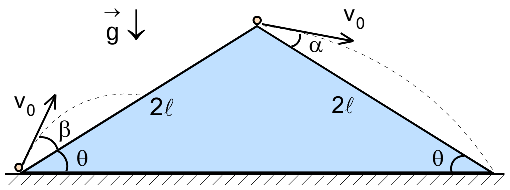
EYLÜL KAMPI SINAVI-1999 II. GRUP



1. Taban açısı θ ve kenarı 2ℓ=60 m olan ikizkenar prizmanın en alt noktasından sabit v_0 hızı ile ve farklı açılarla mermiler fırlatılmaktadır. Mermilerin prizma üzerindeki menzilinin en fazla ℓ kadar olduğu ve bu menzile prizma ile belirli β açı yapan merminin ulaştığı gözlenmektedir. Mermiler prizmanın tepesinden aynı v_0 hızı ile ve farklı açılarla fırlatılırsa, bu durumda mermilerin prizma üzerindeki menzilin en fazla 2ℓ kadar olduğu ve bu menzile prizma ile belirli α açı yapan merminin ulaştığı gözlenmektedir.

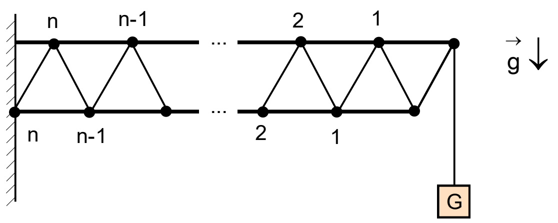
Taban açısı θ kaç derecedir? Merminin fırlatılma hızı nedir? Fırlatılan mermilerin prizmanın kenarı ile yaptığı β ve α açısı nedir?

2. a) Uzunluğu ℓ olan bir ip düşey olarak alt ucu yatay düzleme dokunacak şekilde tutuluyor. İpin üst ucu serbest bırakılıyor.

İp düşmeye başladıktan sonra düzleme uyguladığı kuvveti zamana ve düzleme olan mesafeye bağlı olarak nasıl değişir? Düzleme etki eden maksimum kuvvet nedir?

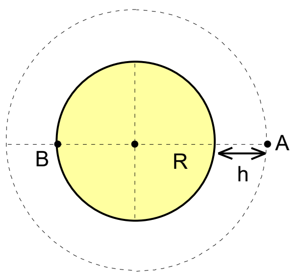
b) m kütleli ve ℓ uzunluğundaki bir ip iki ucu aynı hizada olacak şekilde asılmıştır. İpin bir ucu serbest bırakılıyor.

İpin asılı olduğu uca etki eden kuvvet serbest bırakılan ucun aldığı yola olarak nasıl değişir? İpin asılı olduğu uca etki eden maksimum kuvvet nedir? (Düşüş sırasında son durumuna gelen ipin her ip parçasının orada hareketsiz kaldığını kabul edebilirsiniz.)



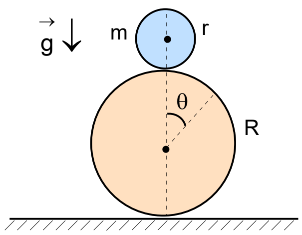
3. Art arda birbirine eklenerek n tane özdeş çubuktan oluşturulmuş sistemin ucuna ağırlığı G olan bir cisim şekildeki gibi asılıdır. Yatay çubuklar arasında bulunan destek çubukları eşkenar üçgenler oluşturmaktadır.

n inci alt ve üst çubuklardaki gerilmeyi n ye bağlı olarak nedir? (Çubuklardaki sıkışma ve uzamalar şeklin geometrisini etkilemeyecek kadar küçüktür.)



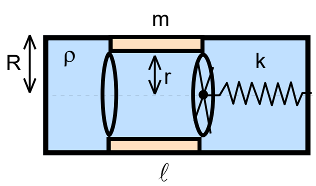
4. Kütlesi m olan bir uzay istasyonu Ayın etrafında h (h<<R) yükseklikte çember şeklindeki bir yörünge üzerinde hareket etmektedir. Aya inmek için istasyonun motorlarından çok kısa bir süre için istasyona göre u hızı ile yakıt fırlatılıyor.

İstasyonun Ayın B noktasına inmesi için, fırlatılan yakıt kütlesi ne kadar olmalıdır? (Ayın kütlesi m_A, yarıçapı R ve evrensel çekim sabiti γ olarak veriliyor.)



5. Yarıçapı R olan bir küre yatay ve sürtünmesiz düzlem üzerinde bulunmakta olup sabitleştirilmiştir. Kütlesi m ve yarıçapı r (r<R) olan bir başka küre bu kürenin tam tepe noktasına yerleştiriliyor. Üstteki küreye az bir itme verilerek kaymadan yuvarlanması sağlanıyor. Üstteki kürenin merkezi düşeyle belirli bir θ açısı yaptığı anda alttaki küreyle teması kesiliyor.

Buna göre θ açısı nedir?

