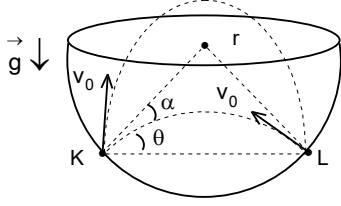


EYLÜL KAMPI SINAVI-1999 I. GRUP



1. İçi boş ve yarıçapı  $r$  olan yarım küre içerisinde bir bilye, aynı hizada bulunan K ve L noktaları arasında gidip gelerek periyodik hareket yapmaktadır. K dan L ye gidiş süresi  $t_1=12$  s L den K ya gidiş süresi  $t_2=4$  s olup tüm çarpışmaların tamamen esnek olduğu bilinmektedir.

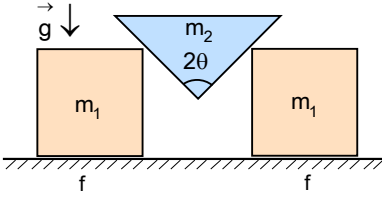
a) Yörüngelerden birisinin yatayla yaptığı  $\theta$  açısı nedir? Çarpışma noktalarından geçirilen yarıçap ile yörünge arasındaki  $\alpha$  açısı nedir?

b) Çarpışma noktalarında cismin hızı  $v_0$  nedir?

c)  $KL=\ell$  uzaklığı nedir? Yarım kürenin  $r$  yarıçapı nedir?

d) Cismin KL arasındaki hareket sırasında izlediği iki yoldan her birinin KL seviyesine göre ulaştığı maksimum  $H_1$  ve  $H_2$  yükseklikleri nedir?

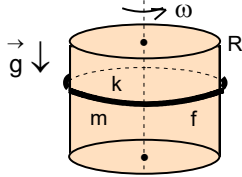
e) İki yörüngenin tepe noktalarında geçirilen ve en iyi şekilde temsil eden çemberlerin eğrilik yarıçaplarının oranı nedir?



2. Sürtünme katsayısı  $f$  olan yatay düzlem üzerinde bulunan  $m_1$  kütleli küp şeklinde iki cisim üzerinde, tepe açısı  $2\theta$  ve kütlesi  $m_2$  olan bir prizma şeklindeki gibi bulunmaktadır. Bu prizma cisimler üzerinde sürtünmesiz ve tabanı sürekli yatay düzleme paralel olacak şekilde kayabilmektedir. Sistem serbest bırakılıyor.

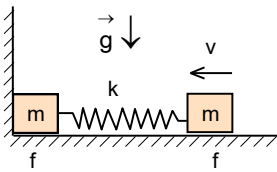
a) Cisimlerin ve prizmanın ivmelerini ve prizmanın birbirlerine uyguladığı tepki kuvvetleri nedir?

b)  $\theta=30^\circ$  ve  $m_1=m_2$  olması halinde, cisimlerin harekete geçebilmesi için sürtünme katsayısı en çok ne kadar olabilir?



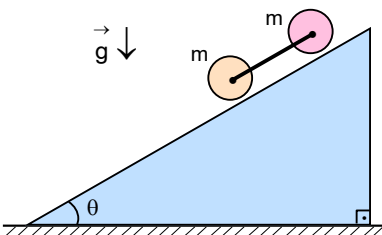
3. İlk uzunluğu  $\pi R$ , kütlesi  $m$  ve esneklik katsayısı  $k$  olan, halka şeklindeki lastik düşey konumda bulunan  $R$  yarıçaplı bir diskten geçirilmiştir. Disk  $\omega$  açısal hızı kazandığı anda halka gevşeyerek aşağıya doğru kaymaya başlıyor.

Halka ile disk arasındaki  $f$  sürtünme katsayısı nedir?



