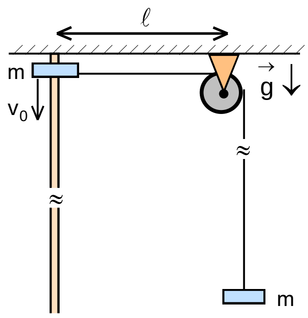
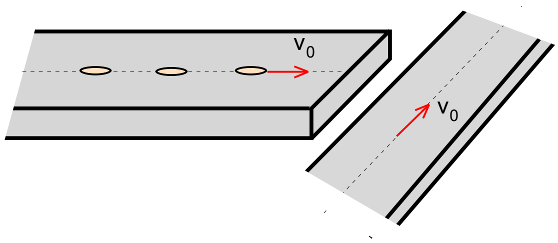
EYLÜL KAMPI SINAVI-1991



1. Kütleleri m olan iki özdeş cisim makaradan geçen iplerle birbirine bağlıdır. Soldaki cisim çok uzun ve düşey durumda olan çubuk üzerinde, sağdaki cisim ise çok uzun bir ipe bağlı olup, ikisi de düşey doğru üzerinde şekildeki gibi hareket edebilmektedir. Makaradan soldaki cisme kadar olan uzaklık ℓ olarak veriliyor. Başlangıçta soldaki cisim ile makaradan geçen ip yatay durumdadır. Soldaki cisme düşey doğrultuda aşağıya doğru v_0 hızı veriliyor.

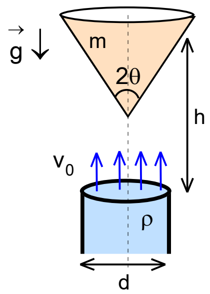
Buna göre çok uzun süre sonra cisimlerin hızı nedir?



2. İki taşıyıcı bantta yedek parçalar taşınmaktadır. Sol bantla beraber v_0 hızı ile hareket eden yedek parçalar sağdaki yine v_0 hızı ile hareket eden ve birinci bantla aynı düzlemde ve ona dik olarak bulunan bandın ortasına gelebiliyorlar. Sağdaki bandın hızı n kat arttırılıyor.

Yedek parçaların sağ bandın ortasına kadar gitmeleri için sol bandın yeni hızı ne olmalıdır?

3. Bugün yıldızların toz ve gaz bulutlarında meydana gelen kütle çekimi dengesizlikler sonucu oluştuğu kabul edilmektedir. Toz ve gaz bulutlarından oluşan madde collepse (çökme) sonucu sıkışmaya başlar ve sıcaklığı devamlı artar. Toz ve gaz bulutlarının yoğunluğunun $\rho=2.10^{-29}$ g/cm^3 civarında olduğu gözlemler sonucu tespit edilmiştir. Füzyon reaksiyonları başlayıncaya kadar böyle bir oluşuma protoyıldız denir.

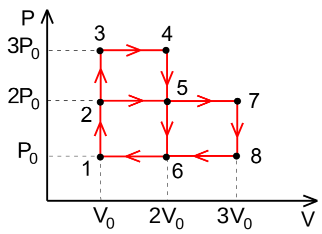


4. Tepe açısı 2θ olan içi boş bir koninin kütlesi m olup, d çapında düşey bir borudan v_0 hızı ile çıkan ve özkütlesi ρ olan fışkıran sıvı sayesinde havada h yükseklikte şekildeki gibi asılı olarak kalmaktadır.

Buna göre h yüksekliği nedir?

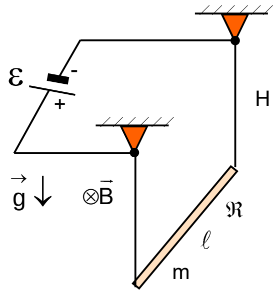
5. Isıca yalıtılmış bir silindir içinde sürtünmesiz olarak hareket edebilen ağır bir piston bulunmaktadır.

