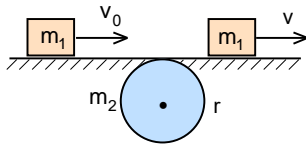
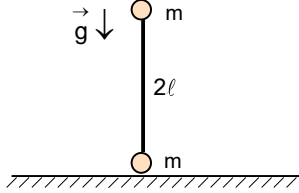


ŞUBAT KAMPI SINAVI-1992



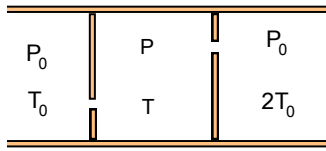
1. Yarıçapı r ve kütlesi m_2 olan homojen bir silindir yatay eksenini etrafında serbestçe dönebilmektedir. Kütlesi m_1 olan bir takoz sağa doğru v_0 hızı ile yatay ve sürtünmesiz düzlem üzerinde hareket etmekte ve silindire değerek sağ tarafa doğru hareketine devam etmektedir. Takoz silindir ile ilk temasında silindir üzerinde kaymakta ve aralarındaki sürtünme çok büyük olduğundan kayma hareketi kütle silindiri terk etmeden önce son bulmaktadır.

Buna göre takozun son v hızı nedir?



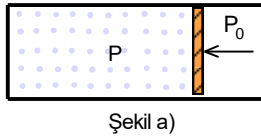
2. Sürtünmesiz yatay masa üzerinde uzunluğu 2ℓ olan ve düşey konumda bulunan ağırlıksız bir çubuğun uçlarında kütleleri m olan noktasal iki cisim bulunuyor.

Ufak bir itme ile denge bozulduğuna göre zeminin çubuğa uyguladığı tepki kuvvetini çubuğun yatayla yaptığı θ açısının fonksiyonu olarak nedir?



3. Isıca yalıtılmış bir borunun ön ve arka kısımları birbirine iki eşit alanlı yarıklı bir bölme ile bağlıdır. Ön kısmında basıncı P_0 ve sıcaklığı T_0 helyum gazı arka kısmında basıncı P_0 ve sıcaklığı $2T_0$ helyum bulunmaktadır.

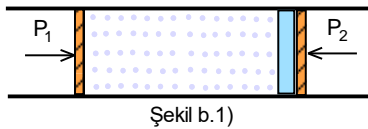
Buna göre sol ve sağ kısımları birbirine bağlayan orta kısmında bulunan helyum gazının basıncı ve sıcaklığı nedir?



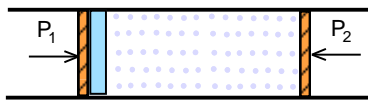
Şekil a)

4. a) Bir silindirde bulunan pistonun sol tarafında bir mol ideal gazın basıncı izotermal olarak $2P_0$ basıncından, pistonun sağ tarafında bulunan P_0 atmosfer basıncına kadar indirilmektedir. Piston ve silindir Şekil a) daki gibi çok iyi ısı ileticisi olup hava için bir termostat vazifesi görmektedirler. Gazın genişmesi sırasında pistonu etki eden sürtünme kuvveti pistonun çok yavaş, ivmelenmeden hareket etmesini sağlamaktadır.

Bu durumda gazdaki, atmosferdeki ve toplam entropideki değişimi nedir? (Gaz sabiti $R=8,31 \text{ J}/(\text{mol}\cdot\text{K})$ olarak veriliyor.)



Şekil b.1)



Şekil b.2)

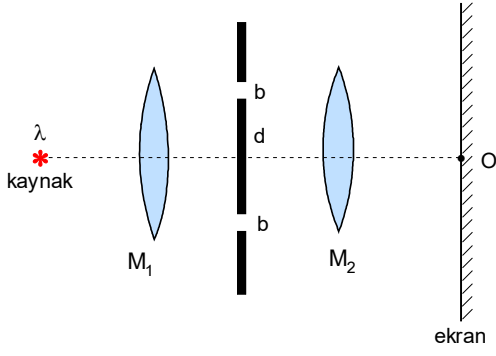
b) İki tarafı da açık, çok uzun ve adyabatik olarak izole edilmiş bir silindirin içinde bulunan ve sürtünmesiz olarak hareket edebilen iki piston arasında ideal bir gaz bulunmaktadır. Başlangıçta sağ piston tarafına yarıklı olan bir tıpa yerleştirilmiştir. Gaz sol piston ile tıpa arasında termodinamik dengede bulunmaktadır. Sol pistonu Şekil b.1) deki gibi P_1 , sağ pistonu $P_2 < P_1$ basınç uygulanmaktadır. Uygulanan basınçlar sayesinde tıpadan geçen gaz sağ pistonu yavaşça itmektir. Bu işlemin sonunda tıpa sol piston ile temas etmektedir, gaz ise Şekil b.2) deki gibi tıpanın sağ tarafına tamamen geçmektedir.