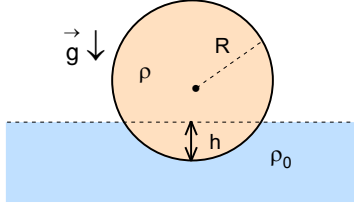
4. Kütleleri  $m$  olan iki cisim sürtünme katsayısı  $f$  olan yatay düzlem üzerinde bulunuyor. İki cisim arasında yay sabiti  $k$  olan bir yay bulunmaktadır. Soldaki cisim düşey duvara temas etmektedir.

Sağdaki cisme duvara doğru verilen minimum hız ne kadar olmalıdır ki soldaki cismin düşey duvar ile teması kesilsin? Temas kesilene kadar açığa çıkan ısı nedir?



5. Eğim açısı  $\theta=30^\circ$  olan bir eğik düzlem üzerinde, birbirine çubukla bağlı öndeki dolu arkadaki boş ve kütleleri  $m=35$  kg olan iki silindir bulunuyor.

Cisimlerin hareket ivmesi ve iki silindiri birbirine bağlayan çubuktaki gerilme kuvveti nedir?

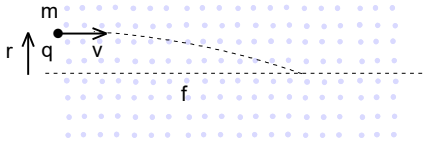


6. Yarıçapı  $r$  ve özkütlesi  $\rho$  homojen olan bir küre özkütlesi  $\rho_0$  olan sıvı içinde şekildeki gibi dengededir. Küre denge durumundayken  $h$  kadar batmıştır.

**Küre az daha batırılıp serbest bırakılırsa yapacağı küçük titreşimlerin periyodu nedir?**

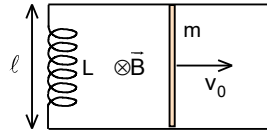
7. Bir mol tek atomlu gaz ile biri izotermal diğeri adyabatik olmak üzere P-V koordinat sisteminde iki proses, gerçekleştirilmektedir.

**Hangi prosesin eğimi daha büyüktür? İki eğim arasındaki bağıntı nedir?** (Adyabatik katsayısı  $\gamma = \frac{C_P}{C_V}$  olarak veriliyor.)



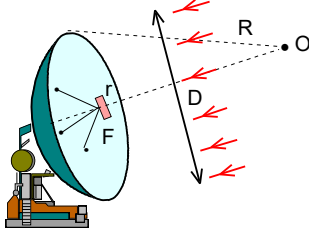
8. Hacimsel yük yoğunluğu  $\rho$  olan, silindir şeklinde ve çok uzun bir bölgede yüklü ve hareketli parçacıklar odaklanabilir. Bu ortama  $v$  ilk hızı ile  $m$  kütleli ve ortamla zıt işaretli  $q$  yüküne sahip bir parçacık eksenden  $r$  yükseklikte silindirin eksenine paralel olarak girmektedir.

**Bu sistemin  $f$  odak uzaklığı nedir?** (Boşluğun dielektrik geçirgenlik katsayısı  $\epsilon_0$  veriliyor.)



9. Yatay bir düzlem üzerinde aralarındaki uzaklık  $\ell$  olacak şekilde paralel olarak duran çok uzun iki tel, birer uçlarından indüktansı  $L$  olan bir bobine şekildeki gibi bağlıdır. Tellerin düzlemine dik olarak homojen ve sabit  $B$  manyetik alanı uygulanmaktadır. Teller üzerinde kütlesi  $m$  olan iletken bir çubuğu durgun halde bulunmaktadır. Çubuğa ilk  $v_0$  hızı verilmektedir.

**Buna göre çubuğun yapacağı titreşimlerin açısal frekansı ve genliği nedir?**



10. Yıldızlardan gelen sinyaller genelde çok büyük radyoteleskoplar kullanılarak bir alıcı detektör üzerinde odaklanmaktadır. Radyoteleskopun küresel çanak antenin eğrilik yarıçapı  $R$ , genişlik çapı  $D \ll R$  dir. Yansıyan sinyaller radyoteleskopun  $F$  odağında bulunan ve  $r (r \ll D)$  yarıçaplı sentetik maddeden yapılmış olan bir disk üzerine düşmektedir.

