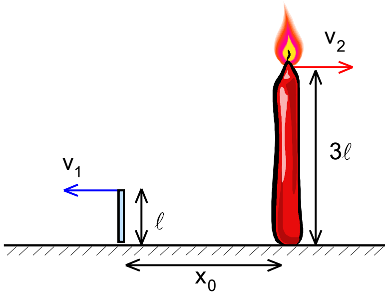
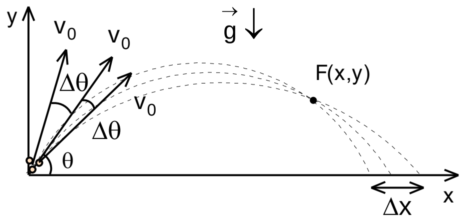
EYLÜL KAMPI SINAVI-2001 I. GRUP



1. Boyu ℓ olan bir cisim v_1 hızı, ilk boyu 3ℓ olan bir mum ise v_2 hızı ile şekildeki gibi birbirinden uzaklaşacak şekilde hareket etmektedirler. Cisim ile mum arasındaki uzaklık x_0 dır. Mumun erime hızı sabit ve mumun tamamının erime süresi t_0 dır.

Cismin gölgesinin uzama hızının zamanın fonksiyonu olarak nedir?



2. Bir cisim θ açısı ve v_0 hızı ile atıldığında ana yörüngeyi izlemektedir. Bir demet tanecik ana yörüngeye küçük $d\theta$ açısı ile saçılarak atıldığında bir noktada odaklandığını kanıtlayın.

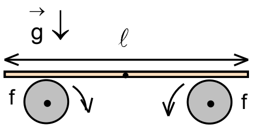
Odak F(x,y) noktanın koordinatlarını nedir? θ=45° açı için taneciklerin yeryüzünde bıraktıkları izin uzunluğu nedir?

3. Tekerleksiz kütlesi m_1 olan bir arabanın disk şeklindeki 4 tekerleğinin her birisinin kütlesi m_2 dir. Araba eğim açısı θ olan eğik düzlem üzerinde tekerleklerin kaymaksızın olarak hareket etmektedir.

Buna göre arabanın ivmesi nedir?

4. Özkütlesi ρ=0,8 g/cm^3 olan tahtadan boyu ℓ=4,5 m, yarıçapı R=30 cm olan silindir şeklindeki kütük özkütlesi ρ_0=1 gr/cm^3 olan suda bulunmaktadır. Kütük denge durumunda iken su içinde kalan kısmının yüksekliği kaç R dir?

Kütük çok az miktarda suya batırılıp bırakıldığında yapacağı titreşimin periyodu nedir? Kütüğün üzerine kütlesi 108 kg olan bir sporcu çıkarsa titreşimin periyodu nedir?



5. Eksenleri paralel olan eşit büyüklükteki iki silindir şekilde gösterilen yönlerde eşit hızla dönmektedirler. Silindirlerin üzerine yatay olacak şekilde kütlesi m olan homojen bir tahta bulunuyor. Başlangıçta tahtanın kütle merkezi silindirlerin arasındaki uzaklığın tam ortasında yerleştirilmiştir. Silindirlerin eksenleri arasındaki uzaklık ℓ dir. Silindir ile kalas arasındaki sürtünme katsayısı f dir.

Tahta nasıl hareket eder? Hareketin belirgin özelliği nedir?

6. Kuyruklu bir yıldızın ya da asteroidin Dünyaya çarpması çok düşük olasılık da olsa yine de mümkündür.

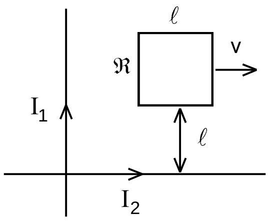
Dünyaya çarparak tamamen gezegeni yok etmek için kuyruklu yıldızın ya da asteroidin enerjisi en az ne kadar olmalıdır? (Evrensel çekim sabiti γ=6,67.10^{-11} m^3/kg.s^2, Dünyanın kütlesi m=5,972.10^{24} kg, Dünyanın yarıçapı R=6370 km olarak veriliyor.)

7. 2P_0 basıncına, V_0 hacmine ve T_0 sıcaklığına sahip tek atomlu bir mol gaz sabit basınç altında 2V_0 hacmine kadar genleştiriliyor. Daha sonra izokorik olarak soğutulmakta ve sonrada adyabatik olarak V_0 hacmine kadar sıkıştırılmaktadır.

