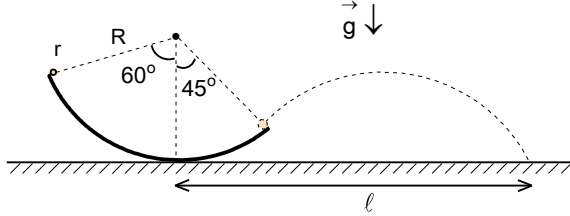


EYLÜL KAMPI SINAVI-2002

1. Bir araba, şoför dört tekerleği de kullanarak fren yaptığında L kadar yol alarak durmaktadır. Frene basıldığında araba ile yol arasındaki sürtünme katsayısı f , ön ve arka tekerlekler arasındaki mesafe ℓ , arabanın kütle merkezi iki tekerin tam ortasında ve h yüksekliğindedir.

Şoför sadece ön tekerlekleri kullanarak fren yaptığında ne kadar yol alarak durur? Şoför sadece arka tekerlekleri kullanarak fren yaptığında ne kadar yol alarak durur? (Arabanın kütle merkezinin tekerleklerin tam ortasında olduğunu kabul edebilirsiniz.)

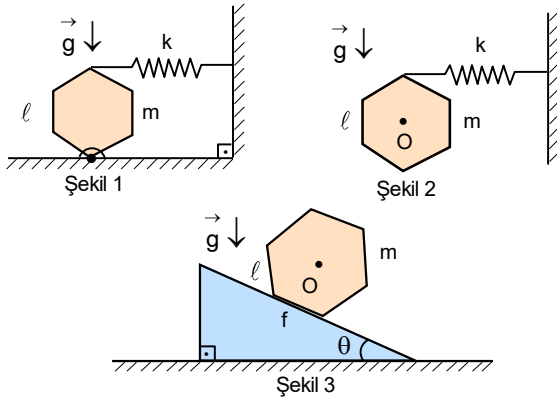


2. Yarıçapı r olan bir top yarıçapı R olan dairesel ray üzerinde kaymadan yuvarlanmaktadır. Top rayın, düşeyle 60° lik bir açı yapan bir noktasından yuvarlanmaya başlayarak 105° ik bir açıyı taradıktan sonra rayı terk etmektedir.

Topun raydan çıkış hızı nedir? Topun yere çarptığı ℓ mesafesi nedir? (Kürenin kütle merkezine göre eylemsizlik momenti $\frac{2mr^2}{5}$ dir.)

3. Su barajlarında biriken su belli yükseklikten bir su türbini üzerine düşerek türbinin dönmesini sağlamaktadır.

Bu su türbinin maksimum verimi nedir?



4. Kenar uzunluğu ℓ olan düzgün altıgenin kütlesi m olup bu altıgen şekillerdeki gibi yay sabiti k olan yay tutturulmuştur ya da eğim açısı θ olan sürtülmeli eğik düzlem üzerinde bulunmaktadır.

a) **Bu altıgenin kütle merkezine göre eylemsizlik momenti nedir?**

Altıgen Şekil 1 deki gibi alt köşesindeki menteşenden geçen eksen etrafında dönme hareketi yaparsa, altıgenin küçük yer değiştirmelerde kararlı dengede olabilmesi için yayın yay sabiti k ne kadar olmalıdır?

b) **Kütle merkezine göre Şekil 2 deki gibi serbestçe dönebilen bu altıgen yay sabiti k olan bir yay sayesinde üst köşesinden tutturulursa yapacağı küçük titreşimlerinin periyodu nedir?**

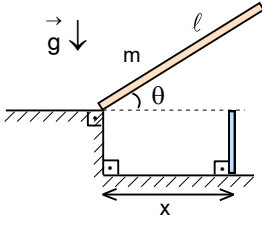
c) **Aynı altıgen eğim açısı θ olan bir eğik düzlem üzerine yerleştirildiğinde yuvarlanmadan kayabilmesi için yüzey ile arasındaki maksimum sürtünme katsayısı f ne kadar olmalıdır?**

3. a) Eylemsizlik momentleri J_1 ve J_2 olan iki fiziksel sarkaç burkulma katsayısı χ olan burulmalı ipin uçlarında bulunmaktadır.

Bu sistemin titreşim periyodu nedir?