**Sinyallerin tamamen bu disk üzerine düşebilmesi için diskin yarıçapı  $r$  ne kadar olmalıdır?**

EYLÜL KAMPI SINAVI CEVAPLARI-1999 I. GRUP

1. a)  $\tan\alpha=0,5$ ;  $\alpha=26,5^\circ$   
olarak bulunur.

b)  $20\sqrt{10}$  m/s

c) 240 m;  $120\sqrt{2}$

d) 180 m; 20 m

e)  $\frac{1}{9}$

2. a)  $\frac{g[m_2(1-f\tan\theta)-2fm_1\tan\theta]\tan\theta}{2m_1\tan^2\theta+m_2(1-f\tan\theta)}$ ;  $\frac{g[m_2(1-f\tan\theta)-2fm_1\tan\theta]}{2m_1\tan^2\theta+m_2(1-f\tan\theta)}$ ;  $\frac{m_1m_2g(\tan\theta+f)}{[2m_1\tan^2\theta+m_2(1-f\tan\theta)]\cos\theta}$

b)  $\frac{\sqrt{3}}{3}$

3.  $f = \frac{mg}{(2\pi^2k - m\omega^2)R}$

4.  $fg\sqrt{\frac{15m}{k}}$ ;  $\frac{7f^2m^2g^2}{k}$

5.  $\frac{20}{7}$  m/s<sup>2</sup>; 25 N

6.  $\sqrt{\frac{16\pi^2\rho r^3}{3\rho_0g(2r-h)h}}$

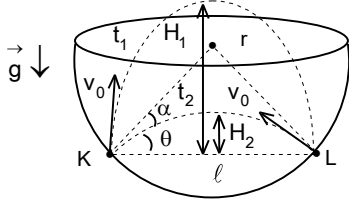
7.  $\left(\frac{dP}{dV}\right)_{ad} = \gamma\left(\frac{dP}{dV}\right)_{iz}$

8.  $\frac{\pi v}{2}\sqrt{\frac{2m\varepsilon_0}{q\rho}}$

9.  $\omega = \frac{B\ell}{\sqrt{mL}}$ ;  $\frac{v_0\sqrt{mL}}{B\ell}$

10.  $\frac{D^3}{16R^2}$

**EYLÜL KAMPI SINAVI-1999 I. GRUBUN SORULARIN ÇÖZÜMLERİ**



1. a) K ve L noktalarından yarım kürenin merkezine çizilen doğrular yarıçap ve açıortay özelliği göstermektedir. Şeklin geometrisinden;

$$2\theta + 2\alpha = 90^\circ; \theta + \alpha = 45^\circ$$

ve cismin K ve L noktasındaki ilk hızın bileşenleri için

$$v_{0xK} = v_0 \cos(\theta + 2\alpha) = v_0 \sin\theta; v_{0yK} = v_0 \sin(\theta + 2\alpha) = v_0 \cos\theta$$

$$v_{0xL} = v_0 \cos\theta; v_{0yL} = v_0 \sin\theta$$

yazabiliriz. Cismin maksimum yüksekliğe ulaşma süreleri;

$$\frac{t_1}{2} = \frac{v_{0yK}}{g}; \frac{t_2}{2} = \frac{v_{0yL}}{g}$$

olur. Bu sürelerin aralarındaki orandan;

$$\tan\theta = \frac{t_2}{t_1} = \frac{1}{3}; \theta = 18,4^\circ; \sin\theta = \frac{\tan\theta}{\sqrt{1 + \tan^2\theta}} = \frac{t_2}{\sqrt{t_1^2 + t_2^2}}; \cos\theta = \frac{1}{\sqrt{1 + \tan^2\theta}} = \frac{t_1}{\sqrt{t_1^2 + t_2^2}}$$

