

7. Newton'un kütle çekimi yasası birbirinden r uzaklıkta m ve M kütleli cisim arasındaki kuvvet;

$$F = \frac{\gamma Mm}{R^2}$$

şekilde verir.

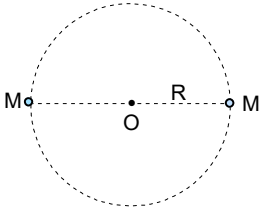
Buna göre, γ evrensel çekim sabitin SI birim sisteminde birimi nedir?

- A) $\frac{\text{kg.m}^2}{\text{s}^2}$ B) $\frac{\text{kg.s}^2}{\text{m}^2}$ C) $\frac{\text{kg.m}}{\text{s}^2}$ D) $\frac{\text{m}}{\text{kg.s}^2}$ E) $\frac{\text{m}^3}{\text{kg.s}^2}$

8. Bir gezegenin iki uydusu, yarıçapları $r_1=r$ ve $r_2=3r$ olan çembersel yörüngeler üzerinde v_1 ve v_2 hızları ile hareket etmektedir.

Buna göre, $\frac{v_1}{v_2}$ oranı nedir?

- A) $\frac{1}{3}$ B) $\frac{1}{\sqrt{3}}$ C) 1 D) $\sqrt{3}$ E) 3



9. Kütleleri M olan iki özdeş yıldız ortak kütle merkezi etrafında R yarıçaplı çembersel yörüngeler üzerinde hareket etmektedir. Bu durumda her bir yıldız dairesel yörüngede diğerinin karşı tarafında yer alır. Bu sisteme "ikili yıldız" denir.

Buna göre, her bir yıldızın yörünge periyodu nedir? (Evrensel çekim sabiti γ olarak veriliyor.)

- A) $4\pi^2 \sqrt{\frac{R^2}{\gamma M}}$ B) $4\pi \sqrt{\frac{R^3}{\gamma M}}$ C) $2\pi \sqrt{\frac{R^3}{\gamma M}}$ D) $\pi^2 \sqrt{\frac{R^2}{\gamma M}}$ E) $2\pi \sqrt{\frac{R^2}{\gamma M}}$

10. A gezegeninin ortalama özkütlesi, B gezegeninin ortalama özkütlesinin 5 katıdır. Gezegenler belirli minimum açısal hızlarla döndüklerinde, gezegenlerin yüzeylerinde bulunan cisimlere etki eden tepki kuvvetleri sıfır olur.

Buna göre, A gezegenin dönebileceği minimum periyodun B gezegeninin dönebileceği minimum periyodun kaç katıdır? (Gezegenlerin her durumda küresel olduğunu varsayınız)

- A) 5 B) $\sqrt{5}$ C) $\frac{1}{5}$ D) $\frac{1}{\sqrt{5}}$ E) $\frac{1}{\sqrt[3]{5}}$

11. Dünyadan çok uzaktaki bir noktadan bir cisim serbest bırakılıyor ve Dünyaya doğru ivmelenmeye başlıyor. Cisim yeryüzüne Dünyanın yarıçapının 3 katı mesafedeki bir uydunun yanından geçiyor.

Yeryüzüne vardığı zamanki hızı, uydunun yanından geçtiği andaki hızın kaç katıdır?

- A) 1 B) $\sqrt{2}$ C) 2 D) 3 E) 4

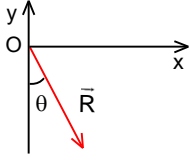
12. Eliptik yörüngeye sahip bir gökcisminin Güneşe en yakın olduğu noktaya perihelion (günberi) en uzak olduğu noktaya ise aphelion (günötesi) adı verilir. Bir elipsin elips eksantrikliği (dış merkezliği) ϵ odak noktaları arasındaki uzaklığın asal eksenin uzunluğuna oranıdır. Genel olarak bir elips için $0 \leq \epsilon < 1$ olur. Elips eksantrikliği bir elipsin çemberden ne kadar yassı olduğunu belirler. ϵ ne kadar küçük ise elips çembere yakındır. Aphelion r_A uzaklığın, perihelion r_P uzaklığına oranı aşağıdaki ifade ile bulunur;

$$\frac{r_A}{r_P} = \frac{1 + \epsilon}{1 - \epsilon}$$

Bir kuyruklu yıldız oldukça eliptik (elips eksantrikliği 1 e yakın) bir yörüngeye sahip olabilir. Bu kuyruklu perihelion noktasındaki v_P hızı, aphelion noktasındaki v_A hızının 39 katıdır.

