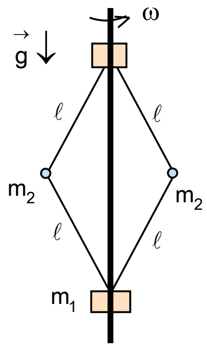
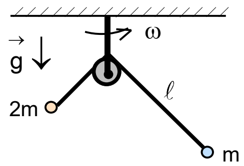
EYLÜL KAMPI SINAVI-1995

EYLÜL KAMPI SINAVI-1995 SORULARIN ÇÖZÜMLERİ



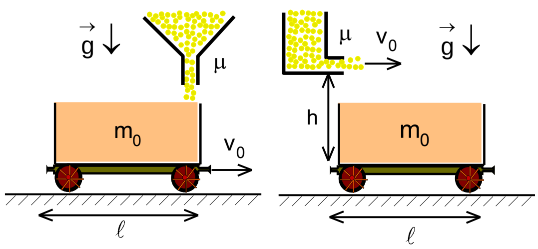
1. Sürtünmesiz düşey eksen etrafında serbestçe hareket eden m_1 kütleli bir cisim uzunlukları ℓ olan ince çubuklarla şekildeki gibi tutturulmuştur. Bu çubuklar diğer uçlarından eksene tutturulmuş olup, ortalarında kütleleri m_2 olan küçük cisimler bulunmaktadır. Sistem eksen etrafında döndürülmeye başlıyor. m_1 kütlesinin ivmesini, θ açısına ve bu değişkenin zamana göre türevi cinsinden bulunuz.

Eksen ile çubuklar arasındaki denge açısının 30° olması için m_2 kütleli cisimlerin açısal hızı ne kadar olmalıdır?



2. Kütleleri m ve 2m olan noktasal cisimler toplam uzunluğu ℓ olan bir tel ile birbirine bağlıdırlar. Tel sürtünmesiz bir halkadan şekildeki gibi geçmiştir.

Halkanın dönme açısal hızı ω ne kadar olmalıdır ki tel 90° açı ile bükülü olsun?



Şekil a) Şekil b)

3. a) Yatay ve sürtünmesiz bir düzlem üzerinde boş halde iken kütlesi m_0 ve uzunluğu ℓ olan bir vagon, v_0 hızı ile Şekil a) daki gibi hareket etmektedir. Bir kum deposundan düşen kum vagonun ucu depoya geldiği andan itibaren vagonu $\mu=\dfrac{dm}{dt}$ kütle hızı ile yüklemekte ve yüklenen kum vagonda kalır.

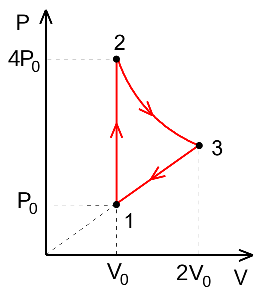
Vagon kum deposunun yanından ne kadar zamanda geçer ve son hızı nedir?

b) Yatay ve sürtünmesiz bir düzlem üzerinde boş halde iken kütlesi m_0 ve uzunluğu ℓ olan bir vagon durmaktadır. Vagona v_0 hızı ile h yüksekliğinden Şekil b) deki gibi yatay olarak $\mu=\dfrac{dm}{dt}$ kütle hızı ile düşen kum tanecikleri vagonun zeminine yapışmakta ve vagon ile beraber hareket etmektedir.

Vagonun hızını ve ivmesini zamanın fonksiyonu olarak nedir?

4. Sıcaklıkları T_1 ve T_2 ($T_2<T_1$) olan iki özdeş cisim ısıca yalıtılmış bir kutunun içine konularak denge durumuna gelmeleri sağlanmaktadır. Denge sağlanıncaya kadar sıcak cisim soğuk cisme Q kadar ısı vermektedir.

Isı kapasitelerinin sıcaklıktan bağımsız olduklarına göre entropi nedir?



5. Tek atomlu bir gaz ile P-V diyagramında şekildeki döngüsel 1-2-3-1 olan proses gerçekleştirilmektedir. Döngüsel proseste 1-2 olan proses izokorik, 2-3 olan proses izotermal, 3-1 olan proses ise koordinat sistemin merkezinden geçen bir doğru üzerindedir. Tek atomlu gaz için $c_V=\dfrac{3R}{2}$ dir.)

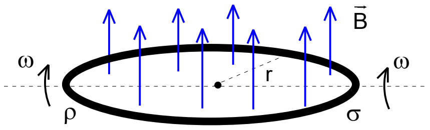
a) Bu prosesin verimi nedir?

b) 3-1 prosesi için ısı kapasitesi nedir?

c) 1-2, 2-3 ve 3-1 proseslerin entropi değişimleri nedir?