$$\tan\alpha = \frac{\sin(45^\circ - \theta)}{\cos(45^\circ - \theta)} = \frac{\sin 45^\circ \cos\theta - \cos 45^\circ \sin\theta}{\cos 45^\circ \cos\theta + \sin 45^\circ \sin\theta} = \frac{1 - \tan\theta}{1 + \tan\theta} = \frac{t_1 - t_2}{t_1 + t_2} = \frac{1}{2}; \alpha = 26,5^\circ$$

olarak bulunur.

b) Cismin ilk  $v_0$  hızı maksimum yüksekliğe ulaşma süresinden bulunulabilir.

$$\frac{t_1}{2} = \frac{v_{0yK}}{g} = \frac{v_0 \cos\theta}{g}; v_0 = \frac{gt_1}{2\cos\theta} = \frac{g\sqrt{t_1^2 + t_2^2}}{2} = 20\sqrt{10} \text{ m/s}$$

c) Cismin eğik atıştaki menzili;

$$\ell = \frac{v_{0xK} t_1}{2} = \frac{v_0 t_1 \sin\theta}{2} = \frac{gt_1 t_2}{2} = 240 \text{ m}$$

yarım kürenin  $r$  yarıçapı;

$$r = \frac{\sqrt{2}\ell}{2} = \frac{\sqrt{2}gt_1 t_2}{4} = 120\sqrt{2}$$

olarak bulunur.

d) Cismin ulaştığı maksimum yükseklikler;

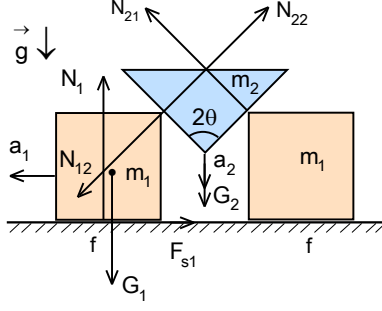
$$H_1 = \frac{v_{0yK}^2}{2g} = \frac{gt_1^2}{8} = 180 \text{ m}; H_2 = \frac{v_{0yL}^2}{2g} = \frac{gt_2^2}{8} = 20 \text{ m}$$

olarak bulunur.

e) Çemberlerin eğrilik yarıçaplarının oranı;

$$\frac{r_1}{r_2} = \frac{\frac{v_{0xK}^2}{g}}{\frac{v_{0xL}^2}{g}} = \frac{\sin^2\theta}{\cos^2\theta} = \tan^2\theta = \frac{t_2^2}{t_1^2} = \frac{1}{9}$$

olarak bulunur.



2. Cisimlerden birisinin ve prizma için;

$$\vec{G}_1 + \vec{N}_{12} + \vec{N}_1 + \vec{F}_{s1} = m_1 \vec{a}_1; \quad \vec{G}_2 + \vec{N}_{21} + \vec{N}_{22} = m_2 \vec{a}_2$$

şeklinde yazabiliriz. Burada;

$$N_{21} = N_{22} = N_{12} = N$$

$$F_{s1} = f N_1$$

olur. İki ivme arasındaki kinematik bağıntı;

$$\frac{x_1}{x_2} = \frac{a_1}{a_2} = \tan\theta; \quad a_1 = a_2 \tan\theta$$

olarak bulunabilir. Yatay ve dikey bileşenlere göre Newton denklemlerini küp

için;

$$m_1 g + N \sin\theta = N_1$$

$$N \cos\theta - F_{s1} = m_1 a_1$$

prizma için;

$$m_2 g - 2N \sin\theta = m_2 a_2$$

olarak yazabiliriz. Buradan;

$$N \cos\theta - f(m_1 g + N \sin\theta) = m_1 a_2 \tan\theta; \quad a_2 = g - \frac{2N \sin\theta}{m_2}$$

