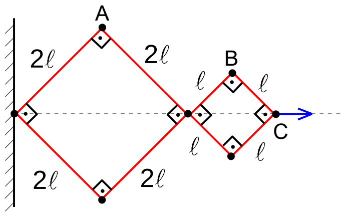
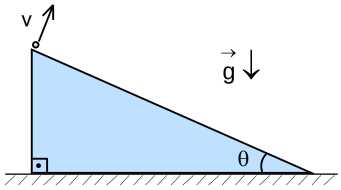
XXXI. ULUSAL FİZİK OLİMPİYATI BİRİNCİ AŞAMA SINAVI-2023



1. Sürtünmesiz yatay düzlemde düşey bir duvara tutturulan ve başlangıçta kapalı olan dört tane 2ℓ uzunluktaki eşit uzunluktaki ve dört tane ℓ uzunluktaki eşit uzunluktaki çubuklardan oluşan sistemlerde her çubuk menteşelerin etrafında serbestçe dönebilmektedir. Sistem C ucundan düşey duvara dik olacak şekilde sabit hızla çekilmeye başlıyor.

Çubuklar kare şeklini alırsa B noktasının hızı A noktasının hızının kaç katıdır?

A) $\frac{\sqrt{5}}{2}$ B) $\frac{\sqrt{7}}{4}$ C) $\frac{\sqrt{13}}{2}$ D) $\frac{\sqrt{15}}{2}$ E) $\frac{\sqrt{11}}{4}$



2. Eğim açısı θ eğik düzlemin belli bir noktasından eğik düzleme dik olarak bir cisim atılıyor.

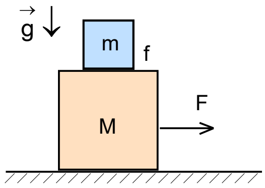
Buna göre cismin eğik düzleme çarptığında hızı kaç v dir?

A) $1+4\tan^2\theta$ B) $1+2\tan^2\theta$ C) $1+\tan^2\theta$ D) $1+4\cot^2\theta$ E) $1+2\cot^2\theta$

3. Hava direniş kuvvetinin kesit alanı ve hızın karesi ile doğru orantılı olduğu bir ortamda bir yağmur damlasının yere iniş limit hızı v dir.

Damlanın hacmi 4 katına çıkarılırsa yeni limit hızı kaç v dir?

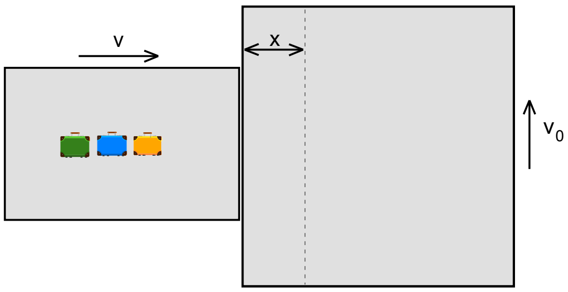
A) $\sqrt{2}$ B) $\sqrt[3]{4}$ C) $2\sqrt{2}$ D) $\sqrt[3]{2}$ E) $\sqrt[6]{2}$



4. Sürtünmesiz yatay düzlemde hareket eden M ve m kütleli cisimlerin arasında sürtünme mevcuttur. Alttaki bloğa F_1 kuvveti uygulandığında blokların ikisi de a ivmesiyle hareket etmektedir ve bu durumda üst blokun alttakine göre kaymaması için aralarındaki minimum sürtünme katsayısı f dir. Bloklar arasındaki sürtünme katsayısı $\frac{f}{3}$ olduğunda ise alttaki bloğa F_2 kuvveti uygulandığında alt blok a ivmesiyle hareket etmektedir.

Buna göre $\frac{m}{M}$ oranı nedir?

