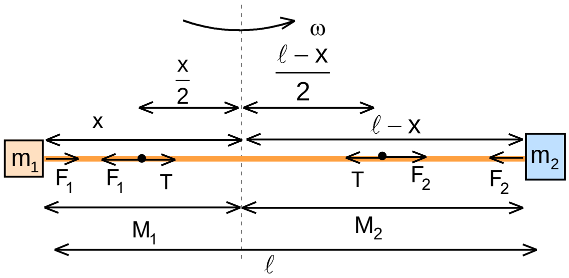
m_1 ve m_2 kütleli iki uzay aracı uzun homojen bir halatla birbirilerine bağlanmışlardır. Bu iki uzay aracı halatla dik bir eksen etrafında dönmektedirler. Birinci uzay aracı civarında halattaki gerilme F_1, ikinci uzay aracının civarında halattaki gerilme F_2 dir.

Buna göre halatın kütlesi nedir?



1. yöntem

$$M_1 = \frac{Mx}{\ell} \Rightarrow M_2 = \frac{M(\ell - x)}{\ell}$$

$$m_1x + M_1.\frac{x}{2} = m_2(\ell - x) + M_2\frac{(\ell - x)}{2} \Rightarrow m_1x + \frac{Mx^2}{2\ell} = m_2(\ell - x) + \frac{M(\ell - x)^2}{2\ell}$$

$$2m_1\ell x + Mx^2 = 2m_2\ell(\ell - x) + M(\ell - x)^2 \Rightarrow 2m_1\ell x + Mx^2 = 2m_2\ell(\ell - x) + M\ell^2 - 2M\ell x + Mx^2 \Rightarrow$$

$$2m_1x = 2m_2(\ell - x) + M\ell - 2Mx = 2m_2\ell - 2m_2x + M\ell - 2Mx \Rightarrow 2m_1x + 2m_2x + 2Mx = 2m_2\ell + M\ell \Rightarrow$$

$$2x(m_1 + m_2 + M) = (2m_2 + M)\ell \Rightarrow x = \frac{(2m_2 + M)\ell}{2(m_1 + m_2 + M)}$$

$$F_1 = m_1\omega^2x \Rightarrow T - F_1 = M_1\omega^2.\frac{x}{2} \Rightarrow F_2 = m_2\omega^2(\ell - x) \Rightarrow T - F_2 = M_2\omega^2.\frac{(\ell - x)}{2}$$

$$T = F_1 + M_1\omega^2.\frac{x}{2} = F_2 + M_2\omega^2.\frac{(\ell - x)}{2} \Rightarrow F_1 + \frac{M\omega^2x^2}{2\ell} = F_2 + \frac{M\omega^2(\ell - x)^2}{2\ell}$$

$$F_1 + \frac{M\omega^2x^2}{2\ell} = F_2 + \frac{M\omega^2(\ell^2 - 2\ell x + x^2)}{2\ell} \Rightarrow F_1 + \frac{M\omega^2x^2}{2\ell} = F_2 + \frac{M\omega^2\ell^2}{2\ell} - \frac{2\ell xM\omega^2}{2\ell} + \frac{M\omega^2x^2}{2\ell}$$

$$F_1 = F_2 + \frac{M\omega^2\ell}{2} - xM\omega^2 = F_2 + \frac{M\ell}{2}\frac{F_1}{m_1x} - xM\frac{F_1}{m_1x} = F_2 + \frac{M\ell}{2}\frac{F_1}{m_1x} - \frac{F_1M}{m_1} = F_2 + \frac{M\ell}{2m_1}\frac{F_1}{\frac{(2m_2 + M)\ell}{2(m_1 + m_2 + M)}} - \frac{F_1M}{m_1}$$