Silindirin içinde bulunan tek atomlu gaz için molekül çarpışmalarından yola çıkarak, gazın sıcaklığı, basıncı ve hacmi arasındaki bağıntı nedir? (Tüm çarpışmalar esnektir, moleküllerin toplam kütlesi pistonun kütlesinden çok çok küçüktür.)



6. Tek atomlu gaz ile P-V koordinat sisteminde izokor ve izobar proseslerden oluşan döngüsel olan 1-2-3-4-5-6-1 ve 1-2-5-7-8-6-1 prosesler gerçekleşiyor. Birinci döngüsel prosesin verimi η_1, ikinci döngüsel prosesin verimi η_2 dir.

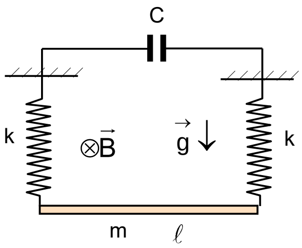
Buna göre $\frac{\eta_1}{\eta_2}$ oranı nedir?



7. Aynı hizada tutturulan ve kolayca bükülebilen uzunlukları H ince iletken iki telin uçlarında kütlesi m, uzunluğu ℓ ve direnci $\Re$ olan bir çubuk asılıdır. Tellere e.m.k. sı $\mathcal{E}$ olan bir üreteç şekildeki gibi bağlıdır. Bütün sistem yatay yönde uygulanan sabit ve homojen B manyetik alanında bulunmaktadır.

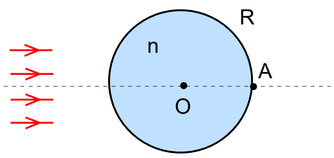
a) İletken telin bükülme yarıçapı nedir?

b) q yüklü bir parçacığın telin bu durumda alacağı şekil gibi bir yörüngeyi takip edebilmesi için momentumu ne olmalıdır?



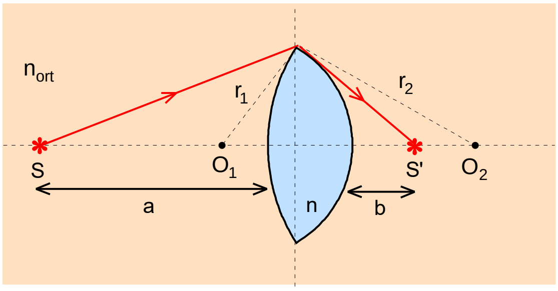
8. Yay sabitleri k olan iki ideal, iletken ve özdeş yayın alt uçlarında kütlesi m ve uzunluğu ℓ olan bir metal çubuk yatay yönde uygulanmış B manyetik indüksiyon alanında asılı olup denge durumunda bulunmaktadır. Yayların üst taraftaki uçları ise sığası C olan bir kondansatöre bağlıdır. Çubuk küçük bir itme ile denge durumundan çıkarılıyor.

Sistemin yapacağı küçük titreşimlerin periyodu nedir?



9. Yarıçapı R ve kırıcılık indisi n olan bir saydam küreye düşen paralel ışık demeti kürenin merkezinden 2R uzaklıkta odaklanmaktadır.

Snell kırılma yasasını kullanarak camın kırıcılık indisini bulunuz. (Paraksiyel optik yaklaşımını kullanabilirsiniz.)



10. Şekildeki mercek kırıcılık indisi n_{ort} olan ortamda, eğrilik yarıçapları r_1 ve r_2 olan iki küresel yüzey arasında kalan kırıcılık indisi n olan bir maddeden oluşmaktadır. Yarıçapı r_2 olan yüz0eyden a uzaklıkta bulunan noktasal ışık kaynağının görüntüsünün, yarıçapı r_1 olan yüzeyden b uzaklıkta oluşmaktadır.

Buna göre, merceğin odak uzaklığı ve mercek denklemi nedir?

EYLÜL KAMPI SINAVI CEVAPLARI-1991

1. $\sqrt{\dfrac{v_0^{\,2} + 2g\ell}{2}}$

2. $v_0\sqrt{\sqrt{\dfrac{n^4}{4} + 2} - \dfrac{n^2}{2}}_{\,0}$

olarak bulunur.