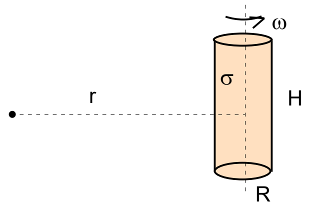


6. Yarıçapı R olan kapalı bir silindirin içinde özkütlesi ρ olan bir sıvı bulunmaktadır. Silindirin içinde kütlesi m, uzunluğu ℓ olan bir piston, silindir tabanlarının birine tutturulmuş ve yay sabiti k olan bir yaya bağlı olup, sürtünmesiz olarak hareket edebilmektedir. Pistonun ortasında yarıçapı r olan bir delik bulunmaktadır. Bu delik sayesinde sıvı her iki tarafa serbestçe hareket edebilmektedir.

Buna göre pistonun yapacağı küçük titreşimlerin periyodu nedir?

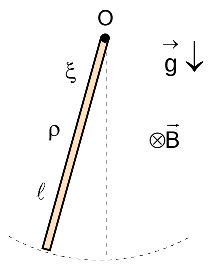
7. Sıcaklıkları 300 K, 300 K ve 100 K olan üç özdeş cisim verilmektedir.

Bu cisimlerin arasında ideal ısı makineleriyle ısı alışverişi veya iş yapılarak cisimlerden birisinin ulaşabileceği maksimum sıcaklık nedir?



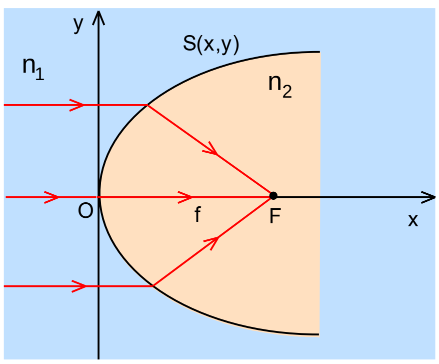
8. Yarıçapı R ve yüksekliği H olan homojen ve yalıtkan bir silindir, ekseni etrafında sabit ω açısal hızı ile dönmektedir. Silindirin yan yüzeyinde birim alana düşen yük σ olarak veriliyor.

Silindirin eksenine dik ve silindirin ortasından geçen doğru üzerinde r uzaklıktaki manyetik alanı nedir? (r uzaklığı H yüksekliğinden oldukça büyük olup, r, H>>R, boşluğun manyetik geçirgenlik katsayısı μ_0 olarak veriliyor.)



9. Sayfa düzleminden dışarı doğru dik ve homojen B manyetik indüksiyon alanı bulunmaktadır. Bu alan içinde uzunluğu ℓ, özkütlesi ξ, özdirenci ρ olan bir çubuk düşey konumda şekildeki gibi asılıdır.

Çubuğun asıldığı ucundan geçen yatay eksen etrafında yapacağı küçük titreşimlerin periyodu nedir?



10. Bir x(y) eğrisinin x ekseni etrafında döndürülmesi sonucu oluşan S(x,y) yüzeyi kırıcılık indisleri n_1 ve n_2 olan iki ortamı birbirinden ayırmaktadır. x simetri eksenine (optik eksene) paralel gelen tüm ışınlar bu yüzeyde kırıldıktan sonra x ekseni üzerindeki tek bir noktada kesişirlerse S yüzeyine ideal yüzeyi denir.

n_1, n_2, OF=f verilmek şartıyla ve ışınlar F noktasında odaklanıyorlarsa bu ideal yüzeyin analitik ifadesi nedir? Odaklanabilen ışık demetinin maksimum genişliği nedir?

EYLÜL KAMPI SINAVI CEVAPLARI-1999 II. GRUP

1. 19,5°; 20 m/s; 35,2°; 54,8°

2. a) $mg\left(1+\frac{gt^2}{\ell}\right)$; 3mg

b) $\frac{mg}{2}\left(1+\frac{3x}{\ell}\right)$; 2mg

3. (2n-1) $\frac{\sqrt{3}G}{3}$; 2n $\frac{\sqrt{3}G}{3}$

4. $$\frac{\frac{mh}{4R}\sqrt{\frac{\gamma m_A}{R}}}{u+\frac{h}{4R}\sqrt{\frac{\gamma m_A}{R}}}$$

5. 54°

6. $2\pi\sqrt{\frac{mr^2+\rho\pi\ell\left(R^2-r^2\right)^2}{kr^2}}$

7. 400 K

8. $$\frac{\mu_0\sigma\omega HR^3}{4\left(r^2+\frac{\ell^2}{4}\right)^{\frac{3}{2}}}$$

9. $\sqrt{\frac{3g}{2\ell}-\left(\frac{3B^2}{8\rho\xi}\right)^2}$

10. $$\frac{\left(x-\frac{n_2f}{n_1+n_2}\right)^2}{\left[\frac{n_2f}{\left(n_1+n_2\right)}\right]^2}+\frac{y^2}{\left[f\sqrt{\frac{n_2-n_1}{n_1+n_2}}\right]^2}=1$$