$$F_1 = F_2 + \frac{M}{m_1}\frac{F_1(m_1 + m_2 + M)}{(2m_2 + M)} - \frac{F_1M}{m_1} \Rightarrow F_1 - F_2 = \frac{MF_1}{m_1}\frac{m_1 + m_2 + M - 2m_2 - M}{(2m_2 + M)} = \frac{MF_1}{m_1}\frac{m_1 - m_2}{(2m_2 + M)}$$

$$(F_1 - F_2)m_1(2m_2 + M) = MF_1(m_1 - m_2) \Rightarrow 2(F_1 - F_2)m_1m_2 + (F_1 - F_2)m_1M = MF_1(m_1 - m_2)$$

$$2(F_1 - F_2)m_1m_2 + = M[F_1(m_1 - m_2) - (F_1 - F_2)m_1] = M(m_1F_1 - m_2F_1 - m_1F_1 + m_1F_2) = M(m_1F_2 - m_2F_1)$$

$$M = \frac{2(F_1 - F_2)m_1m_2}{m_1F_2 - m_2F_1}$$

2. yöntem

$$F_1 = m_1\omega^2x;\ F_2 = m_2\omega^2(\ell - x) \Rightarrow \frac{F_1}{F_2} = \frac{m_1x}{m_2(\ell - x)} \Rightarrow F_1m_2\ell - F_1m_2x = F_2m_1x \Rightarrow x = \frac{F_1m_2\ell}{F_1m_2 + F_2m_1}$$

$$\ell - x = \ell - \frac{F_1m_2\ell}{F_1m_2 + F_2m_1} = \frac{F_2m_1\ell}{m_1F_2 + m_2F_1}$$

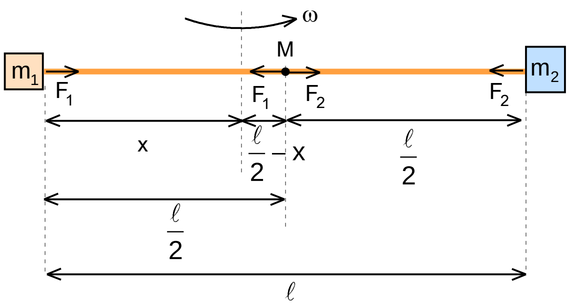
$$F_1 = m_1\omega^2\frac{F_1m_2\ell}{F_1m_2 + F_2m_1} \Rightarrow \omega^2 = \frac{m_1F_2 + m_2F_1}{m_1m_2\ell}$$

$$T - F_1 = M_1\omega^2.\frac{x}{2} \Rightarrow T - F_2 = M_2\omega^2.\frac{(\ell - x)}{2} \Rightarrow F_1 + \frac{M\omega^2x^2}{2\ell} = F_2 + \frac{M\omega^2(\ell - x)^2}{2\ell}$$

$$F_1 + \frac{M}{2\ell}\frac{m_1F_2 + m_2F_1}{m_1m_2\ell}\left(\frac{F_1m_2\ell}{F_1m_2 + F_2m_1}\right)^2 = F_2 + \frac{M}{2\ell}\frac{m_1F_2 + m_2F_1}{m_1m_2\ell}\left(\frac{F_2m_1\ell}{m_1F_2 + m_2F_1}\right)^2$$

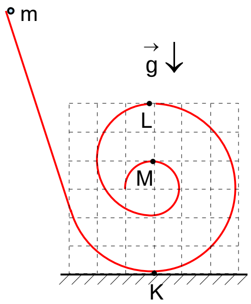
$$F_1 + \frac{Mm_2F_1^2}{2m_1(m_1F_2 + m_2F_1)} = F_2 + \frac{Mm_1F_2^2}{2m_2(m_1F_2 + m_2F_1)} \Rightarrow M = \frac{2m_1m_2(F_2 - F_1)}{m_2F_1 - m_1F_2}$$