Buna göre, yörüngenin elips eksantrikliği nedir?

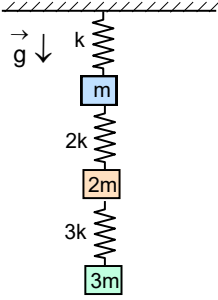
- A) 0,9 B) 0,95 C) 0,85 D) 0,99 E) 0,8



13. Şekildeki \vec{R} vektörünün bileşenleri R_x ve R_y dir.

Buna göre, şekildeki gibi y eksenine bu vektörünün yönünü belirleyen θ açısı aşağıdakilerden hangisidir?

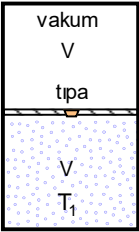
- A) $\arctan\left(\frac{R_x}{R_y}\right)$ B) $\arctan\left(\frac{R_y}{R_x}\right)$ C) $\arctan\left|\frac{R_x}{R_y}\right|$ D) $\arctan\left(\frac{R_y^2}{R_x^2}\right)$ E) $\arcsin\left(\frac{R_y}{R_x}\right)$



14. Tavana tutturulan m, 2m, 3m kütleli cisimler ve kütlesi ihmal edilebilecek yay sabitleri k, 2k, 3k üç yaydan oluşan şekildeki sistem düşey doğrultuda dengedir. Birinci yayın uzaması x_1 , üçüncü yayın uzaması x_3 tür.

Buna göre, $\frac{x_1}{x_3}$ oranı nedir?

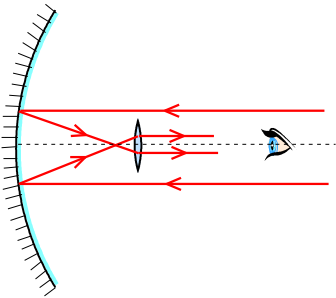
- A) 2 B) 3 C) 4 D) 5 E) 6



15. Isıca yalıtılmış bir kap her biri V hacimli iki bölmeye gaz sızdırmaz bir piston ile ayrılmıştır. Başlangıçta bir bölmede T_1 sıcaklığında, n mol ideal olmayan gaz bulunmakta, diğer bölme boştur. İdeal olmayan gazlarda moleküller arasında çekim kuvveti etki etmektedir. Piston üzerinde bulunan tıpa çekiliyor. Genleşen ve her iki bölmeyi dolduran gazın sıcaklığı T_2 oluyor.

Buna göre, T_1 ve T_2 sıcaklıklarla ilgili aşağıdakilerden hangisi doğrudur?

- A) $T_2 < \frac{2T_1}{3}$ B) $T_2 - T_1 > 0$ C) $T_1 = T_2$ D) $T_2 < \frac{T_1}{2}$ E) $T_2 - T_1 < 0$



16. Şekildeki gibi oluşturulan bir aynalı teleskopta, eğrilik yarıçapı 96 cm lik bir küresel ayna ve odak uzaklığı $f_2 = 1,2$ cm lik bir göz merceği (büyüteç) bulunuyor. Çok uzakta bulunan bir cismin aynada oluşan görüntünün açısal büyütmenin büyüklüğü 36 dır.

Buna göre, oluşan son görüntü göz merceğinden kaç santimetre uzaklıktadır?

(Açısal büyütme $\frac{\theta'}{\theta}$ olarak verilir. Göz merceğinin oluşturduğu görüntü sonsuzda değildir.)