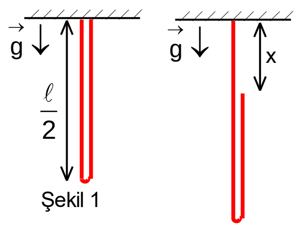
A) $\frac{1}{5}$ B) $\frac{1}{3}$ C) $\frac{1}{2}$ D) 2 E) 3



5. Havaalanlarında yer alan bagaj teslim bantları iki kısımdan oluşmaktadır. Valizleri v hızıyla getirip tam tur atan yataydaki diğer bandın üzerine bırakan bir bant mevcuttur. Bu banttan v hızıyla gelen valizler, v_0 hızıyla hareket eden diğer banda bırakılırlar ve bu bant üzerinde x mesafe kadar gittikten sonra banda göre durmaktadırlar. Eğer valizi getiren bant v hızıyla değil de 2v hızıyla getirip bıraksaydı valizler yatay bantta $3x$ mesafe ilerleyip öyle duracaklardı.

Buna göre $\frac{v}{v_0}$ oranı nedir?

A) $\sqrt{\frac{2}{3}}$ B) $\sqrt{\frac{2}{5}}$ C) $\sqrt{\frac{2}{7}}$ D) $\sqrt{\frac{5}{7}}$ E) $\sqrt{\frac{7}{10}}$



Şekil 1

Şekil 2

6. İki ucundan tavana Şekil 1 deki gibi asılan homojen ℓ boyundaki bir ipin sağ ucu serbest bırakılıyor.

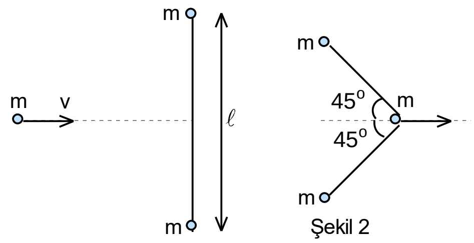
Serbest bırakılan bu sağ ucunun tavandan uzaklığı Şekil 2 deki gibi x olduğu anda tüm ipin kütle merkezinin hızı nedir? (Düşen sağ ipin ucu serbest olarak düşmektedir.)

A) $\left(1-\frac{x}{\ell}\right)\sqrt{gx}$ B) $\left(1-\frac{x}{2\ell}\right)\sqrt{2gx}$ C) $\left(1-\frac{x}{\ell}\right)\sqrt{2gx}$ D) $\left(1-\frac{x}{\ell}\right)\sqrt{\frac{gx}{2}}$ E) $\left(1-\frac{x}{2\ell}\right)\sqrt{\frac{gx}{2}}$

7. Yatay zeminde bulunan bir yayın bir ucu duvara bağlı olup diğer ucu ise bir cisme bağlıdır ve yay serbest haldeki uzunluğundadır. Tamamen yatay masa üzerindeki bu sistemde yayın ucundaki cisim yay doğrultusu boyunca A kadar çekilip serbest bırakıldığında yayı $\frac{A}{2}$ kadar sıkıştırabilmektedir. Bu durumda cisim ile masa arasındaki sürtünme katsayısı f_1 dir ve bu hareket sırasında cismin maksimum hızı v_1 oluyor. Sürtünme katsayısı eğer f_2 olsaydı cisim A kadar çekildiğinde yayı $\frac{2A}{3}$ kadar sıkıştırmakta ve bu hareket sırasında maksimum hızı v_2 oluyor.

Buna göre $\frac{v_1}{v_2}$ oranı nedir?

A) $\frac{3\sqrt{21}}{14}$ B) $\frac{9}{10}$ C) $\frac{2\sqrt{21}}{21}$ D) $\frac{4}{5}$ E) $\frac{7}{8}$



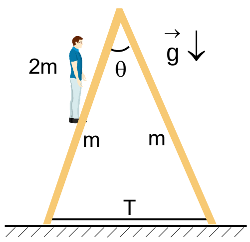
Şekil 1

Şekil 2

8. m kütleli üç özdeş noktasal kabul edilebilecek cisim sürtünmesiz yatay masa üzerinde durmaktadır. Cisimlerden iki tanesi Şekil 1 deki gibi birbirine uzunluğu ℓ olan ip ile bağlıdır. Bu ipin tam orta noktasına doğru v hızıyla gelen üçüncü cisim ipe çarpıp bu iki cismi sürüklemeye başlıyor.