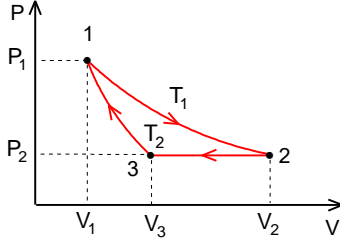
b) İki burulmalı sarkaç aynı yatay eksen etrafında titreşimler yapmaktadır. Sarkaçlarından birisinin titreşim frekansı Ω_1 , diğerinin ise Ω_2 dir. Tayin edilen eksene göre sarkaçlarından birisinin eylemsizlik momenti J_1 , diğerinin ise J_2 dir. İki sarkaç durgun haldeyken birbirlerine sıkı sıkı bağlanıyor (yani birlikte tek cisim gibi hareket ediyorlar).

Yeni oluşan burulmalı sarkacın titreşim frekansı nedir?



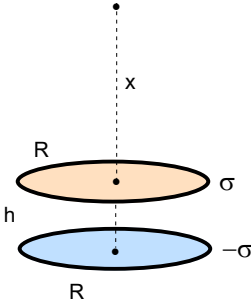
6. Yatay ve sürtülmeli bir masa üzerinde uzunluğu ℓ ve kütlesi m olan bir çubuk yatayla $\theta=30^\circ$ yapacak şekilde tutularak masanın ucunda durmaktadır. Çubuk ile düzlem arasındaki sürtünme çok büyük olduğu için çubuk yatay yönde kaymamaktadır. Çubuk serbest bırakıldığında masa ile aynı hizada bulunan dik bir engele çarpacaktır.

Çubuk çarpıncaya kadar çubuğa yatayla yaptığı açısına bağlı olan tepki kuvveti nedir? Çarpışmadan sonra çubuk dönmeden geri zıplaması için masa ile engel arasındaki uzaklık x kaç ℓ olmalıdır?



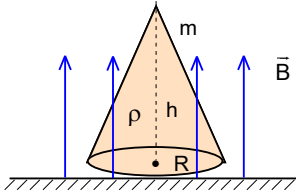
7. İdeal gazla çalışan ısı makinesi 1-2 izotermal, 2-3 izobarik, 3-1 adyabatik proseslerinden oluşan döngüsel olan proses gerçekleşmektedir.

Isı makinesinin verimi çevrimdeki maddenin sahip olduğu maksimum T_1 ve minimum T_2 sıcaklığı cinsinden nedir?



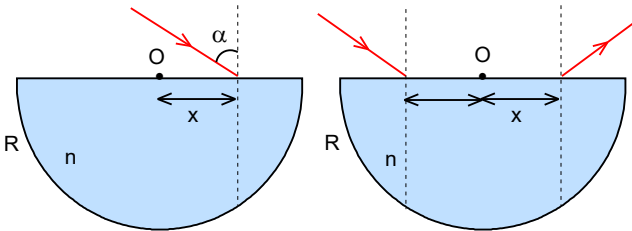
8. Yarıçapı R ve aralarındaki uzaklık h olan iki dairesel plakaya yüzeysel yük yoğunluğu σ ve $-\sigma$ olan yükler veriliyor.

Pozitif yüklü plakadan x kadar uzakta bulunan bir noktadaki elektrik alanı nedir? ($x \gg h$, $R \gg h$ ve boşluğun dielektrik geçirgenlik katsayısı ϵ_0 olarak veriliyor.)



9. Taban yarıçapı R , yüksekliği h ve kütlesi m olan içi dolu bir koninin hacimsel yük yoğunluğu ρ dur ve tabanına dik şekildeki gibi B manyetik alanı içerisinde bulunmaktadır.

Uygulanan manyetik indüksiyon alanı kaldırılırsa koninin kazanacağı açısal hız nedir? (Koninin taban merkezinden geçen ve tabana dik eksene göre eylemsizlik momenti $J = \frac{3mR^2}{10}$ olarak veriliyor.)



10. Yarıçapı R , kırıcılık indisi n olan yarım silindirik bir cam düşününüz. Bir ışık ışını silindirin eksenine dik düzlem üzerinde yarım silindirin düzlemsel yüzeyi ile α açısı yapacak şekilde ve düzlemsel yüzeyin orta çizgisinden x kadar uzağa gelmektedir. Işığın camın eğri yüzeyine ilk değdiği noktadan dışarı çıkması istenmektedir.

Bu durumu sağlayan maksimum x uzaklığının ifadesini R , n ve α cinsinden bulunuz. x uzaklığının her değeri için $(-R < x < R)$ yukarıdaki şartın sağlanması nasıl mümkün olabilir. $n = \sqrt{2}$, $\alpha = 30^\circ$ olursa ışığın cam merkezinden x kadar uzaklıkta bir noktadan girip, merkezin diğer tarafından gene x uzaklıktan dışarı çıkmasının mümkün olup olmadığını inceleyiniz.

