}{dt} = \frac{dy'}{\gamma \left(dt' + \frac{vdx'}{c^2} \right)} = \frac{\frac{dy'}{dt'}}{\gamma \left[1 + \frac{v}{c^2} \left(\frac{dx'}{dt'} \right) \right]} = \frac{u'_y \sqrt{1 - \beta^2}}{1 + \frac{vu'_x}{c^2}}$$

$$u_z = \frac{dz}{dt} = \frac{dz'}{\gamma \left(dt' + \frac{vdx'}{c^2} \right)} = \frac{\frac{dz'}{dt'}}{\gamma \left[1 + \frac{v}{c^2} \left(\frac{dx'}{dt'} \right) \right]} = \frac{u'_z \sqrt{1 - \beta^2}}{1 + \frac{vu'_x}{c^2}}$$

yazabiliriz. Bir cisimden bir foton ışınlanırsa fotonun hızı hareketsiz bir gözlemciye göre;

$$u = \frac{u' + v}{1 + \frac{\beta u'}{c}} = \frac{c + v}{1 + \frac{v}{c}} = \frac{c + v}{\frac{c + v}{c}} = c$$

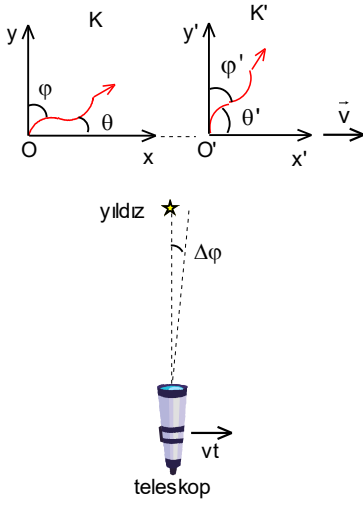
olur.

e) İvmenin transformasyonu

$$a_x = \frac{du_x}{dt} = \frac{1}{\gamma} \frac{d}{dt'} \left(\frac{u'_x + v}{1 + \frac{vu'_x}{c^2}} \right) = \frac{\left(1 - \frac{v^2}{c^2} \right) \frac{du'_x}{dt'}}{\gamma \left(1 + \frac{vu'_x}{c^2} \right)^2}$$

$$a_y = \frac{du_y}{dt} = \frac{a'_y}{\gamma^3} = a'_y \sqrt{\left(1 - \frac{v^2}{c^2} \right)^3} = a'_y \sqrt{(1 - \beta^2)^3}$$

olarak verilir.



f) Işın xy düzleminde hareket ettiğini kabul edelim. Hızın bileşenleri;

$$u_x = u \cos \theta; u_y = u \sin \theta; u_z = u'_z$$

$$u'_x = u \cos \theta'; u'_y = u \sin \theta'$$

ile verilir. Buradan;

$$\tan \theta = \frac{u_y}{u_x} = \frac{u' \sin \theta' \sqrt{1 - \beta^2}}{u' \cos \theta' + v}$$

yazabiliriz. $u' = c$ ve $u = c$ ise;

$$\tan \theta = \frac{u_y}{u_x} = \frac{c \sin \theta' \sqrt{1 - \beta^2}}{c \cos \theta' + v} = \frac{\sin \theta' \sqrt{1 - \beta^2}}{\cos \theta' + \beta} = \frac{\sin \theta'}{\gamma (\cos \theta' + \beta)}$$

olarak bulunur. Başka bağıntı da elde edebiliriz.

$$u_x = \frac{u'_x + v}{1 + \frac{vu'_x}{c^2}}; c \cos \theta = \frac{c \cos \theta' + v}{1 + \frac{v \cdot c \cos \theta'}{c^2}}; \cos \theta = \frac{\beta + \cos \theta'}{1 + \beta \cos \theta'}$$

$$u_y = \frac{u'_y \sqrt{1 - \beta^2}}{1 + \frac{vu'_x}{c^2}}; c \sin \theta = \frac{c \sin \theta' \sqrt{1 - \beta^2}}{1 + \frac{v \cdot c \cos \theta'}{c^2}}; \sin \theta = \frac{\sin \theta'}{\gamma (1 + \beta \cos \theta')}$$