Bu şekilde çalışan bir ısı makinesinin verimi nedir?

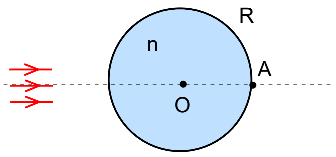
8. N tane noktanın her biri birbirine r dirençli tellerle bağlıdır (yani her nokta diğer N-1 noktaya telle bağlıdır).

Herhangi iki nokta arasındaki eşdeğer direnç nedir?



9. Birbirine dik olan iki sonsuz telden I_1 ve I_2 akımları geçmektedir. Kenar uzunluğu ℓ ve direnci $\Re$ olan kare şeklindeki tel çerçeveyi ikinci tele paralel olacak şekilde v hızıyla hareket ettiriliyor. Çerçevenin ikinci tele yakın olan kenarı, bu telden ℓ kadar uzaklıktadır.

Buna göre gereken yatay kuvvet ve bu kuvvetin sarf ettiği güç irinci telden uzaklığına bağlı olarak nedir? Çerçeveyi ikinci telden bu sabit uzaklıkta tutmak için gereken kuvvet nedir?



10. Yarıçapı R olan saydam bir cam kürenin kırıcılık indisi n dir. Dar bir lazer ışını demeti kürenin merkezi O noktası hedeflenerek dışarıdan gönderilmektedir.

Bu ışın demeti kürenin çapının diğer ucundaki noktasında odaklanıyorsa n değeri nedir?)

EYLÜL KAMPI SINAVI CEVAPLARI-2001 I. GRUP

1. $\dfrac{2\left(v_1+v_2\right)+\dfrac{3x_0}{t_0}}{\left(2-3\dfrac{t}{t_0}\right)^2}$; Hareketin başlamasından t= $\dfrac{2t_0}{3}$ süre sonra cismin ve mumun boyları birbirine eşit oluyor. Bu durumda gölge hızı sonsuz oluyor. Bundan sonra da zemin üzerinde gölge oluşmamaktadır.

2. $\dfrac{v_0^{\,2}}{g\tan\theta}$; $\dfrac{v_0^{\,2}\left(\tan^2\theta-1\right)}{2g\tan^2\theta}$; $\dfrac{2v_0^{\,2}\cos 2\theta.\Delta\theta}{g}$

3. $\dfrac{\left(m_1+4m_2\right)g\sin\theta}{m_1+6m_2}$

4. 4,14 s; 4,68 s

5. $2\pi\sqrt{\dfrac{\ell}{2fg}}$

6. $22{,}42.10^{37}$ J

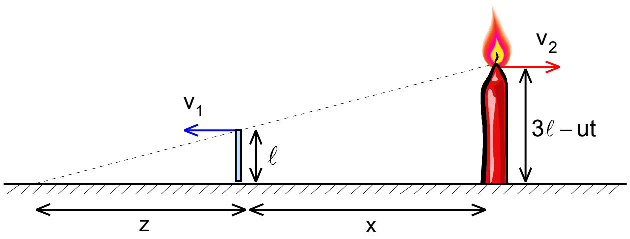
7. %17,8

8. $\dfrac{2r}{N+1}$

9. $\dfrac{\mu_0^{\,2}I_1^{\,2}\ell^4 v}{4\pi^2x^2\left(x+\ell\right)^2\Re}$; $\dfrac{\mu_0^{\,2}I_1^{\,2}\ell^4 v^2}{4\pi^2x^2\left(x+\ell\right)^2\Re}$; $\dfrac{\mu_0^{\,2}I_1I_2\ell^2 v}{8\pi^2x\left(x+\ell\right)\Re}$