EYLÜL KAMPI SINAVI-1999 II. GRUBUN SORULARIN ÇÖZÜMLERİ

1. Prizmanın tabanından fırlatılan mermilerin ilk hızın bileşenleri;

$v_{0x1}=v_0\cos(\theta+\beta)$; $v_{0y1}=v_0\sin(\theta+\beta)$

cismin hareket yasaları;

$x_1=v_{0x1}t$; $y_1=v_{0y1}t-\dfrac{gt^2}{2}$

olarak yazılabilir. z prizmanın kenarı boyunca aldığı yol ifadesinden hareket süresi;

$$\cos\theta=\frac{x_1}{z_1};\ \tan\theta=\frac{y_1}{x_1}=\frac{2v_0\sin(\theta+\beta)-gt}{2v_0\cos(\theta+\beta)};\ t_1=\frac{2v_0\sin\beta}{g\cos\theta}$$

olarak bulunur. Menzil ifadesinden;

$$x_1=z_1\cos\theta=v_0\cos(\theta+\beta)t=\frac{2v_0^2\sin\beta\cos(\theta+\beta)}{g\cos\theta}=\frac{v_0^2\left[\sin(\theta+2\beta)-\sin\theta\right]}{g\cos\theta};\ z_1=\frac{v_0^2\left[\sin(\theta+2\beta)-\sin\theta\right]}{g\cos^2\theta}$$

olarak bulunur. Fırlatılan mermiler maksimum $z=\ell$ kadar uzaklaşmaları için $\sin(\theta+2\beta)=1$ olmalıdır. Buradan;

$$\ell=\frac{v_0^2(1-\sin\theta)}{g\cos^2\theta}=\frac{v_0^2(1-\sin\theta)}{g\left(1-\sin^2\theta\right)}=\frac{v_0^2}{g(1+\sin\theta)}$$

olarak bulunur. Prizmanın tepe noktasından fırlatılan cismin ilk hızın bileşenleri;

$v_{0x2}=v_0\cos(\theta-\alpha)$; $v_{0y2}=v_0\sin(\theta-\alpha)$

cismin hareket yasaları;

$x_2=v_{0x2}t$; $y_2=v_{0y2}t+\dfrac{gt^2}{2}$

olarak yazılabilir. z prizmanın kenarı boyunca alınan yol ise cismin hareket süresi;

$$\cos\theta=\frac{x_2}{z_2};\ \tan\theta=\frac{y_2}{x_2}=\frac{2v_0\sin(\theta+\beta)+gt}{2v_0\cos(\theta+\beta)};\ t_2=\frac{2v_0\sin\alpha}{g\cos\theta}$$

olarak bulunur. Menzil ifadesinden

$$x_2=z_2\cos\theta=v_0\cos(\theta-\alpha)t=\frac{2v_0^2\sin\alpha\cos(\theta-\alpha)}{g\cos\theta}=\frac{v_0^2\left[\sin\theta+\sin(2\alpha-\theta)\right]}{g\cos\theta};\ z_2=\frac{v_0^2\left[\sin(2\alpha-\theta)+\sin\theta\right]}{g\cos^2\theta}$$

olarak bulunur. Fırlatılan mermiler maksimum $z=2\ell$ kadar uzaklaşmaları için $\sin(2\alpha-\theta)=1$ olmalıdır. Buradan;

$$2\ell=\frac{v_0^2(1+\sin\theta)}{g\cos^2\theta}=\frac{v_0^2(1+\sin\theta)}{g\left(1-\sin^2\theta\right)}=\frac{v_0^2}{g(1-\sin\theta)}$$

olarak bulunur. İki ifadeyi karşılaştırdıktan sonra;

$$\frac{v_0^2}{g(1-\sin\theta)}=2\frac{v_0^2}{g(1+\sin\theta)};\ \sin\theta=\frac{1}{3};\ \theta\approx 19{,}5°$$

olarak bulunur. Merminin fırlatma hızı;

$v_0=\sqrt{\ell g(1+\sin\theta)}=20$ m/s

olarak bulunur. Mermilerinin prizmanın kenarı ile yaptığı β ve α açısı;

$\sin(\theta+2\beta)=1$; $\beta=35{,}2°$; $\sin(2\alpha-\theta)=1$; $\alpha=54{,}8°$

olarak bulunur.