- A) 1,33 B) 12 C) 49,3 D) 3 E) 6

17. Bir teleskobun odak oranı teleskobun aynasının odak uzunluğunun teleskobun çapına oranı olarak hesaplanır.

Jüpiter gezegenini görmek için 25 cm lik ayna çaplı ve odak oranı 10 olan bir teleskoba sahip bir kişi 25 mm lik odak uzunluğundaki göz merceği ile Jüpiter gezegenini yaklaşık olarak kaç kat büyük görür?

- A) 10 B) 50 C) 100 D) 200 E) 250

18. Metre altı çözünürlüğe sahip bir uydu belirli bir yükseklikten 1 metrenin altındaki cisimleri ayırt edebilmektedir. Bunu yapabilmek için uydu üzerinde bir teleskop kullanılır. Yer yüzeyinden 500 km yükseklikte yörüngeye yerleştirilecek ve $\lambda=700$ nanometre dalga boyunda ışık ile metre altı görüntüleme yapabilecek bir teleskop ile yeryüzünde bulunan 0,6 m uzunluğundaki bir cismi ayırt edebilmek istenmektedir.

Buna göre, teleskopun aynanın D çapı yaklaşık olarak en az kaç metre olmalıdır?

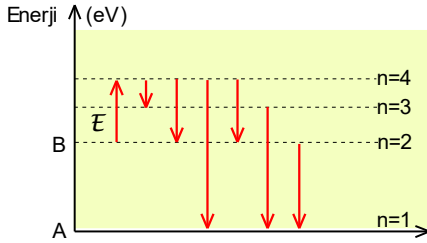
(Teleskopun ayırma gücü $\theta=1,22 \frac{\lambda}{D}$)

- A) 1 B) 0,1 C) 10 D) 0,7 E) 0,3

19. Dalga boyu λ olan bir fotonun momentumu, bir elektronun momentumunun yarısına eşittir.

Buna göre, elektronun hızı λ , h (Planck sabiti) ve m (elektronun kütlesi) cinsinden nedir?

- A) $\frac{h}{2\lambda m}$ B) $\frac{4h}{\lambda m}$ C) $\frac{h}{\lambda m}$ D) $\frac{2h}{\lambda m}$ E) $\frac{h}{4\lambda m}$



20. Özdeş hidrojen-benzeri atomlardan oluşan bir gazın bazı atomları en düşük (taban) enerji seviyesi A da ve bazı atomları ise belirli bir üst (uyarılmış) enerji seviyesi B dedir. Başka herhangi bir enerji seviyesinde atom yoktur. Gazın atomları, E enerjili fotonlardan oluşan monokromatik ışığı soğurarak daha yüksek enerji seviyelerine geçiş yapıyorlar. Daha sonra ise atomların sadece 6 farklı enerjiye sahip fotonlar yaydığı gözlemlenmektedir. Yayılan fotonların bazılarının enerjisi E , bazılarının enerjisi daha fazla, bazılarının ise E den azdır.

Başlangıçta uyarılmış B seviyesinin ve sonrasında uyarılmış durumun temel kuantum sayıları hangi seçenekte doğru verilmiştir?

- A) 3 ve 5 B) 3 ve 4 C) 2 ve 3 D) 2 ve 5 E) 2 ve 4

21. NGC7750 galaksinin kırmızıya kayma parametresi $z=0,009$ dur.

Evrenin Hubble Kanunu'na göre genişleme geçirdiği kabul edersek, bu galaksiye olan uzaklığı megaparsek (Mpc) cinsinden yaklaşık olarak nedir? (Hubble sabiti $H=72$ km/s.Mpc, 1 Mpc= 10^6 parsek, $c=300$ 000 km/s olarak veriliyor.)

- A) 4,5 B) 154 C) 37,5 D) 16 E) 19

22. A yıldızının yüzey sıcaklığı $T_A=5000$ K, B yıldızının sıcaklığı $T_B=10.000$ K dir. B yıldızı ışıma gücü A yıldızının ışıma gücünün 100 katıdır. A ve B yıldızlarının yarıçapları R_A ve R_B dir.

