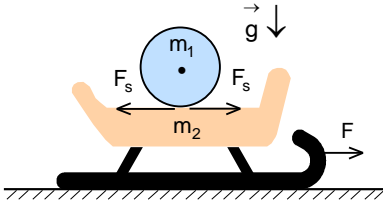
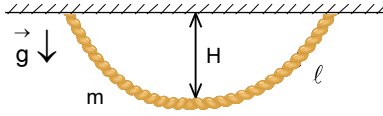


ŞUBAT KAMPI SINAVI-1991



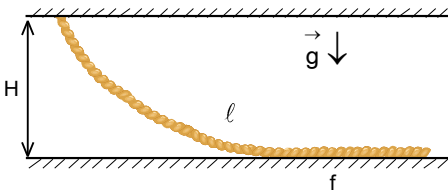
1. Kütleli m_1 ve yarıçapı r olan homojen bir top yatay sürtünmesiz masa üzerinde bulunan çok uzun m_2 kütleli kalas üzerine bulunuyor. Küre ile kalas arasındaki sürtünme katsayısı f ve yerçekimi ivmesi g olarak veriliyor. Kalasa yatay yönde F kuvveti uygulanmaktadır.

F kuvveti ne kadar olmalıdır ki küre kaymadan yuvarlanabilsin?



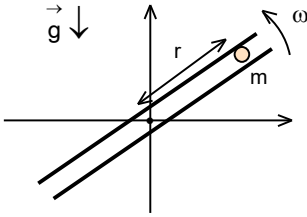
2. a) Kütleli m ve uzunluğu l olan bir ip aynı seviyede bulunan iki uçundan asılmıştır. İpin en alt noktası uçların tutturulduğu doğrultudan H kadar uzaklıkta bulunuyor.

Buna göre ipin en alt noktasındaki gerilme kuvveti nedir?



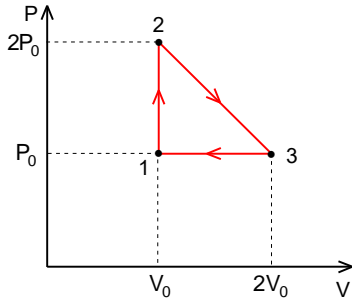
b) Kütleli m ve uzunluğu l olan ip bir uçundan asılı olup kısmen zemin üzerinde bulunmaktadır. Zemin ile ipin asılma noktaları arasındaki yükseklik H , ip ile zemin arasındaki sürtünme katsayısı f dir.

Buna göre ipin ne kadarı zemin üzerinde bulunmaktadır?



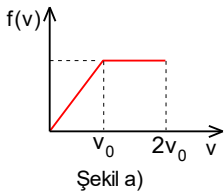
3. Kütleli m olan bir cisim yatay eksen etrafından geçen ve ω açısal hızı ile düşey düzlemde dönen çok uzun bir boruda bulunmaktadır. Başlangıç $t_0 = 0$ anında cisim $r=r_0$ konumunda bulunmaktadır ve cisme $v=v_0$ hızı verilmektedir.

Hangi şartlar sağlanırsa cisim harmonik hareketi yapar?



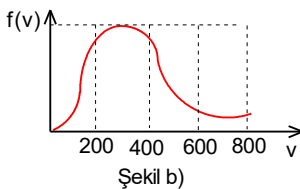
4. Tek atomlu gaz ile P-V diyagramında yapılan döngüsel 1-2-3-1 prosesin 1-2 izokorik, 2-3 olan proses P-V diyagramında bir doğru ile temsil edilmekte, 3-1 ise izobar prosesdir. Bu proseslerde en küçük basınç P_0 , en küçük hacim V_0 , en büyük basınç $2P_0$ ve en büyük hacim $2V_0$ dir.

Buna göre 2-3 prosesinde ulaşılan en büyük sıcaklık ve kapalı prosesin verimi nedir?



5. a) N molekülden oluşan bir sistemde hız dağılımı fonksiyonu Şekil a) daki gibi bir yamuk ile temsil ediliyor. $f(v)$, $0-v_0$ aralığında düzgün artmakta olup, $v_0 < v < 2v_0$ hız aralığında sabit ve $v > 2v_0$ hız aralığında $f(v)=0$ olarak veriliyor.

Buna göre moleküllerin ortalama hızları nedir? $1,5v_0 - 2v_0$ hız aralığında kaç tane molekül bulunur?



b) Bir gaz için $T=271$ K sıcaklığında Maxwell hız dağılımı fonksiyonu Şekil b) deki gibi bir yamuk gibi düşünülebilir

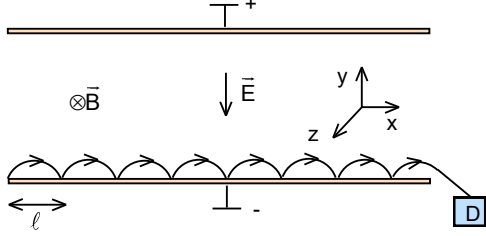
Bu yaklaşımdan faydalanarak moleküllerin ortalama hızı nedir? 400-600 m/s hız aralığında bir hıza sahip olan moleküllerin sayısı nedir?

6. a) Öz kütlesi ρ olan maddeden yapılmış bir süperiletken top belli bir hız ile B sabit ve homojen manyetik alanın içine girmektedir.

Topun manyetik alanından geri yansması için maksimum hızı ne olmalıdır?

b) Uzunluğu ℓ ve yarıçapı R sabitlenmiş olan bir selenoidin merkezinde manyetik indüksiyon alanı B_0 dır. Yarıçapı $r \ll R$ ve kütlesi m olan bir süper iletken topa selenoidin eksenini boyunca belli hız veriliyor.

Topun selenoidden geçebilmesi için minimum hızı ne olmalıdır?



