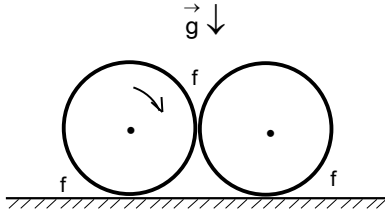
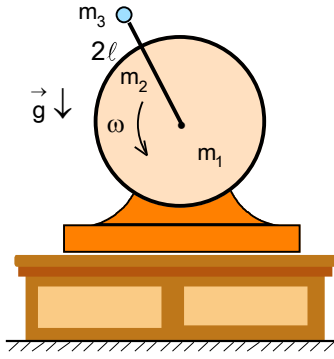


ŞUBAT KAMPI SINAVI-1994



1. Yatay ve sürtünme katsayısı  $f > 1$  olan düzlem üzerinde özdeş iki silindirik kabuk şeklindeki gibi bulunuyor. Silindir kabukları arasındaki sürtünme katsayısı  $f$  dir. Sağ silindirik kabuk hareketsiz, sol silindirik kabuk çok büyük açısal hız kadar döndürüldükten sonra yatay düzlem üzerine hareketsiz silindirik kabuğun yanına yerleştiriliyor.

Buna göre sistemin ivmesi nedir?



2. Kütleli  $m_1$  olan bir elektrik motoru sürtünmesiz yatay masa üzerinde bulunuyor. Motorun kütle merkezi motorun ekseninde bulunuyor. Motorun eksenine dik olarak uzunluğu  $2l$  ve kütlesi  $m_2$  olan bir çubuk bağlanmıştır. Çubuğun diğer ucunda kütlesi  $m_3$  olan bir cisim bulunuyor. Çubuk sabit  $\omega$  açısal hızı ile döndürülmektedir.

a) Motorun yatay düzlem üzerindeki hareket denklemleri nedir?

b) Motorun yatay düzleme dört cıvata ile tutturulduğunu varsayarak, her cıvata etki eden maksimum yatay kuvvet nedir?

c) Motor yatay düzleme bağlı değil ise hangi açısal hızda sıçramaya başlar?

3. a) Reel gazlardaki Van der Waals denklemi bir mol için;

$$\left(P + \frac{a}{V^2}\right)(V-b) = RT$$

şeklinde yazılabilir. Reel gazlarda kritik nokta; basıncın sabit sıcaklıkta hacme göre birinci ve ikinci türevinin sıfır olduğu durum olarak tanımlanmaktadır. Kritik noktada sıvı ya da gaz fazı bulunamaz, monofaz denilen tek bir faz vardır. Kritik basıncı ( $P_k$ ), hacmi ( $V_k$ ) ve sıcaklığı ( $T_k$ );  $a, b$  ve  $R$  cinsinden bulunuz. Bu kritik değerleri kullanarak  $\tau = \frac{T}{T_k}$ ,  $\pi = \frac{P}{P_k}$  ve

$\omega = \frac{V}{V_k}$  izafi parametreler ifade edilmektedir.

a) İzafi parametreler cinsinden Van der Waals denklemi nedir? Bu model için geçerli olan ve kritik parametresi;

olarak bilinen  $\xi = \frac{RT_k}{P_k V_k}$  parametrenin sayısal değeri nedir?

b) Van der Waals denkleminin uyan reel bir gaz için sabit hacimdeki molar ısı kapasitesi  $c_v$  sıcaklıktan bağımsız olduğuna göre adyabatik genleşme için geçerli ifade nedir?  $a=0$  kabul edersek adyabatik denklem nedir?

4. Sonsuz uzunlukta iki paralel levhali kondansatörde levhalar arası uzaklık  $h$  olup plakalar birbirine telle bağlıdır. Levhaların arasında tam orta noktada bir  $q$  yükü bulunmaktadır.

$q$  yükü plakalara dik olarak  $x$  kadar hareket ettirilirse bağlantı telinden ne kadar yük geçer?

5. Yüklü bir parçacık hareket hızı ile doğru orantılı bir direniş kuvveti ile karşılaştığı bir bölgeye girmektedir. İlk durumda bölgede manyetik indüksiyon alanı yoktur ve parçacık bölgenin giriş noktasından  $l$  kadar uzakta durmaktadır. Aynı hız ile ve aynı noktadan giriş yaptığında belli  $B$  manyetik alanında parçacık girişten  $l_1$  uzaklıkta durmaktadır.