Bu proses için $H=U+PV$ ve gazın sıcaklığının değişimi nedir? (Burada U iç enerjidir.)

c) Yukarıdaki şıkta belirten iki piston arasında foton gazı bulunsaydı sıcaklık değişimi nasıl gerçekleşir? (Foton gazının basıncı $P=\frac{\sigma T^4}{3}$, iç enerjisi $U=\sigma T^4 V$ şeklinde değişmektedir. Burada σ bir sabittir.)

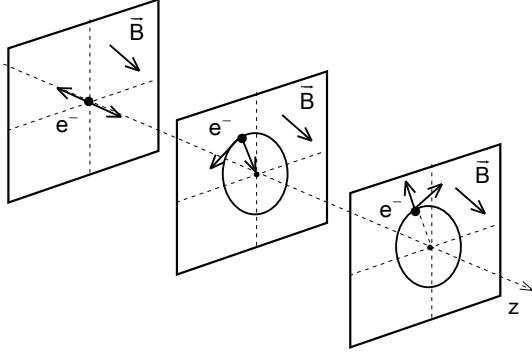
5. Betatron elektronların hızlandırılmasında kullanılan bir alettir. Bir betatronda silindirik bir hacimde manyetik alanı hem zamana göre hem de silindirik bölgenin yarıçapına göre değişmektedir.

Bu betatronda elektronların dairesel yörüngesinin değişmemesi için manyetik alanın yörüngedeki değeri $B_r(t)$ ile manyetik alanın elektronun yörüngesi içinde kalan alandaki ortalama değeri $B_{ort}(t)$ arasındaki bağıntı nedir?



6. Yarıklar aralığı b yarıklar arası uzaklığın d olduğu bir çift yarıklar, dalga boyu 6000 \AA olan tek renkli ışık kaynağı ile aydınlatılıyor. Işık kaynağı M_1 merceğinin eksenine ise M_2 merceğinin odak düzleminde olup merceklerin odak uzaklıkları 1 m dir.

$d=200 \text{ mikrometre}=100b$ ve $d=200 \text{ mikrometre}=2b$ verilen her iki durum için ekranda oluşan görüntüyü tanımlayıp, şeklini kabaca çiziniz. Her iki durumda girişim için olan şartı, oluşan girişim maksimum çizgi sayısını bulunuz. O merkezinden itibaren oluşan iki karanlık saçığın bu noktaya uzaklığını bulup bu iki durumu birbiri ile karşılaştırınız.



7. Zeeman olayı gazların emisyon çizgileri frekanslarının manyetik alan etkisi ile değişmesidir. Klasik olarak, elektronların gaz atomlarında yay sabiti $k=m\omega_0^2$ olan bir yay ile bağlı olduğuna ve emisyon çizgilerinde monokromatik açısız frekansının ω_0 olduğunu farz edebiliriz.

Manyetik indüksiyon alanı uygulanmadığında gazdaki elektronların hareketinin z yönünde çizgisel titreşimler ve z ekseninde sağa ve sola doğru olan dairesel hareketler olarak kabul edersek bu gazın z yönünde çok küçük bir B_0 manyetik alanı uyguladığımızda emisyon çizgilerinin frekanslarındaki değişim $\omega_0 \pm \Delta\omega$ nedir?

8. Kuantum mekanik hareketinden dolayı bu nötronların bir basıncı mevcuttur ve bu basınç gravitasyon basıncına karşı koymaktadır. Nötronlar fermiyon parçacıklarının oldukları için onlara Pauli prensibi geçerlidir. Pauli prensibine göre aynı spine sahip iki nötron aynı enerji seviyesinde aynı sistemde bulunamazlar. Bu sistem yıldız ise çökme sonunda dengeye ulaşmış bütün nötronlar bir ultrarölativistik gaz gibi davranmaya başlarlar. Nötronların oluşturduğu basıncı bulmak için N sayıda nötronlar V hacimdeki bir bölgede en düşük enerji seviyesinde bulunduğunu kabul edelim. (sıcaklık $T=0$ kabul edilebilir).

V hacimdeki nötronların toplam enerjisini, basıncı ve adyabatik katsayısı nedir? Çok yüksek sıcaklıklarda ultrarölativistik gaz gibi kabul edilen bu nötron gazının oluşturduğu basınç ve adyabatik katsayısı nedir?

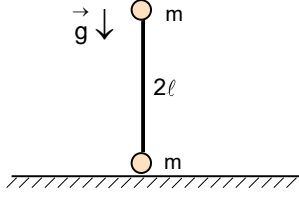
(Momentum uzayında bir nötrona düşen hacim $h^3=(2\pi\hbar)^3$ olarak verilir. Momentum uzayında nötronlar sıfır momentumdan p_{mak} momentuma kadar değer almaktadırlar. Momentum uzayında p ve $p+dp$ momentumları arasındaki nötron

sayısı küresel koordinatlarda $dN=2V \frac{4\pi p^2 dp}{(2\pi\hbar)^3}$ ile verilmektedir. 2 faktörü spinin iki yönü belirtmektedir. (p_{mak} yüzeyi

Fermi yüzeyi olarak bilinmektedir)

ŞUBAT KAMPI SINAVI CEVAPLARI-1992

1. $\frac{2m_1v_0}{2m_1+m_2}$



2. Sürtünmesiz yatay masa üzerinde uzunluğu 2ℓ olan ve düşey konumda bulunan ağırlıksız bir çubuk bulunmaktadır. Çubuğun uçlarında kütleleri m olan noktasal iki cisim bulunuyor.