İpler gelen cismin hareket yönü ile ipler arasındaki açı Şekil 2 deki gibi 45° olduğunda bu iki cismin hızlarının büyüklüğü kaç v olur?

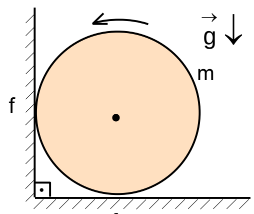
A) $\frac{\sqrt{10}}{3}$ B) $\frac{\sqrt{10}}{6}$ C) $\frac{\sqrt{15}}{10}$ D) $\frac{\sqrt{15}}{6}$ E) $\frac{\sqrt{21}}{7}$



9. Kütlesi 2m olan ve her bir ayağı ℓ uzunluğunda olan homojen kütle dağılımlı bir merdiven şekilde görüldüğü gibi tepe açısı θ olacak şekilde açılmaktadır. Merdivenin ayaklarını en alt noktadan birbirine bağlayan esnemeyen bir ip vardır. Tavanda bir iş yapmak için merdiveni kullanan 2m kütleli bir adam merdivene çıkmaya başlıyor. Merdivenin yüksekliğinin tam ortasına geldiğinde ip gerilmesi T oluyor.

Bu adam merdivenin en tepe noktasına çıktığında ip gerilmesi kaç T olur?

A) $\frac{5}{2}$ B) 2 C) 3 D) 4 E) $\frac{3}{2}$



10. Yatay ve düşey levhalar arasında belli açısal hıza kadar döndürülen m kütleli bir küre şekildeki gibi yerleştiriliyor. Levhalar ile küre arasındaki sürtünme katsayısı f dir. Bu durumda levhalardan küreye etki edenler tepki kuvvetlerin çarpımı x tir. Levhalar saat yönünün tersine 45° lik açıya döndürülürse levhalardan küreye etki edenler tepki kuvvetlerin çarpımı y dir.

Buna göre x in y ye oranı nedir?

A) $\frac{1}{(1-f^2)}$ B) $\frac{2}{(1-f^2)}$ C) $\frac{f}{(1-f^2)}$ D) $\frac{2f}{(1-f^2)}$ E) $\frac{2f}{1-f}$

11. M_1 kütleli ve R_1 yarıçaplı A gezegeninden belli bir uzaklıkta M_2 kütleli R_2 yarıçaplı B gezegeni bulunmaktadır. A ve B gezegenlerinin merkezleri arasındaki mesafe ise ℓ olup gezegenler hareketsiz durmaktadırlar. A gezegeninin B gezegenine en yakın noktasından bir cisim B gezegenine doğru fırlatılıyor. Cismin B gezegenine ulaşması için gereken minimum fırlatma hızı v_1 olup cisim bu hızla fırlatılmaktadır. Bu durumda cismin B gezegenine çarpma hızı ise v_2 dir.

Buna göre bu hızların oranı $\frac{v_1}{v_2}$ kaçtır?