10. 2

EYLÜL KAMPI SINAVI-2001 I. GRUBUN SORULARIN ÇÖZÜMLERİ



1. Mumun yanma hızı;

$$u=\frac{3\ell}{t_0}$$

olsun. Hareketin başlamasından t süre sonra cisim ile mum arasındaki uzaklık;

$$x=x_0+(v_1+v_2)t$$

mumun boyu

$$3\ell-ut=3\ell\left(1-\frac{t}{t_0}\right)$$

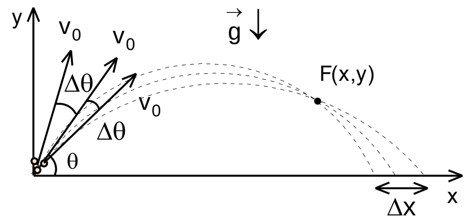
olur. Zemin boyunca cismin gölgenin uzunluğu z ise benzer üçgenlerden gölgenin uzunluğu;

$$\frac{z}{\ell}=\frac{z+x}{3\ell-ut}\ ;\ z=\frac{x_0+(v_1+v_2)t}{2-3\dfrac{t}{t_0}}$$

olarak bulunur. Bu ifadenin türevi cismin zemin üzerindeki gölgenin hızını vermektedir.

$$v_g=\frac{dz}{dt}=\frac{2(v_1+v_2)+\dfrac{3x_0}{t_0}}{\left(2-3\dfrac{t}{t_0}\right)^2}$$

Hareketin başlamasından $t=\frac{2t_0}{3}$ süre sonra cismin ve mumun boyları birbirine eşit oluyor. Bu durumda gölge hızı sonsuz oluyor. Bundan sonra da zemin üzerinde gölge oluşmamaktadır.



2. Bir cisim θ açı ve v_0 hızı ile atıldığında ana yörüngeyi izlemektedir. Aynı anda ve aynı ilk hızıyla ana yörüngenin etrafında küçük $\Delta\theta$ açı ile fırlatılan cisimlerin yörüngesini inceleyelim. Örneğin böyle bir durumum çok namlulu roketatarlarda ateşlenen roketler için geçerlidir. Bu roketler yörüngenin belli F noktasında odaklandığı gözlenmektedir. Bir cismin yörünge denklemi;

$$x = v_0 t\cos\theta;\; y = v_0 t\sin\theta - \frac{gt^2}{2};\; t = \frac{x}{v_0\cos\theta}$$

$$y = v_0\frac{x}{v_0\cos\theta}\sin\theta - \frac{g}{2}\left(\frac{x}{v_0\cos\theta}\right)^2;\; y = x\tan\theta - \frac{gx^2\left(1+\tan^2\theta\right)}{2v_0^2}$$

ana yörüngenin etrafında küçük sapma ile hareket eden bir cismin yörünge denklemi;

$$y = x\tan(\theta+\Delta\theta) - \frac{gx^2\left[1+\tan^2(\theta+\Delta\theta)\right]}{2v_0^2}$$

ile verilir. Trigonometrik fonksiyonlarda küçük açılım kullanarak bu yörünge için;

$$y = x\left[\tan\theta + \left(1+\tan^2\theta\right)\Delta\theta\right] - \frac{gx^2\left[\tan^2\theta + 2\tan\theta\left(1+\tan^2\theta\right)\Delta\theta\right]}{2v_0^2}$$

elde edilir. Odaklanan cisimler için;

$$y = x\tan\theta - \frac{gx^2\left(1+\tan^2\theta\right)}{2v_0^2} = x\left[\tan\theta + \left(1+\tan^2\theta\right)\Delta\theta\right] - \frac{gx^2\left[\tan^2\theta + 2\tan\theta\left(1+\tan^2\theta\right)\Delta\theta\right]}{2v_0^2}$$

yazabiliriz. Buradan odak F(x, y) noktanın koordinatları;

$$0 = x\left(1+\tan^2\theta\right)\Delta\theta - \frac{gx^2\tan\theta\left(1+\tan^2\theta\right)\Delta\theta}{v_0^2} \Rightarrow x_F = \frac{v_0^2}{g\tan\theta}$$

$$y_F = \frac{v_0^2}{g\tan\theta}\tan\theta - \frac{g\left(\frac{v_0^2}{g\tan\theta}\right)^2\left(1+\tan^2\theta\right)}{2v_0^2} = \frac{v_0^2}{g} - \frac{v_0^2\left(1+\tan^2\theta\right)}{2g\tan^2\theta} = \frac{v_0^2\left(\tan^2\theta-1\right)}{2g\tan^2\theta}$$

olarak bulunur. Bulunan noktanın koordinatları anlık hızının ilk hızının dik olduğu noktanın koordinatları ya da anlık hızı ve yerçekimi ivmesi arasındaki açı ilk andaki fırlatma açısına eşit olduğu noktanın koordinatları ile aynısıdır. Aynı anda fırlatılan roketler odaklandıkları noktada patlatılırsa oluşan tahribat çok büyük olur. Cisimler noktasal ise odak noktasından geçtikten sonra yeryüzünde belli aralıkta düşmektedir. Cisimlerin menzilleri için;