Ufak bir itme ile denge bozulduğuna göre zeminin çubuğa uyguladığı tepki kuvvetini çubuğun yatayla yaptığı θ açısının fonksiyonu olarak nedir?

2. $\frac{2mg(2-2\sin\theta+\sin^2\theta)}{(1+\cos^2\theta)^2}$

3. $\frac{(\sqrt{2}+1)P_0}{2^4\sqrt{2}}; \sqrt{2}T_0$

4. a) $R\ln 2=5,76 \text{ J/mol.K}$

b) $H=c_p T=\text{sabit}$

c) $T_2 < T_1$

5. $B_{\text{ort}}(t)=2B_r(t)$

6. $J_0 \frac{\sin^2\beta}{\beta^2}; \beta=\frac{\varphi_b}{2};$

7. $\omega_0 + \frac{eB}{2m}$

8. $E = \frac{3\hbar^2}{10m} \left(\frac{3\pi^2 N^{5/2}}{V} \right)^{2/3}; P = -\frac{\hbar^2}{5m} (3\pi^2)^{2/3} \left(\frac{N}{V} \right)^{5/3}$

$E = \frac{3\hbar c}{4} \left(\frac{3\pi^2 N^4}{V} \right)^{1/3}; P = -\frac{dE}{dV} = -\frac{\hbar c}{4} (3\pi^2)^{1/3} \left(\frac{N}{V} \right)^{4/3}$

ŞUBAT KAMPI SINAVI SORULARIN ÇÖZÜMLERİ-1992

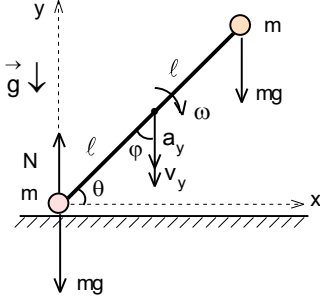
1. Bu durumda açısal momentum korunumu yasasını diskin kütle merkezine göre uygulayabiliriz.

$$m_1 v_0 r = J_{02} \omega + m_1 v r; J_{02} = \frac{m_2 r^2}{2}; \omega = \frac{v}{r}$$

Bu denklemlerden;

$$v = \frac{2m_1 v_0}{2m_1 + m_2}$$

olarak bulunur.



2. Çubuğun bulunduğu düzlem sürtünmesiz olduğu için sistemin kütle merkezi aynı düşey doğru üzerinde kalmaktadır. Hareket süresince çubuk için öteleme ve dönme hareketi için;

$$2mg - N = 2ma_y; N \cos \theta = J\alpha; J = 2m\ell^2$$

yazabiliriz. Burada $\alpha = \ddot{\phi}$ sistemin kütle merkezinin etrafındaki açısal ivmesidir. θ ve ϕ açıları arasındaki bağıntı;

$$\theta + \phi = 90^\circ; \alpha = \ddot{\phi} = -\ddot{\theta}$$

olur. Bu dinamik denklemlere ilave olarak enerji korunumu yasasını kullanabiliriz.

$$mg \cdot 2\ell = mg \cdot 2\ell \sin \theta + \frac{2mv_y^2}{2} + \frac{J\omega^2}{2}$$

Burada $\omega = \dot{\phi} = -\dot{\theta}$ sistemin kütle merkezi etrafındaki açısal hızdır. Verilen denklemler soruyu çözmek için yeterli değildir. Bu denklemlere ilave olarak kinematik bağıntılar kullanılabilir. Sistemin kütle merkezinin yüksekliği

$$\vec{y} = \ell \sin \theta \cdot \vec{j}$$

olarak yazılabilir. Burada \vec{j} birim vektördür. Bu ifadenin birinci ve ikinci türevi alabiliriz. Buradan yönü de göz önünde bulundurursak

$$v_y = -\dot{y} = -\ell \cos \theta \cdot \dot{\theta}; a_y = -\ddot{y} = -\ell \cos \theta \cdot \ddot{\theta} + \ell \sin \theta \cdot \dot{\theta}^2$$

olarak yazılabilir. Bu ifadeleri kullanarak enerji korunumu yasasındaki ifadeyi kullanarak

$$2mg\ell(1 - \sin \theta) = m\ell^2 \cos^2 \theta \cdot \dot{\theta}^2 + m\ell^2 \dot{\theta}^2; \dot{\theta}^2 = \frac{2g(1 - \sin \theta)}{\ell(1 + \cos^2 \theta)}$$