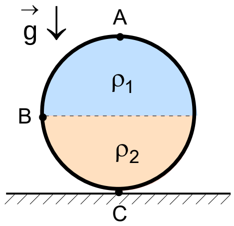
A) $\dfrac{\sqrt{\dfrac{1}{R_1}-\dfrac{\frac{M_2}{M_1}}{\ell-R_1}+\dfrac{\left(1+\sqrt{\frac{M_2}{M_1}}\right)^2}{\ell}}}{\sqrt{\dfrac{1}{\ell-R_2}-\dfrac{\frac{M_2}{M_1}}{R_2}+\dfrac{\left(1+\sqrt{\frac{M_2}{M_1}}\right)^2}{\ell}}}$

B) $\dfrac{\sqrt{\dfrac{1}{R_1}+\dfrac{\frac{M_2}{M_1}}{\ell-R_2}-\dfrac{\left(1+\sqrt{\frac{M_1}{M_2}}\right)^2}{\ell}}}{\sqrt{\dfrac{1}{\ell-R_1}+\dfrac{\frac{M_2}{M_1}}{R_2}-\dfrac{\left(1+\sqrt{\frac{M_1}{M_2}}\right)^2}{\ell}}}$

C) $\dfrac{\sqrt{\dfrac{1}{R_1}+\dfrac{\frac{M_2}{M_1}}{\ell-R_2}-\dfrac{\left(1+\sqrt{\frac{M_2}{M_1}}\right)^2}{\ell}}}{\sqrt{\dfrac{1}{\ell-R_1}+\dfrac{\frac{M_2}{M_1}}{R_2}-\dfrac{\left(1+\sqrt{\frac{M_2}{M_1}}\right)^2}{\ell}}}$

D) $\dfrac{\sqrt{\dfrac{1}{R_1}+\dfrac{\frac{M_2}{M_1}}{\ell-R_1}-\dfrac{\left(1+\sqrt{\frac{M_1}{M_2}}\right)^2}{\ell}}}{\sqrt{\dfrac{1}{\ell-R_2}+\dfrac{\frac{M_2}{M_1}}{R_2}-\dfrac{\left(1+\sqrt{\frac{M_1}{M_2}}\right)^2}{\ell}}}$

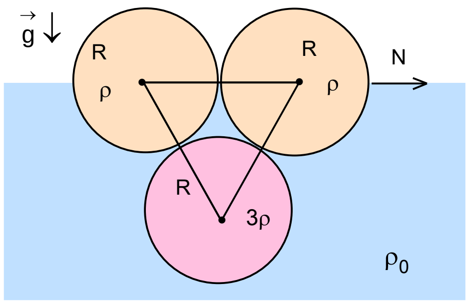
E) $\dfrac{\sqrt{\dfrac{1}{R_1}+\dfrac{\frac{M_2}{M_1}}{\ell-R_1}-\dfrac{\left(1+\sqrt{\frac{M_2}{M_1}}\right)^2}{\ell}}}{\sqrt{\dfrac{1}{\ell-R_2}+\dfrac{\frac{M_2}{M_1}}{R_2}-\dfrac{\left(1+\sqrt{\frac{M_2}{M_1}}\right)^2}{\ell}}}$



12. Yandaki küre, birbiriyle karışmayan ve öz kütleleri farklı iki eşit hacimli sıvı ile doldurulmuştur. Yer çekimi etkisi altında dikeyde şekildeki gibi duran küreye sağa doğru a=24 m/s^2 ivme veriliyor. İvmeli sistemde A, B ve C noktalarının basınçları sırasıyla P_A , P_B ve P_C dir.

$\frac{P_B}{P_C}$ =2 olduğuna göre $\frac{P_A}{P_C}$ oranı nedir?

A) $\frac{2}{13}$ B) $\frac{16}{91}$ C) $\frac{17}{83}$ D) $\frac{19}{92}$ E) $\frac{23}{107}$



13. Yarıçapları R olan üç içi dolu küreden üstteki iki tanesinin özkütleleri ρ olup alttaki kürenin özkütlesi 3ρ dur. Birbirlerine merkezlerinden geçen ip ile bağlı olan bu üç küre özkütlesi ρ_0 sıvıya bırakıldıklarında şekildeki gibi üst kürelerin tam yarısı batacak şekilde dengededir. Üst ipteki gerilme kuvveti yan iplerin gerilmesinin iki katı olup aynı zamanda üst iki küre arasındaki tepki kuvveti üst kürelerin ağırlıklarının $\sqrt{3}$ katıdır.