Parçacık bölgeye aynı hız ile ve aynı noktadan  $0,5B$  manyetik alanı içine girdiğinde giriş noktasından durduğu uzaklık nedir?

6. Kesit alanı  $5 \text{ mm}^2$  olan telden yapılan dairesel yüzük, düşey çapı etrafında dönebilecek şekilde yerleştirilmiştir. Küçük bir pusula iğnesi (titreşim yapması engellenerek) yüzüğün merkezine yerleştiriliyor. Yüzük durgunken iğne dünyanın manyetik indüksiyon alanının yönünü göstermektedir. Yüzük  $100 \text{ Hz}$  frekansla döndürüldüğünde iğnenin  $1^\circ$  açığa saparak dengeye geldiği gözleniyor.

**Buna göre telin yapıldığı maddenin öz direnci nedir?** (Vakumun manyetik geçirgenlik katsayısı  $\mu_0 = 4\pi \cdot 10^{-7} \text{ N} \cdot \text{A}^{-2}$  olarak veriliyor.)

7. a) Yüzeyi  $y = \text{sabit}$  olan bir düzlemde bulunan ortamın kırıcılık indisi  $n = n(x)$  şeklinde değişmektedir.

**Eğer ışık  $y$  eksenine hemen hemen paralel olarak ortama girerse  $n = n_0 + \xi x$  kırıcılık indisi için eğrilik yarıçapı nedir?** (Burada  $n_0$  ve  $\xi$  birer sabittir)

b) Yarıçapı  $R_V$  olan Venüs gezegeninin atmosferinin Dünyanın atmosferinden çok daha yoğundur. Venüs gezegenin kırıcılık indisi, gezegen yüzeyinden  $h$  yüksekliğe bağlı olarak  $n = n_0 - \xi h$  şeklinde değişmektedir. Venüs gezegeninin atmosferinde ışığın içinden çıkmadığı bir kanal bulunmaktadır.

**Bu kanalın gezegenin yüzeyinden olan yüksekliği nedir? Kırılma olayını Dünya yüzeyi yakınında gerçekleştiğini kabul ederek, Güneşten gelen ışığın Dünyanın atmosferinde kırılarak Venüste olduğu gibi çember çizebilmesi için atmosfer basıncı kaç kat artmalıdır?** (Havanın kırıcılık indisi havanın öz kütleğine bağlı olarak  $n = 1 + \alpha \rho$  şeklinde değişmektedir. Normal basınç  $P_0 = 1,013 \cdot 10^5 \text{ Pa}$ , bu basınçta havanın kırıcılık indisi  $n_0 = 1,000293$ , gaz sabiti  $R = 8,31 \text{ J/mol} \cdot \text{K}$ , havanın molar kütle  $\mu = 29 \text{ g/mol}$ , havanın sıcaklığı  $T = 275 \text{ K}$ , yerçekimi ivmesi  $g = 9,8 \text{ m/s}^2$ , dünyanın yarıçapı  $R_D = 6370 \text{ km}$  olarak veriliyor.)

8. Bir yıldızın kütlesi  $M$  ve ışık akısı  $\Phi$  dir. Kütlesi  $m$  ve yelkenlerinin alanı  $S$  olan bir güneş yatı yıldızdan  $r$  uzaklıkta bulunmaktadır. Güneş yatı yelkenlere düşen fotonların sayesinde bir rüzgarla çalışan yata benzemektedir. Yelkenlerin yapıldığı malzeme tam yansıtıcı olmadığı için fotonların  $\xi$  kadarını ( $\xi < 1$ ) yansımaktadır. Yelkenlerin yüzeyleri otomatik olarak kontrol edilebiliyor. Böyle tasarlanmış güneş yatları çok ucuza taşımacılık yapılabilir.

a) Yatın yıldızdan  $r$  uzaklıkta dengede kalabilmesi için yelkenlerin alanı ne kadar olmalıdır?

b) Yatın tüm yelkenlerini kullanarak  $r$  uzaklıktan harekete geçip,  $nr$  uzaklığa uzaklaştığında kazanacağı hız nedir?