Bir koordinat sisteminden başka koordinat sistemine geçişlerde ışığın farklı açı ile geçmesi tam üzerimizde, düşey yönde zenitte teleskop ile gözlenen yıldızlar için de kullanılabilir. Zenitteki yıldızlar çok küçük φ açısı ile gözlenir. Bu olay ışığın aberasyonu olarak bilinmektedir. Bu durumda tam üstümüzde bulunan yıldızları gözlemlemek için teleskopun eksenini $\Delta\varphi$ kadar açı ile düşey yönden saptırmamız gerekir. Bu sapma Dünyanın hareketinden kaynaklanmaktadır. Aynı işlemi;

$$\varphi = 90^\circ - \theta$$

açı için yapalım. Işın xy düzleminde hareket ettiğine göre bu hızın bileşenleri;

$$u_x = c \cdot \sin \varphi; u_y = c \cdot \cos \varphi$$

$$u'_x = c \cdot \sin \varphi'; u'_y = c \cdot \cos \varphi'$$

olarak bulunur. Buradan;

$$c \cdot \sin \varphi = \frac{c \cdot \sin \varphi' + v}{1 + \frac{v \cdot c \cdot \sin \varphi'}{c^2}}; \sin \varphi = \frac{\sin \varphi' + \beta}{1 + \beta \sin \varphi'}$$

$$c \cdot \cos \varphi = \frac{c \cdot \cos \varphi' \sqrt{1 - \beta^2}}{1 + \frac{v \cdot c \cdot \sin \varphi'}{c^2}}; \cos \varphi = \frac{\cos \varphi'}{\gamma (1 + \beta \sin \varphi')}$$

$$\tan \varphi = \frac{u_y}{u_x} = \frac{\gamma (\sin \varphi' + \beta)}{\cos \varphi'}$$

olarak bulunur. $v \ll c$ olduğu için $\Delta\varphi$ açısı çok küçüktür. Bu durumda;

$$\gamma = \frac{1}{\sqrt{1 - \beta^2}} \approx 1$$

$$\varphi' = \varphi - \Delta\varphi$$

kabul edilebilir. Buradan;

$$\tan \varphi \approx \frac{\sin \varphi' + \beta}{\cos \varphi'} \approx \tan \varphi' + \frac{\beta}{\cos \varphi'} \approx \tan \varphi' + \frac{\beta}{\cos \varphi} = \tan(\varphi - \Delta\varphi) + \frac{\beta}{\cos \varphi} = \frac{\tan \varphi - \tan \Delta\varphi}{1 + \tan \varphi \tan \Delta\varphi} + \frac{\beta}{\cos \varphi}$$

$$= \frac{\tan \varphi - \Delta\varphi}{1 + \tan \varphi \cdot \Delta\varphi} + \frac{\beta}{\cos \varphi} \approx (\tan \varphi - \Delta\varphi)(1 - \tan \varphi \Delta\varphi) + \frac{\beta}{\cos \varphi} \approx \tan \varphi - (1 + \tan^2 \varphi) \Delta\varphi + \frac{\beta}{\cos \varphi} = \tan \varphi - \frac{\Delta\varphi}{\cos^2 \varphi} + \frac{\beta}{\cos \varphi}$$

$$\Delta\varphi = \beta \cos \varphi = \frac{v \cdot \cos \varphi}{c} \approx \frac{v}{c} = \beta$$

olarak bulunur.

g) Bir elektromanyetik dalganın denklemi;

$$\Psi = A \sin(\omega t - \vec{k} \cdot \vec{r})$$

ile verilmektedir. Burada $k = \frac{2\pi}{\lambda}$ dalga sayısı olarak verilmektedir. Dalganın fazı;

$$\omega t - \vec{k} \cdot \vec{r} = \text{sabit}$$

tüm referans sistemlerde sabittir. Bileşenlere göre yazabiliriz. Buradan;

$$\omega t - k_x x = \omega' t' - k'_x x'; \quad \omega t - k_x x = \omega' \frac{t - \beta x/c}{\sqrt{1-\beta^2}} - k'_x \frac{x - vt}{\sqrt{1-\beta^2}}$$

$$k_x = \frac{k'_x + \frac{\beta \omega'}{c}}{\sqrt{1-\beta^2}} = \gamma \left(k'_x + \frac{\beta \omega'}{c} \right); \quad \omega = \frac{\omega' + v k'_x}{\sqrt{1-\beta^2}} = \gamma (\omega' + v k'_x)$$

olarak bulunur. $\omega = 2\pi\nu$ bağıntısını kullanarak ve \vec{n} birim vektörü kullanarak;

$$n_x = \cos\theta; \quad n'_x = \cos\theta'; \quad n_y = \sin\theta; \quad n'_y = \sin\theta'; \quad v = \frac{v'(1 + \beta \cos\theta')}{\sqrt{1-\beta^2}}$$

olarak yazabiliriz. Bu formül Doppler olayı formülü olarak bilinmektedir. Kendi referans sisteme göre frekans $\nu' = \nu_0$ olsun.