olarak bulunur. Bu ifadeleri kullanarak;

$$N \cos\theta - f(m_1 g + N \sin\theta) = m_1 \left( g - \frac{2N \sin\theta}{m_2} \right) \tan\theta; \quad N \cos\theta - f m_1 g - f N \sin\theta = m_1 g \tan\theta - \frac{2m_1 N \sin^2 \theta}{m_2 \cos\theta}$$

$$N \left( \cos\theta + \frac{2m_1 \sin^2 \theta}{m_2 \cos\theta} - f \sin\theta \right) = m_1 g (f + \tan\theta); \quad N \cos\theta \left( 1 + \frac{2m_1 \tan^2 \theta}{m_2} - f \tan\theta \right) = m_1 g (f + \tan\theta)$$

$$N \cos\theta \cdot (m_2 + 2m_1 \tan^2 \theta - f m_2 \tan\theta) = m_1 m_2 g (f + \tan\theta); \quad N = \frac{m_1 m_2 g (\tan\theta + f)}{[2m_1 \tan^2 \theta + m_2 (1 - f \tan\theta)] \cos\theta}$$

$$N_1 = m_1 g + \frac{m_1 m_2 g (\tan\theta + f) \sin\theta}{[2m_1 \tan^2 \theta + m_2 (1 - f \tan\theta)] \cos\theta} = m_1 g + \frac{m_1 m_2 g (\tan\theta + f) \tan\theta}{2m_1 \tan^2 \theta + m_2 (1 - f \tan\theta)}$$

$$\frac{m_1 m_2 g (\tan\theta + f) \cos\theta}{[2m_1 \tan^2 \theta + m_2 (1 - f \tan\theta)] \cos\theta} - f \left\{ m_1 g + \frac{m_1 m_2 g (\tan\theta + f) \tan\theta}{2m_1 \tan^2 \theta + m_2 (1 - f \tan\theta)} \right\} = m_1 a_1$$

$$a_1 = \frac{m_2 g (\tan\theta + f) (1 - f \tan\theta)}{2m_1 \tan^2 \theta + m_2 (1 - f \tan\theta)} - f g = g \frac{m_2 (\tan\theta + f) (1 - f \tan\theta) - f [2m_1 \tan^2 \theta + m_2 (1 - f \tan\theta)]}{2m_1 \tan^2 \theta + m_2 (1 - f \tan\theta)} =$$

$$= g \frac{m_2 (\tan\theta + f) (1 - f \tan\theta) - 2f m_1 \tan^2 \theta - f m_2 (1 - f \tan\theta)}{2m_1 \tan^2 \theta + m_2 (1 - f \tan\theta)} = g \frac{[m_2 (1 - f \tan\theta) - 2f m_1 \tan\theta] \tan\theta}{2m_1 \tan^2 \theta + m_2 (1 - f \tan\theta)}$$

$$a_2 = g - \frac{m_1 m_2 g (\tan\theta + f) \sin\theta}{m_2 [2m_1 \tan^2 \theta + m_2 (1 - f \tan\theta)] \cos\theta} = g \frac{m_2 [2m_1 \tan^2 \theta + m_2 (1 - f \tan\theta)] - m_1 g (\tan\theta + f) \tan\theta}{2m_1 \tan^2 \theta + m_2 (1 - f \tan\theta)} =$$

$$= g \frac{[m_2 (1 - f \tan\theta) - 2f m_1 \tan\theta]}{2m_1 \tan^2 \theta + m_2 (1 - f \tan\theta)}$$

olarak bulunur.

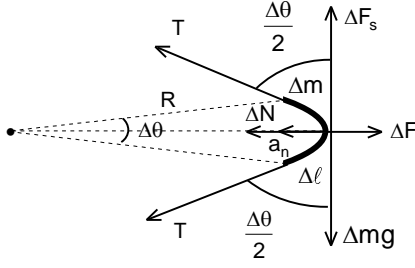
b) Cisimlerin ancak harekete geçebilmeleri için;

$$a_1 = a_2 = 0$$

olmalıdır. Bu şarttan faydalanarak maksimum sürtünme katsayısı;

$$1 - f \tan\theta = 2f \tan\theta; \quad f = \frac{1}{3 \tan\theta} = \frac{\sqrt{3}}{3}$$

olarak bulunur.