EYLÜL KAMPI SINAVI CEVAPLARI-2002

1. $\frac{v^2}{2fg}$; $2L\left(1-\frac{fh}{\ell}\right)$; $2L\left(1+\frac{fh}{\ell}\right)$

2. $1,72\sqrt{r}$; $1,2r$

3. $\frac{8}{27}$

4. $\frac{5m\ell^2}{12}$

b) $k=\frac{mg}{4\ell}$

c) $2\pi\sqrt{\frac{5m}{12k}}$

d) $\frac{\tan\theta}{1-\sqrt{3}\tan\theta}$

3. a) $2\pi\sqrt{\frac{J_1J_2}{\chi(J_1+J_2)}}$

b) $\sqrt{\frac{J_1\Omega_1^2+J_2\Omega_2^2}{J_1+J_2}}$

olarak bulunur.

6. $mg\cdot\frac{3mg(\sin\theta-\sin\varphi)\sin\varphi}{2}+\frac{3mg\cos^2\varphi}{4}$; $\varphi=0^\circ$ için $N=\frac{mg}{4}$; $\frac{2\ell}{3}$

olarak bulunur.

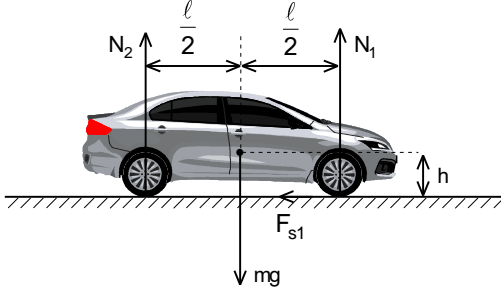
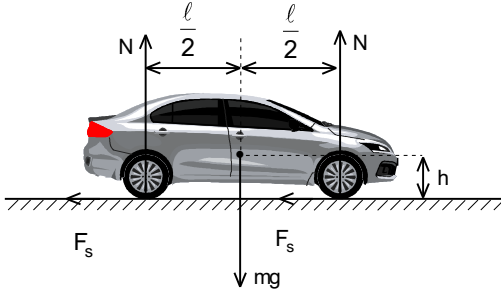
7. $1-\frac{T_1-T_2}{T_1\ln\frac{T_1}{T_2}}$

8. $\frac{\sigma}{2\epsilon_0}\frac{hR^2}{(x^2+R^2)^{\frac{3}{2}}}$

9. $\frac{\rho\pi R^2HB}{6m}$

10. $\frac{r}{\sqrt{n^2-\sin^2\alpha}}$; $\sin\alpha<\sqrt{n^2-1}$

EYLÜL KAMPI SINAVI-2002 SORULARIN ÇÖZÜMLERİ



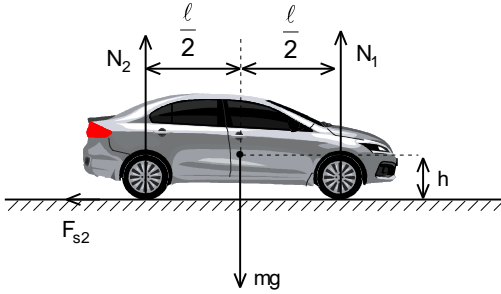
sürtünme kuvveti ve ivme;

$$F_{s1} = \frac{fmg}{2\left(1 - \frac{fh}{l}\right)}; a_1 = \frac{F_{s1}}{m} = \frac{fg}{2\left(1 - \frac{fh}{l}\right)}$$

fren mesafesi;

$$L_1 = \frac{v^2}{2a_1} = 2 \frac{v^2}{2fg} \left(1 - \frac{fh}{l}\right) = 2L \left(1 - \frac{fh}{l}\right)$$

olarak bulunur.



sürtünme kuvveti ve ivme;

$$F_{s2} = \frac{fmg}{2\left(1 + \frac{fh}{l}\right)}; a_2 = \frac{F_{s2}}{m} = \frac{fg}{2\left(1 + \frac{fh}{l}\right)}$$

fren mesafesi;

$$L_2 = \frac{v^2}{2a_2} = 2 \frac{v^2}{2fg} \left(1 + \frac{fh}{l}\right) = 2L \left(1 + \frac{fh}{l}\right)$$

olarak bulunur.

1. Birinci durumda simetriden dolayı tepki kuvvetleri ve dolayısıyla her tekerleğe etki eden sürtünme kuvvetleri de eşittir. Arabanın fren ivmesi;

$$a = \frac{F_s}{m} = \frac{fmg}{m} = fg$$

fren mesafesi

$$L = \frac{v^2}{2a} = \frac{v^2}{2fg}$$

olarak yazılabilir.