2. a) Düşme esnasında etki eden kuvvet için;

$$N=\frac{mgh}{\ell}+\frac{dp}{dt}=\frac{mgh}{\ell}+\frac{dm}{dt}v;\ \frac{dm}{dt}=\frac{d}{dt}\left(\frac{mdx}{\ell}\right)=\mu v;\ \mu=\frac{m}{\ell}$$

yazabiliriz. Seçtiğimiz küçük parça dikey yönde;

$$h=\frac{gt^2}{2}=\ell-x$$

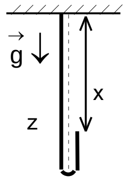
yol alırsa seçilen parçanın hızı;

$$v^2=2gh$$

olur. Buradan;

$$N=3mg\left(1-\frac{x}{\ell}\right)=mg\left(1+\frac{gt^2}{\ell}\right);\ N_{mak}=3mg$$

olarak bulunur.



b) Herhangi bir an için en alt nokta ile asılma noktası arasındaki mesafe için;

$$z=\frac{\ell+x}{2};\ x=\frac{gt^2}{2};\ v=\frac{dx}{dt}=\dot{x}=gt;\ \ddot{x}=g$$

yazabiliriz. Burada x serbest bırakılan ucun aldığı yoldur. Hareket eden ipin kütlesi;

$$m_h=\frac{m(z-x)}{\ell}=\frac{m(\ell-x)}{2\ell}$$

olur. Buradan düşme esnasında ipin asılma noktasına etki eden kuvvet için;

$$mg-T=\frac{dp}{dt}$$

yazabiliriz. İpin asılı olduğu uca etki eden kuvvet serbest bırakılan ucun aldığı yola olarak bağlı olarak;

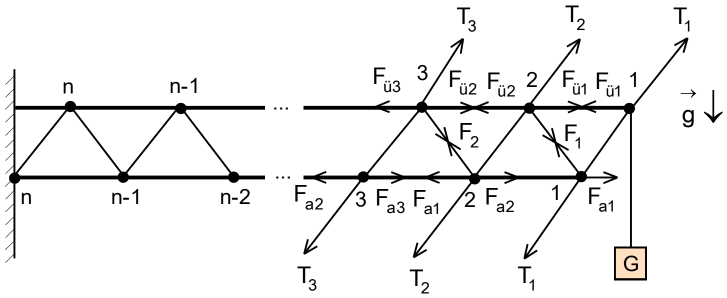
$$T=mg-\frac{dp}{dt}=mg-\frac{d}{dt}\left[\frac{m(\ell-x)}{2\ell}\dot{x}\right]=mg+\frac{m(\ell\ddot{x}-\dot{x}^2-x\ddot{x})}{2\ell}=mg+\frac{mg}{2\ell}\left(\ell-\frac{3gt^2}{2}\right)=$$

$$=mg+\frac{mg}{2}\left(1-\frac{3x}{\ell}\right)=\frac{mg}{2}\left(1+\frac{3x}{\ell}\right)$$

olur. İpin asılı olduğu uca etki eden maksimum kuvvet;

$x=\ell$ için $T_{mak}=2mg$

olarak bulunur.



3. G ağırlığındaki cismin sayesinde üst çubuklar uzamış, alt çubuklar ise sıkıştırılmıştır. Sinüs teoreminden ise alt ve üst çubukların arasında bulunan çubuklardaki gerilmeler de eşit olur sonucuna varabiliriz. Üst noktaların ilki için;

$$mg=T_1 \sin60°;\ F_{ü1}=T_1 \cos60°$$

yazabiliriz. Buradan;

$$T_1=\frac{2\sqrt{3}G}{3};\ F_{ü1}=\frac{\sqrt{3}G}{3}$$

olarak bulunur. En üst ikinci nokta için;

$$F_{ü2}=F_{ü1}+T_2 \cos60°+F_1 \cos60°;\ T_2 \sin60°=F_1 \sin60°;$$

en alt birinci noktanın düşey yöndeki denge için;

$$T_1 \sin60°=F_1 \sin60°;$$

yazabiliriz. Buradan;

$$T_1=T_2=T_3=.......=T_n=\frac{2\sqrt{3}G}{3}$$

$$F_{ü2}=\frac{\sqrt{3}G}{3}+2\frac{2\sqrt{3}G}{3}\cdot\frac{1}{2}=3\frac{\sqrt{3}G}{3}$$

olarak bulunur. Bu şekilde devam edersek;

$$F_{ün}=(2n-1)\frac{\sqrt{3}G}{3}$$

olarak bulunur. Alt noktaların ilki için;

$$F_{a1}=2T_1 \cos60°;\ F_{a1}=2\frac{\sqrt{3}G}{3}$$

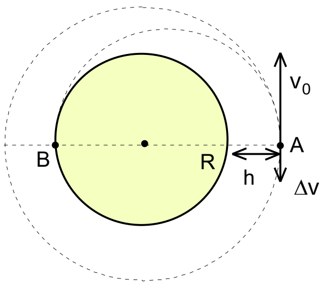
yazabiliriz. En alt ikinci nokta için;

$$F_{a2}=F_{a1}+2T_2 \cos60°=4\frac{\sqrt{3}G}{3}$$

yazabiliriz. Bu şekilde devam edersek;

$$F_{an}=2n\frac{\sqrt{3}G}{3}$$

olarak bulunur.