9. a) İyonizasyon enerjisi  $13,6 \text{ eV}$  olan iki hidrojen atomundan birisi durmakta, diğeri ise hareketli olup durgun atom ile esnek olmayan çarpışma yapmaktadır.

**Hareketsiz atomun uyarılması için hareketli hidrojen atomun minimum hızı ne kadar olmalıdır? Meydana gelen fotonların maksimum bağlı frekansların oranı nedir?** (Işık hızı  $c = 300\,000 \text{ km/s}$ ,  $1 \text{ eV} = 1,602 \cdot 10^{-19} \text{ J}$ , hidrojen atomun kütlesi  $m_H = 1,007825 \text{ a.k.b.}$ ,  $1 \text{ a.k.b.} = 1,66 \cdot 10^{-27} \text{ kg}$ , olarak veriliyor.)

ŞUBAT KAMPI SINAVI CEVAPLARI-1994

1.  $\frac{f(f-1)g}{2f^2 - f + 3}$

2. a)  $\frac{(m_2 + 2m_3)\ell \sin \omega t}{m_1 + m_2 + m_3}$

b)  $\frac{(m_2 + 2m_3)\ell \omega^2}{4}$

c)  $\sqrt{\frac{(m_1 + m_2 + m_3)g}{(m_1 + 2m_3)\ell}}$

3. a)  $\pi = \frac{8\tau}{3\omega - 1} - \frac{3}{\omega^2}$ ;  $\xi = \frac{RT_k}{P_k V_k} = \frac{8}{3}$

b)  $T(V-b)^{\gamma-1} = \text{sabit}$ ;  $P(V-b)^\gamma = \text{sabit}$

4.  $\frac{qx}{h}$

olarak bulunur.

5.  $\frac{2\ell_1}{\sqrt{1 + 3\left(\frac{\ell_1}{\ell}\right)^2}}$

olarak bulunur.

6.  $4 \cdot 10^{-7} \Omega \cdot m$

7. a)  $\frac{n}{\left(\frac{dn}{dx}\right)} = \frac{n}{\xi}$

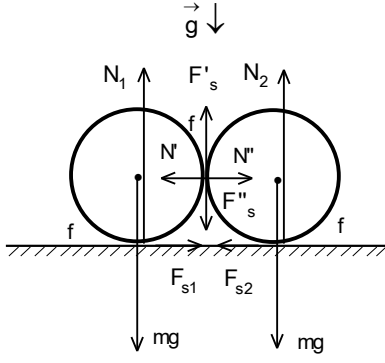
b) 4,25

8. a)  $\frac{4\pi c \gamma M m}{\Phi(1+\xi)c}$

b)  $\sqrt{2 \left[ \frac{\Phi(1+\xi)S}{4\pi mc} - \gamma M \right] \frac{(n-1)}{nr}}$

9.  $4,94 \cdot 10^4 \text{ m/s}$ ;  $1,65 \cdot 10^{-4}$

**ŞUBAT KAMPI SINAVI SORULARIN ÇÖZÜMLERİ-1994**



1. Sol silindirik kabuk çok büyük açısal hızla döndürüldüğü için temastan sonra kaymaya başlaması gerekir. Sağ silindirik kabuk ise iki silindirik kabuk arasında etki eden sürtünme kuvvetinin etkisi ile kaymadan dönmeye başlar. Bu sürtünme kuvveti sol silindirik kabuk için dönme yönünün zıt yönünde moment yaratmaktadır. Aynı kuvvet ise sağ silindirik kabuk için döndürücü etki göstermektedir. Sağ silindirik kabuk saat okun ters yönünde dönmeye başlar ve sistemi tümü sola doğru a ivmesi ile harekete geçirir. Sol silindirik kabuk için;

$$mg - N_1 - F_s = 0; F_s = fN; N = N' = N''; F_s = F'_s = F''_s$$

$$N - F_{s1} = ma; F_{s1} = fN_1$$

Sağ silindirin Newton denklemini yazabiliriz.

$$mg - N_2 + F_s = 0; F_{s2} - N = ma$$

Sağ silindire etki eden  $F_{s2}$  sürtünme kuvvetini bulabilmek için moment denkleme ihtiyacı vardır.