$$x = \frac{v_0^2\sin 2\theta}{g};\quad x+\Delta x = \frac{v_0^2\sin 2(\theta+\Delta\theta)}{g}$$

yazabiliriz. Buradan yeryüzündeki aralık;

$$\Delta x = \frac{v_0^2\left(\sin 2\theta\cos\Delta\theta + \cos 2\theta\sin 2\Delta\theta\right)}{g} - \frac{v_0^2\sin 2\theta}{g} \approx \frac{v_0^2\left(\sin 2\theta + 2\cos 2\theta.\Delta\theta\right)}{g} - \frac{v_0^2\sin 2\theta}{g} = \frac{2v_0^2\cos 2\theta.\Delta\theta}{g}$$

olarak bulunur. Cisimlerin düştükleri aralık minimum değerini $\cos 2\theta=0$ yani $\theta=45°$ değeri için alır. Ana yörüngenin etrafında küçük sapma açı ile fırlatılan cisimlerin maksimum menzili elde edilmek amacıyla fırlatılırsa odaklandıkları nokta yeryüzünde oluyor. Yörünge denklemi için elde ettiğimiz $\theta=45°$ için odak noktanın koordinatları;

$$x_{F45°} = \frac{v_0^2}{g.1} = \frac{v_0^2}{g};\quad y_{F45°} = \frac{v_0^2(1-1)}{2g.1} = 0$$

olur. Bu durumda odak noktanın x koordinatı tam olarak bir cismin maksimum menzili vermektedir.

3. Arabaya etki eden kuvvetler için;

$$(m_1+4m_2)g\sin\theta - 4F_s = (m_1+4m_2)a$$

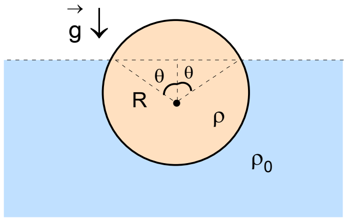
yazabiliriz. Burada F_s tekerleklere etki eden sürtünme kuvvetidir. Tekerleklerin kütle merkezine göre etki eden moment için;

$$F_s r = J_{02}\,\alpha;\; J_{02} = \frac{m_2 r^2}{2},\; \alpha = \frac{a}{r}$$

yazabiliriz. Buradan sürtünme kuvveti ve ivme

$$F_s = \frac{m_2 a}{2};\; a = \frac{\left(m_1+4m_2\right)g\sin\theta}{m_1+6m_2}$$

olarak bulunur.



4. Denge durumunda;

$$mg=F_A;\ \rho S\ell g=\rho_0 S_0\ell g;\ S=\pi R^2$$

yazabiliriz. Buradan su içinde batan kısmın alanı ifadesinden

$$S_0=\frac{\rho S}{\rho_0}=\pi R^2-\left(\frac{R^2.2\theta}{2}-\frac{2R\sin\theta.R\cos\theta}{2}\right)$$

$$2\pi\left(1-\frac{\rho}{\rho_0}\right)=2\theta-\sin2\theta;\ 2.3{,}14.(1-0{,}8)=2\theta-\sin2\theta;\ 2\theta=2{,}113\text{ rad};\ \theta\approx60°$$

olarak bulunur. Kütük az bir miktar x kadar batırılırsa kütüğün titreşim denklemi;

$$ma=mg-\rho_0(S_0+S_x)\ell g;\ S_x=2R\sin\theta.x;\ \ddot{x}+\frac{2\rho_0\sin\theta}{\rho\pi R}x=0$$

olarak yazılabilir. Buradan titreşimi açısal frekansı ve titreşim periyodu;

$$\omega=\sqrt{\frac{2\rho_0\sin\theta}{\rho\pi R}};\ T=\frac{2\pi}{\omega}=2\pi\sqrt{\frac{\rho\pi R}{2\rho_0\sin\theta}}=2.3{,}14\sqrt{\frac{800.3{,}14.0{,}3}{2.1000.0{,}866}}=4{,}14\text{ s}$$

olarak bulunur. Bu durumda denge için;