elde edilir. Dönme denkleminde

$$\ddot{\theta} = -\frac{N \cos \theta}{2m\ell}$$

olarak yazılabilir. Son olarak öteleme hareketin denkleminde

$$2mg - N = 2m \left[\ell \sin \theta \cdot \frac{2g(1 - \sin \theta)}{\ell(1 + \cos^2 \theta)} + \ell \cos \theta \cdot \frac{N \cos \theta}{2m\ell} \right] = \frac{4mg(1 - \sin \theta) \sin \theta}{1 + \cos^2 \theta} + N \cos^2 \theta$$

$$N(1 + \cos^2 \theta) = 2mg - \frac{4mg(1 - \sin \theta) \sin \theta}{1 + \cos^2 \theta} = 2mg \frac{1 + \cos^2 \theta + 2(\sin \theta - \sin^2 \theta)}{1 + \cos^2 \theta} = \frac{2mg(2 - 2\sin \theta + \sin^2 \theta)}{1 + \cos^2 \theta}$$

$$N = \frac{2mg(2 - 2\sin \theta + \sin^2 \theta)}{(1 + \cos^2 \theta)^2}$$

olarak bulunur.

3. Helyim atomların ön, arka ve orta bölemlerdeki konsantrasyonları sırasıyla;

$$n_{01} = \frac{P_0}{kT_0}; n_{02} = \frac{P_0}{2kT_0}; n_0 = \frac{P}{kT};$$

Helyim atomların ön, arka ve orta bölemlerdeki hızları sırasıyla;

$$v_1 = \sqrt{\frac{3kT_0}{m}}; v_2 = \sqrt{\frac{3k \cdot 2T_0}{m}}; v = \sqrt{\frac{3kT}{m}}$$

ile verilir. Orta kısmındaki basıncın sabit kalabilmesi için hacme giren tanecik hacimden çıkan sayısına eşit olmalıdır. Bu durumda;

$$\frac{n_{01}Sv_1\Delta t}{6} + \frac{n_{02}Sv_2\Delta t}{6} = 2 \cdot \frac{n_0Sv\Delta t}{6} \Rightarrow n_{01}v_1 + n_{02}v_2 = 2n_0v$$

$$\frac{P_0v_1}{kT_0} + \frac{P_0v_2}{2kT_0} = \frac{2Pv}{kT} \Rightarrow \frac{P_0}{T_0} \sqrt{\frac{3kT_0}{m}} + \frac{P_0}{2T_0} \sqrt{\frac{3k \cdot 2T_0}{m}} = \frac{P}{T} \sqrt{\frac{3kT}{m}} \Rightarrow \frac{P_0}{\sqrt{T_0}} + \frac{P_0}{2\sqrt{T_0}} = \frac{2P}{\sqrt{T}}$$

yazabiliriz. Orta kısmındaki sıcaklığın sabit kalabilmesi için hacme giriş yapan enerji hacimden çıkan enerjiye eşit olmalıdır. Bu durumda;

$$\frac{n_{01}Sv_1\Delta t}{6} \cdot \frac{mv_1^2}{2} + \frac{n_{02}Sv_2\Delta t}{6} \cdot \frac{mv_2^2}{2} = 2 \cdot \frac{n_0Sv\Delta t}{6} \cdot \frac{mv^2}{2}$$

$$\frac{n_{01}Sv_1\Delta t}{6} \cdot \frac{3kT_0}{2} + \frac{n_{02}Sv_2\Delta t}{6} \cdot \frac{3k \cdot 2T_0}{2} = 2 \cdot \frac{n_0Sv\Delta t}{6} \cdot \frac{3kT}{2} \Rightarrow n_{01}v_1T_0 + 2n_{02}v_2T_0 = 2n_0vT$$

$$\frac{P_0}{kT_0} \cdot \sqrt{\frac{3kT_0}{m}} \cdot T_0 + \frac{P_0}{2kT_0} \cdot \sqrt{\frac{3k \cdot 2T_0}{m}} \cdot 2T_0 = \frac{2P}{kT} \cdot \sqrt{\frac{3kT}{m}} \cdot T \Rightarrow P_0\sqrt{T_0} + P_0\sqrt{2T_0} = 2P\sqrt{T}$$

yazabiliriz. Buradan;

$$\left(\frac{P_0}{\sqrt{T_0}} + \frac{P_0}{2\sqrt{T_0}} \right) (P_0\sqrt{T_0} + P_0\sqrt{2T_0}) = \frac{2P}{\sqrt{T}} 2P\sqrt{T} \Rightarrow P = \frac{(\sqrt{2}+1)P_0}{2\sqrt{2}}$$

$$\frac{\frac{P_0}{\sqrt{T_0}} + \frac{P_0}{2\sqrt{T_0}}}{P_0\sqrt{T_0} + P_0\sqrt{2T_0}} = \frac{2P}{2P\sqrt{T} \cdot \sqrt{T}} \Rightarrow T = \sqrt{2}T_0$$

olarak bulunur.