Şoför sadece ön tekerleklerini kullanarak fren yaptığında sürtünme kuvveti sadece ön tekerleklerde etkili olmaktadır. Simetri bozulduğu için tekerlekler etki eden tepki kuvvetleri farklıdır. Kuvvetlerin dengesinden;

$$mg = N_1 + N_2$$

momentlerin dengesinden

$$N_2 \cdot \frac{l}{2} + F_{s1} \cdot h = N_1 \cdot \frac{l}{2}; F_{s1} = fN_1$$

yazabiliriz. Buradan tepki kuvveti

$$N_2 = N_1 \left(1 - \frac{2fh}{l}\right); mg = N_1 + N_1 \left(1 - \frac{2fh}{l}\right); N_1 = \frac{mg}{2\left(1 - \frac{fh}{l}\right)}$$

Şoför sadece arka tekerleklerini kullanarak fren yaptığında sürtünme kuvveti sadece arka tekerleklerde etkili olmaktadır. Simetri bozulduğu için tekerlekler etki eden tepki kuvvetleri farklıdır. Kuvvetlerin dengesinden

$$mg = N_1 + N_2$$

momentlerin dengesinden;

$$N_2 \cdot \frac{l}{2} + F_{s2} \cdot h = N_1 \cdot \frac{l}{2}; F_{s2} = fN_2$$

yazabiliriz. Buradan tepki kuvveti;

$$N_1 = N_2 \left(1 + \frac{2fh}{l}\right); mg = N_2 \left(1 + \frac{2fh}{l}\right) + N_2; N_2 = \frac{mg}{2\left(1 + \frac{fh}{l}\right)}$$

2. Enerji korunumu yasasından;

$$mgr(\cos 45^\circ - \cos 60^\circ) = \frac{mv_0^2}{2} + \frac{J_0 \omega_0^2}{2}; J_0 = \frac{2mr^2}{5}; v_0 = \omega_0 r$$

kürenin rayı terk ettiğindeki hız;

$$v_0 = \sqrt{\frac{5(\sqrt{2}-1)gr}{7}} \approx 1,72 \sqrt{r}$$

olarak bulunur. Kürenin ilk hızın bileşenleri için

$$v_{0x} = v_{0y} = v_0 \cos 45^\circ = \frac{\sqrt{2}}{2} 1,72 \sqrt{r} = 1,2 \sqrt{r}$$

yazabiliriz. Kürenin rayı terk ettiği ilk yükseklik

$$h = r - r \cos 45^\circ = 0,3r$$

kürenin hareket denklemi

$$y = h + v_{0y} t - \frac{gt^2}{2}$$

olur. $y=0$ şartından kürenin hareket süresini bulabiliriz.

$$5t^2 - 1,2 \sqrt{r} t - 0,3r = 0; t = 0,4 \sqrt{r}$$

Aranan uzaklık

$$\ell = r \sin 45^\circ + v_{0x} t = 0,7r + 1,2 \sqrt{r} \cdot 0,4 \sqrt{r} = 1,2r$$

olarak bulunur.

3. Su türbinin verimi;

$$\eta = \frac{P_f}{P}$$

şeklinde verilir. Burada P_f faydalı olan güç, P ise tüm güçtür. Faydalı güç;

$$P_f = Fu$$

olarak yazılabilir. Burada;

$$F = \frac{dp}{dt} = \mu_b v_b = \rho S v_b^2$$

su türbinine etki eden kuvvet ;

$$\mu = \rho S v_b$$

su türbinine birim zamanda düşen su kütlesi;

$$v_b = v - u$$

ise düşen suyun v hızının ile pervanenin çizgisel $u = \omega r$ arasındaki bağıl hız, ρ suyun özkütlesi, S suyun pervanenin düş-
tüğü üzerindeki alandır. Buradan faydalı güç;

$$P_f = \rho S (v - u)^2 u$$

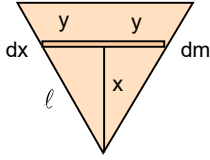
olur. Bu ifadenin maksimum değeri u 'ya göre türev alıp sifıra eşitleyerek bulunulabilir. Buradan en verimli bir şekilde
pervanenin çalıştığı hız;

$$3u^2 - 4uv + v^2 = 0; u = \frac{v}{3}$$

maksimum faydalı güç, suyun tüm gücü yani birim zamanda aktardığı kinetik enerji ve maksimum verim;

$$P_{f\max} = \frac{4\rho S v^3}{27}; P = \frac{\mu v^2}{2} = \frac{\rho S v^3}{2}; \eta = \frac{8}{27}$$

olarak bulunur.