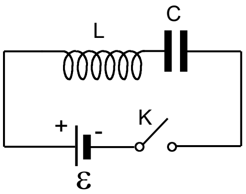
6. Kenar uzunluğu ℓ olan bir küpün yapıldığı dielektrik maddenin bağıl dielektrik geçirgenlik katsayısı ε olup, U potansiyeline kadar yüklenen ve yarıçapı R olan iletken bir küreden r>>R, ℓ uzakta bulunmaktadır.

İletken küreye etki eden kuvvet nedir? Küpe etki eden kuvvet ve küpte depo edilen enerji nedir? Küpte oluşan polarizasyon yüklerin hacimsel yük yoğunluğu nedir?



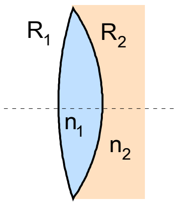
7. Yatay eksen etrafında serbestçe dönebilen özkütlesi ρ, yarıçapı r ve iletkenlik katsayısı σ olan telden yapılan bir halka düşey sabit ve homojen manyetik indüksiyon alanı içinde bulunmaktadır.

Halkaya ilk ω_0 açısal hızı verilirse ilk açısal hızının (e) kat azalması için gereken zaman nedir?



8. E.m.k. sı $\mathcal{E}$ olan bir üreteç, indüktansı L olan bir bobin ile kapasitesi C olan bir kondansatörden şekildeki gibi oluşan devrede K anahtarı t=0 anında kapatılıyor. Kondansatör üzerindeki gerilim maksimuma eriştiğinde kondansatördeki dielektrik maddesi yalıtkan özelliğini kaybedip kondansatör kısa devre durumuna geliyor.

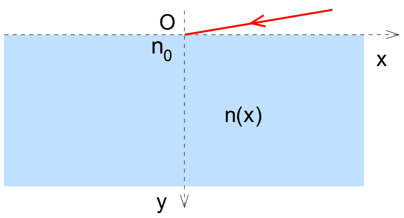
Devreden geçen akım zamana göre nasıl değişir? Bu akımın grafiğini önemli değerleri belirterek çiziniz.



9. a) Yüzeylerinin yarıçapları R_1 ve R_2 ve kırıcılık indisi n_1 olan bir yakınsak mercek ile bir yüzünün yarıçapı R_2, diğer yüzü ise düzlem ve kırıcılık indisi n_2 olan ıraksak bir mercek birbirine yapıştırılmıştır. Mercekler farklı tip camlardan yapılmış olup her bir camın kırıcılık indisinin Cauchy denklemindeki ilk iki terimle ifade edildiği varsayılmaktadır.

Bu mercek çiftinin akromatik (renklenme kusursuz) olması için n_1 ve n_2 kırıcılık indislerinin Cauchy denklemindeki sabit terimleri arasında nasıl bir ilişki olmalıdır?

b) $|R_1|=|R_2|$ için bu mercek çiftinin ıraksak davranması için gerekli koşul nedir?



10. Yüzeyi y=sabit olan bir düzlemde bulunan bir ortamda kırıcılık indisi n=n(x) olarak değişmektedir. Eğer ışık x eksenine hemen hemen paralel olarak ortama girip bu ortamda $x=py^2$ parabolü çizmektedir.

Buna göre ortamın kırıcılık indisini x koordinatına nasıl bağlıdır? (Işının ortama girdiği x=0 noktasında kırıcılık indisi n_0 dır.)

EYLÜL KAMPI SINAVI CEVAPLARI-1995

1. $\sqrt{\dfrac{2\sqrt{3}\left(m_1+m_2\right)g}{3m_2\ell}}$

2. $\sqrt{\dfrac{3\sqrt{5}\ g}{2\ell}}$

3. a) $v_0\ e^{-\frac{\mu\ell}{m_0 v_0}}$

b) $v_0\left(1-\dfrac{m_0}{m_0+\mu t}\right)$; $\dfrac{m_0 v_0 \mu}{\left(m_0+\mu t\right)^2}$

4. $\dfrac{2Q}{T_1-T_2}\ln\dfrac{\left(T_1+T_2\right)^2}{4T_1T_2}$

5. a) %17,5

b) 2R

c) 3Rln2; Rln2; -4Rln2

6. $\dfrac{2\varepsilon_0\left(\varepsilon-1\right)U^2R^2\ell^3}{\varepsilon r^5}$; $\dfrac{\varepsilon_0\left(\varepsilon-1\right)U^2R^2\ell^3}{\varepsilon^2 r^2}$; 0