3. 10^{6} yıl

4. $\dfrac{v_0^{\,2}}{2g} - \dfrac{2m^2 g}{\rho^2\pi^2\ d^4 v_0^{\,2}\sin^4\theta}$

5. $U\,V^{\frac{2}{3}}$ =sabit; $T\,V^{\frac{2}{3}}$ =sabit; $P\,V^{\frac{5}{3}}$ =sabit

6. $\dfrac{23}{21}$

7. a) $\dfrac{mg}{IB}$

b) $\dfrac{mgq}{I}$

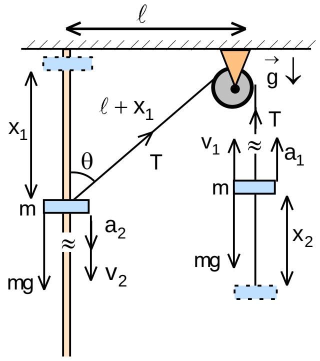
8. $2\pi\sqrt{\dfrac{m + B^2\ell^2 C}{2k}}$

9. $\dfrac{4}{3}$

10. $\dfrac{1}{a} + \dfrac{1}{b} = \dfrac{1}{f} = \left(\dfrac{n}{n_{ort}} - 1\right)\left(\dfrac{1}{r_1} + \dfrac{1}{r_2}\right);\ \dfrac{1}{f} = \left(\dfrac{n}{n_{ort}} - 1\right)\left(\dfrac{1}{r_1} + \dfrac{1}{r_2}\right)$

olarak bulunur.

EYLÜL KAMPI SINAVI-1991 SORULARIN ÇÖZÜMLERİ



1. Her cisim için Newton yasalarını yazalım.

$mg-T=-ma_1$

$mg-T\cos\theta=ma_2$; $-N+T\sin\theta=0$

Bu denklemde dört tane bilinmeyen bulunduğundan kinematik bağıntılar kullanmalıyız. Birinci cisim x_1 kadar yukarıya doğru çıkarsa, ikinci cisim x_2 kadar aşağıya doğru iner;

$$x_2=\ell.\cot\theta;\ \sin\theta=\frac{\ell}{\ell+x_1}\ ;\ x_1=\frac{\ell(1-\sin\theta)}{\sin\theta}$$

Enerjinin korunumu yasasından;

$$\frac{mv_0^2}{2}+mgH=\frac{mv_1^2}{2}+\frac{mv_2^2}{2}+mg(H-x_2)+mgx_1$$

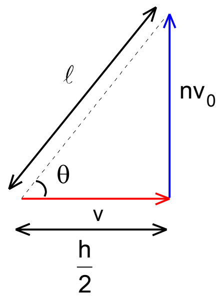
olarak bulunur. Yukarıda yazılan ifadeler yerlerine konulduğunda;

$$v_0^2=v_1^2+v_2^2+2g(x_1-x_2)=v_1^2+v_2^2+\frac{2g\ell(1-\sin\theta-\cos\theta)}{\sin\theta}$$

bulunur. Çok uzun süre sonra

$$\theta\to0;\ \lim_{\theta\to0}\frac{1-\sin\theta-\cos\theta}{\sin\theta}=\frac{1-\theta-1}{\theta}=-1;\ v_1\approx v_2=v_\infty=\sqrt{\frac{v_0^2+2g\ell}{2}}$$

olarak bulunur.



