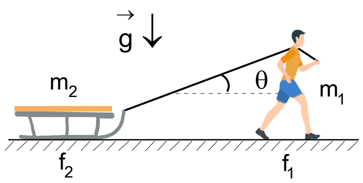
BİRİNCİ AŞAMA SINAVI-1987

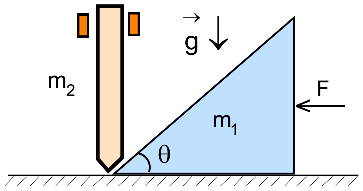
1. Kenarların uzunluğu eşit ve ℓ olan bir n-genin köşelerinde birer sporcu bulunuyor. Sporcular aynı anda daima birbirlerine doğru sabit v hızı ile hareket edecek şekilde koşmaya başlıyorlar.

Buna göre koşucular nerede ve ne kadar zaman sonra buluşur?



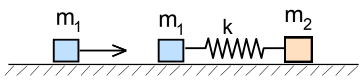
2. Kütlesi m_1 bir olan insan kütlesi m_2 $(m_2 > m_1)$ olan bir kızağı çekmektedir. İnsan ile yol arasındaki sürtünme katsayısı f_1, kızak ile yol arasındaki sürtünme katsayısı f_2 olarak veriliyor.

Kızağın sabit hızla hareket edebilmesi için insan tarafından uygulanan kuvvet nedir?



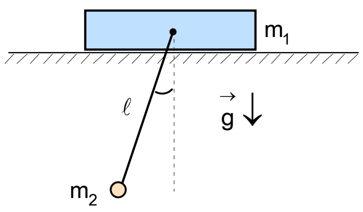
3. Kütlesi m_1 olan dik üçgen şeklindeki sürtünmesiz bir prizmaya sabit yatay F kuvveti şekildeki gibi etki etmektedir. m_2 kütleli kalas sınırlayıcılarla belirlenmiş düşey bir oluk içerisinde sürtünmesiz olarak yukarıya doğru hareket edebilmektedir.

Buna göre prizma ile kalas arasındaki tepki kuvveti nedir?



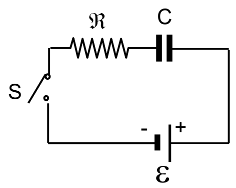
4. Sürtünmesiz yatay düzlem üzerinde yay sabiti k yayın uçlarında kütleleri m_1 ve m_2 olan cisimler bulunuyor. Yayın ekseni boyunca kütlesi m_1 olan cisim sisteme doğru şekildeki gibi yaklaşmaktadır. Gelen cisim ile sistem arasında esnek çarpışma gerçekleşiyor.

Buna göre çarpışmadan sonra sistemin hareket denklemi nedir?



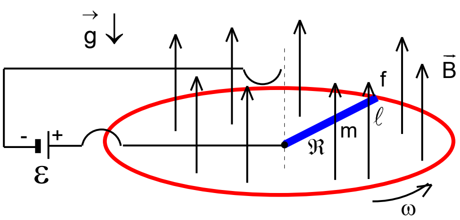
5. Kütlesi m_1 olan bir blok sürtünmesiz yatay masa üzerinde bulunmaktadır. Bloğa uzunluğu ℓ ip sayesinde kütlesi m_2 olan noktasal bir cisim asılıdır. Bu cisim ile ip masaya temas etmeden salınım hareketi yapabilmektedir. Cisim ip ile beraber denge durumundan küçük bir açıya saptırılıp serbest bırakılıyor.

Buna göre sistemin titreşim periyodu nedir?



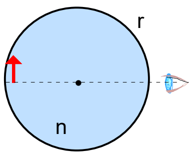
6. E.m.k. sı ε olan ideal bir üreteç, direnci $\Re$ olan bir rezistans, kapasitesi C olan bir kondansatörden ve S anahtardan oluşan devrede kondansatör başlangıçta yüksüzdür. S anahtar kapatılıyor.

Buna göre kondansatörün yüklemesi bitene kadar rezistansta açığa çıkan ısı nedir? Çok kısa Δt sürede kondansatöre aktarına yük miktarı nedir?



7. Uzunluğu ℓ, kütlesi m ve direnci R olan bir çubuk, ucundan geçen O dikey eksen etrafında, diğer ucu ile iletken ve yatay konumunda bulunan bir halka ile temas edecek şekilde dönebilmektedir. Çubuğun döndüğü düzleme dik yönde sabit ve homojen B manyetik indüksiyon alanı etki etmektedir. Çubuğun iki ucuna değeri ε olan sabit e.m.k. uygulanmaktadır. Çubuk ile halka arasındaki sürtünme katsayısı f dir.

Buna göre çubuğun döndüğü sabit ω açısal hızı nedir?