3. Newton yasaları noktasal cisimler için geçerlidir. Bu durumda merkezi açısı küçük  $\Delta\theta$  açılı olan bir parça alalım. Bu parçanın uzunluğu;

$$\Delta\ell = R\Delta\theta$$

$$\Delta m = \frac{m\Delta\ell}{2\pi R} = \frac{m\Delta\theta}{2\pi}$$

ve kütle; olarak yazılabilir. Bu parçaya yan parçalardan;

$$T = k(2\pi R - \pi R) = k\pi R$$

büyükliğünde gerilme kuvveti, silindirden etki eden  $\Delta N$  tepki kuvveti etki

etmektedir. Bu kuvvetler  $\Delta F$  merkezci kuvveti sağlamaktadır. Yatay yönde bu parçaya etki eden kuvvetler için;

$$2T\sin\frac{\Delta\theta}{2} - \Delta N = \Delta F = \Delta m\omega^2 R$$

$$T\Delta\theta - \Delta N = \frac{m\Delta\theta\omega^2 R}{2\pi}$$

yazabiliriz. Buradan;

$$\Delta N = \left(k\pi - \frac{m\omega^2}{2\pi}\right) R\Delta\theta$$

olarak bulunur. Bu parçaya dikey yönde etki eden kuvvetler ifadesinden sürtünme katsayısı;

$$\Delta mg = \Delta F_s = f\Delta N; \frac{mg\Delta\theta}{2\pi} = f\left(k\pi - \frac{m\omega^2}{2\pi}\right) R\Delta\theta; f = \frac{mg}{(2\pi^2 k - m\omega^2)R}$$

olarak bulunur.

4. Cisme  $v_0$  hız verilirse cismin kinetik enerjisi sürtünme kuvvetine karşı yapılan iş ve yaya aktarılan potansiyel enerjiye dönüşmektedir.

$$\frac{mv_0^2}{2} = \frac{kx_1^2}{2} + fmgx_1$$

Burada  $x_1$  bu cismin sola doğru aldığı yoldur. Bundan sonra sıkıştırılmış yayın etkisi ile birinci cisim sağ tarafa harekete geçmektedir. Soldaki cisim ilk konumundan geçtikten sonra uzayan yay duvara dayalı cismi harekete geçirmektedir. Yayın uzaması;

$$kx_2 = fmg; x_2 = \frac{fmg}{k}$$

şartından bulunabilir. Enerjinin korunumu yasasından;

$$\frac{kx_2^2}{2} - \frac{kx_1^2}{2} = -fmg(x_1 + x_2) = -kx_2(x_1 + x_2); x_1 = 3x_2$$

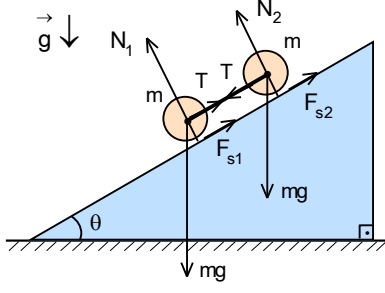
ilk hız;

$$v_0 = fg\sqrt{\frac{15m}{k}}$$

olarak bulunur. Bu ana kadar açığa çıkan ısı;

$$Q = fmg(2x_1 + x_2) = 7fmgx_2 = \frac{7f^2 m^2 g^2}{k}$$

Sağdaki cismin bu andaki hızı  $v=0$  olarak bulunur. Soldaki cisim hareketsiz ama her an harekete geçecek gibi düşünürsek sistemin enerjisi sadece yayda depo edilen potansiyel enerji olarak kalmaktadır.