4. a) Proses izotermal olarak kabul edilebilir. Sistemin ilk hacmi V_0 , son hacmi V olsun.

$$2P_0V_0 = P_0V; V = 2V_0$$

olur. Prosesin entropi değişimi;

$$\Delta S = \int \frac{\delta Q}{T} = \int \frac{dU + PdV}{T} = \int \frac{c_v dT + PdV}{T} = \int \frac{RTdV}{TV} = \int_{V_0}^{2V_0} \frac{RdV}{V} = R \cdot \ln \frac{2V_0}{V_0} = R \ln 2 = 5,76 \text{ J/mol} \cdot K$$

olarak bulunur. Bu aynı zamanda entropinin atmosferdeki değişimi vermektedir.

b) Adyabatik proses için;

$$\delta Q = \Delta U + \Delta A = 0$$

$$U_2 - U_1 + P_2V_2 - P_1V_1 = 0; U_2 + P_2V_2 = U_1 + P_1V_1$$

$$U + PV = H = \text{sabit}$$

yazabiliriz. Burada P_2 basıncın yaptığı iş destekleyici olduğu için pozitif, P_1 basıncın yaptığı iş bu basıncın engelleyici olduğu için negatiftir.

$$H = U + PV = c_v T + RT = (R + c_v)T = c_p T = \text{sabit}$$

ise bu tip proseslerde, yani entalpinin korunduğu proseslerde sıcaklık da sabittir.

c) İki piston arasında foton gazı bulunsaydı

$$H = U + PV = \sigma T^4 V + \frac{\sigma T^4}{3} V = 4PV$$

$$4P_1V_1 = 4P_2V_2; P_2 < P_1 \rightarrow V_2 > V_1$$

ve

$$T_2 < T_1$$

olarak bulunur.

5. a) Ortalama manyetik indüksiyon alanın zamana göre değişimi sonucu rotasyonel elektrik alan meydana gelmektedir. Bu rotasyonel elektrik alanı elektronları yarıçapı r olan çember şeklinde bir yörünge üzerinde ivmelendirilerek onlara hız ve enerji kazanmaktadır. Meydana gelen indükte edilmiş e.m.k için;

$$\mathcal{E} = -\frac{d\Phi}{dt} = -\frac{d(B_{ort}S)}{dt} = -\pi r^2 \frac{dB_{ort}}{dt}$$

yazabiliriz. Manyetik dolanım teoremi rotasyonel elektrik alan için uygulandığında;

$$\mathcal{E} = 2\pi rE; E = -\frac{r}{2} \frac{dB_{ort}}{dt}$$

olarak bulunur. Elektronu etki eden kuvvet rölativistik durumda;

$$\vec{F} = m\vec{a} + q\vec{v} \times \vec{B} + q\vec{E} = \frac{d}{dt} \frac{m\vec{v}}{\sqrt{1-\frac{v^2}{c^2}}}$$

olarak yazılabilir. r yarıçapında yörünge için hız;

$$\vec{v} = \omega r \vec{\tau}$$

hız ve manyetik indüksiyon alanın vektör çarpımı;

$$\vec{v} \times \vec{B} = vB \vec{n}$$

şeklinde yazabiliriz. Rölativistik denklemi teğet $\vec{\tau}$ ve normal \vec{n} vektörlerini kullanarak;

$$\frac{qr\tau}{2} \frac{dB_{ort}}{dt} + q\omega r B_r(t) \vec{n} = \frac{d}{dt} \frac{m\omega r \tau}{\sqrt{1-\frac{v^2}{c^2}}}$$

şeklinde yazabiliriz. $\vec{\tau}$ vektörün türevi;

$$\vec{\tau} = \omega \vec{n}$$

olduğu için;

$$\frac{qr\tau}{2} \frac{dB_{ort}}{dt} + q\omega r B_r(t) \vec{n} = \tau \frac{d}{dt} \frac{m\omega r}{\sqrt{1-\frac{v^2}{c^2}}} + \frac{m\omega r}{\sqrt{1-\frac{v^2}{c^2}}} \omega \vec{n}$$