4. Uydunun dairesel yörünge üzerinde Ayın etrafında hareket ederken yörüngesel hız v_0 olsun. Bu hızı bulmak için merkezcil kuvvetin çekim kuvvetine eşit olması durumundan faydalanılabiliriz.

$$\frac{\gamma m_A m}{(R+h)^2}=\frac{mv_0^2}{R}\Rightarrow v_0=\sqrt{\frac{\gamma m_A}{R+h}}=\sqrt{\frac{\gamma m_A}{R\left(1+\frac{h}{R}\right)}}\approx\sqrt{\frac{\gamma m_A}{R}\left(1-\frac{h}{R}\right)}\approx\sqrt{\frac{\gamma m_A}{R}}\left(1-\frac{h}{2R}\right)$$

Uydu A noktasından B noktasına eliptik yörünge izleyerek gitmektedir. Enerji ve açısal momentum korunumu yasalarından;

$$-\frac{\gamma m_A m}{r_A}+\frac{mv_A^2}{2}=-\frac{\gamma m_A m}{r_B}+\frac{mv_B^2}{2}\Rightarrow-\frac{\gamma m_A}{R+h}+\frac{v_A^2}{2}=-\frac{\gamma m_A}{R}+\frac{v_B^2}{2}$$

$$mv_Ar_A=mv_Br_B\Rightarrow v_A(R+h)=v_BR\Rightarrow v_B=\frac{v_A(R+h)}{R}=v_A\left(1+\frac{h}{R}\right)$$

$$-\frac{\gamma m_A}{R+h}+\frac{v_A^2}{2}=-\frac{\gamma m_A}{R}+\frac{1}{2}\left[v_A\left(1+\frac{h}{R}\right)\right]^2\Rightarrow\frac{\gamma m_A}{R}-\frac{\gamma m_A}{R+h}=\frac{v_A^2}{2}\left[\left(1+\frac{h}{R}\right)^2-1\right]$$

$$\frac{\gamma m_A}{R}-\frac{\gamma m_A}{R\left(1+\frac{h}{R}\right)}\approx\frac{v_A^2}{2}\left[\left(1+\frac{2h}{R}+\frac{h^2}{R^2}\right)-1\right]\Rightarrow\frac{hv_A^2}{R}\left(1+\frac{h}{2R}\right)=\frac{\gamma m_A}{R}-\frac{\gamma m_A}{R\left(1+\frac{h}{R}\right)}\Rightarrow$$

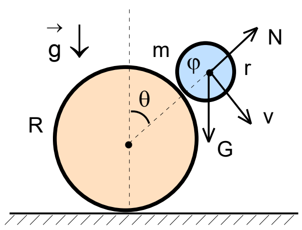
$$\Rightarrow\frac{hv_A^2}{R}\left(1+\frac{h}{2R}\right)=\frac{\gamma m_A}{R}-\frac{\gamma m_A}{R}\left(1-\frac{h}{R}\right)=\frac{\gamma m_A h}{R^2}\Rightarrow v_A=\frac{\sqrt{\frac{\gamma m_A}{R}}}{\sqrt{1+\frac{h}{2R}}}\approx\frac{\sqrt{\frac{\gamma m_A}{R}}}{1+\frac{h}{4R}}=\sqrt{\frac{\gamma m_A}{R}}\left(1-\frac{h}{4R}\right)$$

olarak bulunur. A noktasındaki momentum yasasını yazabiliriz. Buradan aranan kütle;

$$\Delta v_1=v_A-v_0=\sqrt{\frac{\gamma m_A}{R}}\left(1-\frac{h}{2R}\right)-\sqrt{\frac{\gamma m_A}{R}}\left(1-\frac{h}{2R}\right)=\frac{h}{4R}\sqrt{\frac{\gamma m_A}{R}}$$

$$(m-\Delta m)\Delta v=\Delta mu\Rightarrow\Delta m=\frac{m\Delta v}{u+\Delta v}=\frac{\frac{mh}{4R}\sqrt{\frac{\gamma m_A}{R}}}{u+\frac{h}{4R}\sqrt{\frac{\gamma m_A}{R}}}$$

olarak bulunur.



5. Küre dikeyle θ açısı yaptığında kuvvet analizinden;

$$mg\cos\theta-N=\frac{mv^2}{R+r}$$

ve enerji korunumu yasasından

$$mg(2R+r)=mgR+mg(R+r)\cos\theta+\frac{mv^2}{2}+\frac{J\omega^2}{2};\ J=\frac{2mr^2}{5}$$

yazabiliriz. Küçük küre yuvarlandığı için;

$$v=(R+r)\dot{\theta}=r\dot{\varphi}=r\omega;\ \dot{\varphi}=\omega=\frac{(R+r)\dot{\theta}}{r}$$

yazabiliriz. Buradan;

$$mg(2R+r)=mgR+mg(R+r)\cos\theta+\frac{m(R+r)^2\dot{\theta}^2}{2}+\frac{1}{2}\frac{2mr^2}{5}\left[\frac{(R+r)\dot{\theta}}{r}\right]^2;\ \dot{\theta}^2=\frac{10g(1-\cos\theta)}{7(R+r)}$$

$$v^2=(R+r)^2\frac{10g(1-\cos\theta)}{7(R+r)}=\frac{10g(1-\cos\theta)(R+r)}{7}$$

olur. Temas kesildiğinde N=0 olur. Buradan;

$$mg\cos\theta=\frac{m}{R+r}\frac{10g(1-\cos\theta)(R+r)}{7};\ \cos\theta=\frac{10}{17};\ \theta=54°\text{ olarak bulunur.}$$