7. Paralel levhalı kondansatörün plakaların arasında E elektrik alanı, ona dik olarak B manyetik indüksiyon alanı uygulansın. Gönderilen ışık ile sökülen küçük enerjili bir fotoelektron elektrik alanından ivmelenerek hız kazanabilir ve manyetik indüksiyon alanından saptırıldıktan ve kondansatörün plakasına çarptıktan sonra metalden yeni elektronlar sökebilir. Bu elektronlar yine elektrik alanından ivmelenerek hız kazandıktan ve plakaya çarptıktan sonra yeni elektronlar sökebilirler. Böylece sökülen elektronların sayısı artarak, sonunda bir D detektöre toplanarak belirli bir akım sağlayabilirler. Bütün elektronlar için iki çarpma arasındaki uçuş süresi aynıdır.

Sökülen elektronların detektörde toplanması için yatay yönde her iki çarpma arasında alınan yol ℓ nedir?

8. Noktasal bir ışık kaynağı yakınsak bir merceğin odak noktasına yerleştirilmiştir. Mercekten çıkan ışınlar uzunlukları ℓ , merceğin eksenine paralel olarak yerleştirilmiş ve kırıcılık indisleri n olan hava ile doldurulmuş iki cam tüpten geçmektedir ve çift yarıkli bir düzenek üzerine düşerek, ekran üzerinde girişim deseni oluşturmaktadırlar. Işığın havadaki dalga boyu λ dır. Tüplerden birine kırıcılık indisi bilinmeyen n_x saydam bir madde yerleştirildiğinde girişim deseni N çizgi kadar kaymaktadır.

Buna göre bilinmeyen n_x kırıcılık indisi nedir?

9. Kütlesi m olan bir çekirdek frekansı ω olan bir foton absorbe edilmektedir.

Buna göre çekirdeğin eksitasyon (uyarılma) enerjisi m , ω , c ve \hbar cinsinden nedir?

10. Nükleer fisyon reaksiyonunda uranyum gibi ağır atomlar yakıt olarak kullanılmaktadır. Bu yakıt nötronlar tarafından bombardıman edilir. Uranyum yakıtının şeklinin r yarıçaplı bir küre olduğunu kabul edelim. Nötronlar v hızı ile bu yakıtı bombardıman etsinler. Uranyum çekirdeğin yarıçapı R , uranyumun molar kütlesi μ , yoğunluğu ρ , Avagadro sayısı N_A , olarak veriliyor. Bir nötronun bir çekirdek tarafından yutulma olasılığı ξ , R yarıçaplı bölgeden dışarı çıkma olasılığı ε ve her reaksiyonda k tane nötron oluştuğunu bilinmektedir. Başlangıçta N_{00} tane nötron bir dış kaynaktan sağlanıyor.

Buna göre reaksiyonda nötronların oluşma $\frac{dN}{dt}$ hızı nedir? Ortaya çıkan nötron sayısını zamanın fonksiyonu olarak nedir?

ŞUBAT KAMPI SINAVI CEVAPLARI-1991

1. $\frac{f(2m_1 + 7m_2)g}{2}$

2. a) $\frac{mg\ell}{2H} \left(\frac{1}{4} - \frac{H^2}{\ell^2} \right)$

b) $\ell + fH - \sqrt{2f\ell H + H^2(1 + f^2)}$

3. $v_0 = \frac{g}{2\omega} - \omega r_0$; $r(t) = \frac{g \sin \omega t}{2\omega^2}$

4. $\frac{9P_0 V_0}{4R}$; $\frac{16}{97}$

5. a) $\frac{11v_0}{9}$; $\frac{N}{3}$

b) 360 m/s; $\frac{3N}{10}$

6. a) $\sqrt{\frac{3B^2}{2\mu_0 \rho}}$

b) $\left(1 + \frac{4r^3}{3R^2 \ell} \right) \sqrt{\frac{2\pi r^3 B_0^2}{m\mu_0}}$

7. $\frac{2E}{\omega_0 B}$

8. $n \left(1 + \frac{N\lambda}{\ell} \right)$

9. Kütlesi m olan bir çekirdek frekansı ω olan bir foton absorbe edilmektedir.

Buna göre çekirdeğin eksitasyon (uyarılma) enerjisi m, ω , c ve \hbar cinsinden nedir?

9. $mc^2 \left(\sqrt{1 + \frac{2\hbar\omega}{m_0 c^2}} - 1 \right)$

10. $N_0 e^{(\alpha-\beta)t}$; $\alpha = \frac{(k-1)\xi N_A \rho \pi R^2 v}{\mu}$; $\beta = \frac{3\varepsilon v}{r}$

ŞUBAT KAMPI SINAVI SORULARIN ÇÖZÜMLERİ-1991

1. Kalasa yatay yönde F kuvveti uygulandığında küre kalasa göre yuvarlanmaya başlamaktadır. Küre ile kalas arasındaki sürtünme kuvveti F_s küreyi döndürmektedir. Bu durumda;

$$F_s r = J\alpha, J = \frac{2mr^2}{5}; \alpha = \frac{a}{r}$$

yazabiliriz. Sürtünme kuvvetinin maksimum değeri;

$$F_s = fm_1 g$$

olur. Buradan;

$$a = \frac{5fg}{2}$$

olarak bulunur. Küre sürtünme kuvvetinin sayesinde a_1 ivmesi ile hareket etmektedir.

$$fm_1 g = m_1 a_1; a_1 = fg$$

Kalas a_2 ivme ile hareket etmektedir. Kalas için;

$$F - F_s = m_2 a_2$$

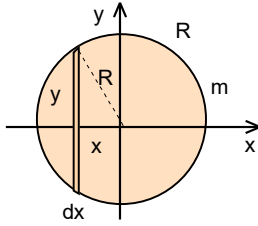
yazabiliriz. Kaymadan yuvarlanabilme şartını;

$$a_2 = a_1 + a$$

olarak yazabiliriz. Buradan;

$$F = \frac{f(2m_1 + 7m_2)g}{2}$$

olarak bulunur.