2. İlk durumda cisim sağ banda göre 45° ile hareket etmektedir. Bu banda göre cismin hızı,

$$u_1=\sqrt{v_0^2+v_0^2}=\sqrt{2}\,v_0$$

banda göre aldığı yol;

$$\ell_1=\frac{h}{2\cos45^o}=\frac{h}{2.\frac{\sqrt{2}}{2}}=\frac{h}{\sqrt{2}}$$

sürtünme kuvvetine karşı yapılan iş;

$$W_1=-fmg\ell_1=\Delta E_{k1}=-\frac{mu_1^2}{2}$$

yazabiliriz. İkinci durumda banda göre cismin hızı;

$$u_2=\sqrt{(nv_0)^2+v^2}$$

banda göre aldığı yol;

$$\ell_2=\frac{h}{2\cos\theta}\ ;\ \cos\theta=\frac{v}{u_2}=\frac{v}{\sqrt{(nv_0)^2+v^2}}$$

sürtünme kuvvetine karşı yapılan iş;

$$W_2=-fmg\ell_2=\Delta E_{k2}=-\frac{mu_2^2}{2}$$

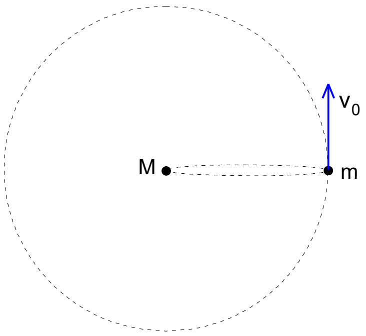
olarak yazılabilir. Bu ifadelerden bandın hızı;

$$\frac{\ell_1}{\ell_2}=\frac{u_1^2}{u_2^2}\ ;\ \frac{h}{\sqrt{2}.\frac{h}{2\cos\theta}}=\frac{2v_0^2}{(nv_0)^2+v^2}\ ;\ \sqrt{2}\cos\theta=\frac{\sqrt{2}v}{\sqrt{(nv_0)^2+v^2}}=\frac{2v_0^2}{(nv_0)^2+v^2}$$

$$v\sqrt{(nv_0)^2+v^2}=\sqrt{2}v_0^2\Rightarrow v^4+n^2v_0^2v^2-2v_0^4=0$$

$$v^2=\frac{-n^2v_0^2+\sqrt{n^4v_0^4+8v_0^4}}{2}=v_0^2\frac{\sqrt{n^4+8}-n^2}{2}=v_0^2\left(\sqrt{\frac{n^4}{4}+2}-\frac{n^2}{2}\right);\ v_0\sqrt{\sqrt{\frac{n^4}{4}+2}-\frac{n^2}{2}}\,_0$$

olarak bulunur.



3. Oluşumun merkezinden r uzakta bulunan bir tanecik gravitasyonel kuvvetin etkisi altında merkeze doğru düşmeye başlamaktadır. Eğer protoyıldızın kütlesi M ise bu kütle

$$M=\rho V=\frac{\rho 4\pi r^3}{3}$$

olarak yazılabilir. Taneciğin merkeze olan hareket süresi aslında özkütlesi bilinen bir bölgede protoyıldızın oluşum süresini vermektedir. Bu süreyi bulmak için aslında oldukça zor olan bir diferansiyel denklemin çözülmesi gereklidir.

$$ma_r=m\ddot{r}=-\frac{\gamma Mm}{r^2}\ ;\ \ddot{r}+\frac{\gamma M}{r^2}=0$$

Bu denklemi çözmek yerine protoyıldızın oluşumunu zaman açısından değerlendirmek için basit bir model ele alalım. Bu modelde bir tanecik dairesel yörünge üzerinde oluşumun merkezinden r uzakta hareket ettiğinde merkezcil kuvvet gravitasyonel kuvvete eşittir. (γ evrensel çekim sabiti);

$$\frac{mv_0^{\ 2}}{r}=\frac{\gamma Mm}{r^2}$$

Bu şarttan taneciğin yörünge üzerindeki periyodu

$$T_0=\frac{2\pi r}{v_0}=\sqrt{\frac{3\pi}{\gamma\rho}}$$

olarak bulunur. Toz taneciklerinin düşme süresini değerlendirmek için üçüncü Kepler yasasından faydalanabiliriz. Eğer tanecik aniden durursa çekim merkezine doğru düşmeye başlayacaktır. Bu düşme tanecik sanki çok dar bir elips üzerinde hareket ediyor gibi düşünülebilir. Kepler yasasını