$$F_s r - F_{s2} r = J\alpha, J = mr^2; \alpha = \frac{a}{r}$$

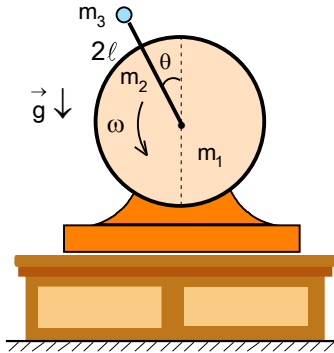
Buradan silindirler arasında etki eden tepki kuvveti ;

$$fN - (ma + N) = m \frac{a}{r}; N = \frac{2ma}{f-1}$$

olarak yazılabilir. Bu ifadenin yardımcı ile ivme;

$$\frac{2ma}{f-1} - f \left( mg - \frac{f2ma}{f-1} \right) = ma; a = \frac{f(f-1)g}{2f^2 - f + 3}$$

olarak bulunur.



2. Çubuk ile cisim sol tarafa geçerse motor yatay düzlem üzerinde  $x_1$  kadar sağ tarafa giderse kütle merkezi için;

$$x_m = \frac{m_1 x_1 - m_2 (\ell \sin \theta - x_1) - m_3 (2\ell \sin \theta - x_1)}{m_1 + m_2 + m_3} = 0$$

yazabiliriz. Buradan

$$x_1 = \frac{(m_2 + 2m_3) \ell \sin \theta}{m_1 + m_2 + m_3} = \frac{(m_2 + 2m_3) \ell \sin \omega t}{m_1 + m_2 + m_3} = A \sin \omega t$$

olarak bulunur. Yani bu motor titreşim yaparak hareket eder.

b) Motorun yatay düzleme dört cıvata ile tutturulursa motora yatay yönde;

$$N_x = (m_1 + m_2 + m_3) \ddot{x}_1 = (m_2 + 2m_3) \ell \omega^2 \sin \omega t$$

kuvvet etki eder. Bu kuvvetin maksimum değeri;

$$N_{x\text{mak}} = (m_2 + 2m_3) \ell \omega^2$$

her cıvata etki eden yatay kuvvet;

$$F_x = \frac{(m_2 + 2m_3) \ell \omega^2}{4}$$

olur.

c) Motora düşey yönde;

$$N_y = (m_1 + m_2 + m_3) \ddot{x}_1 = (m_2 + 2m_3) \ell \omega^2 \sin \omega t$$

kuvvet etki eder. Bu kuvvetin maksimum değeri;

$$N_{y\text{mak}} = (m_2 + 2m_3) \ell \omega^2$$

Motor yatay düzleme bağlı değil ise sıçraması için;

$$(m_1 + m_2 + m_3)g = (m_2 + 2m_3) \ell \omega^2$$

olmalıdır. Buradan;

$$\omega = \sqrt{\frac{(m_1 + m_2 + m_3)g}{(m_2 + 2m_3)\ell}}$$

olarak bulunur.

3. a) Reel gazlardaki Wan der Walls denkleminde basınç;

$$P = \frac{RT}{V-b} - \frac{a}{V^2}$$

olarak yazılabilir. Reel gazlarda kritik nokta; basıncın sabit sıcaklıkta hacme göre birinci ve ikinci türevinin sıfır olduğu durum olarak tanımlandığı için bu ifadenin birinci ve ikinci türevi alalım. Hacme göre türev;

$$\left(\frac{\partial P}{\partial V}\right)_T = -\frac{RT}{(V-b)^2} + \frac{2a}{V^3} = 0; \frac{RT_k}{(V_k-b)^2} = \frac{2a}{V_k^3}$$

$$\left(\frac{\partial^2 P}{\partial V^2}\right)_T = \frac{2RT}{(V-b)^3} - \frac{6a}{V^4} = 0; \frac{2RT_k}{(V_k-b)^3} = \frac{6a}{V_k^4}$$

vermektedir. Bu denklemi taraf tarafa bölersek;

$$3(V_k-b) = 2V_k; V_k = 3b$$

elde edebiliriz. Kritik sıcaklık ve kritik basınç;