$$mg+m_s g=F_A;\ \rho S\ell g+m_s g=\rho_0 S_{02}\ell g$$

yazabiliriz. Buradan su içinde batan kısmın alanı;

$$S_{02}=\frac{\rho\pi R^2\ell+m_s}{\rho_0\ell}=\frac{800.3{,}14.0{,}3^2.4{,}5+108}{1000.4{,}5}=0{,}25\text{ m}^2$$

$$S_{02}=\pi R^2-\left(\frac{R^2.2\beta}{2}-\frac{2R\sin\beta.R\cos\beta}{2}\right)$$

$$0{,}25.2=0{,}3^2(2\beta-\sin2\beta);\ 2\beta=1{,}71\text{ rad};\ \beta\approx49°$$

olarak bulunur. Kütük az bir miktar x kadar batırılırsa kütüğün titreşim denklemi

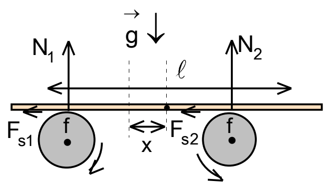
$$(m+m_s)a=(m+m_s)g-\rho_0(S_{02}+S'_x)\ell]g;\ S'_x=2R\sin\beta.x$$

$$\ddot{x}+\frac{2\rho_0 R\ell\sin\beta}{\rho\pi R^2\ell+m_s}x=0$$

olarak yazılabilir. Buradan titreşimi açısal frekansı ve titreşim periyodu

$$\omega_2=\sqrt{\frac{2\rho_0R\ell\sin\beta}{\rho\pi R^2\ell+m_s}};\ T=\frac{2\pi}{\omega_2}=2\pi\sqrt{\frac{\rho\pi R^2\ell+m_s}{2\rho_0\ell R\sin\beta}}=2.3{,}14\sqrt{\frac{800.3{,}14.0{,}3^2.4{,}5+108}{2.1000.0{,}3.4{,}5.0{,}75}}=4{,}68\text{ s}$$

olarak bulunur.



5. Tahtaya etki eden tepki kuvvetleri için;

$$mg=N_1+N_2$$

$$mg\left(\frac{\ell}{2}-x\right)=N_1\ell$$

$$N_1=mg\left(\frac{1}{2}-\frac{x}{\ell}\right);\ N_2=mg\left(\frac{1}{2}+\frac{x}{\ell}\right)$$

yazabiliriz. Buradan tahtanın hareket denklemi;

$$ma=-fN_1-fN_2=-\frac{2mgx}{\ell};\ \ddot{x}+\frac{2fg}{\ell}x=0$$

olarak yazılabilir. Bu titreşim hareketin denklemidir. Titreşim periyodu;

$$T=\frac{2\pi}{\omega}=2\pi\sqrt{\frac{\ell}{2fg}}$$

olarak bulunur.

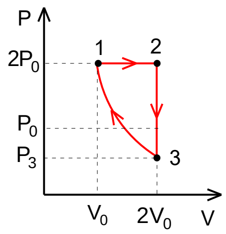
6. Bir kürenin kütle çekimi potansiyel enerjisini bulmak için kürenin içinde r<R yarıçaplı bir küre alıp kalınlığı dr olan ince küresel bir kabukla etkileşme enerjisini yazarak integre edebiliriz. Bu enerji;

$$m=\frac{4\rho\pi r^3}{3}\ ;\ dm=4\rho\pi r^2\,dr$$

$$d\mathcal{E}_p = -\frac{\gamma m dm}{r} = -\frac{\gamma\frac{4\rho\pi r^3}{3}4\rho\pi r^2 dr}{r} = -\frac{\gamma(4\rho\pi)^2 r^4 dr}{3}$$

$$\mathcal{E}_p = -\frac{\gamma(4\rho\pi)^2}{3}\int_0^R r^4 dr = -\frac{\gamma(4\rho\pi)^2}{3}\left(\frac{r^5}{5}\right)_0^R = -\frac{3\gamma m^2}{5R} = -\frac{3.6{,}67.10^{-11}.(6.10^{24})^2}{5.6370.10^3} = -22{,}42.10^{37}\ \text{J}$$

olarak bulunur. Bu aynı zamanda kuyruklu yıldızın sahip olması gereken minimum enerjiyi vermektedir.