$$\frac{T_0^{\ 2}}{r^3}=\frac{T^2}{a^3}\Rightarrow a=\frac{r}{2}$$

$$\frac{T_0^{\ 2}}{r^3}=\frac{T^2}{\left(\frac{r}{2}\right)^3}\Rightarrow\frac{T_0^{\ 2}}{r^3}=\frac{8T^2}{r^3}\Rightarrow T_0=2\sqrt{2}T\Rightarrow T=\frac{T_0}{2\sqrt{2}}\Rightarrow t=\frac{T}{2}=\frac{T_0}{4\sqrt{2}}$$

$$t=\sqrt{\frac{3\pi}{32\gamma\rho}}=\sqrt{\frac{3.3{,}14}{32.6{,}67.10^{-11}.2.10^{-29}}}\approx 0{,}148587.10^{15}\ \text{s}=4{,}7.10^{6}\ \text{yıl}$$

olarak değerlendirilir. Bunun yerine hızı korunumu yasasını kullanabiliriz. r uzaktan R uzaklığa gelene kadar kazanılan hız;

$$-\frac{\gamma Mm}{r}=\frac{mv^2}{2}-\frac{\gamma Mm}{R}\Rightarrow v=\pm\sqrt{2\left(\frac{\gamma M}{R}-\frac{\gamma M}{r}\right)}\Rightarrow v=-\sqrt{2\gamma M\left(\frac{r-R}{rR}\right)}$$

dR mesafeyi kat etmek için gereken süre;

$$dt=\frac{dR}{v}=\frac{dR}{-\sqrt{2\gamma M\left(\frac{r-R}{rR}\right)}}=-\sqrt{\frac{r}{2\gamma M}}\sqrt{\frac{R}{r-R}}dr$$

olarak yazılabilir. Burada (-) işareti R nin azalmasından kaynaklanmaktadır. Buradan r ye kadar düşme süresi;

$$t=-\int_r^R\sqrt{\frac{r}{2\gamma M}}\sqrt{\frac{R}{r-R}}dr$$

olur. İntegrali çözmek için;

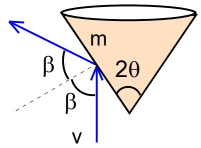
$$R=r\sin^2 z\Rightarrow R=r=\infty \text{ ise } z=\frac{\pi}{2}\Rightarrow R=0 \text{ ise } z=0\Rightarrow dR=2r\sin z\cos z.dz$$

dönüşümleri kullanarak süre;

$$t=-\int_{\frac{\pi}{2}}^{0}\sqrt{\frac{r}{2\gamma M}}\sqrt{\frac{r\sin^2 z}{r-r\sin^2 z}}.2r\sin z\cos z.dz=2\sqrt{\frac{r^3}{2\gamma M}}\int_0^{\frac{\pi}{2}}\sin^2 z dz=2\sqrt{\frac{r^3}{2\gamma M}}\int_0^{\frac{\pi}{2}}\frac{(1-\cos 2z)dz}{2}=$$

$$=\sqrt{\frac{r^3}{2\gamma M}}\left(z-\frac{\sin 2z}{2}\right)\Bigg|_0^{\frac{\pi}{2}}=\frac{\pi}{2}\sqrt{\frac{r^3}{2\gamma M}}=\frac{\pi}{2}\sqrt{\frac{r^3}{2\gamma.\frac{\rho 4\pi r^3}{3}}}=\sqrt{\frac{3\pi}{\gamma\rho}}$$

olarak bulunur.