$$T_k = \frac{2a(V_k-b)}{RV_k^3} = \frac{8a}{27bR}; P_k = \frac{RT_k}{V_k-b} - \frac{a}{V_k^2} = \frac{a}{27b^2}$$

olarak bulunur. Kritik değerleri kullanarak  $\tau = \frac{T}{T_k}$ ,  $\pi = \frac{P}{P_k}$  ve  $\omega = \frac{V}{V_k}$  izafi parametreleri kullanarak;

$$\frac{a\pi}{27b^2} = \frac{R}{3b\omega-b} - \frac{a}{9b^2\omega^2}; \pi = \frac{8\tau}{3\omega-1} - \frac{3}{\omega^2}$$

olarak yazılabilir. Kritik parametre

$$\xi = \frac{RT_k}{P_k V_k} = \frac{8}{3}$$

olarak bulunur.

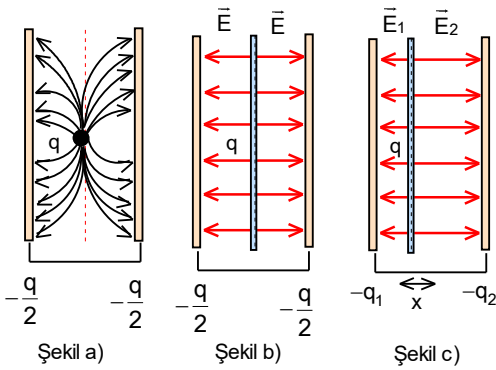
b) Wan der Walls denkleminde uyum reel bir gaz için sabit hacimdeki molar ısı kapasitesi  $c_v$  sıcaklıktan bağımsız olduğuna göre adyabatik genişleme için geçerli ifade;

$$\delta Q = 0 = c_v dT + PdV = c_v dT + \frac{RTdV}{V-b}; a=0 \text{ ise}$$

$$\frac{c_v dT}{T} + \frac{RdV}{V-b} = 0; \ln [T^{c_v} (V-b)^R] = \text{sabit}$$

$$T(V-b)^{\frac{c_v}{R}} = T(V-b)^{\gamma-1} = \text{sabit}; P(V-b)^\gamma = \text{sabit}$$

olarak yazılabilir.



4. Levhaların arasında tam orta noktada bulunan  $q$  yükü her iki levhada  $-0,5q$  yük indükte etmektedir. Elektrik alan çizgileri Şekil a) daki gibidir. Noktasal yük yerine düz bir levha üzerinde yayılan  $q$  yükü inceleyebiliriz. Bu durumda elektrik alanlar birbirine eşit ve zıt yönlüdür. Yüklü olan levha, yani  $q$  yükü  $x$  kadar hareket ettirilirse elektrik alanlar artık farklı olur. Potansiyel fark iki levha birbirine tellerle bağlı oldukları için sıfır olur.

$$E_1 \left(\frac{h}{2} - x\right) - E_2 \left(\frac{h}{2} + x\right) = 0$$

$$E_1 = \frac{\sigma_1}{2\epsilon_0}; E_2 = \frac{\sigma_2}{2\epsilon_0}$$

$$\sigma_1 + \sigma_2 = \sigma$$

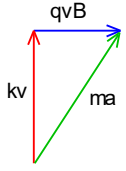
Buradan;

$$\sigma_1 = \frac{\sigma(h+2x)}{2h}; \sigma_2 = \frac{\sigma(h-2x)}{2h}$$

aralarındaki fark;

$$\sigma_1 - \sigma_2 = \frac{\sigma x}{h}; \Delta q = \frac{qx}{h}$$

olarak bulunur.



5. Yüklü bir parçacık hareket hızı ile doğru orantılı bir direniş kuvveti ile karşılaştığı bölgeye girdiklerinde manyetik kuvvetin etkisi ile sapmaya başlamaktadırlar. Manyetik kuvvet sürekli hıza dik olduğu için direniş kuvveti ile manyetik kuvvetlerde birbirine dik olacaktır. Toplam momentum değişimi bu iki vektörün vektörel toplamının yönünde olacaktır.

$$ma = \sqrt{(kv)^2 + (qvB)^2}; m \frac{\Delta v}{\Delta t} = \sqrt{\left(k \frac{\Delta \ell}{\Delta t}\right)^2 + \left(q \frac{\Delta \ell}{\Delta t} B\right)^2}$$