Her iki yıldızın da kara cisim ışıması yaptığı varsayılırsa yarıçapları $\frac{R_B}{R_A}$ oranı nedir?

- A) 5 B) 20 C) 50 D) $\frac{\sqrt{10}}{2}$ E) $\frac{5}{2}$

23. Yapılan çalışmalar, Dünya benzeri bir gezegen için yaşanabilir bölgenin iç ve dış sınırlarının yıldızdan uzaklığının Astronomik Birim (AB) olarak aşağıdaki şekilde hesaplanabileceğini göstermiştir;

$$r_{iç} = \sqrt{\frac{L}{1,1L_G}}; r_{dış} = \sqrt{\frac{L}{0,53L_G}};$$

Burada L_{\square} Güneşin ışınım gücüdür. Bir yıldızın mutlak parlaklığının (\mathcal{M}) bilinmesi halinde, Güneşe ait değerler kullanılarak ışınım gücü aşağıdaki gibi bulunabilir:

$$m - m_G = -2,5 \cdot \log \frac{L}{L_{\square}}$$

Yıldızın görünen parlaklığı (m) ve parsek cinsinden uzaklığı (d) bilindiğinde aşağıdaki bağıntı yardımıyla yıldızın mutlak parlaklığı belirlenebilir:

$$m_{\star} - M_{\star} = 5 \cdot \log d - 5$$

Keşfedilen ötegezegenler içerisinde Dünya ve çevresinde dolandığı yıldızı da Güneşe en çok benzeyen sistemlerden biri Kepler-62 sistemidir. Kepler -62 nin görünen parlaklığı yaklaşık 14 kadir ve bize uzaklığı 300 parsektir.

Buna göre, Kepler-62 sisteminin yaşanabilir bölgesinin genişliği ($r_{dış} - r_{iç}$) AB biriminde yaklaşık ne kadardır?

(1 AB=150. 10⁶ km, $M_G \approx 5$ kadir, $\log 3 \approx 0,48$, $\log 0,23 \approx -0,64$ olarak veriliyor.)

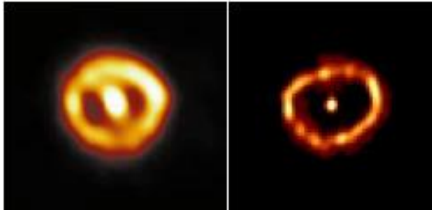
- A) $\sqrt{1,1} - \sqrt{0,53}$ B) $\sqrt{7,52} - \sqrt{1,85}$ C) $\sqrt{0,43} - \sqrt{0,21}$ D) $\sqrt{0,64} - \sqrt{0,12}$ E) $\sqrt{5,36} - \sqrt{3,48}$

24. Kozmik mikrodalga ardaalan ışınması evrenin her yönünden gelen 2,725 K sıcaklığına karşılık gelen bir kara cisim ışınmasıdır. Bu ışınımın ait fotonlar, evrenin yeniden birleşme evresinde protonların serbest elektronları yakalamasının sonucunda serbest yolculuğa başlamış ve bugüne kadar hiçbir şeyle etkileşmemiş fotonlardır.

Yeniden birleşme evresinde evren 380 000 yıl yaşında ve 3000 K sıcaklıkta olduğuna göre bugün 13,8 milyar yıl yaşında olan evrenimiz yeniden birleşme evresinden bu yana uzunluk ölçeğinde yaklaşık olarak kaç kat genişlemiştir?

- A) 1100 B) 35316 C) 550 D) 2200 E) Yanıtlamak için yeterli bilgi yok.

25. Güneş benzeri yıldızların ömürleri sonunda geçirdikleri aşamalardan biri de gezegenimsi bulutsu aşamasıdır. Bu süreçte yıldız, atmosfer tabakalarının önemli bir kısmını uzaya fırlatır. Bu tabaka, yıldızın saran küresel bir kabuk olarak genişler. Projeksiyon etkisi nedeniyle genişleyen kabuk yıldızın etrafında bir daire görünümündedir.