7. Her durum için ideal gaz hal denklemini;

$$2P_0V_0=RT_0\ ;\ 2P_0.2V_0=RT_2\ ;\ P_3.2V_0=RT_3$$

yazabiliriz. 1-2 proses için;

$$\frac{2P_0V_0}{T_0}=\frac{4P_0V_0}{T_2}\ ;\ T_2=2T_0$$

2-3 proses için;

$$\frac{2P_0}{T_2}=\frac{P_3}{T_3}$$

3-1 proses için;

$$PV^\gamma=\text{sabit};\ \gamma=\frac{5}{3}\ ;\ P_3.(2V_0)^{\frac{5}{3}}=2P_0V_0^{\frac{5}{3}}\ ;\ P_3=2^{-\frac{2}{3}}P_0$$

$$2^{-\frac{2}{3}}P_0.2V_0=RT_3\ ;\ T_3=2^{-\frac{2}{3}}T_0$$

olarak bulunur. İzobarik 1-2 proseste yapılan iş;

$$W_{12}=2P_0(2V_0-V_0)=2P_0V_0$$

İzokorik 2-3 proseste yapılan iş sıfır, adyabatik 2-3 prosesinde gaz tarafından yapılan iş gazın iç enerjinin değişimine eşittir.

$$W_{31}=-\Delta U_{31}=-c_V(T_1-T_3)=-\frac{3R}{2}\left(T_0-2^{-\frac{2}{3}}T_0\right)=-3\left(1-2^{-\frac{2}{3}}\right)P_0V_0$$

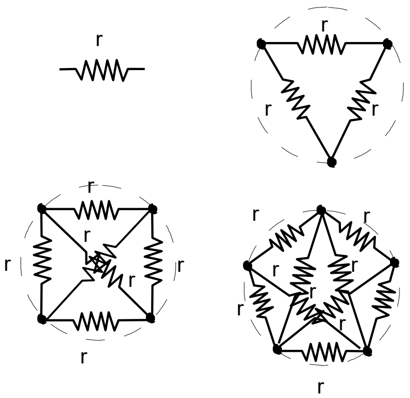
Yapılan iş, sisteme verilen ısı ve verim

$$W=W_{12}+W_{23}+W_{31}=2P_0V_0-3\left(1-2^{-\frac{2}{3}}\right)P_0V_0=P_0V_0\left[3.2^{-\frac{2}{3}}-1\right]$$

$$Q_1=c_P(T_2-T_1)=\frac{5R}{2}(2T_0-T_0)=5P_0V_0$$

$$\eta=\frac{W}{Q_1}=\frac{3.2^{-\frac{2}{3}}-1}{5}=\%17{,}8$$

olarak bulunur.



8. Tümevarım metodu ile soruyu çözebiliriz. Bir direnç yani iki nokta söz konusu olduğunda $\Re_1 = r$ olur. Üç nokta ya da üç direnç söz konusu olduğunda;

$$\Re_2 = \frac{r.\frac{r}{2}}{r+\frac{r}{2}} = \frac{2r}{3}$$

olur. Dört nokta ve altı direnç söz konusu olduğunda bir direncin ucundaki potansiyel farklar eşit olduğu için devre dışı kalır. Bu durumda;

$$\frac{1}{\Re_3} = \frac{1}{r} + \frac{1}{2r} + \frac{1}{2r} \; ; \; \Re_3 = \frac{r}{2} = \frac{2r}{4}$$

olur. Beş nokta ve dokuz direnç söz konusu olduğunda iki direncin ucundaki potansiyel farklar eşit olduğu için devre dışı kalırlar. Bu durumda;

$$\frac{1}{\Re_4} = \frac{1}{r} + \frac{1}{2r} + \frac{1}{2r} + \frac{1}{2r} \; ; \; \Re_4 = \frac{2r}{5}$$

olur. N nokta ve N+2(N-3) direnç söz konusu olduğunda N-2 direncin ucundaki potansiyel farklar eşit olduğu için devre dışı kalırlar. Bu durumda;

$$\frac{1}{\Re_N} = \frac{1}{r} + \frac{1}{2r} + \frac{1}{2r} + \ldots + \frac{1}{2r} \; ; \; \Re_N = \frac{2r}{N+1}$$

olarak bulunur.