7. $\dfrac{4\rho\ln 2}{B^2\sigma}$

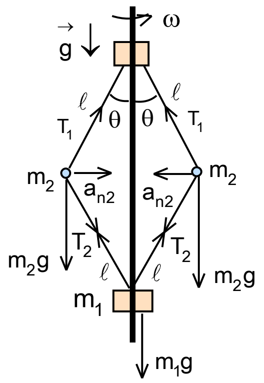
8. $\varepsilon\sqrt{\dfrac{C}{L}}\sin\omega_0 t$; $\dfrac{\varepsilon t}{L}$

9. a) $\dfrac{B_1}{B_2}=\dfrac{R_1}{R_1+R_2}$

b) | $2n_1-1<n_2$

10. $n_0\sqrt{1+4px}$

EYLÜL KAMPI SINAVI-1995 SORULARIN ÇÖZÜMLERİ



1. Kütlelere etki eden bütün kuvvetler şekilde gösterilmiştir. m_1 kütlesinin koordinatı, y eksenini aşağıya doğru kabul edersek;

$$y_1=2\ell\cos\theta$$

hızı;

$$v_{y1}=\frac{dy_1}{dt}=-2\ell\sin\theta.\dot{\theta}.$$

ivmesi;

$$a_{y1}=\frac{dv_{y1}}{dt}=-2\ell\cos\theta.\dot{\theta}^2-2\ell\sin\theta.\ddot{\theta}$$

olarak bulunur. Eksen ile çubuklar arasındaki denge açısının θ olması için m_1 kütlenin eksen boyunca artık hareket etmemesi gerekir. Bu durumda;

$$T_1\cos\theta=m_2g+T_2\cos\theta$$

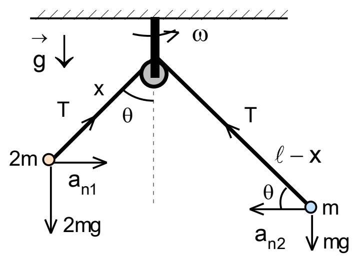
$$T_1\sin\theta+T_2\sin\theta=m_2\omega^2r_2\,;\ r_2=\ell\sin\theta$$

$$2T_2\cos\theta=m_1g$$

yazabiliriz. Buradan

$$\cos\theta=\frac{(m_1+m_2)g}{m_2\omega^2\ell}\,;\ \omega=\sqrt{\frac{2\sqrt{3}(m_1+m_2)g}{3m_2\ell}}$$

olarak bulunur.



2. Halka ω açısal hızıyla döndürülürse kütlesi 2m olan noktasal cisme bağlı olan ip dikeyle θ açısı yapmaktadır. Bu durumda;

$$T\cos\theta=2mg;\ T\sin\theta=2m\omega^2r_1\,;\ r_1=x\sin\theta$$

yazabiliriz. Kütlesi m olan noktasal cisme bağlı olan ip dikeyle 90°-θ açısı yapmaktadır. Bu durumda;

$$T\sin\theta=mg;\ T\cos\theta=m\omega^2r_2\,;\ r_2=(\ell-x)\cos\theta$$

yazabiliriz. Her cismin birinci denklemlerinden;

$$\tan\theta=\frac{1}{2}\,;\ \sin\theta=\frac{\tan\theta}{\sqrt{1+\tan^2\theta}}=\frac{\sqrt{5}}{5}\,;\ \cos\theta=\frac{1}{\sqrt{1+\tan^2\theta}}=\frac{2\sqrt{5}}{5}$$

ikinci denklemlerden ise $x=\frac{\ell}{3}$ olarak bulunur. Buradan;

$$2m\omega^2\frac{\ell}{3}\frac{\sqrt{5}}{5}=mg;\ \omega=\sqrt{\frac{3\sqrt{5}\,g}{2\ell}}$$

olarak bulunur.

3. a) Momentum korunumu yasasından;

$$m_0 v_0 = (m_0 + \mu t)v$$

t zaman sonra vagonun hızı;

$$v = \frac{m_0 v_0}{m_0 + \mu t}$$

vagonun aldığı yol

$$\ell = \int_0^t v dt = \int_0^t \frac{m_0 v_0 dt}{m_0 + \mu t} = \frac{m_0 v_0}{\mu} \ln \frac{m_0 + \mu t}{m_0}$$

bunun için gereken zaman ve son hızı;

$$t = \frac{m_0}{\mu}\left(e^{\frac{\mu\ell}{m_0 v_0}} - 1\right);\ v = \frac{m_0 v_0}{m_0 + \mu t} = v_0\, e^{-\frac{\mu\ell}{m_0 v_0}}$$

olarak bulunur.