6. Cismin kütlesi m, m_s harekete geçen su kütlesi, v cismin hızı, u harekete geçen su kütlesi olsun. Pistondan harekete geçen su kütlesi ifadesinden suyun hızı;

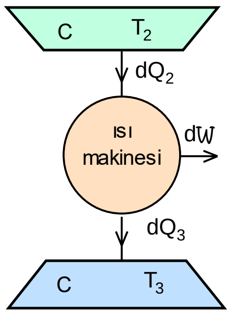
$$m_s=\rho\pi r^2 \ell;\ \pi r^2 u\Delta t=\pi(R^2-r^2)v\Delta t;\ u=\frac{\left(R^2-r^2\right)v}{r^2}$$

enerji korunumu yasasından titreşimin açısal frekansı ve periyodu

$$\mathcal{E}=\mathcal{E}_k+\mathcal{E}_p=\frac{mv^2}{2}+\frac{m_s u^2}{2}+\frac{kx^2}{2}=\left[m+\frac{\rho\pi\ell\left(R^2-r^2\right)^2}{r^2}\right]\frac{v^2}{2}+\frac{kx^2}{2}$$

$$\omega=\sqrt{\frac{kr^2}{mr^2+\rho\pi\ell\left(R^2-r^2\right)^2}};\ T=2\pi\sqrt{\frac{mr^2+\rho\pi\ell\left(R^2-r^2\right)^2}{kr^2}}$$

olarak bulunur.



7. Özdeş olan üç cismin ısı kapasiteleri C, cisimlerin sıcaklıkları $T_{01}=T_{02}=300$ K ve $T_{03}=100$ K olsun. İlk olarak ikinci cisim ısıtıcı ve üçüncü cisim soğutucu gibi kullanıp aralarında konulan bir ısı makinesi sayesinde iş yapılsın. Isıtıcının ve soğutucunun ısı kapasiteleri sonlu olduklarından bunların sıcaklıkları sürekli olarak değişmektedir. Maksimum işi bulabilmek için ısıtıcıdan sonsuz küçük dQ_2 ısısı aldığımızda ısı makinesi ile sonsuz küçük $d\mathcal{W}$ işi yapıp soğutucuya sonsuz küçük miktarda dQ_3 ısısı verdiğimizde ısıtıcının ve soğutucunun sıcaklıkları T_2 ve T_3 küçük bir süre için, yani bir proses için sabit kaldığını kabul edebiliriz. Bu yapılan sonsuz küçük döngüsel proseslerin Carnot prosesleri olduğunu kabul edebiliriz. Carnot prosesinin verimi;

$$\eta=\frac{T_2-T_3}{T_2}$$

olarak veriliyor. Bu verimi ısıtıcıdan sisteme verilen ısı ve sistemden soğutucuya verilen ısılar cinsinden de yazabiliriz.

$$\eta=\frac{d\mathcal{W}}{dQ_2}=\frac{dQ_2-dQ_3}{dQ_2}\;;\;\frac{dQ_2}{T_2}=\frac{dQ_3}{T_3}$$

Isıtıcının sıcaklığı sürekli azaldığı için;

$$dQ_2=-CdT_2$$

soğutucunun sıcaklığı sürekli arttığı için;

$$dQ_3=CdT_3$$

olarak yazılabilir. Buradan;

$$\frac{CdT_2}{T_2}+\frac{CdT_3}{T_3}=0;\;\int\frac{dT_2}{T_2}+\int\frac{dT_3}{T_3}=\text{sabit};\;T_2\,T_3=\text{sabit}$$

olarak bulunur. Limit durumda

$$T_2=T_3=T_{023}$$

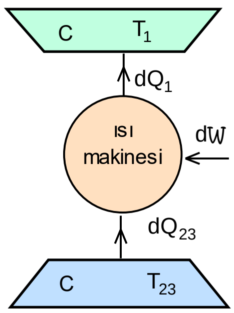
olur. Buradan sıcaklı

$$T_{023}^2=T_{02}\,T_{03}\;;T_{023}=\sqrt{T_{02}T_{03}}=173\text{ K}$$

yapılan maksimum iş

$$\mathcal{W}_{mak}=|\Delta Q_2|-|\Delta Q_3|=C(T_{02}-T_{023})-C(T_{023}-T_{03})=C\left(\sqrt{T_{02}}-\sqrt{T_{03}}\right)^2=53{,}6C$$

olarak bulunur. Bundan sonra T sıcaklığına kadar soğumuş olan iki cisim soğutucu, birinci cisim ise ısıtıcı gibi kullanarak depo edilen A_{mak} iş sayesinde bir buzdolabı çalıştırabiliriz. Bu durumda soğutucudan ısı alıp ısıtıcıya aktarabiliriz.