8. Yarıçapı r ve kırıcılık indisi n olan bir cam kürenin yüzeyine çok yakınında ve kürenin çapı üzerinde bir cisim bulunmaktadır. Küreye çok yakınından çap boyunca bir gözlemci cisme bakmaktadır.

Buna göre gözlemci cisim ile cisimin görüntüsü arasındaki uzaklığı ne kadar görür?

BİRİNCİ AŞAMA SINAVI-1987

1. $\dfrac{\ell}{2v\sin^2\dfrac{\pi}{n}}$

2. $\dfrac{f_1f_2(m_1+m_2)g}{f_1+f_2}\sqrt{1+\left[\dfrac{m_2f_2-m_1f_1}{f_1f_2(m_1+m_2)}\right]^2}$

3. $\dfrac{m_2(m_1g+F\tan\theta)}{(m_1+m_2\tan^2\theta)\cos\theta}$

4. $v\sqrt{\dfrac{m_1m_2}{k(m_1+m_2)}}\sin\left(\sqrt{\dfrac{k(m_1+m_2)}{m_1m_2}}\,t\right)$

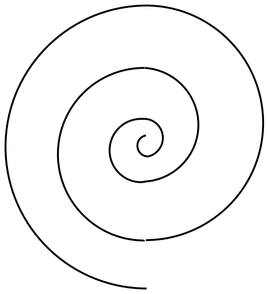
5. $2\pi\sqrt{\dfrac{m_1\ell}{(m_1+m_2)g}}$

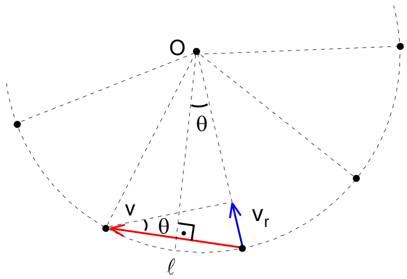
6. $\dfrac{C\mathcal{E}^2}{2}$; $\dfrac{\mathcal{E}\Delta t}{\Re}$

7. $\dfrac{2\mathcal{E}B\ell-4fmg\Re}{B^2\ell^3}$

8. $\dfrac{2(3-n)r}{n-2}$

BİRİNCİ AŞAMA SINAVI-1987





1. Sporcular daima birbirine doğru koştukları için sürekli yön değiştirmektedir. Bundan dolayı sporcular çokgenin merkezinde buluşur. Bu şekilde koşan her sporcu spiral benzeri bir yörünge üzerinde hareket eder. n kenarlı eşkenar çokgenin köşeleri bir çember üzerinde bulunur. Çokgenin merkezinden kenarlar;

$$2\theta = \frac{2\pi}{n}$$

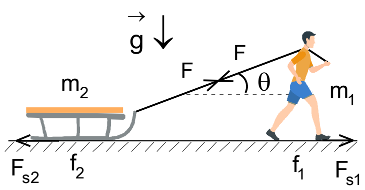
açı ile görünür. Bu n kenarlı çokgenin kenarlarının üzerinde bulunduğu çemberin yarıçapı;

$$r = \frac{\frac{\ell}{2}}{\sin\theta} = \frac{\ell}{2\sin\frac{\pi}{n}}$$

olur. Sporcuların yarıçap doğrultusundaki hızları ve hareket süreleri;

$$v_r = v\sin\theta = v\sin\frac{\pi}{n}\ ;\ t = \frac{r}{v_r} = \frac{\ell}{2v\sin^2\frac{\pi}{n}}$$

olarak bulunur.



2. İkinci Newton yasasını insan ve kızak için yazabiliriz.

$$F\cos\theta = F_{s1}\ ;\ F_{s1} = f_1 N_1\ ;\ N_1 = f_1(m_1 g + F\sin\theta)$$

$$F\cos\theta = F_{s2}\ ;\ F_{s2} = f_2 N_2\ ;\ N_2 = f_2(m_2 g - F\sin\theta)$$

Buradan;

$$F\sin\theta = \frac{(f_2 m_2 - f_1 m_1)g}{f_1 + f_2}\ ;\ F\cos\theta = \frac{f_1 f_2 (m_1 + m_2) g}{f_1 + f_2}\ ;\ \tan\theta = \frac{f_2 m_2 - f_1 m_1}{f_1 f_2 (m_1 + m_2)}$$

$$F = \frac{f_1 f_2 (m_1 + m_2) g}{f_1 + f_2}\sqrt{1 + \left[\frac{m_2 f_2 - m_1 f_1}{f_1 f_2 (m_1 + m_2)}\right]^2}$$

olarak bulunur.