b) t zaman sonra vagona μt kadar kütle düştüğünü, vagonun toplam kütlesinin

$$m = m_0 + \mu t$$

hızının da v olduğunu kabul edelim. Küçük dt zamanda μdt kadar kütle vagona düşmektedir. Momentum korunum yasasından;

$$(m_0 + \mu t)v + \mu dt v_0 = [m_0 + \mu(t+dt)](v+dv)$$

şeklinde yazılabilir. Buradan;

$$(m_0 + \mu t)v + \mu dt v_0 = (m_0 + \mu t)v + (m_0 + \mu t)dv + \mu v dt + \mu dv dt$$

$$(m_0 + \mu t)dv = \mu(v_0 - v)dt;\ \frac{dv}{v_0 - v} = \frac{\mu dt}{m_0 + \mu t}$$

olarak yazılabilir. Burada $\mu dv dt$ terimi ihmal ediyoruz. İntegrasyon sonucu vagonun hızı ve ivmesi;

$$\int_0^v \frac{dv}{v_0 - v} = \int_0^t \frac{\mu dt}{m_0 + \mu t};\ -\ln\frac{v_0 - v}{v_0} = \ln\frac{m_0 + \mu t}{m_0}$$

$$v = v_0\left(1 - \frac{m_0}{m_0 + \mu t}\right);\ a = \frac{dv}{dt} = \frac{m_0 v_0 \mu}{(m_0 + \mu t)^2}$$

olarak bulunur.

4. İki özdeş cismin ulaştıkları ortak sıcaklık;

$$T_0 = \frac{T_1 + T_2}{2}$$

verdikleri veya aldıkları elementer ısı;

$$dQ = CdT$$

sıcak cisimden soğuk cisme verilen ya da alınan ısı;

$$Q = C(T_1 - T_0) = C(T_0 - T_2);\ C = \frac{2Q}{T_1 - T_2}$$

entropi değişimi;

$$\Delta\Sigma = \int_{T_1}^{T_0} \frac{dQ}{T} + \int_{T_2}^{T_0} \frac{dQ}{T} = \int_{T_1}^{T_0} \frac{CdT}{T} + \int_{T_2}^{T_0} \frac{CdT}{T} = 2C\left(\ln\frac{T_0}{T_1} + \ln\frac{T_0}{T_2}\right) = \frac{2Q}{T_1 - T_2} \ln\frac{(T_1 + T_2)^2}{4T_1T_2}$$

olarak bulunur.

5. a) Bir döngüsel prosesin verimi;

$$\eta=\frac{Q_1-Q_2}{Q_1}=\frac{W}{Q_1}$$

olarak tanımlanır. Burada Q_{1} ısıtıcıdan sisteme verilen ısı, Q_2 ise sistemden soğutucuya verilen ısı miktarı, W ise sistemin yaptığı iştir. Verilen noktalardaki gaz denklemlerini yazalım.

$$P_1V_1=P_0V_0=RT_1;\ T_1=T_0=\frac{P_0V_0}{R}$$

$$P_2V_2=4P_0V_0=RT_2;\ T_2=\frac{4P_0V_0}{R}=4T_0$$

2-3 noktaları arasındaki proses izotermal prosestir.

$$P_2V_2=P_3.2V_0;\ P_3=2P_0;\ T_2=T_3=4T_0$$

Basıncın hacme bağlı ifadesi;

$$P=\frac{4P_0V_0}{V}$$

olarak bulunur. 1-2 proseste verilen ısı;

$$Q_{12}=\Delta U_{12}=c_V(T_2-T_1)=\frac{3R}{2}(4T_0-T_0)=\frac{9RT_0}{2}=\frac{9P_0V_0}{2}$$

2-3 proseste verilen ısı;

$$Q_{23}=W_{23}=\int_{V_2}^{V_3}PdV=\int_{V_0}^{2V_0}\frac{4P_0V_0dV}{V}=4P_0V_0\ln\frac{2V_0}{V_0}=4P_0V_0\ln 2$$

sisteme verilen tüm ısı;

$$Q_1=Q_{12}+Q_{23}=\frac{9P_0V_0}{2}+4P_0V_0\ln 2$$

3-1 proseste sistemden alınan ısı;

$$Q_2=Q_{31}=\Delta U_{31}+W_{31}=c_V(T_3-T_1)+\frac{(P_0+2P_0)(2V_0-V_0)}{2}=\frac{3R}{2}(4T_0-T_0)+\frac{3P_0V_0}{2}=$$

$$=\frac{9RT_0}{2}+\frac{3P_0V_0}{2}=\frac{9P_0V_0}{2}+\frac{3P_0V_0}{2}=6P_0V_0$$

prosesin verimi

$$\eta=\frac{Q_1-Q_2}{Q_1}=\frac{\frac{9P_0V_0}{2}+4P_0V_0\ln 2-6P_0V_0}{\frac{9P_0V_0}{2}+4P_0V_0\ln 2}=\frac{8\ln 2-3}{8\ln 2+9}\approx\%17{,}5$$

olarak bulunur.