Kürenin eylemsizlik momentinin bulabilmek için, küreyi kalınlıkları dx olan ince disklerle bölelim. Küre x eksenini etrafında döndürülürse seçilen diskin kütlesi;

$$dm = \rho \pi y^2 dx = \rho \pi (R^2 - x^2) dx$$

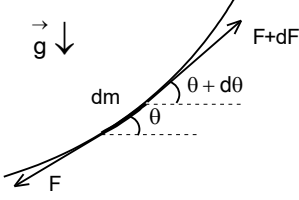
olur. Bu diskin eylemsizlik momentini

$$dJ = \frac{dmy^2}{2} = \frac{\rho \pi (R^2 - x^2)^2 dx}{2}$$

olarak yazılabilir. Toplam eylemsizlik momentini

$$J = \int_{-R}^R \frac{\rho \pi (R^2 - x^2)^2 dx}{2} = \int_{-R}^R \frac{\rho \pi (R^4 - 2R^2 x^2 + x^4) dx}{2} = \frac{\rho \pi}{2} \left(R^4 x \Big|_{-R}^R - \frac{2R^2 x^3}{3} \Big|_{-R}^R + \frac{x^5}{5} \Big|_{-R}^R \right) = \frac{\rho \pi}{2} \left(2R^5 - \frac{4R^5}{3} + \frac{2R^5}{5} \right) = \frac{8\rho \pi R^5}{15} = \frac{2mR^2}{5}$$

olarak bulunur.



2. a) Uzunluğu $d\ell$ ve kütlesi;

$$dm = \frac{m d\ell}{\ell}$$

olan bir parça dengede kalabilmesi için dikey yöndeki şart;

$$dmg + F \sin \theta = (F + dF) \sin(\theta + d\theta) = (F + dF)(\sin \theta \cos d\theta + \cos \theta \sin d\theta)$$

şeklinde yazılabilir. $d\theta$ küçük açı ise $\cos d\theta = 1$, $\sin d\theta = d\theta$ olarak yazılabilir. İkinci mertebeden küçük terimleri ihmal edebiliriz. Buradan;

$$dmg + F \sin \theta = F \sin \theta + F \cos \theta d\theta + dF \sin \theta + dF \cos \theta d\theta$$

$$\frac{mg d\ell}{\ell} = dF \sin \theta + F \cos \theta d\theta$$

elde edilir. Diğer taraftan yatay yöndeki denge şartını;

$$F \cos \theta = \text{sabit}$$

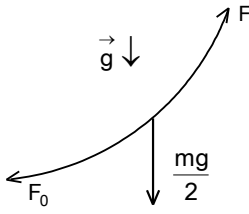
olarak yazılabilir. Türevlersek;

$$0 = dF \cos \theta - F \sin \theta d\theta; F = \frac{dF \cos \theta}{\sin \theta d\theta}$$

elde ederiz. Birinci denklemde koyduğumuzda;

$$dF = \frac{mg d\ell \sin \theta}{\ell} = \frac{mg dh}{\ell}$$

olarak yazılabilir. İntegre edersek kuvvet;

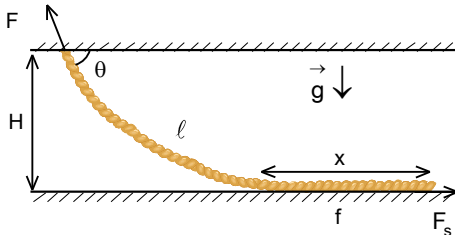


$$\int_{F_0}^F dF = \int_0^H \frac{mg dh}{\ell}; F - F_0 = \frac{mgH}{\ell}; F = F_0 + \frac{mgH}{\ell}$$

olarak bulunur. İpin her yarımı için Pisagor teoremi uygulanabilir.

$$F^2 = F_0^2 + \left(\frac{mg}{2}\right)^2 = \left(F_0 + \frac{mgH}{\ell}\right)^2; F_0 = \frac{mg\ell}{2H} \left(\frac{1}{4} - \frac{H^2}{\ell^2}\right)$$

olarak bulunur.



b) İpin ne kadarının zemin üzerinde bulunduğunu bulmak için yukarıda bulunan sonucu kullanarak;

$$\int_{F_s}^F dF = \int_0^H \frac{mg dh}{\ell}; F - F_s = \frac{mgH}{\ell}; F = F_s + \frac{mgH}{\ell} = \frac{fmgx}{\ell} + \frac{mgH}{\ell}$$

bulabiliriz. İpin asıldığı nokta için;

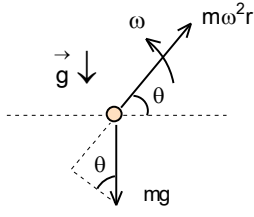
$$F \cos \theta = F_s; F \sin \theta = \frac{mg(\ell - x)}{\ell}$$

yazabiliriz. Temel trigonometrik denklemi kullanarak

$$\sin^2 \theta + \cos^2 \theta = \frac{(fmgx)^2}{\ell^2 \left(\frac{fmgx}{\ell} + \frac{mgH}{\ell}\right)^2} + \frac{[mg(\ell - x)]^2}{\ell^2 \left(\frac{fmgx}{\ell} + \frac{mgH}{\ell}\right)^2} = 1$$

$$x = \ell + fH \cdot \sqrt{2f\ell H + H^2(1 + f^2)}$$

olarak bulunur.