3. yöntem



$$F_1 = m_1\omega^2 x;\ F_2 = m_2\omega^2(\ell - x) \Rightarrow x = \frac{F_1}{m_1\omega^2} \Rightarrow \ell - x = \frac{F_2}{m_2\omega^2} \Rightarrow \ell = \frac{F_1}{m_1\omega^2} + \frac{F_2}{m_2\omega^2}$$

$$F_1 - F_2 = M\omega^2\left(\frac{\ell}{2} - x\right) = M\omega^2\left(\frac{F_1}{2m_1\omega^2} + \frac{F_2}{2m_2\omega^2} - \frac{F_1}{m_1\omega^2}\right) = \frac{M(F_2m_1 - F_1m_2)}{2m_1m_2} \Rightarrow M = \frac{2m_1m_2(F_1 - F_2)}{F_2m_1 - F_1m_2}$$



Sürtünmesiz eğik düzlem üzerinden harekete başlayan m kütleli bir cisim çembersel kısımlardan oluşan yolun K noktasında uyguladığı tepki kuvveti ağırlık kuvvetinin 9 katıdır. L noktasındaki tepki kuvveti N_L, M noktasındaki tepki kuvveti N_M dir.

Buna göre $\frac{N_L}{N_M}$ oranı kaçtır? (Bölmeler eşit aralıklıdır. L noktası spiralin merkezinden geçen düşey doğrultusundan sol tarafındadır.)

$$N_K = mg + \frac{mv^2}{3r} = 9mg \Rightarrow \frac{v^2}{3r} = 8g \Rightarrow v^2 = 24gr$$

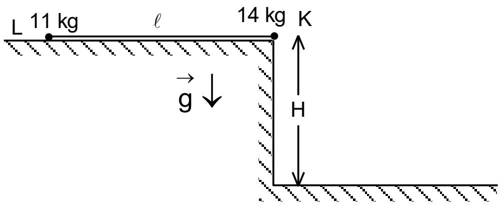
$$\frac{mv^2}{2} = \frac{mv_L{}^2}{2} + mg.6r \Rightarrow 24gr = v_L{}^2 + 12gr \Rightarrow v_L{}^2 = 12gr$$

$$N_L + mg = \frac{mv_L{}^2}{2r} \Rightarrow N_L = \frac{m.12gr}{2r} - mg = 5mg$$

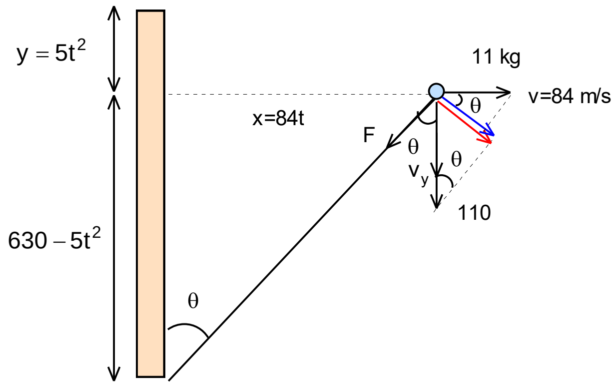
$$\frac{mv^2}{2} = \frac{mv_M{}^2}{2} + mg.2r \Rightarrow 24gr = v_M{}^2 + 4gr \Rightarrow v_M{}^2 = 20gr$$

$$N_M = mg + \frac{mv_M{}^2}{r} = mg + \frac{m.20gr}{r} = 21mg$$

$$\frac{N_L}{N_M} = \frac{5}{21}$$



9. Kütleleri 14 kg ve 11 kg olan K ve L cisimler yatay ve sürtünmesiz masa üzerinde bulunmakta olup birbirine uzunluğu ℓ=850 m olan ip ile bağlıdır. K olan cisim masanın ucunda bulunmakta olup masanın yüksekliği H=630 m dir. Sistem harekete geçip K olan cisim zemine çarpıp zemine yapışmaktadır. Bundan sonra belirli süre için ip gerilmemiş oluyor. İp tekrar gerilirse bu anda ipteki gerilme kuvveti nedir?