Yanda benzer bir olayda, yıldızın çevresinde genişleyen kabuğun çeşitli zamanlarda (soldaki daha geç, sağdaki daha erken) Hubble Uzay Teleskobu ile alınmış görüntüleri verilmektedir (© Space Telescope Science Institute). Genişleyen kabuğun derece cinsinden açısal yarıçapı (α), kabuğun fiziksel yarıçapı (R) ve yıldızın uzaklığı (d) cinsinden yazılabilir: $\alpha/2 \approx R/d$
Bir teleskobun radyan cinsinden ayırma gücü (θ) gözlem yapılan ışığın dalgaboyuna (λ) ve teleskobun ayna çapına (D) bağlıdır: $\theta \approx \lambda/D$

Bu tür bir olayda yıldızın fırlattığı kabuğun 1,125. 10⁸ km/gün hızla genişlediği tespit edilmiştir. Bize 1 500 parsek uzaklıktaki böyle bir olayda, genişleyen kabuğun, Doğu Anadolu Gözlemevinin 4 m lik çaplı teleskobuyla yakın kırmızı ötesi bölgede, H bandında (2 mikron) yapılan bir gözlemden merkezdeki yıldızdan ayırt edilebilmesi istenmektedir.

Buna göre, kabuğun fırlatılması üzerinden kaç gün geçmesi gerekir? (Yer atmosferinin etkilerini ihmal ediniz)

(1 mikron=10⁻⁶ m, 1 parsek \approx 3. 10¹³ km, 1 gün= 86 400 s olarak veriliyor)

- A) 100 B) 365 C) 488 D) 724 E) 1122

I ULUSAL ASTRONOMİ VE ASTROFİZİK OLİMPİYATI BİRİNCİ AŞAMA SINAVI-2022

1. 8,5

2. $\left(M + \frac{m}{2}\right)gh$

3. 240

4. 2

5. $\frac{v_0}{12gt}$

6. 40,5 N

7. $\frac{m^3}{kg \cdot s^2}$

8. $\sqrt{3}$

9. $4\pi\sqrt{\frac{R^3}{\gamma M}}$

10. $\frac{1}{\sqrt{5}}$

11. 2

12. 0,95

13. $\arctan\left|\frac{R_x}{R_y}\right|$

14. 6

15. $T_2 - T_1 < 0$

16. 12

17. 100

18. 0,7

19. $\frac{2h}{\lambda m}$

20. $2\sqrt{2}4$

21. 37,5

22. $\frac{5}{2}$

23. $\sqrt{0,43} - \sqrt{0,21}$

24. 1100

25. 100

I ULUSAL ASTRONOMİ VE ASTROFİZİK OLİMPİYATI BİRİNCİ AŞAMA SINAVI-2022

$$1. \ell = \sqrt{x^2 + y^2} = \sqrt{\left(\frac{3 \cdot 2^3}{2} - 5 \cdot 2^2\right)^2 + \left(3 \cdot 2^2 + \frac{3 \cdot 2}{2}\right)^2} = 17 \text{ m};$$

$$v_{\text{ort}} = \frac{\ell}{t} = \frac{17}{2} = 8,5 \text{ m/s}$$

$$2. W = Mgh + mg \cdot \frac{h}{2} = \left(M + \frac{m}{2}\right) gh$$

$$3. W = F\ell = 110 \cdot 8 = 880 \text{ J}; E_p = mgh = mg\ell \sin 37^\circ = 10 \cdot 10 \cdot 8 \cdot 0,8 = 640 \text{ J}$$

$$E_k = W - E_p = 880 - 640 = 240 \text{ J}$$

$$4. F = \frac{mv^2}{R} \Rightarrow v = \sqrt{\frac{FR}{m}}; T = \frac{2\pi R}{v} = \frac{2\pi R}{\sqrt{\frac{FR}{m}}} = \frac{2\pi}{\sqrt{F}} \sqrt{mR}$$