4. Koni kendisine çarpan su sayesinde kalmaktadır. Bu durumda;

$$mg=-\frac{\Delta p_y}{\Delta t}=-\frac{\Delta m}{\Delta t}(v_{2y}-v_1);\ \frac{\Delta m}{\Delta t}=\rho Sv=\rho S_0 v_0$$

olarak yazılabilir. $\frac{\Delta m}{\Delta t}$ birim zamanda koniye çarpan su miktarı, v suyun çarpma anındaki hızı, S çarpma anında suyun kesit alanı, S_0 düşey borunun kesit alanı, v_0 suyun ilk hızıdır. Yansıyan suyun yatayla yaptığı açı 90°-2θ , düşey hız bileşeni;

$$v_1=v;\ v_{2y}=v\sin(90°-2\theta)$$

olarak yazılabilir. Buradan suyun çarpma anındaki hız;

$$mg=-\rho S_0 v_0\ [v\sin(90°-2\theta)-v]=\rho S_0 v_0 v(1-\cos 2\theta);\ v=\frac{4mg}{\rho\pi\, d^2 v_0 (1-\cos 2\theta)}=\frac{2mg}{\rho\pi\, d^2 v_0 \sin^2\theta}$$

olarak yazılabilir. Koninin dengede kaldığı yükseklik

$$h=\frac{v_0^2-v^2}{2g}=\frac{v_0^2}{2g}-\frac{2m^2 g}{\rho^2\pi^2\, d^4 v_0^2 \sin^4\theta}$$

olarak bulunur.

5. Gazın genleşmesi sırasında pistona doğru v hızı ile gelen bir molekül pistondan v-2u hızı ile geri dönmektedir. Burada u pistonun hızı olup u<<v olarak kabul edilebilir. Bir molekülün çarpışmada kaybettiği kinetik enerji;

$$d\mathcal{E}_{k1}=_0\frac{m(v-2u)^2}{2}-\frac{mv^2}{2}\approx -2mvu$$

pistona çarpan molekül sayısı;

$$dN=\frac{n_0 Svdt}{6}$$

hacim değişimi;

$$dV=Sudt$$

olarak yazılabilir. Gazın iç enerjisi;

$$U=\frac{n_0 Vmv^2}{2}$$

gazın iç enerji değişimi

$$dU=dN.d\mathcal{E}_{k1}=-\frac{n_0 Smv^2 udt}{3}=-\frac{2}{3}.\frac{n_0 Vmv^2}{2}.\frac{Sudt}{V}=-\frac{2UdV}{3V};\ \frac{dU}{U}+\frac{2dV}{3V}=0$$

ve integrasyondan sonra

$$UV^{\frac{2}{3}}=\text{sabit};\ TV^{\frac{2}{3}}=\text{sabit};\ PV^{\frac{5}{3}}=\text{sabit}$$

olarak bulunur.

6. Döngüsel prosesin verimi η;

$$\eta=\frac{\mathcal{W}}{Q_1}=\frac{Q_1-Q_2}{Q_1}$$

olarak veriliyor. Burada Q_1 sisteme verilen ısı, Q_2 sistemden soğutucuya verilen ısı, $\mathcal{W}$ ise sistemin yaptığı iş. Her iki döngüsel proses için P-V diyagramında iş döngüsel prosesin çevrelediği alan olup yapılan iş aynıdır.

$$\mathcal{W}=(3P_0-P_0)(2V_0-V_0)=(2P_0-P_0)(3V_0-V_0)=2P_0V_0$$

1-2-3-4-5-6-1 prosesinde verilen ısı;

$$Q'_1=\Delta U_{13}+Q_{34}=c_V(T_3-T_1)+c_P(T_4-T_3)$$

1-2-3-4-5-6-1 prosesinde verilen ısı;

$$Q''_1=\Delta U_{12}+Q_{27}=c_V(T_2-T_1)+c_P(T_7-T_2)$$

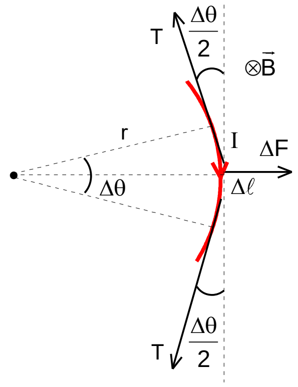
olarak verilir. Gaz denklemi her durum için yazılabilir.

$$P_0V_0=RT_1;\ 2P_0V_0=RT_2;\ 3P_0V_0=RT_3;\ 3P_0 2V_0=RT_4;\ 2P_0 3V_0=RT_7$$

Buradan verilen ısı ve verimlerin oranı;

$$Q'_1=\frac{21P_0V_0}{2};\ Q''_1=\frac{23P_0V_0}{2};\ \frac{\eta_1}{\eta_2}=\frac{23}{21}$$

olarak bulunur.