3. Cisim ile ilgili koordinat sisteminde dinamik denklemini;

$$ma_r = m \ddot{r} = m\omega^2 r - mg \sin\theta$$

$$\ddot{r} - \omega^2 r = -g \sin\theta$$

olarak yazabiliriz. Bu denklemin çözümü;

$$r = r_1(t) + r_2(t)$$

olarak yazılabilir. $r_1(t)$ homojen diferansiyel denklemin çözümü olup;

$$r_1(t) = C e^{\lambda t}$$

şeklinde aranılabilir. Bu çözümün ikinci türevi;

$$\ddot{r}_1(t) = \lambda^2 C e^{\lambda t}$$

olur. Diferansiyel denkleme koyduğumuzda cebirsel bir denklem elde edebiliriz. Bu denklemin çözümü;

$$\lambda^2 - \omega^2 = 0; \lambda = \pm\omega$$

olur. Homojen diferansiyel denklemin çözümü ise bu iki çözümün süperpozisyonu olarak yazılabilir.

$$\ddot{r}_1(t) = C_1 e^{\omega t} + C_2 e^{-\omega t}$$

Diferansiyel denklemin kısmi çözümü;

$$\ddot{r}_2(t) = C_3 \sin\omega t$$

şeklinde aranılabilir. Bu çözümün ikinci türevi;

$$\ddot{r}_2(t) = -\omega^2 C_3 \sin\omega t$$

olur. Diferansiyel denkleme koyduğumuzda cebirsel bir denklem elde edebiliriz.

$$-\omega^2 C_3 \sin\omega t - \omega^2 C_3 \sin\omega t = -2\omega^2 C_3 \sin\omega t = -g \sin\omega t$$

Bu denklemin çözümü;

$$C_3 = \frac{g}{2\omega^2}$$

olur. Diferansiyel denklemin çözümü homojen ve kısmi diferansiyel denklemlerin çözümlerinin süperpozisyonu olarak yazılabilir.

$$r(t) = C_1 e^{\omega t} + C_2 e^{-\omega t} + \frac{g \sin\omega t}{2\omega^2}$$

C_1 ve C_2 sabitlerini bulmak için ilk ve sınır şartlarından faydalanmalıyız.

$$r(0) = C_1 + C_2 = r_0$$

$$\dot{r} = \frac{dr}{dt} = \omega C_1 e^{\omega t} - \omega C_2 e^{-\omega t} + \frac{g \cos\omega t}{2\omega}$$

$$\dot{r}(0) = \omega C_1 - \omega C_2 + \frac{g}{2\omega} = v_0$$

$$C_1 = \frac{1}{2} \left(r_0 + \frac{v_0}{\omega} - \frac{g}{2\omega^2} \right); C_2 = \frac{1}{2} \left(r_0 - \frac{v_0}{\omega} + \frac{g}{2\omega^2} \right)$$

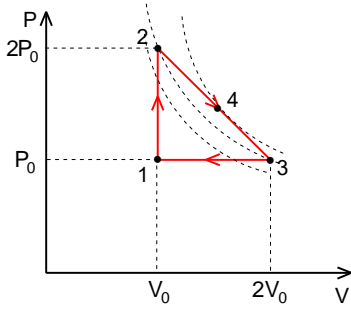
olarak bulunur. Cismin titreşim hareketi yapabilmesi için uzun bir süre sonra $C_1 = 0$ olması gerekir. Bunun için cisme verilen ilk hız;

$$v_0 = \frac{g}{2\omega} - \omega r_0$$

olması gerekir. Bu durumda $C_2 e^{-\omega t} \rightarrow 0$ ve çözüm;

$$r(t) = \frac{g \sin\omega t}{2\omega^2}$$

olarak bulunur.



4. Döngüsel prosesin verimi;

$$\eta = \frac{W}{Q_1}$$

olarak veriliyor. Burada Q_1 sisteme verilen ısı, W ise yapılan iştir. Her döngüsel proses için P-V diyagramında iş döngüsel prosesin çevrelediği alan ile verilmektedir.

$$W = \frac{(2P_0 - P_0)(2V_0 - V_0)}{2} = \frac{P_0 V_0}{2}$$

Her durum için ideal gaz hal denklemini yazalım;

$$P_1 V_1 = P_0 V_0 = RT_1; T_1 = \frac{P_0 V_0}{R} = T_0$$

$$P_2 V_2 = 2P_0 V_0 = RT_2; T_2 = \frac{2P_0 V_0}{R} = 2T_1 = 2T_0$$

$$P_3 V_3 = 2P_0 V_0 = RT_3; T_3 = T_2 = \frac{2P_0 V_0}{R} = 2T_1 = 2T_0$$

Bu denklemlerden 2. ve 3. noktalar aynı izoterm, 1. ve 2. noktalar izokor üzerinde, 3. ve 1. noktalar izobar üzerinde bulunmaktadır. Farklı izoterm eğrileri çizerek koordinat sistemin merkezinden uzaklaştığında sistem daha yüksek sıcaklıklara ulaştığı bilinmektedir. 2-3 prosesinde izotermlerden birisi teğet geçtiği görülmektedir. Yani 4. nokta ekstremum noktasıdır. Sıcaklık 1-4 noktalar arasında artmaktadır. 4. noktanın koordinatlarını bulmak için benzerlikten faydalanabiliriz.

$$\frac{2P_0 - P_4}{P_4 - P_0} = \frac{V_4 - V_0}{2V_0 - V_4}; P_4 = 3P_0 - \frac{P_0 V_4}{V_0}$$

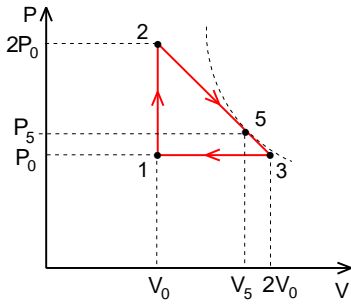
Aradığımız noktalar için gaz denklemini yazabiliriz.

$$P_4 V_4 = RT_4 = 3P_0 V_4 - \frac{P_0 V_4^2}{V_0}$$

Sıcaklığın V_4 hacmine göre türev alıp sıfıra eşitleyip;

$$0 = 3P_0 - \frac{2P_0 V_4}{V_0}; V_4 = \frac{3V_0}{2}; P_4 = \frac{3P_0}{2}; T_4 = \frac{9P_0 V_0}{4R} = \frac{9T_0}{4}$$

olarak bulunur.