5. İki silindir kaymadan yuvarlanmaktadır. Sistemdeki her cisim için kuvvet ve moment analizini yapalım.

$$mgsin\theta - T - F_{s1} = a; T + mgsin\theta - F_{s2} = ma$$

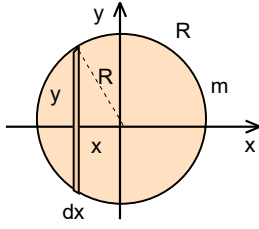
$$F_{s1} \cdot r = J_1 \alpha; J_1 = \frac{mr^2}{2}; \alpha = \frac{a}{r}$$

$$F_{s2} \cdot r = J_2 \alpha; J_2 = mr^2; \alpha = \frac{a}{r}$$

Buradan cisimlerin hareket ivmesi ve çubuktaki gerilme kuvveti

$$a = \frac{4g \sin \theta}{7} = \frac{20}{7} \text{ m/s}^2; T = \frac{mg \sin \theta}{7} = 25 \text{ N}$$

olarak bulunur.



6. İlk olarak kürenin suda bulunan kısmının hacmi bulmalıyız.

$$\Delta V = \int_{-r}^{r-h} \pi y^2 dx = \int_{r-h}^r \pi (r^2 - x^2) dx = \frac{\pi h^2 (3r - h)}{3} = \pi \left( rh^2 - \frac{h^3}{3} \right)$$

Denge durumu için;

$$mg = \rho_0 g \Delta V; \frac{\rho \cdot 4\pi r^3 g}{3} = \rho_0 g \pi \left( rh^2 - \frac{h^3}{3} \right)$$

yazabiliriz. Denge durumundan sapmalar için;

$$ma = \frac{\rho 4\pi r^3 a}{3} = mg - \rho_0 g \pi \left[ r(h+x)^2 - \frac{(h+x)^3}{3} \right] = -\rho_0 g \pi (2r-h)hx; \ddot{x} + \frac{3\rho_0 g (2r-h)h}{4\rho r^3} x = 0$$

yazılabilir. Titreşimin açısal frekansı ve periyodu;

$$\omega = \sqrt{\frac{3\rho_0 g (2r-h)h}{4\rho r^3}}; T = \frac{2\pi}{\omega} = \sqrt{\frac{16\pi^2 \rho r^3}{3\rho_0 g (2r-h)h}}$$

olarak bulunur.

7. İzotermal proses için;

$$PV = \text{sabit}$$

yazabiliriz. Türevlersek

$$dPV + PdV = 0; \left( \frac{dP}{dV} \right)_{iz} = -\frac{P}{V} = \tan \theta$$

olarak bulunur. Adyabatik proses için

$$PV^\gamma = \text{sabit}; dPV^\gamma + PV^{\gamma-1} dV = 0; \left( \frac{dP}{dV} \right)_{ad} = -\gamma \frac{P}{V} = \gamma \left( \frac{dP}{dV} \right)_{iz}; \tan \beta = \gamma \tan \theta$$

yazabiliriz. Buradan adyabatın eğiminin daha büyük olduğu görülmektedir.

8. Elektrik alan Gauss teoremi sonucu;

$$E = \frac{\rho r}{2\epsilon_0}$$

olarak bulunur. Yüke etki eden kuvvet

$$F = ma_r = m \ddot{r} = -qE = -\frac{q\rho r}{2\epsilon_0}; \ddot{r} + \frac{q\rho r}{2m\epsilon_0} = 0$$

titreşim hareketinin periyodu

$$T = \frac{2\pi}{\omega} = 2\pi \sqrt{\frac{2m\epsilon_0}{q\rho}}$$

ile verilir. Buradan odak uzaklık

$$f = \frac{vT}{4} = \frac{\pi v}{2} \sqrt{\frac{2m\epsilon_0}{q\rho}}$$

olarak bulunur.