$$T' = \frac{2\pi}{\sqrt{F}} \sqrt{2m \cdot 2R} = 2T$$

$$5. m v_0 = m \cdot \frac{v_0}{4} + 9mu; u = \frac{v_0}{12}$$

$$f \cdot 9mg = 9ma = \frac{9mu}{t}; f = \frac{u}{gt} = \frac{v_0}{12gt}$$

$$6. m_1 g - T_1 = m_1 a_1; T_2 - m_2 g = m_2 a_2; T_1 R_1 - T_2 R_2 = I \alpha; \alpha = \frac{a_1}{R_1} = \frac{a_2}{R_2}$$

$$\alpha = \frac{(m_1 R_1 - m_2 R_2) g}{I + m_1 R_1^2 + m_2 R_2^2} = \frac{4(0,4 - 0,25) \cdot 10}{10 + 4(0,4^2 + 0,25^2)} = 0,55 \text{ rad/s}^2$$

$$a_2 = \alpha R_2 = 0,55 \cdot 0,25 = 0,1377 \text{ m/s}^2$$

$$T_2 = m_2 (g + a_2) = 4 \cdot (10 + 0,1377) = 40,5 \text{ N}$$

$$7. F = ma; N = \frac{\text{kg} \cdot \text{m}}{\text{s}^2}$$

$$\frac{\text{kg} \cdot \text{m}}{\text{s}^2} = \frac{\gamma \text{kg}^2}{\text{m}^2}; \gamma = \frac{\text{m}^3}{\text{kg} \cdot \text{s}^2}$$

$$8. F_1 = \frac{\gamma M m}{r_1^2} = \frac{mv_1^2}{r_1} \Rightarrow v_1 = \sqrt{\frac{\gamma M}{r_1}} = \sqrt{\frac{\gamma M}{r}}; F_2 = \frac{\gamma M m}{r_2^2} = \frac{mv_2^2}{r_2} \Rightarrow v_2 = \sqrt{\frac{\gamma M}{r_2}} = \sqrt{\frac{\gamma M}{3r}}$$

$$\frac{v_1}{v_2} = \sqrt{3}$$

$$9. \frac{\gamma M^2}{(2R)^2} = \frac{Mv^2}{R} \Rightarrow v = \sqrt{\frac{\gamma M}{4R}}$$

$$T = \frac{2\pi R}{v} = \frac{2\pi R}{\sqrt{\frac{\gamma M}{4R}}} = 4\pi \sqrt{\frac{R^3}{\gamma M}}$$

10. Gezegenin kütlesi M ve yarıçapı R olsun. Gezegenin yüzeyinde ve ekvator üzerinde gezegen ile birlikte dönen küçük bir m kütleli cisme etki eden tepki kuvveti sıfır olması için gezegenin eksenini etrafındaki dönme periyodu;

$$F = \frac{\gamma Mm}{R^2} = \frac{\gamma \cdot \frac{\rho \cdot 4\pi R^3}{3} m}{R^2} = \frac{m \cdot 4\pi^2 R}{T^2} \Rightarrow T = \sqrt{\frac{3\pi}{\gamma \rho}}$$

olur. Aranan oran;

$$\frac{T_{Amin}}{T_{Bmin}} = \sqrt{\frac{\rho_B}{\rho_A}} = \frac{1}{\sqrt{5}}$$

olarak bulunur.

$$11. \frac{\gamma Mm}{R+3R} = \frac{mv_1^2}{2} \Rightarrow v_1 = \sqrt{\frac{\gamma M}{4R}}; \frac{\gamma Mm}{R} = \frac{mv_2^2}{2} \Rightarrow v_2 = \sqrt{\frac{\gamma M}{R}}; \frac{v_2}{v_1} = 2$$

$$12. m v_p r_p = m v_A r_A; \frac{v_p}{v_A} = 39 = \frac{r_A}{r_p}$$

$$39 = \frac{1+\epsilon}{1-\epsilon}; 39-39\epsilon=1+\epsilon; 40\epsilon=38; \epsilon=0,95$$