Sisteme verilen ısıyı bulmak için farklı adyabatik eğrileri çizerek, koordinat sistemin merkezinden uzaklaştığında sisteme verilen ısı arttığı anlaşılmaktadır. 1-2 prosesinde adyabatik eğrilerden birisi teğet geçirilebilir. Yani 5. nokta ekstremum noktasıdır. Isı 1-5 noktalar arasında verilmektedir. 5. noktanın koordinatlarını bulmak için benzerlikten faydalanarak;

$$\frac{2P_0 - P_5}{P_5 - P_0} = \frac{V_5 - V_0}{2V_0 - V_5}; P_5 = 3P_0 - \frac{P_0 V_5}{V_0}$$

yazabiliriz. Adyabatik eğriler için $P V^\gamma = \text{sabit}$ olduğu bilinmektedir. Bu demektir ki;

$$\left(3P_0 - \frac{P_0 V_5}{V_0}\right) V_5^\gamma = \text{sabit}$$

ifadesinin V_5 'e göre türevi sıfır olmalıdır. Bu şarttan;

$$3\gamma P_0 V_0^{\gamma-1} - \frac{(\gamma+1)P_0 V_5^\gamma}{V_0} = 0; V_5 = \frac{3\gamma V_0}{\gamma+1} = \frac{15V_0}{8}$$

olarak bulunur. Burada $\gamma = \frac{5}{3}$ tek atomlu gazın adyabatik katsayısıdır. Basınç;

$$P_5 = 3P_0 - \frac{P_0 V_5}{V_0} = \frac{9P_0}{8}$$

olur. Bulduğumuz nokta için gaz denklemini yazabiliriz.

$$P_5 V_5 = RT_5; T_5 = \frac{135P_0 V_0}{64R}$$

Sisteme verilen ısı;

$$Q_1 = Q_{12} + Q_{23} = \Delta U_{15} + A_{25} = C_V (T_5 - T_1) + \frac{(2P_0 + P_5)(V_5 - V_0)}{2} =$$

$$= \frac{3R}{2} \left(\frac{135P_0V_0}{64R} - \frac{P_0V_0}{R} \right) + \frac{\left(2P_0 + \frac{9P_0}{8} \right) \left(\frac{15V_0}{8} - V_0 \right)}{2} = \frac{97P_0V_0}{32}$$

olarak bulunur. Verim;

$$\eta = \frac{W}{Q_1} = \frac{16}{97}$$

olarak bulunur. Aynı sonuca başka yoldan da varabiliriz. Sisteme verilen ısı;

$$dQ = dA + dU = PdV + cvdT$$

olur. Bulduğumuz nokta için gaz denkleminde

$$PV = RT; \left(3P_0 - \frac{P_0V_5}{V_0} \right) V = RT; dT = \frac{1}{R} \left(3P_0 - \frac{2P_0V}{V_0} \right) dV$$

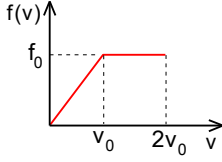
yazabiliriz. Buradan sisteme verilen ısı için;

$$dQ = P_0 \left(\frac{15}{2} - \frac{4V_0}{V_0} \right) dV$$

olarak bulunur. Verimi bulmak için sisteme ne kadara kadar ısı verildiği bulmalıyız. Bu da demektir ki $dQ=0$ olmalıdır. Bu şarttan

$$V_5 = \frac{15V_0}{8}$$

olarak bulunur. Görüldüğü gibi aynı sonuca ulaşıyoruz.



5. a) N molekülden oluşan bir sistemde hız dağılım fonksiyonunun integrali tanecik sayısını vermektedir. Diğer taraftan ise bu ifade hız dağılımının altındaki alanı vermektedir. Bu şarttan dağılım fonksiyonunun yüksekliği;

$$N = \int_0^{\infty} f(v) dv = \frac{v_0 f_0}{2} + (2v_0 - v_0) f_0 = \frac{3v_0 f_0}{2}; f_0 = \frac{2N}{3v_0}$$

olarak bulunur. Moleküllerin hızları $0-v_0$ hız aralığında $f_1(v) = \frac{f_0 v}{v_0}$, v_0-2v_0 hız aralığında ise

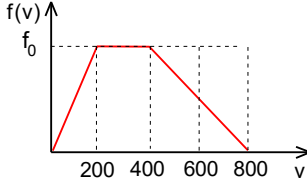
$f_2(v) = f_0$ olarak yazılabilir. Moleküllerin ortalama hızları;

$$\begin{aligned} \bar{v} &= \frac{1}{N} \int_0^{\infty} v \cdot f(v) dv = \frac{1}{N} \left[\int_0^{v_0} v \cdot f_1(v) dv + \int_{v_0}^{2v_0} v \cdot f_2(v) dv \right] = \frac{1}{N} \left[\int_0^{v_0} \frac{f_0 v^2}{v_0} dv + \int_{v_0}^{2v_0} f_0 v dv \right] = \frac{1}{N} \left[\frac{f_0 v^3}{3v_0} \Big|_0^{v_0} + \frac{f_0 v^2}{2} \Big|_{v_0}^{2v_0} \right] = \\ &= \frac{1}{N} \left[\frac{f_0 v_0^2}{3} + \frac{f_0 (2v_0)^2}{2} - \frac{f_0 v_0^2}{2} \right] = \frac{11f_0 v_0^2}{6N} = \frac{11f_0 v_0^2}{6 \cdot \frac{3N}{2}} = \frac{11v_0}{9} \end{aligned}$$

olarak bulunur. $1,5v_0-2v_0$ hız aralığında molekül sayısı;

$$N' = \int_{1,5v_0}^{2v_0} f_2(v) dv = \int_{1,5v_0}^{2v_0} f_0 dv = f_0 v \Big|_{1,5v_0}^{2v_0} = \frac{2N}{3v_0} (2v_0 - 1,5v_0) = \frac{N}{3}$$

olarak bulunur.



b) Maxwell hız dağılımı fonksiyonu bir yamuğun tabanları 200 m/s ve 800 m/s olarak alınabilir. Dağılım fonksiyonunun altındaki alandan dağılım fonksiyonunun yüksekliği;

$$N = \frac{(800 + 200) f_0}{2}; f_0 = \frac{N}{500}$$

olarak bulunur. Moleküllerin hızları $0-200$ m/s hız aralığında $f_1(v) = \frac{f_0 v}{200}$, $200-400$ m/s