b) Adyabatik prosesler için;

$$dQ=dA+dU=PdV+c_V dT=0$$

yazabiliriz.

$$PV=RT;\ R=c_P-c_V$$

denklemlerini kullanarak;

$$\frac{RTdV}{V}+c_V dT=0;\ \frac{(c_P-c_V)dV}{V}+\frac{c_VdT}{T}=0;\ \frac{(\gamma-1)dV}{V}+\frac{dT}{T}=0;\ \gamma=\frac{c_P}{c_V}$$

İntegrasyon sonucu;

$$TV^{\gamma-1}=\text{sabit};\ PV^{\gamma}=\text{sabit};\ TP^{\frac{1-\gamma}{\gamma}}=\text{sabit}$$

olarak bulunur. Herhangi bir proses için;

$$dQ=cdT=dA+dU=PdV+c_V dT$$

yazabiliriz. Bu denklemi yukarıda yazılanlara benzetebiliriz. Buradan;

$$\frac{RTdV}{V}+(c_V-c)dT=0;\ \frac{(c_P-c_V)dV}{V}+\frac{(c_V-c)dT}{T}=0;\ \frac{(c_V-c)dV}{(c_P-c_V)V}+\frac{dT}{T}=0$$

$$n-1=\frac{c_V-c}{c_P-c_V};\ c=c_V-\frac{c_P-c_V}{n-1}=c_V-\frac{R}{n-1}$$

olduğunu yazarsak;

$$\frac{(n-1)dV}{V}+\frac{dT}{T}=0$$

elde ederiz. İntegrasyon sonucu;

$$TV^{n-1}=\text{sabit};\ PV^{n}=\text{sabit};\ TP^{\frac{1-n}{n}}=\text{sabit}$$

olarak bulunur. Bu tip prosesler politrop prosesler olarak bilinmektedir. 3-1 proses için;

$$\frac{P}{V}=\frac{P_0}{V_0};\ P.V^{-1}=\frac{P_0}{V_0}=\text{sabit}$$

yazabiliriz. Bu ifadeyi politrop ifadesi ile karşılaştırabiliriz.

$$P.V^{n}=\text{sabit}$$

Buradan n= -1 olarak bulunur. Bu prosesteki ısı kapasitesi;

$$c=c_V-\frac{R}{n-1}=\frac{3R}{2}-\frac{R}{-1-1}=2R$$

olarak bulunur. Ya da başka bir yoldan da yapabiliriz. Isı kapasitesi;

$$C=_0\frac{dQ}{dT}=_0\frac{dU+PdV}{dT}$$

olarak verilir. Gaz denklemini türevlersek;

$$PV=nRT;\ dP.V+P.dV=nRdT$$

yazabiliriz. 3-1 proses için;

$$\frac{P}{V}=\frac{P_0}{V_0};\ P=\frac{P_0V}{V_0};\ dP=\frac{P_0dV}{V_0}$$

yazabiliriz. Buradan;

$$2\frac{P_0VdV}{V_0}=nRdT;\ PdV=\frac{nRdT}{2}$$

olarak yazılabilir. Isı kapasitesi;

$$C=\frac{c_VdT+PdV}{dT}=\frac{\frac{3RdT}{2}+\frac{RdT}{2}}{dT}=2R$$

olarak bulunur.

c) 1-2 proseste entropi değişimi;

$$\Delta\Sigma_{12}=\int\frac{\delta Q}{T}=\int_{T_1}^{T_2}\frac{C_VdT}{T}=\frac{3R}{2}\ln\frac{T_2}{T_1}=\frac{3R}{2}\ln 4=3R\ln 2$$

2-3 proseste entropi değişimi

$$\Delta\Sigma_{23}=\int\frac{\delta Q}{T}=\int_{T_2}^{T_3}\frac{PdV}{T}=\int_{V_2}^{V_3}\frac{RdV}{V}=R\ln\frac{V_3}{V_2}=R\ln 2$$

3-1 proseste entropi değişimi;

$$\Delta\Sigma_{31}=\int\frac{\delta Q}{T}=\int_{T_3}^{T_1}\frac{C_VdT}{T}+\int_{T_3}^{T_1}\frac{PdV}{T}=\int_{T_3}^{T_1}\frac{C_VdT}{T}+\int_{V_3}^{V_1}\frac{RdV}{V}=\frac{3R}{2}\ln\frac{T_1}{T_3}+R\ln\frac{V_1}{V_3}=-3R\ln 2-R\ln 2=-4R\ln 2$$

olarak bulunur. Toplam entropi değişimi;

$$\Delta\Sigma_{1231}=\Delta\Sigma_{12}+\Delta\Sigma_{23}+\Delta\Sigma_{31}=0$$

olarak bulunur.