4. a) Üçgenin köşesinden geçen eksene göre eylemsizlik momenti şeklin geometrisine göre;

$$dJ = \frac{dm(2y)^2}{12} + dm x^2; \quad dm = \frac{m_u}{\frac{\ell^2 \sqrt{3}}{4}} 2y dx$$

$$y = x \cdot \tan 30^\circ = \frac{\sqrt{3}x}{3}; \quad h = \ell \sin 60^\circ = \frac{\sqrt{3}\ell}{2}$$

yazabiliriz. Buradan;

$$J = \int_0^h \frac{80m_u x^3 dx}{27\ell^2} = \frac{80m_u x^4}{4 \cdot 27\ell^2} \Big|_0^h = \frac{20m_u}{27\ell^2} \left(\frac{\sqrt{3}\ell}{2} \right)^4 = \frac{5m_u \ell^2}{12}$$

olarak bulunur. Eşkenar üçgenin kütle merkezine göre eylemsizlik momenti;

$$J = J_0 + m_u \left(\frac{2h}{3} \right)^2; \quad \frac{5m_u \ell^2}{12} + J_0 + m_u \left(\frac{\sqrt{3}\ell}{3} \right)^2; \quad J_0 = \frac{m_u \ell^2}{12}$$

olarak bulunur. Altıgenin kütle merkezine göre eylemsizlik momenti;

$$J_{00} = 6J = \frac{5m\ell^2}{12}; \quad m = 6m_u$$

altıgenin köşesine göre eylemsizlik momenti;

$$J_t = J_{00} + m\ell^2 = \frac{5m\ell^2}{12} + m\ell^2 = \frac{17m\ell^2}{12}$$

olarak bulunur.

b) Altıgen küçük θ açısına saptırılırsa;

$$kx \cdot 2\ell = mg \cdot \ell \sin \theta; \quad x = 2\ell \sin \theta$$

yazabiliriz. Buradan yay sabiti;

$$k = \frac{mg}{4\ell}$$

olarak bulunur.

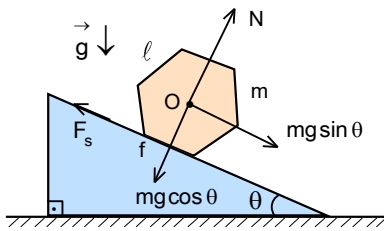
c) Titreşim denklemi

$$J_{00} \alpha = -kx \cdot \ell; \quad x = \ell \sin \theta \approx \ell \theta; \quad \ddot{\theta} + \frac{12k}{5m} \theta = 0$$

olarak yazılabilir. Buradan titreşim frekansı ve titreşim periyodu

$$\omega^2 = \frac{12k}{5m}; \quad T = \frac{2\pi}{\omega} = 2\pi \sqrt{\frac{5m}{12k}}$$

olarak bulunur.



d) Altıgenin kuvvet dengesinden;

$$mg \sin \theta = F_s = fN$$

altıgenin alt sağ köşesine göre moment dengesinden;

$$N \cdot \frac{\ell}{2} + mg \sin \theta \cdot h = mg \cos \theta \cdot \frac{\ell}{2}$$

yazabiliriz. Buradan

$$N = mg_s \left(\cos \theta - \sqrt{3} \sin \theta \right); \quad f = \frac{\tan \theta}{1 - \sqrt{3} \tan \theta}$$

olarak bulunur.

a) Sistemin enerjisi için;

$$E = E_k + E_p = \frac{J_1 \omega_1^2}{2} + \frac{J_2 \omega_2^2}{2} + \frac{\chi \theta^2}{2}; \theta = \theta_1 + \theta_2$$

açısal momentumun korunumu yasası için;

$$J_1 \omega_1 = J_2 \omega_2; J_1 \theta_1 = J_2 \theta_2$$

yazılabilir. Buradan;

$$E = \frac{J_1 \omega_1^2}{2} + \frac{J_1^2 \omega_1^2}{2J_2} + \frac{\chi \left(\theta_1 + \frac{J_1 \theta_1}{J_2} \right)^2}{2} = \frac{J_1 (J_1 + J_2) \omega_1^2}{2} + \frac{\chi (J_1 + J_2)^2 \theta_1^2}{2J_2^2}$$

olarak yazılabilir. Titreşimin açısal frekansı ve periyodu;

$$\Omega = \sqrt{\frac{\chi (J_1 + J_2)}{J_1 J_2}}, T = \frac{2\pi}{\Omega} = 2\pi \sqrt{\frac{J_1 J_2}{\chi (J_1 + J_2)}}$$

olarak bulunur. Aynı sonuca dinamik yöntemi ile varabiliriz. Disklerden birisinin hareketi için;

$$J_2 \alpha_2 = -\chi \theta; \theta = \theta_1 + \theta_2$$

Açısal momentumun korunumu yasasından;

$$J_1 \omega_1 = J_2 \omega_2; J_1 \theta_1 = J_2 \theta_2$$

yazılabilir. Buradan;

$$J_2 \alpha_2 = -\frac{\chi (J_1 + J_2) \theta_2}{J_1}; \ddot{\theta} + \frac{\chi (J_1 + J_2) \theta_2}{J_1 J_2} = 0$$

elde edilir. Yani aynı sonuç çıkar.