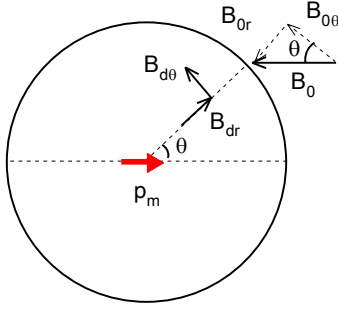
hız aralığında $f_2(v) = f_0$, $400-800$ m/s hız aralığında ise $f_3(v) = \frac{f_0(800-v)}{400}$ olarak yazılabilir. Moleküllerin ortalama hızları;

$$\begin{aligned} \bar{v} &= \frac{1}{N} \left[\int_0^{200} v \cdot f_1(v) dv + \int_{200}^{400} v \cdot f_2(v) dv + \int_{400}^{800} v \cdot f_3(v) dv \right] = \frac{1}{N} \left[\int_0^{200} \frac{f_0 v^2}{200} dv + \int_{200}^{400} f_0 v dv + \int_{400}^{800} \frac{f_0 (800-v) v dv}{400} \right] = \\ &= \frac{1}{N} \left[\frac{f_0 v^3}{3 \cdot 200} \Big|_0^{200} + \frac{f_0 v^2}{2} \Big|_{200}^{400} + \frac{800 f_0 v^2}{2 \cdot 400} \Big|_{400}^{800} - \frac{f_0 v^3}{3 \cdot 400} \Big|_{400}^{800} \right] = \frac{f_0}{N} \cdot \frac{540000}{3} = 360 \text{ m/s} \end{aligned}$$

olarak bulunur. $400-600$ m/s hız aralığında molekül sayısı;

$$N' = \int_{400}^{600} f_3(v) dv = \int_{400}^{600} \frac{f_0(800-v)}{400} dv = \frac{800 f_0 v}{400} \Big|_{400}^{600} - \frac{f_0 v^2}{2 \cdot 400} \Big|_{400}^{600} = 400 f_0 - 250 f_0 = 150 f_0 = \frac{3N}{10}$$

olarak bulunur.



6. a) Süperiletken maddeler dış manyetik indüksiyon alanında belli değere kadar manyetik indüksiyon alanını maddenin dışına itmektedir. Manyetik indüksiyon alanı belli kritik değeri aştığında ise bu süperiletken maddeler süperiletken özelliğini kaybetmektedir. Süperiletken madde içinde uygulanan dış manyetik indüksiyon alanın girememesi süperiletken maddenin yüzeyinde akan akımlar ile modellenelenebilir. Bu akımlar ise bir manyetik dipol oluşturmaktadır. Akan akımlar bir manyetik dipol oluşturursa manyetik dipolün manyetik indüksiyon alanı uygulanan dış manyetik indüksiyon alanının süperiletken küreden dışarıya itmektedir. Manyetik dipol momentinin oluşturduğu manyetik indüksiyon alanı;

$$B_d = \frac{\mu_0 p_m}{4\pi r^3} \sqrt{1 + 3\cos^2\theta}$$

olarak verilir. Radyal ve teğetsel yönde bileşenleri küre üzerindeki bir nokta için;

$$B_{dr} = \frac{2\mu_0 p_m \cos\theta}{4\pi r^3}; B_{d\theta} = \frac{\mu_0 p_m \sin\theta}{4\pi r^3}$$

olarak yazılabilir. Dışarıdaki manyetik indüksiyon alanın bileşenleri;

$$B_r = B\cos\theta; B_\theta = B\sin\theta$$

olur. Süperiletken topun özelliği manyetik indüksiyon alanın yüzeye normal bileşenin sıfır olduğundan oluşan manyetik dipolün manyetik dipol momentil;

$$B_r = B_{dr} = \frac{2\mu_0 p_m \cos\theta}{4\pi r^3} = B\cos\theta; B = \frac{2\mu_0 p_m}{4\pi r^3}; p_m = \frac{2\pi r^3 B}{\mu_0}$$

olarak bulunur. Gradyanı olan manyetik indüksiyon alanlarda manyetik dipollere etki eden kuvvet;

$$F = p_m \frac{dB}{dx}$$

bu kuvvetin dx yolunda yaptığı iş;

$$dW = Fdx = p_m dB$$

tüm iş ifadesinden manyetik dipolün yansımaları için şart;

$$W = E_k = \frac{mv^2}{2} = \int_0^B \frac{2\pi r^3 B dB}{\mu_0} = \frac{\pi r^3 B^2}{\mu_0}; v \leq \sqrt{\frac{2\pi r^3 B^2}{m\mu_0}} = \sqrt{\frac{2\pi r^3 B^2}{\mu_0 \frac{4\pi r^3}{3}}} = \sqrt{\frac{3B^2}{2\mu_0 \rho}}$$

olarak bulunur.

b) Süperiletkenler kendi içinden manyetik indüksiyon alanı tamamen dışarıya itmektedirler. Manyetik akısı korunumu yasası süperiletkenler için;

$$BV = \text{sabit}$$

olarak yazılabilir. Yarıçapı R ve bir süperiletken top selenoide girdiğinde selenoidden geçebilmesi için;

$$B_0 \pi R^2 \ell = B \left(\pi R^2 \ell - \frac{4\pi r^3}{3} \right)$$

$$B = \frac{B_0 \pi R^2 \ell}{\pi R^2 \ell - \frac{4\pi r^3}{3}} = B_0 \left(1 + \frac{4r^3}{3R^2 \ell} \right)$$

olması gerekir. Topun hızı yukarıda bulduğumuz ifadede koyduğumuzda;

$$\frac{mv^2}{2} = \int_0^B \frac{2\pi r^3 B dB}{\mu_0} = \frac{\pi r^3 B_0^2}{\mu_0} \left(1 + \frac{4r^3}{3R^2 \ell} \right)^2; v = \left(1 + \frac{4r^3}{3R^2 \ell} \right) \sqrt{\frac{2\pi r^3 B_0^2}{m\mu_0}}$$

olarak bulunur.