13. $R_x > 0$, $R_y < 0$ olur. $\tan\theta > 0$ olmalıdır. \tan karşı kenar bölü komşu kenar olarak tanımlanır.

$$14. kx_1 = 6mg; 3kx_2 = 3mg; \frac{x_1}{x_2} = 6$$

15. Tıpa çekilirse, daha önce V hacminde bulunan gaz, 2V hacmine genişlediği için parçacıkları arasındaki uzaklık artar. İdeal olmayan gazların molekülleri arasında etki eden kuvvet çekme kuvveti olduğu için parçacıklar arasındaki potansiyel enerjileri artar. Toplam iç enerji sabit kalacağına göre, parçacıkların kinetik enerjileri azalır, bununla birlikte sistemin sıcaklığı da azalır. Son sıcaklık T_2 ilk sıcaklık T_1 den küçük olmalıdır)

16. Aynanın optik eksenine paralel olarak y yükseklikte gelen bir ışın yansdıktan sonra aynanın odak noktasından geçer. Paralel ışık demeti Ayna tarafından oluşturulan görüntü göz merceği için cisim gibi davranıyor. Görüntü aynanın odağın-
dan;

$$m = \frac{\theta'}{\theta} = \frac{f_1}{b_1}; 36 = \frac{48}{b_1}; b_1 = \frac{4}{3} \text{ cm}$$

uzaklıkta oluşur. Bu görüntü merceği için cisim gibi davranır ve mercekten;

$$\frac{1}{a_2} + \frac{1}{b_2} = \frac{1}{f_2} \Rightarrow \frac{1}{\frac{4}{3}} + \frac{1}{b_2} = \frac{1}{1,2}; b_2 = 12 \text{ cm}$$

uzaklıktadır.

$$17. 10 = \frac{f_{ob}}{D}; f_{ob} = 10D = 10 \cdot 25 = 250 \text{ cm} = 2500 \text{ mm}$$

$$m = \frac{f_{ob}}{f_{göz}} = \frac{2500}{25} = 100$$

$$18. \theta = \frac{x}{H} = 1,22 \frac{\lambda}{D}; \frac{0,6}{500 \cdot 10^3} = 1,22 \cdot \frac{700 \cdot 10^{-9}}{D}; D \approx 0,7 \text{ m}$$

$$19. p_f = \frac{h}{\lambda}; p_e = mv; \frac{h}{\lambda} = \frac{mv}{2}; v = \frac{2h}{\lambda m}$$

20. Şekilde hidrojen-benzeri bir atomun enerji seviyeleri A ve B ile birlikte gösteriliyor. E enerjili fotonu yutunca elektronlar uyarılmış duruma geçiyorlar. Atomun 6 farklı dalga boyunda foton yayması 6 farklı geçiş olduğunu gösteriyor. Bu ancak sonradan uyarılmış durumun kuantum numarasının 4 olmasıyla mümkündür (şekle bakınız). B durumunun temel kuantum sayısı 1 ile 4 arasında olmalı yani $n_B=2$ veya $n_B=3$ olabilir. Soruda E enerjili fotonlar yutularak bir üst seviyeye geçiş yapıldığı verilmiş. Eğer $n_B=3$ olsaydı sonraki ışıma içinde E den küçük enerjili fotonlar bulunamazdı. Ama soruda olduğu belirtilmiş. Bu nedenle $n_B=2$ olmalı. Böylece $n=4$ ten $n=3$ e geçişler E den düşük enerjili fotonlar salacak.