şeklinde yazabiliriz. Buradan;

$$\frac{d}{dt} \frac{m\omega r}{\sqrt{1-\frac{v^2}{c^2}}} = \frac{qr}{2} \frac{dB_{ort}}{dt}; \frac{m\omega r}{\sqrt{1-\frac{v^2}{c^2}}} = qrB_r(t)$$

ve iki ifadeden;

$$B_{ort}(t) = 2B_r(t)$$

olarak bulunur. Bu demektir ki elektron için dengeli yörünge yaratmak için yörüngeyi kapsadığı alandan geçen ortalama manyetik indüksiyon alanı yörünge üzerindeki manyetik indüksiyon alanından iki kere daha büyük olması gerekir. Yapılan inceleme rölativistik durum için yapılmıştır. Klasik durum için de aynı sonucu vermektedir. Elektronu etki eden kuvvet ifadesinden momentum;

$$F = qE = \frac{dp}{dt}; dp = \frac{qrdB_{ort}}{2}; p = \frac{qrB_{ort}}{2}$$

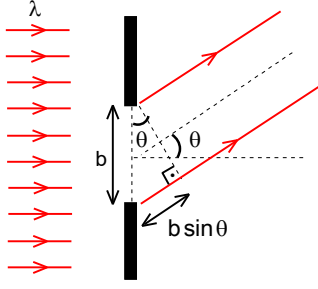
olarak bulunur. Diğer taraftan ise lokal yörünge için;

$$\frac{mv^2}{r} = qvB_r(t); p = qB_r r$$

yazabiliriz. Buradan iki ifadeden;

$$B_{ort}(t) = 2B_r(t)$$

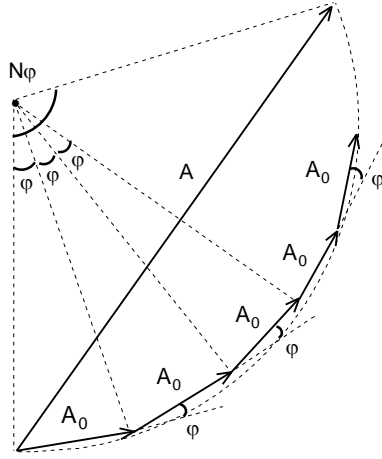
olarak bulunur. Yani aynı sonuç çıkar;



aydınlık çizgileri şartı;

$$\Delta = 0 \left(k + \frac{1}{2} \right) \lambda$$

şeklinde yazılabilir.



6. Ekran üzerindeki bir K noktası ile yarığın merkezinden ekrana doğru geçirilen dik doğru arasındaki açı θ olsun. Yarıktan kırınıma uğrayan ışınların arasındaki yol farkı;

$$\Delta = b \sin \theta = \ell_2 - \ell_1 = \frac{bx}{\ell}$$

faz farkı;

$$\varphi = \omega t = \frac{\omega \Delta}{v} = \frac{2\pi \Delta}{T v} = \frac{2\pi \Delta}{\lambda} = \frac{2\pi b \sin \theta}{\lambda}$$

olarak yazılabilir. Karanlık çizgileri şartı;

$$\Delta = k\lambda$$

Yarığın içinde N çok büyük sayı olmak koşulu ile N tane kaynak olduğunu varsayalım. Her artarda yerleştirilen iki kaynak arasında;

$$\varphi = \frac{\varphi_b}{N}$$

faz farkı meydana gelmektedir. Bu kaynaklardan yayılan dalgaların genliklerinin vektörel toplamı;

$$A = 2R \sin \frac{N\varphi}{2}; R = 2A_0 \sin \frac{\varphi}{2}$$

$$A = A_0 \frac{\sin \frac{N\varphi}{2}}{\sin \frac{\varphi}{2}} = A_0 \frac{\sin \frac{\varphi_b}{2}}{\frac{\varphi_b}{2N}} = NA_0 \frac{\sin \frac{\varphi_b}{2}}{\frac{\varphi_b}{2}} = NA_0 \frac{\sin \beta}{\beta}$$

$\theta = 0^\circ$ ise N tane bir birine paralel olan titreşimi toplamalıyız. Bu durumda;

$$A = NA_0$$

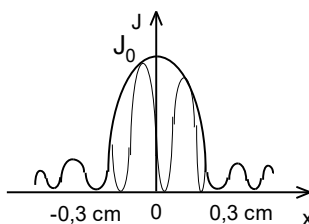
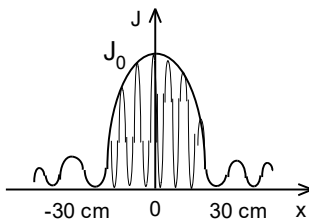
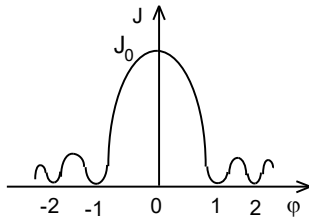
olur. Işık şiddeti $J \sim A^2$ olduğu için merkezdeki ışık şiddeti;

$$J_0 \sim N^2 A_0^2$$

olarak yazılabilir. $\theta \neq 0^\circ$ ise;

$$J = J_0 \frac{\sin^2 \beta}{\beta^2}; \beta = \frac{\varphi_b}{2}$$

olarak bulunur.