9. İndükte edilmiş e.m.k.;

$$\mathcal{E}_{in} = -\frac{d\Phi}{dt} = -B \frac{dS}{dt} = -B\ell \frac{dx}{dt} = -L \frac{dI}{dt}$$

olarak yazılabilir. Buradan integrasyon sonucu;

$$LI = B\ell x; I = \frac{B\ell}{L} x$$

olarak yazılabilir. Aynı sonuca daha kısa yoldan manyetik akı ifadelerini kullanarak da varabiliriz.

$$\Phi = BS = LI$$

Çubuk Amper kuvvetinin etkisi altında hareket etmektedir. İki kere sağ el kuralı uygulayarak kuvvetin yönünün bulabiliriz. Bu kuvvet geri çağırın kuvvettir. Titreşimin denklemi;

$$ma = m \frac{dv}{dt} = -IB\ell; m \ddot{x} = -\frac{B^2 \ell^2 x}{L}; \ddot{x} + \frac{B^2 \ell^2 x}{mL} = 0$$

olarak yazılabilir. Titreşimin frekansı;

$$\omega = \frac{B\ell}{\sqrt{mL}}$$

olur. Çözüm;

$$x(t) = A \sin \omega t$$

hız;

$$v(t) = \dot{x} = \omega A \cos \omega t$$

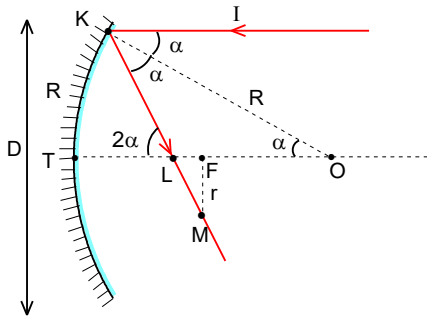
olarak yazılabilir. t=0 anında

$$v_0 = \omega A$$

olur. Buradan titreşimin genliği

$$A = \frac{v_0}{\omega} = \frac{v_0 \sqrt{mL}}{B\ell}$$

olarak bulunur.



10. Optik eksene paralel olarak gelen yakın ışınlar yansıdıktan sonra odak noktasından geçmektedirler. Optik ekseninden uzakta bulunan ışınlar ise odak noktasının civarından geçmektedir. Böyle bir ışın optik eksenini L noktasında kesmektedir. Aynı ışın F odak noktasından geçen ve optik eksene dik olan doğruyu M noktasında kesmektedir. FM uzaklığı detektörün r yarıçapıdır. Bu durumda;

$$r = LF \tan 2\alpha$$

şeklin geometrisinden;

$$\sin \alpha = \frac{D/2}{R} = \frac{D}{2R}; KL = LO = \frac{R}{2 \cos \alpha}$$

$$LF = LO - FO = \frac{R}{2 \cos \alpha} - \frac{R}{2} = \frac{R(1 - \cos \alpha)}{2 \cos \alpha}$$

olarak yazılabilir. Buradan;

$$r = \frac{R(1 - \cos \alpha)}{2 \cos \alpha} \cdot \frac{\sin 2\alpha}{\cos 2\alpha} = \frac{R(1 - \sqrt{1 - \sin^2 \alpha})}{2 \cos \alpha} \frac{2 \sin \alpha \cos \alpha}{1 - 2 \sin^2 \alpha} \approx R \left[ 1 - \left( 1 - \frac{\sin^2 \alpha}{2} \right) \right] \frac{\sin \alpha}{1 - 2 \sin^2 \alpha} = \frac{R \sin^3 \alpha}{2(1 - 2 \sin^2 \alpha)} = \frac{R \left( \frac{D}{2R} \right)^3}{2 \left[ 1 - 2 \left( \frac{D}{2R} \right)^2 \right]} = \frac{D^3}{8(2R^2 - D^2)} \approx \frac{D^3}{16R^2}$$

olarak bulunur.