7. Elektronu etki eden kuvvet;

$$\vec{F} = m\vec{a} = -q\vec{E} - q(\vec{v} \times \vec{B}) = -q(-E)\vec{j} - q \begin{vmatrix} \vec{i} & \vec{j} & \vec{k} \\ v_x & v_y & 0 \\ 0 & 0 & -B \end{vmatrix} = qBv_y \vec{i} + (qE - qBv_x) \vec{j}$$

ile verilir. Bileşenlere göre yazdığımızda;

$$m \frac{dv_x}{dt} = qBv_y; m \ddot{x} = qB\dot{y}; \ddot{x} = \frac{qB\dot{y}}{m} = \omega_0 \dot{y}; \omega_0 = \frac{qB}{m}$$

$$m \frac{dv_y}{dt} = -qBv_x + qE; m \ddot{y} = qE - qB\dot{x}; \ddot{y} = \frac{qE}{m} - \frac{qB\dot{x}}{m} = \frac{qB}{m} \frac{E}{B} - \omega_0 \dot{x} = \frac{\omega_0 E}{B} - \omega_0^2 \dot{x}$$

elde edilir. Birinci denklemin türevini alıp ikinci denkleme yerleştirdiğimizde;

$$\ddot{x} = \omega_0 \dot{y} = \frac{\omega_0^2 E}{B} - \omega_0 \dot{x}; \ddot{x} + \omega_0^2 \dot{x} = \frac{\omega_0^2 E}{B}$$

olarak bulunur. Bu denklemin genel çözümü homojen ve homojen olmayan kısmi bir çözümün toplamı ile verilir. Homojen;

$$\ddot{x} + \omega_0^2 \dot{x} = 0$$

denklemin çözümü;

$$\dot{x} = C_1 \sin \omega_0 t + C_2 \cos \omega_0 t$$

ile verilir. Homojen olmayan denklemin kısmi çözüm;

$$\dot{x} = C_3$$

olarak aranabilir. Buradan;

$$C_3 = \frac{E}{B}$$

olur. Genel çözüm;

$$\dot{x} = C_1 \sin \omega_0 t + C_2 \cos \omega_0 t + \frac{E}{B}$$

ile verilir. Bu ifadeyi integre edersek;

$$x = -\frac{C_1 \cos \omega_0 t}{\omega_0} + \frac{C_2 \sin \omega_0 t}{\omega_0} + \frac{Et}{B} + C_3$$

türevlersek;

$$\ddot{x} = \omega_0 C_1 \cos \omega_0 t - \omega_0 C_2 \sin \omega_0 t$$

elde edilir. Buradan;

$$\dot{y} = \frac{\ddot{x}}{\omega_0} = C_1 \cos \omega_0 t - C_2 \sin \omega_0 t; y = \frac{C_1 \sin \omega_0 t}{\omega_0} + \frac{C_2 \cos \omega_0 t}{\omega_0} + C_4$$

olarak bulunur. İlk şartlardan;

$$x(0)=0; 0 = -\frac{C_1 \cdot 1}{\omega_0} + \frac{C_2 \cdot 0}{\omega_0} + \frac{E \cdot 0}{B} + C_3; C_1 = \omega_0 C_3$$

$$\dot{x}(0)=0; 0 = C_1 \cdot 0 + C_2 \cdot 1 + \frac{E}{B}; C_2 = -\frac{E}{B}$$

$$y(0)=0; 0 = -\frac{C_1 \cdot 0}{\omega_0} + \frac{C_2 \cdot 1}{\omega_0} + C_4; C_4 = -\frac{E}{\omega_0 B}$$

$$\dot{y}(0)=0; 0 = C_1 \cdot 1 - C_2 \cdot 0; C_1 = 0$$

olarak bulunur. Genel çözü;

$$x(t) = \frac{E}{B} \left(t - \frac{\sin \omega_0 t}{\omega_0} \right); y(t) = \frac{E}{\omega_0 B} (1 - \cos \omega_0 t)$$

olarak yazılabilir. $y = y_{\text{mak}}$ durum için;

$$\cos \omega_0 t = -1; t_{\text{ymak}} = \frac{\pi}{\omega_0}; x_{\text{mak}} = \frac{2Et_{\text{ymak}}}{B} = \frac{2\pi E}{\omega_0 B} = \frac{2\pi m E}{qB^2}$$

olarak bulunur. Bu bilgi sökülün elektronların detektörde toplanması ve ona göre bu aleti tasarlamak için önemlidir. x ve y denklemlerinden;

$$\sin \omega_0 t = \omega_0 t - \frac{\omega_0 B x}{E}; \cos \omega_0 t = 1 - \frac{\omega_0 B y}{E}$$

ifade edersek;

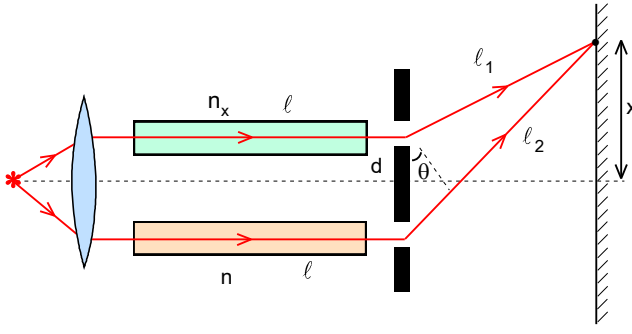
$$\sin^2 \omega_0 t + \cos^2 \omega_0 t = 1 = \left(\omega_0 t - \frac{\omega_0 B x}{E} \right)^2 + \left(1 - \frac{\omega_0 B y}{E} \right)^2$$
$$\frac{\omega_0^2 B^2}{E^2} \left(x - \frac{Et}{B} \right)^2 + \frac{\omega_0^2 B^2}{E^2} \left(y - \frac{E}{\omega_0 B} \right)^2 = 1; \left(x - \frac{Et}{B} \right)^2 + \left(y - \frac{E}{\omega_0 B} \right)^2 = \frac{E^2}{\omega_0^2 B^2}$$

elde edilir. Bu denklem yarıçapı $R = \frac{E}{\omega_0 B}$ olan bir çemberin denklemdir. Çemberin merkezin koordinatları $\left(\frac{Et}{B}, \frac{E}{\omega_0 B} \right)$

aranan uzaklık;

$$\ell = 2R = \frac{2E}{\omega_0 B}$$

olur.



$$n\ell - n_x \ell + nN\lambda = 0; n_x = n \left(1 + \frac{N\lambda}{\ell} \right)$$

olarak bulunur.