Aydınlanma ekran üzerinde çok belirli merkezi bir maksimum ve gittikçe azalan maksimumlardan ibarettir. Kırınım olayında neredeyse tüm enerjinin merkezi bölgede yoğunlaştığını kabul edebiliriz. Birinci karanlık çizgi şartı $n=1$ olur.

$$\sin \theta = \frac{\lambda}{b} = \frac{0,6 \mu\text{m}}{2 \mu\text{m}} = 0,3$$

Bu şart kırınım için minimum şartıdır. Girişim için maksimum şartı;

$$\sin \theta = \frac{\lambda}{d} = \frac{0,6 \mu\text{m}}{200 \mu\text{m}} = 0,003$$

olur. Her taraftaki $\frac{\lambda}{b}$ kırınım minimum arasında;

$$2 \frac{d}{b} - 1 = 199$$

adet girişim maksimum oluşur. Bu maksimumlar;

$$2 \frac{\lambda}{b} \cdot f = 60 \text{ cm}$$

içindedir. Bu durumda $b \ll d$ olduğu için girişim olayı baskındır. Eğer $b = 100 \mu\text{m}$ ise;

$$2 \frac{d}{b} - 1 = 3$$

adet girişim maksimum oluşur. Bu maksimumlar;

$$2 \frac{\lambda}{b} \cdot f = 0,6 \text{ cm}$$

içindedir.

6. Elektronun sahip olduğu manyetik dipol momenti ile ilgili basit bir model kurabiliriz. Yörünge üze-rinde hareket eden elektronun oluşturduğu elektrik akım;

$$I = \frac{e}{T} = \frac{e\omega}{2\pi}$$

elektronun manyetik dipol momenti;

$$p_m = IS = \frac{e\omega}{2\pi} \pi r^2 = \frac{e\omega r^2}{2}$$

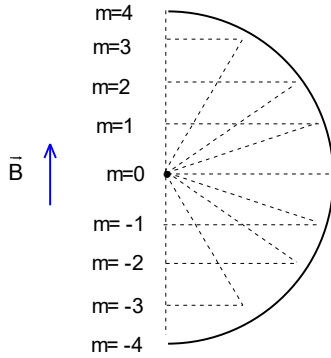
elektronun açısal orbital momentumu;

$$L_\phi = mr^2 \omega = \ell \hbar; \ell = 0, 1, 2, \dots, n-1$$

olarak yazılabilir. Buradan elektronun manyetik dipol momenti;

$$p_m = \frac{e\hbar}{2m} \ell$$

olarak bulunur.



Manyetik dipol momenti p_m olan bir atom manyetik indüksiyon alana konulduğunda enerjisi;

$$E = E_b + \Delta E$$

olarak yazılabilir. Burada W_0 manyetik indüksiyon alanının olmadığı durumdaki enerjisi

$$\Delta E = \vec{p}_m \cdot \vec{B} = p_m B \cos\theta$$

olarak yazılabilir. Burada θ uygulanan manyetik indüksiyon alanı ile manyetik dipol momenti arasındaki açıdır. Manyetik indüksiyon alanında bu açı kuantize edilir. Bu kuantizasyon;

$$\cos\theta = \frac{m_z}{\ell}$$

şeklinde yazılabilir. Burada $m_z = -\ell, -\ell+1, \dots, -2, -1, 0, 1, 2, \dots, \ell$ değerleri alabilmektedir.

Buradan;

$$\Delta E = \frac{e\hbar B}{2m} m_z$$

olarak yazılabilir. Buradan enerji için;

$$E = E_0 + \frac{e\hbar B}{2m} m_z$$

yayılan fotonun frekansı;

$$\omega = \frac{E_2 - E_1}{\hbar} = \omega_0 + \frac{eB}{2m} \Delta m_z$$

olarak bulunur. Temel enerji seviyesinden yayılan fotonun frekansını bulabilmek için $\Delta m_z = 0$ olmalıdır. Yan iki frekans bulabilmek için $\Delta m_z = \pm 1$ almalıyız. Normal Zeeman olayında sadece üç frekans gözlenmektedir. Bazı durumlarda bu üçten fazla da olabilir. Bu durum basit bir modelle açıklanamaz. Bunun için kuantum mekaniği teorisini kullanmalıyız. Aynı sonuca başka yoldan da ulaşabiliriz. Manyetik indüksiyon alanı uygulanmadan önce elektronun yörünge üzerindeki açısal hızı ω_0 olsun. Bu durumda;

$$\frac{Ze^2}{4\pi\epsilon_0 r^2} = m\omega_0^2 r$$

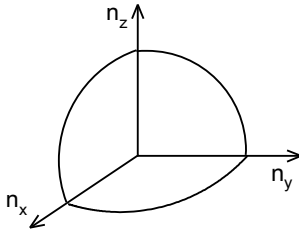
yazabiliriz. Manyetik indüksiyon alanı uygulandığında yaklaşık olarak elektron aynı uzaklıkta kaldığını, ama açısal hız ω olduğunu kabul edebiliriz. Bu durumda

$$\frac{Ze^2}{4\pi\epsilon_0 r^2} + e\nu B = \frac{Ze^2}{4\pi\epsilon_0 r^2} + e\omega r B = m\omega_0^2 r + e\omega r B = m\omega^2 r$$

yazabiliriz. Bu denklem ω 'ya göre ikinci dereceden bir denklemdir. Kökleri

$$\omega = \frac{\frac{eB}{m} \pm \sqrt{\left(\frac{eB}{m}\right)^2 + 4\omega_0^2}}{2} \approx \omega_0 + \frac{eB}{2m}$$

olarak bulunur. Burada dışarıdan uygulanan manyetik indüksiyon alanının değeri atomdaki iç manyetik alanlardan çok daha küçük olduğu göz önünde bulundurmuşuz, yani $\omega_0 \gg \frac{eB}{2m}$ olur.