Isıtıcıya verilen maksimum işi bulabilmek için ısı makinesi ile sonsuz küçük $d\mathcal{W}$ iş yaparak soğutucudan sonsuz küçük dQ_{23} ısı alarak ısıtıcıya sonsuz küçük miktarda dQ_1 ısı verdiğimizde ısıtıcının ve soğutucunun sıcaklıkları T_1 ve T_{23} küçük bir süre için, yani bir proses için sabit kaldığını kabul edebiliriz. Bu yapılan sonsuz küçük döngüsel proseslerin Carnot prosesleri olduğunu kabul edebiliriz. Carnot prosesinin verimi;

$$\eta=\frac{T_1-T_{23}}{T_1}$$

olarak veriliyor. Bu verimi ısıtıcıdan sisteme verilen ısı ve sistemden soğutucuya verilen ısılar cinsinden de yazabiliriz.

$$\eta=\frac{d\mathcal{W}}{dQ_1}=\frac{dQ_1-dQ_{23}}{dQ_2}\;;\;\frac{dQ_1}{T_1}=\frac{dQ_{23}}{T_{23}}$$

olarak yazabiliriz. Isıtıcının sıcaklığı sürekli arttığı için;

$$dQ_1=CdT_1$$

soğutucunun sıcaklığı sürekli azaldığı için;

$$dQ_{23}=-CdT_{23}$$

olarak yazılabilir. Buradan;

$$\frac{CdT_1}{T_1}+\frac{2CdT_{23}}{T_{23}}=0;\;\int\frac{dT_1}{T_1}+2\int\frac{dT_{23}}{T_{23}}=\text{sabit};\;T_1\,T_{23}^2=\text{sabit}$$

olarak bulunur. Buradan;

$$T_1\,T_{23}^2=T_{01}\,T_{023}^2=T_{01}T_{02}T_{03}=9.10^6$$

olarak yazılabilir. Yapılan maksimum iş için

$$\mathcal{W}_{mak}=|\Delta Q_1|-|\Delta Q_{23}|=C(T_1-T_{01})-2C(T_{023}-T_{23})$$

$54C = C(T_1 - 300) - 2C(173 - T_{23}) = C(T_1 + 2T_{23} - 646)$; $700 = T_1 + 2T_{23}$

yazabiliriz. Bu denklemden

$T_1 = 700 - 2T_{23}$

olur. Bu denklemin sayesinde

$(700 - 2T_{23})\, T_{23}^2 = 9.10^6$; $700T\, T_{23}^2 - 2\, T_{23}^3 = 9.10^6$; $T_{23} = 150$ K; $T_1 = 400$ K

olarak bulunur.

8. Silindirin yüzeyinde dönme sonucu yüzeysel akım oluşmaktadır. Akan akım;

$$I=\frac{q}{T}=\frac{\sigma\, H2\pi\, R}{\frac{2\pi}{\omega}}=\sigma HR\omega$$

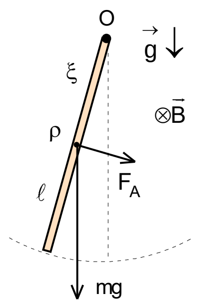
olur. Bu akım;

$$p_m=I\pi R^2=\sigma H\omega\pi R^3$$

manyetik bir dipol oluşturmaktadır. Bu dipolün manyetik alanı;

$$B=\frac{\mu_0 p_m}{4\pi z^3}=\frac{\mu_0\sigma\omega\pi HR^3}{4\pi\left(r^2+\frac{\ell^2}{4}\right)^{\frac{3}{2}}}=\frac{\mu_0\sigma\omega HR^3}{4\left(r^2+\frac{\ell^2}{4}\right)^{\frac{3}{2}}}$$

olarak bulunur.



9. İndüktans bağlandığında titreşim esnasında indükte edilmiş e.m.k. ve devrede akan akım

$$\mathcal{E}=-\frac{d\Phi}{dt}=-\frac{B\ell^2\dot{\theta}}{2}\,;\ I=\frac{|\mathcal{E}|}{R}=\frac{B\ell^2\dot{\theta}}{2R}=\frac{B\ell^2\dot{\theta}}{2\rho\frac{\ell}{S}}=\frac{B\ell S\dot{\theta}}{2\rho}$$

olarak yazabiliriz. Çubuğa etki eden Amper kuvveti ve bu kuvvetin oluşturduğu tork

$$F_A=IB\ell=\frac{B^2\ell^2S\dot{\theta}}{2\rho}\,;\ M_A=F_A\frac{\ell}{2}=\frac{B^2\ell^3S\dot{\theta}}{4\rho}$$