9. Rölativistik durumda sistemin momentumu;

$$p = \gamma m v; \gamma = \frac{1}{\sqrt{1 - \beta^2}}; \beta = \frac{v}{c}$$

enerjisi;

$$E = \gamma m c^2 = E_k + m c^2 = \sqrt{m^2 c^4 + p^2 c^2}$$

olarak yazılabilir. Bu sisteme göre çekirdeğin hızı sıfırdır. Fotonun momentumu;

$$p = \frac{\hbar \omega}{c}$$

sistemin kütle merkezine göre enerjisi;

$$E = m c^2 + \hbar \omega$$

olarak yazılabilir. Buradan kütle merkezinin hızı;

$$v = \frac{\hbar \omega c}{m c^2 + \hbar \omega}; \beta = \frac{\hbar \omega}{m c^2 + \hbar \omega}; \gamma = \frac{m c^2 + \hbar \omega}{\sqrt{m^2 c^4 + 2 \hbar \omega m c^2}}$$

olarak bulunur. Foton kütle merkezinden uzaklaştığı için Doppler kaymasına uğramaktadır. Bu durumda uzaklaşan fotonun frekansı;

$$\omega' = \sqrt{\frac{1 - \beta}{1 + \beta}} \omega$$

olur. Enerji korunumu yasası;

$$\gamma m c^2 + \hbar \omega' = m c^2 + E_u$$

şeklinde yazılabilir. Burada E_u çekirdeğin uyarılma enerjisidir. Bu enerji;

$$E_u = (\gamma - 1) m c^2 + \hbar \omega \sqrt{\frac{1 - \beta}{1 + \beta}} = (\gamma - 1) m c^2 + \hbar \omega \gamma (1 - \beta) = m c^2 \left(\sqrt{1 + \frac{2 \hbar \omega}{m_0 c^2}} - 1 \right)$$

olarak bulunur. Başka çözüm bütün referans sistemlerde;

$$E^2 - p^2 c^2 = \text{sabit}$$

olduğunu kullanarak yapılabilir. Atomun durgun olduğu referans sisteme göre

$$(m c^2 + E_u)^2 = (\hbar \omega + m c^2)^2 - (\hbar \omega)^2$$

yazabiliriz. Buradan aynı sonuç çıkar.

8. İki tüpte aynı madde bulunursa girişim deseni gözlenmez. Tüplerden birisinde farklı madde konulursa yol farkı için;

$$n(\ell + \ell_2) - n_x \ell - n \ell_1 = k \lambda_0$$

$$(n - n_x) \ell + n(\ell_2 - \ell_1) = k \lambda_0$$

yazabiliriz. Girişim deseni N çizgi kaydığına göre

$$n(\ell_2 - \ell_1) = N \lambda_0; k = 0$$

yazabiliriz. Buradan

$$(n - n_x) \ell + N \lambda_0 = 0; n \ell - n_x \ell + \frac{n N \lambda_0}{n} = 0$$

10. dt sürede her nötron kesiti πR^2 olan bir silindir taramaktadır. Burada R uranyum çekirdeklerin yarı-çapıdır. Taranan silindirin hacmi;

$$\pi R^2 v dt$$

olur. Bu silindirin içindeki uranyum çekirdek sayısı;

$$n_0 \pi R^2 v dt$$

olarak yazılabilir. Burada;

$$n_0 = \frac{N_A}{V_\mu} = \frac{N_A \rho}{\mu}$$

uranyum çekirdeklerin konsantrasyonudur. Nötron sayısı N ve reaksiyon olasılığı ξ ise bu hacimde gerçekleşen reaksiyon sayısı;

$$\xi N n_0 \pi R^2 v dt = \frac{\xi N N_A \rho \pi R^2 v dt}{\mu}$$

olur. Her yakalanan nötron k kadar yeni nötron meydana getirmektedir. Nötron sayısı artışı;

$$dN = \frac{(k-1) \xi N N_A \rho \pi R^2 v dt}{\mu}$$

olur. Buradan;

$$\frac{dN}{N} = \frac{(k-1) \xi N_A \rho \pi R^2 v dt}{\mu} = \alpha dt; \ln \frac{N}{N_0} = \alpha t; N = N_0 e^{\alpha t}; \alpha = \frac{(k-1) \xi N_A \rho \pi R^2 v}{\mu}$$

olarak bulunur. Reaksiyon hacmini terk eden nötron sayısı için;

$$dN = -\epsilon n_0 S v dt = -\frac{\epsilon N S v dt}{V} = -\frac{\epsilon N 4 \pi r^2 v dt}{\frac{4}{3} \pi r^3} = -\frac{3 \epsilon N v dt}{r} = -\beta N t; \beta = \frac{3 \epsilon v}{r}$$

$$\frac{dN}{N} = -\beta dt; \ln \frac{N}{N_0} = -\beta t; N = N_0 e^{-\beta t}$$

olarak bulunur. İki faktörün etkisi ile gerçekleşen reaksiyon için;

$$dN = \alpha N dt - \beta N dt; \ln \frac{N}{N_0} = (\alpha - \beta) t; N = N_0 e^{(\alpha - \beta) t}$$

olarak bulunur. $\alpha > \beta$ ise reaksiyonda bölünen uranyum çekirdek sayısı artmaktadır. $\alpha < \beta$ ise reaksiyonda bölünen uranyum çekirdek sayısı azalmakta ve reaksiyon sönmektedir. $\alpha = \beta$ ise reaksiyon stasyoner hale gelir ve sabit hızla devam eder.