6. İletken kürenin üzerindeki potansiyel ifadesinden kürenin yükü;

$$U=\frac{q}{4\pi\varepsilon_0 R}\ ;\ q=4\pi\varepsilon_0 UR$$

r uzaklıkta iletken kürenin küp içinde oluşturduğu elektrik alan;

$$E=\frac{q}{4\pi\varepsilon\varepsilon_0 r^2}=\frac{UR}{\varepsilon r^2}$$

olur. Bu elektrik alanın etkisi ile dielektrik kürede dipol oluşur. Oluşan polarizasyon ya da polarizasyon yüklerin yüzeysel yük yoğunluğu

$$\sigma'=p=\varepsilon_0\alpha E=\varepsilon_0(\varepsilon-1)E=\frac{\varepsilon_0(\varepsilon-1)UR}{\varepsilon r^2}$$

küpün dipol momenti;

$$p_d=pV=\frac{\varepsilon_0(\varepsilon-1)UR\ell^3}{\varepsilon r^2}$$

olur. Dielektrik küpün iletken kürenin bulunduğu yerde oluşturduğu elektrik alan;

$$E_d=\frac{2p_d}{4\pi\varepsilon_0 r^3}=\frac{2}{4\pi\varepsilon_0 r^3}\frac{\varepsilon_0(\varepsilon-1)UR\ell^3}{\varepsilon r^2}=\frac{(\varepsilon-1)UR\ell^3}{2\pi\varepsilon r^5}$$

etki eden kuvvet;

$$F=qE_d=4\pi\varepsilon_0 UR\frac{(\varepsilon-1)UR\ell^3}{2\pi\varepsilon r^5}=\frac{2\varepsilon_0(\varepsilon-1)U^2R^2\ell^3}{\varepsilon r^5}$$

olarak bulunur. Küpün yüzeylerden birisinde indükte edilen polarizasyon yüke etki eden kuvvet;

$$F=\sigma'\ell^2.\frac{UR}{\varepsilon r^2}-\sigma'\ell^2\frac{UR}{\varepsilon(r+\ell)^2}=\frac{\varepsilon_0(\varepsilon-1)UR\ell^2}{\varepsilon r^2}\left[\frac{1}{r^2}-\frac{1}{(r+\ell)^2}\right]=_0\frac{\varepsilon_0(\varepsilon-1)UR\ell^2}{\varepsilon r^2}\left[\frac{1}{r^2}-\frac{1}{r^2\left(1+\frac{\ell}{r}\right)^2}\right]=$$

$$=\frac{\varepsilon_0(\varepsilon-1)UR\ell^2}{\varepsilon r^4}\left(1-\frac{1}{1+\frac{2\ell}{r}}\right)=\frac{\varepsilon_0(\varepsilon-1)UR\ell^2}{\varepsilon r^4}\left[1-\left(1-\frac{2\ell}{r}\right)\right]=\frac{2\varepsilon_0(\varepsilon-1)U^2R^2\ell^3}{\varepsilon r^5}$$

olarak bulunur. Yani etki ve tepki kuvvetleri eşittir. Küpte depo edilen enerji;

$$\Pi=-\vec{p}_d.\vec{E}=-p_d E\cos180°=p_d E=\frac{\varepsilon_0(\varepsilon-1)UR\ell^3}{\varepsilon r^2}\frac{UR}{\varepsilon r^2}=\frac{\varepsilon_0(\varepsilon-1)U^2R^2\ell^3}{\varepsilon^2 r^2}$$

olur. Oluşan polarizasyon yüklerin büyüklüğü;

$$q'=-\oint_S\sigma' dS=-\oint_S\vec{p}.\overrightarrow{dS}=\rho'V$$

hacimsel yük yoğunluğu;

$$\rho'=-\lim_{V\to0}\frac{\oint_S\vec{p}.\overrightarrow{dS}}{V}=-\mathrm{div}\,\vec{p}=-\frac{1}{r^2}\frac{d}{dr}(pr^2)=\frac{1}{r^2}\frac{d}{dr}\left(\frac{\varepsilon_0(\varepsilon-1)URr^2}{\varepsilon r^2}\right)=0$$

olarak bulunur.