9. Telden x uzaklıktaki manyetik indüksiyon alanı ve çerçeveden geçen manyetik akı;

$$B_x = \frac{\mu_0 I_1}{2\pi x} \; ; \; \Phi = \int_x^{x+\ell} \vec{B}.\vec{dS} = \int_x^{x+\ell} \frac{\mu_0 I_1 \ell dx}{2\pi x} = \frac{\mu_0 I_1 \ell}{2\pi} \ln\frac{x+\ell}{x}$$

indükte edilmiş e.m.k. ve akım;

$$\mathcal{E} = -\frac{d\Phi}{dt} = -\frac{\mu_0 I_1 \ell^2}{2\pi x(x+\ell)}\frac{dx}{dt} = \frac{\mu_0 I_2 \ell^2 v}{2\pi x(x+\ell)} \; ; \; I_ç = \frac{\mathcal{E}}{\Re} = \frac{\mu_0 I_1 \ell^2 v}{2\pi x(x+\ell)\Re}$$

çerçeveye etki eden yatay kuvvet;

$$F_x = I_ç B_x \ell - I_ç B_{x+\ell} \ell = \frac{\mu_0 I_1 \ell^2 v}{2\pi x(x+\ell)\Re}\left[\frac{\mu_0 I_1}{2\pi x} - \frac{\mu_0 I_1}{2\pi(x+\ell)}\right]\ell = \frac{\mu_0^2 I_1^2 \ell^4 v}{4\pi^2 x^2 (x+\ell)^2 \Re}$$

ve açığa çıkan güç;

$$P = I^2 \Re = \frac{\mu_0^2 I_1^2 \ell^4 v^2}{4\pi^2 x^2 (x+\ell)^2 \Re}$$

olarak bulunur. Kuvveti bulmak için ikinci bir yöntem de kullanabiliriz. Çerçevede akan akımın oluşturduğu manyetik dipol momenti;

$$p_m = I_ç S = \frac{\mu_0 I_1 \ell^4 v}{2\pi x(x+\ell)\Re}$$

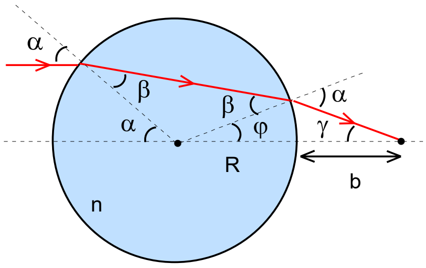
bu dipol momentine etki eden manyetik kuvvet;

$$F_{mx} = p_m \frac{dB}{dx} = \frac{\mu_0 I_1 \ell^4 v}{2\pi x(x+\ell)\Re}\frac{d}{dx}\left(\frac{\mu_0 I_1}{2\pi x}\right) = -\frac{\mu_0^2 I_1^2 \ell^4 v}{4\pi^2 x^2 (x+\ell)^2 \Re}$$

olarak bulunur. Çerçeveyi ikinci telden sabit ℓ uzaklıkta tutmak için gerekeli olan kuvvet;

$$F_y = I_ç B_y \ell - I_ç B_{y+\ell} \ell = \frac{\mu_0 I_1 \ell^2 v}{2\pi x(x+\ell)\Re}\left(\frac{\mu_0 I_2}{2\pi\ell} - \frac{\mu_0 I_2}{2\pi.2\ell}\right)\ell = \frac{\mu_0^2 I_1 I_2 \ell^2 v}{8\pi^2 x(x+\ell)\Re}$$

olarak bulunur.



10. Işın birinci küresel yüzeye düştüğünde kırılıyor. Bu durumda;

$$\frac{\sin\alpha}{\sin\beta}=n$$

yazılabilir. Küçük açılar için;

$\sin\alpha\approx\tan\alpha\approx\alpha$; $\sin\beta\approx\tan\beta\approx\beta$

yaklaşımını kullanabiliriz. Buradan;

$\alpha=n\beta$

olarak bulunur. Işın ikinci küresel yüzeye düştüğünde β açısı ile gelip α açısı ile kırılıyor. Sinüs teoreminden;

$$\frac{\sin\left(180^{o}-\alpha\right)}{R+b}=\frac{\sin\gamma}{R}$$

eşitliği elde edilir. Burada

$$\gamma=180°-(180°-\alpha)-\varphi=\alpha-[180°-(180°-\alpha-2\beta)=2\alpha-2\beta=2(n-1)\beta$$

olarak yazılabilir. Buradan

$$b=\frac{(2-n)R}{2(n-1)}=0;\ n=2$$

olarak bulunur.