7. a) Manyetik indüksiyon alanında tel bükülüyor ve eğrisel şekil alıyor. Eğrinin yerel yarıçapını bulmak için telden küçük;

$$\Delta\ell=r\Delta\theta$$

kadarlık bir parça aldığımızda bu parçaya etki eden manyetik kuvvet gerilme kuvvetinin normal bileşeni ile dengelenmektedir. Buradan

$$\Delta F_A=IB\Delta\ell=IBr\Delta\theta=2mg\sin\frac{\Delta\theta}{2}=mg\Delta\theta;\ r=\frac{mg}{IB}$$

olarak bulunur.

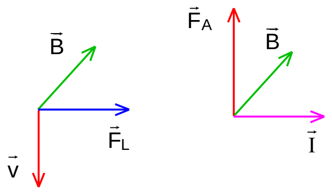
b) Bu yörüngeyi takip edebilmek için bir parçacığın hızı;

$$\frac{m_p v^2}{r}=qvB,\ v=\frac{qBr}{m_p}$$

ve momentumu

$$p=m_p v=qBr=\frac{mgq}{I}$$

olması gerekir.



8. Çubuk denge durumundan aşağıya doğru hareket ettiğinde çubuk içindeki her pozitif yüke sağ el kuralına göre, sağ yönde Lorentz kuvveti etki edecek ve pozitif yükleri hareket ettirerek bir akım akmasına sebep olur. Akan akım için sağ el kuralını Amper yasasına göre uyguladığımızda, çubuğa yukarıya doğru bir kuvvet etki etmektedir. Hareket denklemleri;

$$ma=-2kx-F_A$$

çubuğa etki eden Amper kuvveti;

$$F_A=IB\ell$$

çubukta akan akım

$$I=\frac{dq}{dt}$$

kondansatör üzerinde depolanan yük;

$$q=CU$$

hareket esnasına indükte edilmiş e.m.k.;

$$\mathcal{E}=-Bv\ell$$

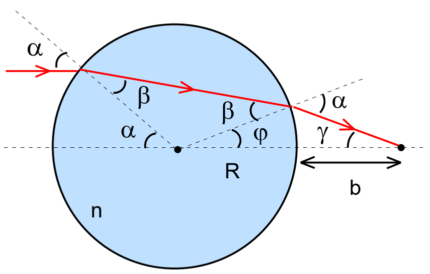
olarak yazılabilir. Bu denklemlerden hareket denklemi

$$ma=-2kx-B^2\ell^2Ca;\ (m+B^2\ell^2C)a=-2kx$$

titreşim açısal frekansı ve periyodu

$$\omega=\sqrt{\frac{2k}{m+B^2\ell^2C}};\ T=\frac{2\pi}{\omega}=2\pi\sqrt{\frac{m+B^2\ell^2C}{2k}}$$

olarak bulunur.



9. Işın birinci küresel yüzeye düştüğünde kırılıyor. Bu durumda;

$$\frac{\sin\alpha}{\sin\beta}=n$$

yazılabilir. Küçük açılar için;

$$\sin\alpha\approx\tan\alpha\approx\alpha;\ \sin\beta\approx\tan\beta\approx\beta$$

yaklaşımını kullanabiliriz. Buradan;

$$\alpha=n\beta$$

olarak bulunur. Işın ikinci küresel yüzeye düştüğünde β açısı ile gelip α açısı ile kırılıyor. Sinüs teoreminden;