7. Dönme esnasında halkadan geçen manyetik akı;

$$\Phi_B = \vec{B}.\vec{S} = B\pi r^2 \cos\omega t$$

halkada indükte edilmiş e.m.k. ve akan akım;

$$\mathcal{E} = -\frac{d\Phi_B}{dt} = B\pi r^2\omega \sin\omega t;\ I = \frac{\mathcal{E}}{R} = \frac{B\pi r^2\omega \sin\omega t}{\frac{1}{\sigma}\frac{2\pi r}{S}} = \frac{Br\omega\sigma S \sin\omega t}{2}$$

olarak yazılabilir. Burada S halkanın yapıldığı telin kesitidir. Açığa çıkan ısı gücünün ortalama değeri;

$$P = I^2\Re = \frac{B^2\pi r^3\sigma\omega^2 S}{4};\ \langle \sin^2\omega t\rangle = \frac{1}{2}$$

Halkanın kinetik enerji değişimi;

$$d\mathcal{E}_k = \frac{d}{dt}\left(\frac{J\omega^2}{2}\right) = J\omega^2\frac{d\omega}{dt} = -P;\ J = \frac{mr^2}{2};\ m = 2\rho\pi r S;\ \frac{2\rho\pi r^3 S\omega}{2}\frac{d\omega}{dt} = -\frac{B^2\pi r^2\omega^2 S}{4\rho}$$

olarak yazılabilir. Buradan;

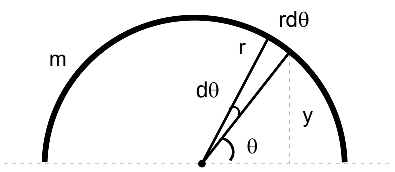
$$\frac{d\omega}{\omega} = -\frac{B^2\sigma dt}{4\rho};\ \int_{\omega_0}^{\omega}\frac{d\omega}{\omega} = -\int_0^t\frac{B^2\sigma dt}{4\rho};\ \ln\frac{\omega}{\omega_0} = -\frac{B^2\sigma t}{4\rho};\ \omega = \omega_0 e^{-\frac{B^2\sigma t}{4\rho}}$$

$$\omega = 0{,}5\omega_0$$

ise;

$$t = \frac{4\rho \ln 2}{B^2\sigma}$$

olarak bulunur.



Yarım halkanın eylemsizlik momenti bulmak için uzunluğu;

$$d\ell = rd\theta$$

kütlesi;

$$dm = \mu d\theta = \frac{m d\theta}{\pi}$$

olan küçük bir parça alalım. Bu parçanın dönme eksenine kadar olan uzaklık;

$$y = r\sin\theta$$

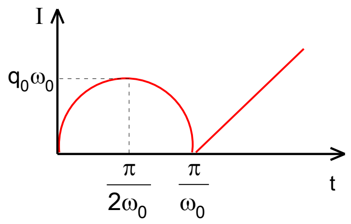
dönme eksenine göre eylemsizlik momenti;

$$dJ = dm y^2$$

toplam eylemsizlik momenti;

$$J = \int_0^{\pi} dJ = \int_0^{\pi}\frac{m}{\pi}r^2\sin^2\theta d\theta = \frac{mr^2}{\pi}\int_0^{\pi}\frac{(1-\cos 2\theta)d\theta}{2} = \frac{mr^2}{2}$$

olur.



8. K anahtarının t=0 anında kapatılması ile oluşan devre için ikinci Kirchoff yasasını yazabiliriz.

$$\mathcal{E}-L\frac{dI}{dt}=\frac{q}{C}\ ;\ \frac{d^2q}{dt^2}+\frac{1}{LC}q=\frac{\mathcal{E}}{L}\ ;\ \omega_0^{\ 2}=\frac{1}{LC}$$

Bu denklemin çözümü;

$$q(t)=q_1(t)+q_2(t)$$

olarak yazılabilir. Burada $q_1(t)$ homojen denklemin çözümü, $q_2(t)$ ise homojen olmayan denklemin çözümüdür. Bu çözümler;

$$q_1(t)=q_{01}\sin\omega_0 t+q_{02}\cos\omega_0 t;\ q_2(t)=q_{03}$$

şeklinde aranabilir. Buradan;

$$q_{03}=\frac{\mathcal{E}}{\omega_0^2 L}=C\mathcal{E}$$

olarak bulunur. Tam çözüm;

$$q(t)=q_{01}\sin\omega_0 t+q_{02}\cos\omega_0 t+C\mathcal{E}$$

şeklinde yazılabilir. Akan akım;

$$I=\dot{q}=q_{01}\omega_0\cos\omega_0 t-q_{02}\omega_0\sin\omega_0 t$$

olur. İlk anda q(0)=0 ve I(0)=0 olur. Buradan;

$$0=q_{02}+C\mathcal{E}\ ;\ q_{02}=-C\mathcal{E}$$

$$0=q_{01}\omega_0 0;\ q_{01}=0$$

yükün zamana göre değişimi;

$$q(t)=C\mathcal{E}(1-\cos\omega_0 t)$$

akımın zamana göre değişimi;

$$I(t)=\frac{dq(t)}{dt}=C\mathcal{E}\omega_0\sin\omega_0 t=\mathcal{E}\sqrt{\frac{C}{L}}\sin\omega_0 t$$

olarak bulunur. Maksimum yük;

$$q_{mak}=2C\mathcal{E}$$

olur. Bundan sonra kondansatör iptal olduğu için;

$$\mathcal{E}-L\frac{dI}{dt}=0;\ I=\frac{\mathcal{E}t}{L}$$

akım doğrusal olarak artar.