3. Her cisim için dinamik denklemlerinden;

$$F - N\sin\theta = m_1 a_1$$

$$N\cos\theta - m_2 g = m_2 a_2$$

kinematik bağıntıdan;

$$\tan\theta = \frac{a_2}{a_1}$$

yazabiliriz. Buradan;

$$\begin{cases} N\sin\theta = F - m_1 a_1 \\ N\cos\theta = m_2 g + m_2 a_1 \tan\theta \end{cases} \Rightarrow \tan\theta = \frac{F - m_1 a_1}{m_2 g + m_2 a_1 \tan\theta}$$

$$m_2 g\tan\theta + m_2 a_1 \tan^2\theta = F - m_1 a_1 \Rightarrow a_1 = \frac{F - m_2 g\tan\theta}{m_1 + m_2\tan^2\theta}$$

$$a_2 = \frac{(F - m_2 g\tan\theta)\tan\theta}{m_1 + m_2\tan^2\theta}$$

$$N = \frac{m_2 g + m_2\dfrac{F - m_2 g\tan\theta}{m_1 + m_2\tan^2\theta}\tan\theta}{\cos\theta} = \frac{m_2\left(g + \dfrac{F\tan\theta - m_2 g\tan^2\theta}{m_1 + m_2\tan^2\theta}\right)}{\cos\theta} =$$

$$= \frac{m_2(m_1 g + m_2 g\tan^2\theta + F\tan\theta - m_2 g\tan^2\theta)}{(m_1 + m_2\tan^2\theta)\cos\theta} = \frac{m_2(m_1 g + F\tan\theta)}{(m_1 + m_2\tan^2\theta)\cos\theta}$$

olarak bulunur.

4. Gelen cisim ile sistemin m_1 kütleli cisim arasında gerçekleşen esnek çarpışmada gelen cisim duruyor, sistemin m_1 kütleli cisim ise aynı hız ile hareketine devam ediyor. Bundan sonra yay sıkışmaya başlıyor. Momentum korunumu yasasından yayın maksimum sıkıştığı anda sistemin hızı;

$$m_1 v = (m_1 + m_2) v_s;\ v_s = \frac{m_1 v}{m_1 + m_2}$$

bu anda yayda depo edilen enerji

$$\frac{kA^2}{2} = \frac{m_1 v^2}{2} - \frac{(m_1 + m_2) v_s^2}{2} = \frac{m_1 m_2 v^2}{2(m_1 + m_2)}$$

sistemde başlayan titreşimlerin genliği;

$$A = v\sqrt{\frac{m_1 m_2}{k(m_1 + m_2)}}$$

olarak bulunur. Bundan sonra sistemin hareketini kütle merkezine göre incelersek;

$$\mathcal{E} = \mathcal{E}_k + \mathcal{E}_p = \frac{m_1 v_1^2}{2} + \frac{m_2 v_2^2}{2} + \frac{kx^2}{2}$$

yazabiliriz. Momentumun korunumu yasasından;

$$m_1 v_1 = m_2 v_2;\ m_1 x_1 = m_2 x_2$$

yazılabilir. Buradan;

$$\mathcal{E} = \frac{m_1 v_1^2}{2} + \frac{m_1^2 v_1^2}{2m_2} + \frac{k\left(x_1 + \frac{m_1 x_1}{m_2}\right)^2}{2} = \frac{m_1(m_1 + m_2)}{m_2}\frac{v_1^2}{2} + \frac{k(m_1 + m_2)^2}{m_2^2}\frac{x_1^2}{2}$$

olarak yazılabilir. Sistem sabit hızla gider ve kütle merkezi etrafında titreşim yapar. Titreşimin açısal frekansı ve periyodu;

$$\Omega = \sqrt{\frac{k(m_1 + m_2)}{m_1 m_2}}\ ;\ T = \frac{2\pi}{\Omega} = 2\pi\sqrt{\frac{m_1 m_2}{k(m_1 + m_2)}}$$

olarak bulunur. Hareket denklemi;

$$x = A\sin\Omega t = v\sqrt{\frac{m_1 m_2}{k(m_1 + m_2)}}\sin\left(\sqrt{\frac{k(m_1 + m_2)}{m_1 m_2}}\ t\right)$$

olur. Aynı sonuca dinamik yöntemi ile varabiliriz. Cisimlerden birisinin hareketi için;

$$m_2 a_2 = -kx = -k(x_1 + x_2) = -k\left(\frac{m_2 x_2}{m_1} + x_2\right) = -\frac{k(m_1 + m_2)x_2}{m_1}$$

yazılabilir. Buradan titreşim denklemi;

$$a_2 = -\frac{k(m_1 + m_2)x_2}{m_1 m_2}$$

elde edilir. Yani aynı sonuç çıkar.