Bu durumda alt küre ile üst küreler arasındaki tepki kuvveti alt kürenin ağırlığının kaç katıdır?

A) $\frac{\sqrt{3}}{8}$ B) $\frac{3\sqrt{3}}{10}$ C) $\frac{2\sqrt{3}}{9}$ D) $\frac{5\sqrt{3}}{24}$ E) $\frac{7\sqrt{3}}{72}$

14. İçerisinde su bulunan bir kaba özdeş buz kalıplarından atılarak denge sıcaklığını bulmaya çalışan bir deney yapılıyor. Su bulunan bu kabın içerisine -10 °C sıcaklığa sahip buz kalıplarından 2 tane atılırsa denge sıcaklığının 50 °C, eğer 3 tane atılırsa da denge sıcaklığının 35 °C olur.

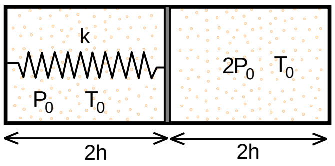
Bu kabın içeresine 4 tane buz kalıbı atılırsa denge sıcaklığı kaç °C olur?

A) 31 B) 27 C) 23 D) 19 E) 16

15. Genleşmesi ihmal edilecek bir kabın içerisinde V hacminde T sıcaklığında özkütlesi ρ, hacimce genleşme katsayısı α olan bir sıvı bulunmaktadır. Bu kaba sıvı ile karışmayan hacimce genleşme katsayısı 2α, hacmi $\frac{V}{10}$, özkütlesi 3ρ ve öz ısısı kaptaki sıvıyla aynı olan başka bir sıvı eklenmektedir. Bu sıvı eklendiğinde ve sistem dengeye geldiğinde sıvı seviyesi ilk halindekiyle aynı yerdedir.

Buna göre, eklenen sıvının ilk sıcaklığı T den ne kadar azdır?

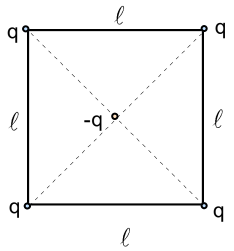
A) $\frac{13}{10\alpha}$ B) $\frac{45}{32\alpha}$ C) $\frac{19}{45\alpha}$ D) $\frac{27}{10\alpha}$ E) $\frac{45}{52\alpha}$



16. Uzunluğu 4h dikdörtgen prizma şeklindeki bir kabın içinde tam ortasında ağırlıksız, sızdırmasız, ısı geçirmeyen ve sürtünmesiz hareket edebilen bir piston bulunmaktadır. Kabın sağ bölmede basıncı $2P_0$ ve sıcaklığı T_0 ideal gaz, sol bölmede ise yay sabiti k ve serbest haldeki boyu ℓ (ℓ>2h) bir yay ile basıncı P_0, sıcaklığı T_0 ideal gaz vardır.

Sağ bölmedeki gazın sıcaklığı iki katına çıkarıldığında piston sol tarafa doğru $\frac{h}{2}$ kadar ilerleyip dengeye gelmekteyse ℓ kaç h tır?

A) $\frac{67}{26}$ B) $\frac{48}{35}$ C) $\frac{57}{17}$ D) $\frac{71}{23}$ E) $\frac{91}{31}$

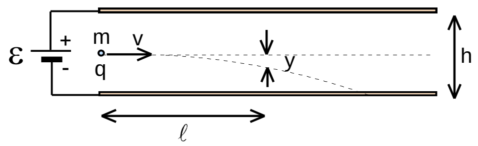


17. Şekilde yatay düzlem üzerinde yerleştirilmiş m kütleli, q yüklü dört cisim ve kenarı ℓ olan karenin merkezine konulmuş m kütleli, -q yüklü cisim gösterilmiştir. Diğer yükler sabit tutulurken sağ üstteki cisim serbest bırakılıyor.