b) Her bir diskin hareketi için;

$$J_1 \alpha_1 = -\chi_1 \theta; J_2 \alpha_2 = -\chi_2 \theta$$

yazabiliriz. Buradan her sistemin titreşim açısal frekansı için;

$$\Omega_1 = \sqrt{\frac{\chi_1}{J_1}}; \Omega_2 = \sqrt{\frac{\chi_2}{J_2}}$$

bulunur. Buradan burulma katsayıları;

$$\chi_1 = J_1 \Omega_1^2; \chi_2 = J_2 \Omega_2^2$$

olarak bulunur. İki sarkaç bir cisim gibi hareket ederse sistemin eylemsizlik momenti ve burulma katsayısı;

$$J = J_1 + J_2; \chi = \chi_1 + \chi_2$$

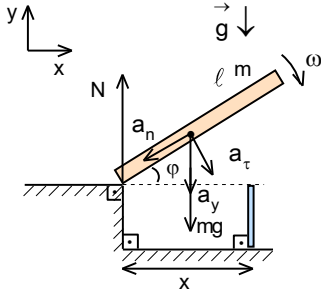
olur. Buradan sistemin hareket denklemi;

$$J \alpha = -\chi \theta$$

olur. Buradan sistemin titreşim açısal frekansı

$$\Omega = \sqrt{\frac{\chi}{J}} = \sqrt{\frac{J_1 \Omega_1^2 + J_2 \Omega_2^2}{J_1 + J_2}}$$

olarak bulunur.



6. Hareket süresince çubuk için düşey yönde öteleme ve dönme hareketi denklemlerinin yazabiliriz.

$$mg - N = ma_y; \quad mg \cdot \frac{l}{2} \cos \varphi = J\alpha; \quad J = \frac{m\ell^2}{3}$$

Buradan açısal ivme ve teğetsel ivme;

$$\alpha = \frac{3g \cos \varphi}{2\ell}; \quad a_\tau = \alpha \frac{\ell}{2} = \frac{3g \cos \varphi}{4}$$

olarak bulunur. Enerji korunumu yasasından çubuğun açısal hızı;

$$mg \cdot \frac{\ell}{2} \sin \theta = mg \cdot \frac{\ell}{2} \sin \varphi + \frac{J\omega^2}{2}; \quad \omega^2 = \frac{3g(\sin \theta - \sin \varphi)}{\ell}$$

olarak bulunur. Kütle merkezinin merkezci ivmesi;

$$a_n = \omega^2 \frac{\ell}{2} = \frac{3g(\sin \theta - \sin \varphi)}{2}$$

olur. Dikey yöndeki ivme;

$$a_y = a_n \sin \varphi + a_\tau \cos \varphi = \frac{3g(\sin \theta - \sin \varphi) \sin \varphi}{2} + \frac{3g \cos^2 \varphi}{4}$$

olarak yazılabilir. Düşey yöndeki denklemden;

$$N = mg - ma_y = mg - \frac{3mg(\sin \theta - \sin \varphi) \sin \varphi}{2} + \frac{3mg \cos^2 \varphi}{4}$$

olur. $\varphi = 0^\circ$ için;

$$N = mg - \frac{3mg(0,5 - 0) \cdot 0}{2} + \frac{3mg \cdot 1}{4} = \frac{mg}{4}$$

olur. Enerji korunumu yasasından çubuğun yere çarparken ki açısal hızı;

$$mg \cdot \frac{\ell}{2} \sin \theta = \frac{J\omega^2}{2}; \quad \omega^2 = \frac{3g \sin \theta}{2\ell}$$

bu andaki momentum için;

$$p = mv = \frac{m\omega\ell}{2}$$

bu andaki açısal momentum için;

$$L = J\omega = px$$

yazabiliriz. Buradan aranan uzaklık;

$$\frac{m\omega\ell}{2} x = \frac{m\ell^2}{3} \omega; \quad x = \frac{2\ell}{3}$$

olarak bulunur.