21. $v=Hr=zc$; $r = \frac{zc}{H} = \frac{0,009 \cdot 3 \cdot 10^5}{72} = 37,5$ Mps

22. $L=4\pi R^2 \sigma T^4$; $\frac{L_B}{L_A} = 100 = \frac{R_B^2 \cdot T_B^4}{R_A^2 \cdot T_A^4} = \frac{R_B^2}{R_A^2} \cdot \left(\frac{10000}{5000}\right)^4$; $\frac{R_B}{R_A} = \sqrt{\frac{100}{2^4}} = \frac{5}{2}$

23. $m_\star - M_\star = 5 \log(d) - 5$; $14 - M_\star = 5 \log 300 - 5 = 5(\log 100 + \log 3) - 5 = 5(2 + 0,48) - 5 = 7,385$; $M_\star \approx 6,6$

$$M_\star - M_G = -2,5 \cdot \log \frac{L_\star}{L_G}; 6,6 - 5 = -2,5 \cdot \log \frac{L_\star}{L_G}; -0,64 = \log 0,23 = \log \frac{L_\star}{L_G}; \frac{L_\star}{L_G} = 0,23$$

$$r_{iç} = \sqrt{\frac{L_\star}{1,1 L_G}} = \sqrt{\frac{0,23}{1,1}} \approx \sqrt{0,21}; r_{dış} = \sqrt{\frac{L_\star}{0,53 L_G}} = \sqrt{\frac{0,23}{0,53}} \approx \sqrt{0,43}$$

24. Kozmolojik anlamda Evrenin genişlemesini incelemek için foton gazının basıncın ya da birim hacimdeki enerjinin sıcaklıkla nasıl bağlı olduğunu bilmek zorundayız. Bunu incelemek için içi aynalı olan bir prizma alabiliriz. Bu prizmanın tabanlarından birisi hareketli piston, diğer tabanı ise ısı geçiriyor. Pistona çarpan fotonların kazandıkları momentum değişimi $\Delta p = 2p$, düşen foton sayısı $\Delta N = \frac{n_0 \text{Sc} \Delta t}{6}$, olarak yazılabilir. Burada $n_0 = \frac{N}{V}$ fotonların konsantrasyonudur.

Fotonların uyguladıkları kuvvet ve basınç;

$$F = \frac{\Delta N \Delta p}{\Delta t}; P = \frac{F}{S} = \frac{N p c}{3V}$$

olarak bulunur. Fotonların momentumu;

$$p = \frac{W_1}{c}$$

olarak verilir. Burada $W_1 = \hbar \omega$ bir fotonun enerjisidir. N fotonun enerjisi;

$$U = N W_1$$

olarak yazılabilir. Buradan fotonların basıncı;

$$P = \frac{U}{3V}$$

olarak bulunur. M.K.T teoriden klasik gazın basıncı;

$$P = \frac{N m v^2}{3} = \frac{N p \cdot v}{3} = \frac{(\gamma - 1) U}{3V}$$

şeklinde yazıldığını biliyoruz. Bir atomlu gaz için adyabatik katsayısı $\gamma = \frac{C_P}{C_V} = \frac{5}{3}$ olarak yazılabilir. Foton gazı için $\gamma = \frac{4}{3}$

olarak bulunur. Foton gazı için adyabatik denklemler;

$$P V^\gamma = P_0 V_0^\gamma = \text{sabit}; P^{\frac{\gamma-1}{\gamma}} T = \text{sabit}; T V^{\gamma-1} = T_0 V_0^{\gamma-1} = T R = \text{sabit}$$

şeklinde yazılabilir. Buradan;

$$\frac{R_2}{R_1} = \frac{T_1}{T_2} = \frac{3000}{2,725} \approx 1100$$

olarak bulunur.

25. Gözlem yapılan dalga boyu ve teleskop çapı mikron cinsinden kullanılarak,

$$\theta \approx \frac{\lambda}{D} = \frac{2 \cdot 10^{-6}}{4} = 5 \cdot 10^{-7} \text{ rad}$$

Teleskobun çözümleyebileceği minimum fiziksel genişlik km cinsinden;

$$\theta \approx \frac{2R}{d} = \frac{2R}{1500 \cdot 3 \cdot 10^{13}} = 5 \cdot 10^{-7} \text{ rad} \Rightarrow R = 1125 \cdot 10^7 \text{ km}$$

Gereken süre;

$$t = \frac{R}{v} = \frac{1125 \cdot 10^7 \text{ km}}{1,125 \cdot 10^8 / \text{gün}} = 100 \text{ gün}$$

olarak bulunur.