8. Üç boyutlu durumda kuantum sistemin fiziksel olarak bir hacmi vardır. Parçacıkların dn_x , dn_y , dn_z ya da n ve $n+dn$ kuantum sayıları arasında bulunan parçacık sayısı;

$$dN=2dn_x dn_y dn_z = 2V \frac{dp_x dp_y dp_z}{(2\pi\hbar)^3}; dN=2n^2 dn=2V \frac{4\pi p^2 dp}{(2\pi\hbar)^3}$$

ile verilir. Aynı sonuca farklı bir yoldan da ulaşabiliriz. En basit model olarak boyu ℓ olan bir potansiyel kuyu içinde kuantizasyonu inceleyelim. Oluşan iğ sayısı;

$$n = \frac{\ell}{\lambda} = \frac{2\ell}{\lambda} = \frac{2\ell p}{h} = \frac{2\ell p}{2\pi\hbar}$$

olur. Bu bir nevi oluşan kararlı durum sayılarını da vermektedir. Bu sayı belirli maksimum momentuma bağlıdır. Bu sayıyı fotonlar için 2 ile çarpıp farklı polarizasyonları hesaba katabiliriz. Elektronlar için yine 2 ile çarpıp farklı spinleri hesaba katabiliriz. n ve $n+dn$ kuantum sayıları arasında;

$$dN=2 \cdot \frac{1}{8} \cdot 4\pi n^2 dn = 2 \cdot \frac{1}{8} \cdot 4\pi \frac{2\ell p}{2\pi\hbar} \frac{2\ell p}{2\pi\hbar} \frac{2\ell dp}{2\pi\hbar} = \frac{2\ell^3 \cdot 4\pi p^2 dp}{(2\pi\hbar)^3} = \frac{2V \cdot 4\pi p^2 dp}{(2\pi\hbar)^3} = \frac{V p^2 dp}{\pi^2 \hbar^3}$$

olarak bulunur. Parçacıkların sayısından maksimum momentum;

$$N = \int_0^{p_{\text{mak}}} \frac{8V\pi p^2 dp}{(2\pi\hbar)^3} = \frac{V p_{\text{mak}}^3}{3\pi^2 \hbar^3}; p_{\text{mak}} = \left(\frac{3N\pi^2 \hbar^3}{V} \right)^{\frac{1}{3}}$$

fermyonların toplam enerjisi;

$$E = \int_0^{p_{\text{mak}}} \frac{p^2 dN}{2m} = \int_0^{p_{\text{mak}}} \frac{8V\pi p^4 dp}{2m(2\pi\hbar)^3} = \frac{V p_{\text{mak}}^5}{10m\pi^2 \hbar^3} = \frac{3\hbar^2}{10m} \left(\frac{3\pi^2 N^2}{V} \right)^{\frac{2}{3}}$$

bu parçacıkların oluşturduğu basınç;

$$P = - \frac{dE}{dV} = - \frac{\hbar^2}{5m} (3\pi^2)^{\frac{2}{3}} \left(\frac{N}{V} \right)^{\frac{5}{3}}$$

olarak bulunur. Adyabatik denklemi $PV^\gamma = \text{sabit}$ şeklinde yazılabilir. Buradan $\gamma = \frac{5}{3}$ olarak bulunur. Nötronlar ultrarölativistik gaz gibi davranırsa bir nötronun enerjisi;

$$E_1 = pc$$

nötron gazın toplam enerjisi;

$$E = \int_0^{p_{\text{mak}}} cp dN = \int_0^{p_{\text{mak}}} \frac{c V p^3 dp}{\pi^2 \hbar^3} = \frac{V p_{\text{mak}}^4}{4\pi^2 \hbar^3} = \frac{3\hbar c}{4} \left(\frac{3\pi^2 N^4}{V} \right)^{\frac{1}{3}}$$

basınç;

$$P = - \frac{dE}{dV} = - \frac{\hbar c}{4} (3\pi^2)^{\frac{1}{3}} \left(\frac{N}{V} \right)^{\frac{4}{3}}$$

olarak bulunur. Adyabatik denklemi $PV^\gamma = \text{sabit}$ şeklinde yazılabilir. Buradan $\gamma = \frac{4}{3}$ olarak bulunur.