7. 1-2 proses için ideal gaz hal denklemini yazalım.

$$P_1 V_1 = RT_1 = PV; \quad P = \frac{RT_1}{V}$$

Bu durumda sisteme verilen ısı yapılan işe eşittir.

$$Q_1 = \int_{V_1}^{V_2} PdV = \int_{V_1}^{V_2} \frac{RT_1 dV}{V} = RT_1 \ln \frac{V_2}{V_1}$$

Sistemin verdiği ısı ve yapılan iş;

$$Q_2 = c_p (T_1 - T_2) = \frac{\gamma R (T_1 - T_2)}{\gamma - 1}; \quad W = Q_1 - Q_2 = RT_1 \ln \frac{V_2}{V_1} - \frac{\gamma R (T_1 - T_2)}{\gamma - 1}$$

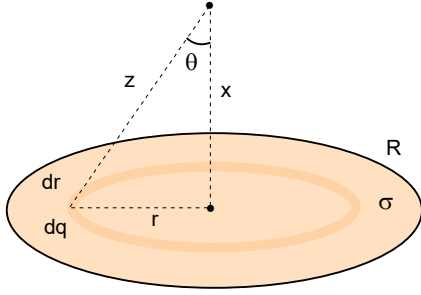
olarak bulunur. 2-3 proses için ve 3-1 proses için;

$$\frac{V_2}{T_1} = \frac{V_3}{T_2}; \quad V_3 T_2^{\gamma-1} = V_1 T_1^{\gamma-1}; \quad \frac{V_2}{V_1} = \left(\frac{T_1}{T_2} \right)^{\frac{\gamma}{\gamma-1}}$$

olarak bulunur. Prosesin verimi;

$$\eta = \frac{Q_1 - Q_2}{Q_1} = 1 - \frac{T_1 - T_2}{T_1 \ln \frac{T_1}{T_2}}$$

olarak bulunur.



8. Plaka üzerinde yarıçapı r , kalınlığı dr olan ince kabuklu bir silindir seçelim.

Bu silindirin tabanın alanı;

$$dS=2\pi r dr$$

yükü de

$$dq=\sigma 2\pi r dr$$

olur. Bu seçilen yüzey plakanın merkezinden x uzaklıkta elektrik alan;

$$dE_x=dE\cos\theta=\frac{dq}{4\pi\epsilon_0 z^2}\cdot\frac{x}{z}=\frac{2\pi\sigma x r dr}{4\pi\epsilon_0(\sqrt{x^2+r^2})^3}$$

olur. Tüm plakanın bu noktada oluşturduğu elektrik alan;

$$E_x=E_x=\int_0^R\frac{2\pi\sigma x r dr}{4\pi\epsilon_0(\sqrt{x^2+r^2})^3}=\frac{2\pi\sigma x}{4\pi\epsilon_0}\int_0^R\frac{r dr}{(\sqrt{x^2+r^2})^3}=\frac{\sigma x}{2\epsilon_0}\left(\frac{1}{x}-\frac{1}{\sqrt{x^2+R^2}}\right)=\frac{\sigma}{2\epsilon_0}\left(1-\frac{x}{\sqrt{x^2+R^2}}\right)$$

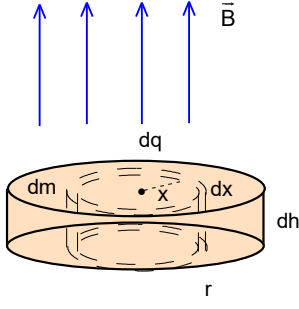
olarak bulunur. Burada;

$$\int_0^R\frac{r dr}{(\sqrt{x^2+r^2})^3}=\int_0^R\frac{d(x^2+r^2)}{2(\sqrt{x^2+r^2})^3}=\int_0^R\frac{d(x^2+r^2)}{2(x^2+r^2)^{\frac{3}{2}}}=\frac{1}{2}\int_0^R z^{-\frac{3}{2}} dz=\frac{1}{2}(-2)z^{-\frac{1}{2}}=-\frac{1}{\sqrt{x^2+r^2}}\Big|_0^R=-\left(\frac{1}{\sqrt{x^2+R^2}}-\frac{1}{x}\right)=\frac{1}{x}-\frac{1}{\sqrt{x^2+R^2}}$$