a= $\frac{14.g}{14+11}=\frac{14.10}{25}$ =5,6 m/s ^{2} ; v= $\sqrt{2ah}=\sqrt{2.5,6.630}$ =84 m/s

$25.10.630=\frac{25v^2}{2}+11.10.630\ ;\ \frac{25v^2}{2}=14.10.630 \Rightarrow v=84\ m/s$

x=84t; y=5t ^{2} ; z=H-5t ^{2}

ℓ= $\sqrt{x^2+y^2}$; 850= $\sqrt{(84t)^2+(630-5t^2)^2}$

$850^2=(84t)^2+(630-5t^2)^2 \Rightarrow 722500=7056t^2+396900-6300t^2+25t^4=$

$25t^4+6300t^2-325600=0 \Rightarrow t^4+252t^2-13024=0$

$t^2=\frac{-252+\sqrt{63504+4.13024}}{2}=\frac{-252+340}{2}44 \Rightarrow t=6,633$

y=5.44=220 m

z=630-220=440 m

$\cos\theta=\frac{z}{\ell}=\frac{440}{850}=\frac{44}{85}=0,517647 \Rightarrow \sin\theta=\sqrt{1-\cos^2\theta}=\sqrt{1-\left(\frac{44}{85}\right)^2}=0,855594$

v_y =gt=10.6,333=63,33 m/s

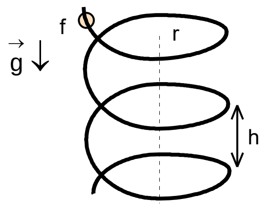
$v_\perp$ =vsinθ=84.0,855594=71,87 m/s

$v_{y\perp}$ = v_y cosθ=63,33.0,517647=32,78 m/s

$u_\perp$ = $v_\perp$ + $v_{y\perp}$ =71,87+32,78=104,65m/s

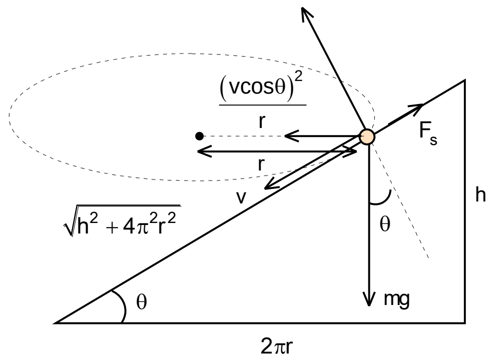
$a_n=\frac{u_\perp^{\ 2}}{\ell}=\frac{(104,65)^2}{850}$ =12,884 m/s ^{2}

mgcosθ+F=ma $_n$; F=m(a $_n$ -gcosθ)=11(12,884-10,0,517847153)≈84,76 N



Yarıçapı r ve adımı h olan spiral şeklindeki ince tel üzerinde bir cisim hareket edebilmektedir. Spiral telin sarımları yatayla θ açı yapmaktadırlar. Cisim ile tel arasındaki sürtünme katsayısı f ($f<\tan\theta$) olarak veriliyor.

Buna göre cismin hareket ettiği sabit hız nedir?



$\tan\theta = \dfrac{h}{2\pi r}$

$mg\sin\theta = F_s = fN$

$N = \sqrt{N_1^2 + N_2^2}$; $N_1 = \dfrac{m(v\cos\theta)^2}{r}$; $N_2 = mg\cos\theta$

$$v = \sqrt{\frac{gr}{f}\sqrt{\frac{\tan^2\theta - f^2}{\cos^2\theta}}} = \sqrt{\frac{gr}{f}\sqrt{(\tan^2\theta - f^2)(1+\tan^2\theta)}} = \sqrt{\frac{gr}{f}\sqrt{\left(\frac{h^2}{4\pi^2r^2} - f^2\right)\left(1+\frac{h^2}{4\pi^2r^2}\right)}} = \sqrt{\frac{g}{4\pi^2 fr}\sqrt{(h^2 - 4\pi^2f^2r^2)(h^2+4\pi^2r^2)}}$$