Işık yayan cisim ve bu ışığı algılayan aygıt aynı doğru üzerinde ise;

$$\nu = \nu_0 \sqrt{\frac{1 \pm \beta}{1 \mp \beta}}$$

boyuna Doppler olayı olarak bilinmektedir. Işık yayan cisim ve bu ışığı algılayan aygıt dik doğrular üzerinde ise;

$$\nu = \frac{\nu_0}{\sqrt{1-\beta^2}}$$

boyuna Doppler olayı olarak bilinmektedir.

h) Einstein tarafından ifade edilen iki postulat tüm klasik fiziğin temelinde var olan uzay, zaman, eş zamanlılık, kütle, momentum ve enerji gibi temel kavramlarının değişmesine sebep olmuştur. Momentum ve enerji korunum yasalarının geçerli olması için izafiyet teorisinde geçerli olan hız toplama yasası göz önünde tutulmalıdır. K koordinat sisteminde enerji;

$$E = \frac{mc^2}{\sqrt{1-\frac{u_x^2}{c^2}}} = \frac{mc^2}{\sqrt{1-\frac{u_x'^2}{c^2}} \sqrt{1-\beta^2}} + \frac{mu'_x}{\sqrt{1-\frac{u_x'^2}{c^2}}} \cdot \frac{v}{\sqrt{1-\beta^2}} = \frac{E'_x + p'_x \cdot v}{\sqrt{1-\beta^2}} = \gamma (E'_x + p'_x \cdot v)$$

momentum;

$$p_x = \frac{mu_x}{\sqrt{1-\frac{u_x^2}{c^2}}} = \frac{mu'_x}{\sqrt{1-\frac{u_x'^2}{c^2}} \sqrt{1-\beta^2}} + \frac{mc^2}{\sqrt{1-\frac{u_x'^2}{c^2}}} \cdot \frac{v}{c^2 \sqrt{1-\beta^2}} = \frac{p'_x + \frac{v}{c^2} \cdot E'_x}{\sqrt{1-\beta^2}} = \gamma \left(p'_x + \frac{v}{c^2} \cdot E'_x \right)$$

şeklinde yazılabilir. Burada;

$$1 - \frac{u_x^2}{c^2} = 1 - \left[\frac{u'_x + v}{c \left(1 + \frac{vu'_x}{c^2} \right)} \right]^2 = \frac{c^2 \left(1 + \frac{\beta u'_x}{c} \right)^2 - (u'_x + v)^2}{c^2 \left(1 + \frac{\beta u'_x}{c} \right)^2} = \frac{\left(1 - \frac{u_x'^2}{c^2} \right) (1 - \beta^2)}{\left(1 + \frac{\beta u'_x}{c} \right)^2}$$

açılımı kullanabiliriz.

8. Buharlaşan sıvının miktarı;

$$d(\Delta M) = -D \frac{\Delta \rho_b}{\Delta x} S dt$$

$$\Delta \rho_b = \rho_b - \rho_{b\phi} = \frac{\mu P_b}{RT} - \frac{\mu \phi P_b}{RT} = \frac{\mu(1-\phi)P_b}{RT}; \Delta x = H-h$$

ifadesi ile verilir. Burada $D = \frac{\lambda v}{3}$, difüzyon katsayısı,

$$v = \sqrt{\frac{3RT}{\mu}} = \sqrt{\frac{3 \cdot 8,314 \cdot 300}{18 \cdot 10^{-3}}} = 644,748 \text{ m/s}$$

Buharlaşan tüm su miktarı için;

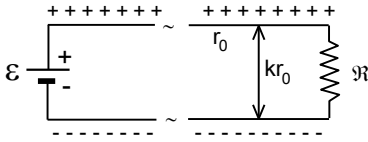
$$d(\Delta M) = \rho S dh = - \frac{\mu(1-\phi)P_b S dt}{RT(H-h)}$$

yazabiliriz. Burada zaman için;

$$\int_{\frac{H}{2}}^H (H-h) dh = - \int_0^t \frac{\lambda v \mu (1-\phi) P_b dt}{3 \rho RT}$$

$$t = \frac{3 \rho R T H^2}{8 \lambda v \mu (1-\phi) P_b} = \frac{3 \cdot 1000 \cdot 8,314 \cdot 300 \cdot 0,1^2}{8 \cdot 10^{-7} \cdot 644,748 \cdot 18 \cdot 10^{-3} (1-0,6)} \cdot \frac{2,7 \cdot 10^5}{76} = 5671394,669 \text{ s} \approx 65,64 \text{ gün}$$

olarak bulunur.