integrali gereklidir. İki plakanın oluşturduğu bileşke elektrik alan

$$\begin{aligned} E &= E_{x+} - E_{x-} = \frac{\sigma}{2\epsilon_0}\left(1-\frac{x}{\sqrt{x^2+R^2}}\right) - \frac{\sigma}{2\epsilon_0}\left(1-\frac{x+h}{\sqrt{(x+h)^2+R^2}}\right) = \\ &= \frac{\sigma}{2\epsilon_0}\left(\frac{x+h}{\sqrt{(x+h)^2+R^2}} - \frac{x}{\sqrt{x^2+R^2}}\right) = \frac{\sigma}{2\epsilon_0}\left(\frac{x+h}{\sqrt{x^2+R^2}\sqrt{1+\frac{2xh}{x^2+R^2}}} - \frac{x}{\sqrt{x^2+R^2}}\right) = \\ &= \frac{\sigma}{2\epsilon_0}\left(\frac{x+h}{\sqrt{x^2+R^2}\left(1+\frac{xh}{x^2+R^2}\right)} - \frac{x}{\sqrt{x^2+R^2}}\right) = \frac{\sigma}{2\epsilon_0}\left[\frac{x+h}{\sqrt{x^2+R^2}}\left(1-\frac{xh}{x^2+R^2}\right) - \frac{x}{\sqrt{x^2+R^2}}\right] = \\ &= \frac{\sigma}{2\epsilon_0}\frac{h(x^2+R^2-x^2)}{(x^2+R^2)^{\frac{3}{2}}} = \frac{\sigma}{2\epsilon_0}\frac{hR^2}{(x^2+R^2)^{\frac{3}{2}}} \end{aligned}$$

olarak bulunur.



9. Belirli yükseklikte r yarıçapında ve dh yüksekliğinde bir disk ve bu diskte yarıçapı $x < r$ ve genişliği dx olan bir halka seçtiğimizde bu halkanın alanı, yükü ve kütlesi;

$$dS = 2\pi x dx; dq = \rho dS dh = 2\rho\pi x dx dh; dm = \frac{m}{\pi R^2 H} dS dh = \frac{6m x dx dh}{R^2 H}$$

olur. Yarıçapı x olan daire içinde manyetik indüksiyon alanının değişimi sonucu bir e.m.k. indükte ediliyor. Bu indükte edilmiş e.m.k. rotasyonel elektrik alan yaratmaktadır. Rotasyonel elektrik alan diskin dönmelerini sağlamaktadır. İndükte edilmiş e.m.k.;

$$\mathcal{E}_{in} = - \frac{d\Phi}{dt} = - \frac{d(\pi x^2 B)}{dt} = -\pi x^2 \frac{dB}{dt}$$

olarak bulunur. Diğer taraftan;

$$\mathcal{E}_{in} = E \cdot 2\pi r$$

olur. Buradan rotasyonel elektrik alan;

$$E = \frac{r}{2} \frac{dB}{dt}$$

bu alanın oluşturduğu moment;

$$dM = dF \cdot x = dq \cdot E \cdot x = \rho\pi x^3 dx dh \frac{dB}{dt}$$

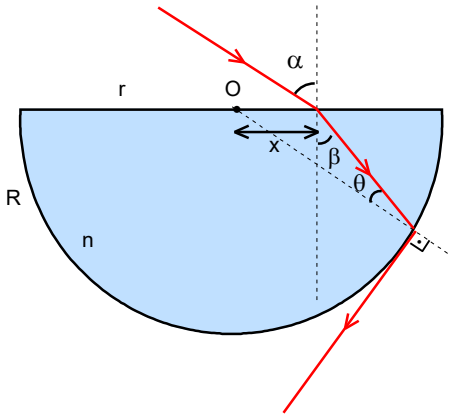
olur. Bu momentin etkisi ile halka dönmektedir. Bu durumda;

$$dM = dJ\alpha = dm x^2 \alpha = \frac{6m x^3 dx dh}{R^2 H} \frac{d\omega}{dt}$$

olur. Buradan kazanılan açısal;

$$\omega = \frac{\rho\pi R^2 H B}{6m}$$

olarak bulunur.



olarak bulunur.

10. Düzlemsel yüzeyden kırılma yasasından;

$$\frac{\sin\alpha}{\sin\beta} = n; \sin\beta = \frac{\sin\alpha}{n}$$

küresel yüzeyden kırılma yasasından;

$$\frac{\sin\theta}{\sin 90^\circ} = \frac{1}{n}$$

olarak bulunur. Sinüs teoreminden

$$\frac{x}{\sin\theta} = \frac{r}{\sin(90^\circ + \beta)}; x = \frac{r}{\sqrt{n^2 - \sin^2\alpha}}$$

olarak bulunur. $x < r$ olmalıdır. Buradan ışının dışarı çıkmasının mümkün olduğu şart;

$$1 < n^2 - \sin^2\alpha; \sin\alpha < \sqrt{n^2 - 1}$$