Momentum değişimi;

$$mv_0 = \sqrt{(k\ell)^2 + (q\ell B)^2}$$

olarak yazılabilir. İki durum için;

$$mv_0 = \sqrt{(k\ell_1)^2 + (q\ell_1 B)^2} = \sqrt{(k\ell_2)^2 + \left(q\ell_2 \frac{B}{2}\right)^2} = k\ell$$

yazabiliriz. Buradan;

$$k^2 \ell_1^2 + q^2 B^2 \ell_1^2 = k^2 \ell^2 \Rightarrow q^2 B^2 \ell_1^2 = k^2 (\ell^2 - \ell_1^2); k^2 \ell_2^2 + \frac{q^2 B^2 \ell_2^2}{4} = k^2 \ell^2 \Rightarrow q^2 B^2 \ell_2^2 = 4k^2 (\ell^2 - \ell_2^2)$$

$$\frac{\ell_1^2}{\ell_2^2} = \frac{\ell^2 - \ell_1^2}{4(\ell^2 - \ell_2^2)} \Rightarrow 4\ell^2 \ell_1^2 - 4\ell_1^2 \ell_2^2 = \ell^2 \ell_2^2 - \ell_1^2 \ell_2^2 \Rightarrow 4\ell^2 \ell_1^2 = \ell^2 \ell_2^2 + 3\ell_1^2 \ell_2^2; \ell = \frac{2\ell_1}{\sqrt{1 + 3\left(\frac{\ell_1}{\ell}\right)^2}}$$

olarak bulunur.

7. Dönme esnasında halkadan geçen manyetik akı;

$$\Phi = \vec{B} \cdot \vec{S} = B\pi r^2 \cos \omega t$$

halkada indükte edilmiş e.m.k.;

$$\mathcal{E} = -\frac{d\Phi}{dt} = B\pi r^2 \omega \sin \omega t$$

halkada akan akım;

$$I = \frac{\mathcal{E}}{\mathcal{R}} = \frac{B\pi r^2 \omega \sin \omega t}{\mathcal{R}} = I_0 \sin \omega t$$

olarak yazılabilir. Akımın etkin değeri;

$$I_e = \frac{I_0}{\sqrt{2}} = \frac{B\pi r^2 \omega}{\sqrt{2} R}; \omega = 2\pi v; \mathcal{R} = \rho \frac{\ell}{S} = \rho \frac{2\pi r}{S}$$

olur. Akımın halkanın merkezinde oluşturduğu manyetik indüksiyon alanı;

$$B'_{\text{mak}} = \frac{\mu_0 I_e}{2r} = \frac{\mu_0}{2r} \frac{B\pi r^2 2\pi v}{\sqrt{2} \frac{\rho 2\pi r}{S}} = \frac{\sqrt{2} \pi \mu_0 B S v}{4\rho}$$

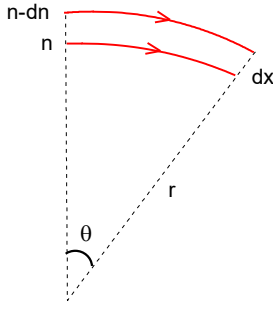
olarak yazılabilir. İğnenin sapması;

$$\tan \theta = \frac{\pi}{180^\circ} = \frac{B'_{\text{mak}}}{B} = \frac{\sqrt{2} \pi \mu_0 S v}{4\rho B}$$

olarak yazılabilir. Buradan;

$$\rho = 45^\circ \sqrt{2} \mu_0 v S \approx 4.10^{-7} \Omega \cdot m$$

olarak bulunur.