9. a) Sistemin odak uzaklığını bulabilmek için a=∞, n_h =1 kabul edebiliriz. Birinci kırılma yüzeyi için;

$$\frac{1}{a}+\frac{n_1}{b_1}=\frac{n_1-1}{R_1};\ \frac{1}{\infty}+\frac{n_1}{b_1}=\frac{n_1-1}{R_1};\ \frac{n_1}{b_1}=\frac{n_1-1}{R_1}$$

yazabiliriz. İnce kenarlı mercek çok ince olduğu için ikinci kırılma yüzeyine olan uzaklık;

$$a_2=-b_1$$

olur. İkinci kırılma yüzeyi için;

$$\frac{n_1}{a_2}+\frac{n_2}{b_2}=\frac{n_2-n_1}{-R_2};\ -\frac{n_1}{b_1}+\frac{n_2}{b_2}\ -\frac{n_2-n_1}{R_2}$$

yazabiliriz. İki denklemi taraf tarafa toplarsak;

$$\frac{n_2}{b_2}=\frac{n_1-1}{R_1}-\frac{n_2-n_1}{R_2}$$

denklemini elde ederiz. Kalın kenarlı mercek çok ince olduğu için üçüncü kırılma yüzeyine olan uzaklık;

$$a_3=-b_2$$

olarak bulunur. Üçüncü kırılma yüzeyi düzlem olduğu için;

$$\frac{n_2}{a_3}+\frac{1}{b_3}=0;\ -\frac{n_2}{b_2}+\frac{1}{f}=0$$

yazabiliriz. Buradan sistemin odak uzaklığı;

$$\frac{1}{f}=\frac{n_1-1}{R_1}-\frac{n_2-n_1}{R_2}$$

olarak bulunur. Kırıcılık indisleri;

$$n_1=A_1+\frac{B_1}{\lambda^2};\ n_2=A_2+\frac{B_2}{\lambda^2}$$

şeklinde yazılabilir. Buradan sistemin odak uzaklığı

$$\frac{1}{f}=\left(A_1+\frac{B_1}{\lambda^2}\right)\frac{1}{R_1}-\frac{1}{R_1}-\left(A_2+\frac{B_2}{\lambda^2}\right)\frac{1}{R_2}+\left(A_1+\frac{B_1}{\lambda^2}\right)\frac{1}{R_2}$$

şeklinde yazılabilir. Bu mercek sisteminin akromatik (kusursuz renklenme) olması için;

$$\frac{d}{d\lambda}\frac{1}{f}=0;\ -\frac{2B_1}{\lambda^3R_1}+\frac{2B_2}{\lambda^3R_2}-\frac{2B_1}{\lambda^3R_2}=0;\ \frac{B_1}{B_2}=\frac{R_1}{R_1+R_2}$$

olmalıdır.

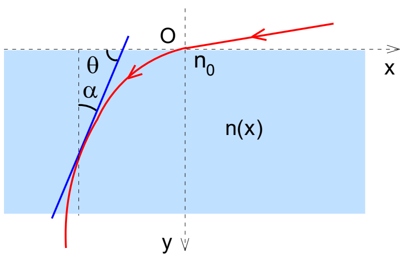
b) $|R_1|=|R_2|$ durumunda bu mercek çiftinin ıraksak davranması için

$$\frac{n_1-1}{R}-\frac{n_2-n_1}{R}<0$$

olmalıdır. Buradan gerekli koşul

$$2n_1-1<n_2$$

olarak bulunur.



10. Işının çizdiği yörünge parabol olduğu için parabol denklemi;

$$x=py^2;\ y=\sqrt{\frac{x}{p}}$$

olarak yazılabilir. Bir noktadan geçirilen teğetin eğim açısı;

$$\tan\theta=\frac{dx}{dy}=2py=2\sqrt{px}$$

Kırılma yasasından;

$$n_0\sin 90°=n(x)\sin\alpha;\ \alpha=90°-\theta;\ \sin\alpha=\cos\theta$$

$$n(x)=\frac{n_0}{\cos\theta};\ \cos\theta=\frac{1}{\sqrt{1+\tan^2\theta}}=\frac{1}{\sqrt{1+4px}}$$

olarak yazılabilir. Buradan aradığımız bağıntı;

$$n(x)=n_0\sqrt{1+4px}$$

olarak bulunur.