9. Durgun durumda üst tel (+) yüklü, alt tel (-) yüklüdür. Her telin oluşturduğu elektrik alan silindirik simetriye sahip olup Gauss teoreminden bulunur.

$$\oint \vec{E} \cdot d\vec{\ell} = \frac{q}{\epsilon_0}; E = \frac{\lambda}{2\pi r \epsilon_0}$$

Burada λ birim uzunluktaki yük olup sabittir. Teller arasında birim uzunluğa etki

eden elektrikselsel kuvvet;

$$F_e = \lambda \cdot 1 \cdot E = \frac{\lambda^2}{2\pi r \epsilon_0}$$

olur. Teller arasındaki potansiyel fark;

$$\mathcal{E} = 2 \int_{r_0}^{kr_0} E dr = 2 \int_{r_0}^{kr_0} \frac{\lambda dr}{2\pi r \epsilon_0} = \frac{\lambda}{\pi \epsilon_0} \cdot \ln k$$

akan akım;

$$I = \frac{\mathcal{E}}{R} = \frac{\lambda}{\pi \epsilon_0 R} \cdot \ln k$$

olarak yazılabilir. Teller arasında birim uzunluğa etki eden manyetik kuvvet;

$$F_m = IB \cdot 1 = \frac{\mu_0 I^2}{2\pi r}$$

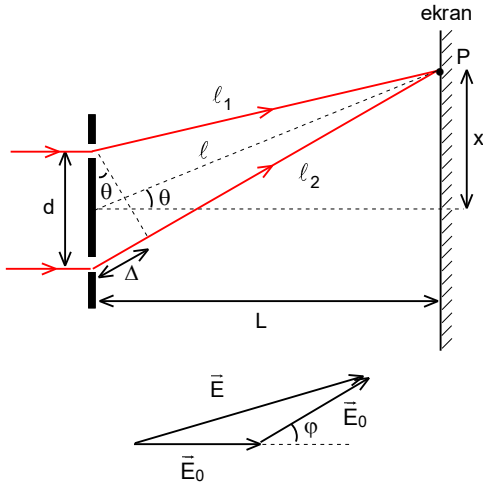
olur. Teller üzerine etki eden toplam kuvvet sıfır olduğunda elektrik ve manyetik kuvvetler birbirine eşittir.

$$\frac{\mu_0 I^2}{2\pi r} = \frac{\lambda^2}{2\pi r \epsilon_0}$$

Buradan direnç;

$$R = \frac{\ln k}{\pi} \sqrt{\frac{\mu_0}{\epsilon_0}}$$

olarak bulunur.



10. a) Ekran üzerindeki bir P noktası ile yarığın merkezinden ekrana doğru geçirilen dik doğru arasındaki açı θ olsun. Kırınımına uğrayan ışınlar arasındaki yol ve faz farkı;

$$\Delta = d \sin \theta = l_2 - l_1 = \frac{dx}{\ell}$$

$$\varphi = \omega t = \frac{\omega \Delta}{c} = \frac{2\pi \Delta}{Tc} = \frac{2\pi \Delta}{\lambda} = \frac{2\pi d \sin \theta}{\lambda}$$

olarak yazılabilir. Karanlık çizgi saçakların oluşma şartı;

$$\Delta = k\lambda$$

aydınlık çizgi saçakların oluşma şartı ise;

$$\Delta = \left(k + \frac{1}{2}\right) \lambda$$

şeklinde yazılabilir. Yarığın iki ucundan gelen elektromanyetik dalganın elektrik alan vektörü;

$$E_1 = E_0 \sin \omega t; E_2 = E_0 \sin(\omega t + \varphi)$$

İki vektörün süperpozisyonu sonucu elektrik alan vektörü K noktasında;

$$E = 2E_0 \cos \frac{\varphi}{2}$$

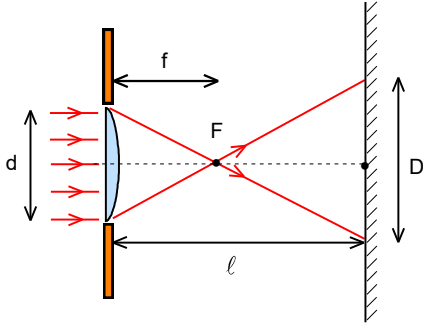
olarak yazılabilir. Işık şiddeti;

$$J \sim E^2; J \sim 4E_0^2 \cos^2 \frac{\varphi}{2} = J_0 \cos^2 \frac{\varphi}{2}; J_0 \sim 4E_0^2$$