7. a) Birbirine çok yakın ve aralarındaki uzaklık dx olan iki ışın inceleyelim. Birinci ışının girdiği noktasında ortamın kırıcılık indisi n, ikinci ışının indisi n-dn olsun. Bu iki ışın eşit sürede yarıçapı R yay üzerinde hareket etmelidirler.

$$t = \frac{r\theta}{c} = \frac{(r+dx)\theta}{c}$$

$$n \cdot r = (n-dn)(r+dx); \quad ndx = rdn; \quad r = \frac{n}{\left(\frac{dn}{dx}\right)} = \frac{n}{\xi}$$

olarak bulunur.

b) Venüs gezegeninin atmosferinde ışığın içinden çıkmadığı kanalın yüksekliği h;

$$t = \frac{2\pi(r+h)}{c} = \frac{2\pi(r+h+\Delta h)}{c}; \quad h = \frac{1}{2} \left( \frac{n_0}{\xi} - r \right)$$

olarak bulunur. Kırıcılık indisi ifadesinden  $\alpha$ ;

$$n_0 = 1 + \alpha\rho = 1 + \frac{\alpha\mu P_0}{RT}; \quad 1,000293 = 1 + \frac{\alpha \cdot 29 \cdot 10^{-3} \cdot 10^5}{8,314 \cdot 275}; \quad \alpha = 23 \cdot 10^{-5} \text{ kg/m}^3$$

olarak bulunur. Havanın basıncı genel ve küçük h yükseklikler için;

$$P = P_0 e^{-\frac{\mu gh}{RT}}; \quad P = P_0 \left( 1 - \frac{\mu gh}{RT} \right)$$

şeklinde değişmektedir. Öz kütle için;

$$\rho = \frac{\mu P}{RT} = \frac{\mu P_0}{RT} \left( 1 - \frac{\mu gh}{RT} \right)$$

yazabiliriz. Kırıcılık indisi ifadesinden;

$$n = 1 + \frac{\alpha\mu P_0}{RT} \left( 1 - \frac{\mu gh}{RT} \right); \quad \frac{dn}{dh} = -\frac{\alpha\mu^2 P_0 g}{R^2 T^2} = -\xi$$

olarak bulunur. Işının çizdiği dairenin yarıçapı için;

$$r = \frac{n}{\xi} = \frac{1 + \alpha\rho}{\xi}$$

yazabiliriz. Olay dünyanın yüzeyine çok yakında gerçekleşirse;

$$\rho = \frac{\mu P_0'}{RT}$$

olarak alınabilir. Buradan gerekli olan basınç;

$$P_0' = \frac{RT}{\alpha\mu \left( \frac{\mu g}{RT} - 1 \right)} \approx 43 \cdot 10^5 \text{ Pa} = 4,25 P_0; \quad n = 4,25$$

olarak bulunur.

8. a) Işık akısı  $\Phi$  olan yıldızdan bir saniyede birim yüzeye düşen foton sayısı

$$\Phi = 4\pi r^2 N \hbar \omega; N = \frac{\Phi}{4\pi r^2 \hbar \omega}$$

olarak yazılabilir. Bir fotonun momentumu;

$$p = \frac{\hbar \omega}{c}$$

yansıyan fotonların momentum değişimi;

$$\Delta p_1 = 2p$$

soğurulan fotonların momentum değişimi;

$$\Delta p_2 = p$$

olur. Fotonların düştükleri yüzey üzerine oluşturdukları basınç

$$P = \xi N \Delta p_1 + (1 - \xi) N \Delta p_2 = \frac{\Phi(1 + \xi)}{4\pi r^2 c}$$

olur. Yatın hareket denklemi

$$ma = PS - \frac{\gamma M m}{r^2} = \frac{\Phi(1 + \xi) S}{4\pi r^2 c} - \frac{\gamma M m}{r^2}$$

olarak yazılabilir. Yatın hareketsiz kalabilmesi için  $a=0$  alan

$$S_0 = \frac{4\pi c \gamma M m}{\Phi(1 + \xi)}$$

olmalıdır.

b)  $S < S_0$  ise yat güneşe doğru hareket etmektedir.  $S > S_0$  ise yat güneşten uzaklaşmaktadır. Yat tüm yelkenlerini kullanarak harekete geçerse ulaştığı hız

$$ma = m \frac{dv}{dt} = m \frac{dv}{dr} \frac{dr}{dt} = mv \frac{dv}{dr} = \frac{\Phi(1 + \xi) S}{4\pi r^2 c} - \frac{\gamma M m}{r^2}$$

$$\int_0^v v dv = \left[ \frac{\Phi(1 + \xi) S}{4\pi m c} - \gamma M \right] \int_r^{nr} \frac{dr}{r^2}; \frac{v^2}{2} = \left[ \frac{\Phi(1 + \xi) S}{4\pi m c} - \gamma M \right] \left( \frac{1}{r} - \frac{1}{nr} \right); v = \sqrt{2 \left[ \frac{\Phi(1 + \xi) S}{4\pi m c} - \gamma M \right] \frac{(n-1)}{nr}}$$

olarak bulunur.