$$\frac{\sin\left(180^o-\alpha\right)}{R+b}=\frac{\sin\gamma}{R}$$

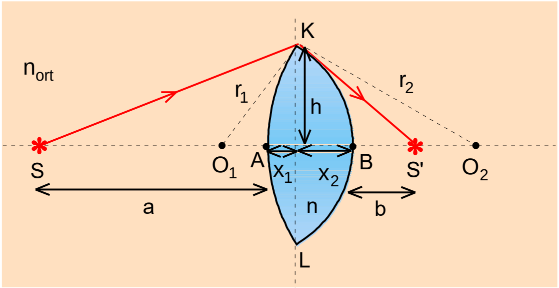
eşitliği elde edilir. Burada

$$\gamma=180°-(180°-\alpha)-\varphi=\alpha-[180°-(180°-\alpha-2\beta)=2\alpha-2\beta=2(n-1)\beta$$

olarak yazılabilir. Buradan

$$\frac{\sin\alpha}{2R}=\frac{\sin\gamma}{R};\ \frac{\alpha}{2}=\gamma;\ n\beta=4(n-1)\beta;\ n=\frac{4}{3}$$

olarak bulunur.



10. Fermat prensibine göre S noktasından çıkan iki farklı ışının optik yolları eşit olmalıdır.

$$n_{ort}\left(SK+KS'\right)=n_{ort}SA+n\left(x_1+x_2\right)+n_{ort}BS'$$

Cisim ile mercek arasındaki uzaklık SA=a, mercek ile görüntü arasındaki uzaklık BS'=b ise;

$$SK=\sqrt{\left(a+x_1\right)^2+h^2}=\left(a+x_1\right)\sqrt{1+\frac{h^2}{\left(a+x_1\right)^2}}\approx$$

$$\approx\left(a+x_1\right)\left(1+\frac{h^2}{2\left(a+x_1\right)^2}\right)\approx\left(a+x_1\right)\left(1+\frac{h^2}{2a^2}\right)$$

$$KS'=\sqrt{\left(b+x_2\right)^2+h^2}=\left(b+x_2\right)\sqrt{1+\frac{h^2}{\left(b+x_2\right)^2}}\approx\left(b+x_2\right)\left(1+\frac{h^2}{2\left(b+x_2\right)^2}\right)\approx\left(b+x_2\right)\left(1+\frac{h^2}{2b^2}\right)$$

$$x_2=r_1-\sqrt{r_1^2-h^2}=r_1-r_1\sqrt{1-\frac{h^2}{r_1^2}}\approx r_1-r_1\left(1-\frac{h^2}{2r_1^2}\right)=\frac{h^2}{2r_1}\;;\;x_1=r_2-\sqrt{r_2^2-h^2}=r_2-r_2\sqrt{1-\frac{h^2}{r_2^2}}\approx r_2-r_2\left(1-\frac{h^2}{2r_2^2}\right)=\frac{h^2}{2r_2}$$

$$n_{ort}\left[\left(a+x_2\right)\left(1+\frac{h^2}{2a^2}\right)+\left(b+x_2\right)\left(1+\frac{h^2}{2b^2}\right)\right]\approx n_{ort}\left(a+b\right)+n_{ort}\left(x_1+x_2\right)+n_{ort}\left(\frac{h^2}{2a}+\frac{h^2}{2b}\right)=n_{ort}\left(a+b\right)+n\left(x_1+x_2\right)$$

$$\left(n-n_{ort}\right)\left(\frac{h^2}{2r_1}+\frac{h^2}{2r_2}\right)=n_{ort}\left(\frac{h^2}{2a}+\frac{h^2}{2b}\right)\Rightarrow\frac{1}{a}+\frac{1}{b}=\frac{1}{f}=\left(\frac{n}{n_{ort}}-1\right)\left(\frac{1}{r_1}+\frac{1}{r_2}\right);\;\frac{1}{f}=\left(\frac{n}{n_{ort}}-1\right)\left(\frac{1}{r_1}+\frac{1}{r_2}\right)$$

olarak bulunur.