şeklinde yazılabilir. Bu merkezdeki ışık şiddetidir. Genelde φ açısı küçük bir açı olduğundan ışık şiddeti için daha kullanışlı bir ifade bulabiliriz.

$$J = J_0 \frac{4 \cos^2 \frac{\varphi}{2} \sin^2 \frac{\varphi}{2}}{4 \sin^2 \frac{\varphi}{2}} = J_0 \frac{\sin^2 \varphi}{4 \frac{\varphi^2}{4}} = J_0 \frac{\sin^2 \varphi}{\varphi^2} = J_0 \frac{\sin^2 \left(\frac{\pi d \sin \theta}{\lambda} \right)}{\left(\frac{\pi d \sin \theta}{\lambda} \right)^2}$$

Bu ifade tek yarık için geçerli olan ışık şiddetinin dağılımını vermektedir.



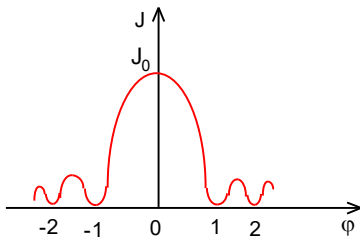
b) $d=5$ cm ise kırınım olayı yoktur. Merceğin odak uzaklığı;

$$f = \frac{R}{n-1} = 1 \text{ m}$$

Yarığa düşen ışık demeti mercekten f uzaklıkta odaklanıyor. Mercek ile ekran arasındaki uzaklık ℓ ise ekran üzerindeki ışık demetinin çapı;

$$D = \frac{(\ell - f)d}{f}$$

olur. ℓ ye bağlı olarak ekran üzerindeki ışıklı bölgenin aydınlanması mercek üzerinde aydınlanmasından büyük ($f < \ell < 2f$) ya da küçük ($\ell > 2f$) olabilir.



c) Aydınlanma ekran üzerinde çok belirli merkezi bir maksimum ve şiddetleri git-tikçe azalan maksimumlardan ibarettir. Kırınım olayında neredeyse tüm enerjinin merkezi bölgede yoğunlaştığını kabul edebiliriz. Aydınlanma deseni faz farkına bağlı olarak şekilde verilmiştir. Bu şekilden faz farkı azaldıkça merkezi maksimum daha dar, diğer maksimumların birbirine daha yakın olacağı anlaşılmaktadır. Kırılma yasasını kullanarak $n = \frac{\sin \theta}{\sin \theta'}$, aydınlanma şiddetinde $\sin \theta$ gördüğümüz yere

$\frac{\sin \theta}{n}$ koymalıyız. Küçük açılar için;

$$\sin \theta \approx \tan \theta = \frac{y}{f}$$

yaklaşımını kullanarak 6×6 cm ekran üzerindeki minimum noktalar;

$$y = \frac{k\lambda f}{d}; k=0, \pm 1, \pm 2, \pm 3, \pm 4$$

şartından bulunur. Ekran üzerinde optik eksenin alt ve üst tarafında altışar minimum görülür. Merkezi aydınlık saçak $\pm 0,5$ cm lik bölgede oluşur.

d) Her iki dalga boyu kendine özgü kırınım deseni oluşturur. $\lambda_2 = 0,75 \mu\text{m}$ için $\pm 0,75 \text{ cm}$, $\pm 1,5 \text{ cm}$, $\pm 2,25 \text{ cm}$ ve $\pm 3 \text{ cm}$ lerde minimum vardır. Bunlardan $\pm 1,5 \text{ cm}$ ve $\pm 3 \text{ cm}$ de oluşanlar $\lambda_1 = 0,5 \mu\text{m}$ ye ait minimumlar oluşur. Ayrıca λ_1 e ait $0,5 \text{ cm}$, 1 cm , 2 cm ve $2,5 \text{ cm}$ deki minimumlar üzerine λ_2 nin $3 \neq 0$ dan farklı sayıları bindiği için bu noktalar artık karanlık çizgidir.