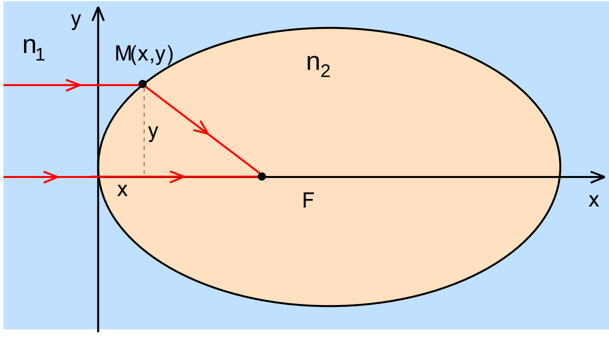
olarak yazılabilir. Çubuk ağırlık ve Amper kuvvetlerinin etkisi altında hareket etmektedir. Çubuğun hareket denklemi

$$J\alpha=J\ddot{\theta}=-mg\frac{\ell}{2}\sin\theta-F_A\frac{\ell}{2}\,;\ J=\frac{m\ell^2}{3}\,;\ m=\xi\ell S;\ \ \ddot{\theta}+\frac{3B^2\dot{\theta}}{4\rho\xi}+\frac{3g\theta}{2\ell}=0$$

olarak yazılabilir. Bu denklem sönümlü titreşimlerin diferansiyel denklemidir. Titreşim açısal frekansı

$$\omega=\sqrt{\omega_0^2-\frac{\gamma^2}{4}}=\sqrt{\frac{3g}{2\ell}-\left(\frac{3B^2}{8\rho\xi}\right)^2}$$

olarak bulunur.



10. x(y) eğrisinin üzerine düşen ve kırılan ışınlar için Fermat prensibi uygulanabilir. y ekseni geçen ışınların F noktasında odaklanması için iki farklı ışının optik yolları eşit olmalıdır. Birinci ışın M(x,y) noktasında, ikincisi ise O noktasında kırılmaktadır. Bu durumda;

$$n_1x+n_2\sqrt{(f-x)^2+y^2}=n_2f$$

yazabiliriz. Buradan yüzeyin denklemi;

$$n_2\sqrt{(f-x)^2+y^2}=n_2f-n_1x$$

$$n_2^2\left[(f-x)^2+y^2\right]=(n_2f-n_1x)^2$$

$$n_2^2\left(f^2-2fx+x^2+y^2\right)=n_2^2f^2-2n_1n_2fx+n_1^2x^2 \Rightarrow n_2^2f^2-2n_2^2fx+n_2^2x^2+n_2^2y^2=n_2^2f^2-2n_1n_2fx+n_1^2x^2$$

$$-2(n_2-n_1)n_2fx+\left(n_2^2-n_1^2\right)x^2+n_2^2y^2=0 \Rightarrow \left(n_2^2-n_1^2\right)x^2-2(n_2-n_1)n_2fx+n_2^2y^2=0$$

$$x^2-\frac{2(n_2-n_1)n_2fx}{n_2^2-n_1^2}+\frac{n_2^2y^2}{n_2^2-n_1^2}=0 \Rightarrow x^2-\frac{2(n_2-n_1)n_2fx}{(n_2-n_1)(n_2+n_1)}+\frac{n_2^2y^2}{n_2^2-n_1^2}=0 \Rightarrow x^2-\frac{2n_2fx}{n_1+n_2}+\frac{n_2^2y^2}{n_2^2-n_1^2}=0$$

$$x^2-\frac{2n_2fx}{n_1+n_2}+\frac{n_2^2f^2}{(n_1+n_2)^2}-\frac{n_2^2f^2}{(n_1+n_2)^2}+\frac{n_2^2y^2}{n_2^2-n_1^2}=0 \Rightarrow \left(x-\frac{n_2f}{n_1+n_2}\right)^2+\frac{n_2^2y^2}{n_2^2-n_1^2}=\frac{n_2^2f^2}{(n_1+n_2)^2} \Rightarrow$$

$$\frac{\left(x-\frac{n_2f}{n_1+n_2}\right)^2}{\frac{n_2^2f^2}{(n_1+n_2)^2}}+\frac{\frac{n_2^2y^2}{n_2^2-n_1^2}}{\frac{n_2^2f^2}{(n_1+n_2)^2}}=1 \Rightarrow \frac{\left(x-\frac{n_2f}{n_1+n_2}\right)^2}{\left[\frac{n_2f}{(n_1+n_2)}\right]^2}+\frac{y^2}{\frac{n_2^2f^2}{(n_1+n_2)^2}\frac{n_2^2-n_1^2}{n_2^2}}=1$$

$$\frac{\left(x-\frac{n_2f}{n_1+n_2}\right)^2}{\left[\frac{n_2f}{(n_1+n_2)}\right]^2}+\frac{y^2}{\frac{f^2(n_2-n_1)(n_2+n_1)}{(n_1+n_2)^2}}=1 \Rightarrow \frac{\left(x-\frac{n_2f}{n_1+n_2}\right)^2}{\left[\frac{n_2f}{(n_1+n_2)}\right]^2}+\frac{y^2}{\left[f\sqrt{\frac{n_2-n_1}{n_1+n_2}}\right]^2}=1$$

olur. Bu denklem bir elipsin denklemidir. S yüzeyine;

$$H=2b=2\sqrt{\frac{n_2-n_1}{n_2+n_1}}f$$

genişliğinde düşen ışık demeti odaklanır.