9. Hidrojen atomunun yarıçapını bulmak için dinamik yasasına;

$$\frac{mv^2}{r} = \frac{Ze^2}{4\pi\epsilon_0 r^2}; mv^2 = \frac{Ze^2}{4\pi\epsilon_0 r}; 2 \cdot \frac{mv^2}{2} = - \left( - \frac{Ze^2}{4\pi\epsilon_0 r} \right); \mathcal{E}_{pn} = -2 \mathcal{E}_{kn}$$

enerji korunumu yasasına;

$$\mathcal{E} = \mathcal{E}_k + \mathcal{E}_p = \frac{mv^2}{2} - \frac{Ze^2}{4\pi\epsilon_0 r} = - \frac{Ze^2}{8\pi\epsilon_0 r}$$

ve açısal momentumun kuantize olduğu ilkesine;

$$L = n\hbar = mvr$$

ihtiyaç vardır. Buradan n.ci yörüngenin yarıçapı

$$m^2 v^2 r^2 = n^2 \hbar^2; m^2 \frac{Ze^2}{4\pi\epsilon_0 mr} r^2 = n^2 \hbar^2; r_n = \frac{4\pi\epsilon_0 \hbar^2}{me^2} \cdot \frac{n^2}{Z}$$

olarak bulunur. Buradan enerji,

$$\mathcal{E}_n = - \frac{Ze^2}{8\pi\epsilon_0 \frac{4\pi\epsilon_0 \hbar^2}{me^2} \cdot \frac{n^2}{Z}} = - \frac{me^4}{32\pi^2 \epsilon_0^2 \hbar^2} \frac{Z^2}{n^2} = - \frac{13,6Z^2}{n^2}; \frac{me^4}{32\pi^2 \epsilon_0^2 \hbar^2} = 13,6 \text{ eV}$$

olarak bulunur. İki hidrojen atomun çarpışma esnasında hareketsiz atomun uyarılması için hareketli hidrojen atomun minimum hızı hareketsiz atomda elektronun birinci seviyeden ikinci seviyeye uyarılması ile mümkündür. Buradan minimum enerji;

$$\Delta \mathcal{E} = 13,6 \left( \frac{1}{1^2} - \frac{1}{2^2} \right) = \frac{3 \cdot 13,6}{4} = 10,2 \text{ eV}$$

olarak bulunur. Çarpışma esnek olmadığı için momentum korunumu yasası geçerlidir. Buradan çarpışmadan sonra atomların hızları;

$$mv = 2mu; u = \frac{v}{2}$$

olarak bulunur. Başlangıç ile son kinetik enerjileri arasındaki fark hareketsiz atomun uyarılması için gitmektedir.

$$\Delta \mathcal{E} = \frac{mv^2}{2} - \frac{2mu^2}{2} = \frac{mv^2}{4}$$

Buradan hız;

$$v = \sqrt{\frac{3 \cdot 13,6}{m}} = \sqrt{\frac{3 \cdot 13,6 \cdot 10^{-19}}{1,007825 \cdot 1,66 \cdot 10^{-27}}} = 4,94 \cdot 10^4 \text{ m/s}$$

olarak bulunur. Meydana gelen fotonların maksimum bağıl frekansı fotonların atomun hareketinin yönünde ya da hareketin zıt yönünde yayınlanması ile gerçekleşmektedir. Doppler olayına göre bu fotonların frekansları;

$$v_1 = v_0 \left( 1 + \frac{u}{c} \right); v_2 = v_0 \left( 1 - \frac{u}{c} \right)$$

olarak yazılabilir. Bağıl frekansların oranı;

$$\frac{\Delta v}{v_{ort}} = \frac{v_1 - v_2}{v_1 + v_2} = \frac{v}{c} = \frac{4,94 \cdot 10^4}{300000 \cdot 10^3} = 1,65 \cdot 10^{-4}$$

olarak bulunur.