5. Momentum korunumu yasasından;

$$m_1 v_1 + m_2(v_1 - v_2) = 0 \Rightarrow v_1 = \frac{m_2 v_2}{m_1 + m_2}$$

enerji korunumu yasasından;

$$\mathcal{E} = \mathcal{E}_k + \mathcal{E}_p = \frac{m_1 v_1^2}{2} + \frac{m_2(v_1 - v_2)^2}{2} + m_2 g\ell(1 - \cos\theta) = \frac{m_1 m_2}{m_1 + m_2}\frac{v_2^2}{2} + \frac{m_2 g}{\ell}\frac{x^2}{2}$$

$$1 - \cos\theta = 2\sin^2\frac{\theta}{2} \approx 2\left(\frac{\theta}{2}\right)^2 = \frac{\theta^2}{2} = \frac{x^2}{2\ell};\ \theta = \frac{x}{\ell}$$

titreşimin açısal frekansı ve periyodu;

$$\omega = \sqrt{\frac{(m_1 + m_2)g}{m_1\ell}}\ ;\ T = \frac{2\pi}{\omega} = 2\pi\sqrt{\frac{m_1\ell}{(m_1 + m_2)g}}$$

olarak bulunur.

6. Devre için ikinci Kirchoff yasası;

$$\frac{q}{C}+I\Re=\varepsilon$$

şeklinde yazılabilir. Buradan devrede akan akım;

$$\frac{dq}{\varepsilon-\frac{q}{C}}=\frac{dt}{\Re}\Rightarrow -C\int_0^q \frac{d\left(\varepsilon-\frac{q}{C}\right)}{\varepsilon-\frac{q}{C}}=\int_0^t \frac{dt}{\Re}\Rightarrow \ln\left(\varepsilon-\frac{q}{C}\right)_0^q=-\frac{t}{\Re C}\Rightarrow q=\varepsilon C\left(1-e^{-\frac{t}{\Re C}}\right)$$

$$I=\frac{dq}{dt}=\frac{\varepsilon}{\Re}e^{-\frac{t}{\Re C}}$$

Açığa çıkan ısı;

$$Q=\int_0^\infty I^2\Re dt=\int_0^\infty \frac{\varepsilon^2}{\Re}e^{-\frac{2t}{\Re C}}dt=\int_0^\infty \frac{\varepsilon^2}{\Re}\frac{C\Re}{2}e^{-\frac{2t}{\Re C}}d\left(\frac{2t}{\Re C}\right)=-\frac{C\varepsilon^2}{2}e^{-\frac{2t}{RC}}\Bigg|_0^\infty=\frac{C\varepsilon^2}{2}$$

olarak bulunur. Aynı ifadeye integral hesabı yapmadan da ulaşabiliriz. Yükleme süresince üreteçten geçen yük;

$$q=C\varepsilon$$

üretecin yaptığı iş;

$$\mathcal{W}=q\varepsilon=C\varepsilon^2$$

kondansatörde depo edilen elektrik potansiyel enerjisi;

$$\mathcal{E}_p=\frac{C\varepsilon^2}{2}$$

açığa çıkan ısı;

$$\mathcal{W}=\mathcal{E}_p+Q;\ C=\frac{C\varepsilon^2}{2}+Q;\ Q=\frac{C\varepsilon^2}{2}$$

olarak bulunur. Δt çok küçük zaman içinde kondansatöre verilen yük;

$$\Delta q=\Delta q=\varepsilon C\left(1-e^{-\frac{\Delta t}{\Re C}}\right)\Rightarrow \varepsilon C\left(1-1+\frac{\Delta t}{\Re C}\right)=\frac{\varepsilon\Delta t}{\Re}$$

olur.

7. Çubuk sabit hızla döndüğünde;

$$fmg\ell=F_A.\frac{\ell}{2};\ F_A=IB\ell$$

yazabiliriz. İkinci Kirchhoff yasasından;

$$\varepsilon+\varepsilon_{in}=I\Re;\ \varepsilon_{in}=-\frac{d\Phi}{dt}=-\frac{B\ell^2\omega}{2}$$

akan akım ve açısal hız;

$$I=\frac{2\varepsilon-B\ell^2\omega}{2\Re};\ \omega=\frac{2\varepsilon B\ell-4fmg\Re}{B^2\ell^3}$$

olarak bulunur.

8. Cisim birinci kırılma yüzeyinden a=2r uzaktadır. Bu görüntü;

$$\frac{n}{a}+\frac{1}{b}=\frac{1-n}{(-r)}\Rightarrow\frac{n}{2r}+\frac{1-n}{b}=\frac{n-1}{r};\ b=\frac{2r}{n-2}$$

uzaklıktadır. Aranan uzaklık;

$$x=b-a=\frac{2r}{n-2}-2r=\frac{2(3-n)r}{n-2}$$

olarak bulunur.