Sağ üstteki cisim $\frac{\ell\sqrt{2}}{4}$ kadar yol aldığında hızı ne olur? (Kütle çekim etkilerini ve sürtünmeleri ihmal ediniz)

A) $\sqrt{\frac{2q^2}{4\pi\varepsilon_0 m\ell}\left(2+\frac{5\sqrt{2}}{6}-\frac{4\sqrt{5}}{5}\right)}$ B) $\sqrt{\frac{2q^2}{4\pi\varepsilon_0 m\ell}\left(2+\frac{5\sqrt{2}}{3}-\frac{4\sqrt{5}}{5}\right)}$ C) $\sqrt{\frac{2q^2}{4\pi\varepsilon_0 m\ell}\left(2+\frac{5\sqrt{2}}{6}-\frac{2\sqrt{5}}{5}\right)}$

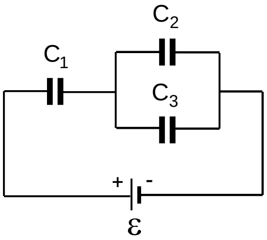
D) $\sqrt{\frac{2q^2}{4\pi\varepsilon_0 m\ell}\left(2+\frac{5\sqrt{2}}{6}-\frac{4\sqrt{5}}{5}\right)}$ E) $\sqrt{\frac{2q^2}{4\pi\varepsilon_0 m\ell}\left(2+\frac{5\sqrt{2}}{6}-\frac{4\sqrt{10}}{5}\right)}$



18. m kütleli q yüklü bir parçacık e.m.k. sı ε olan bir üretece bağlı ve aralarında h uzaklık olan paralel iki levhanın tam ortasından levhalara paralel v hızıyla fırlatılıyor. Parçacık ℓ mesafe ilerlediğinde ilk doğrultusundan $y=\frac{h}{3}$ kadar sapmaktadır.

Eğer ilk durumda pil potansiyeli yarıya düşürülüp cismin ilk hızı iki katına çıkarılsaydı parçacık ℓ kadar ilerlediğinde ilk doğrultusundan kaç h sapar? (Yerçekimi kuvveti ihmal ediliyor.)

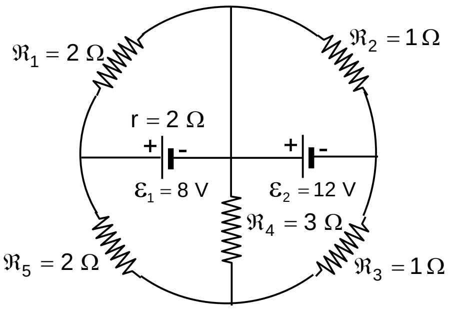
A) $\frac{1}{12}$ B) $\frac{1}{6}$ C) $\frac{1}{8}$ D) $\frac{1}{48}$ E) $\frac{1}{24}$



19. Kapasiteleri C_1=6 F, C_2=2 F, C_3=4 F olan üç kondansatör ve e.m.k. sı $\mathcal{E}$=12 V olan bir üreteç şekildeki gibi bağlıdır. Kapasitesi C_2 olan kondansatör bağıl dielektrik geçirgenlik katsayısı ε=4 olan bir dielektrik malzeme ile dolduruluyor.

Bu işlem sırasında pilin sağladığı ilave enerji kaç Joule olur?

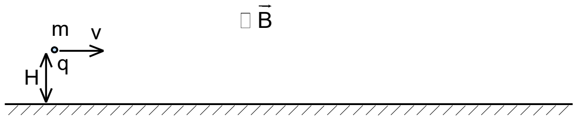
A) 48 B) 72 C) 64 D) 32 E) 144



20. Dirençleri $\Re_1$=2 Ω, $\Re_2$=1 Ω, $\Re_3$=1 Ω, $\Re_4$=3 Ω ve $\Re_5$=2 Ω olan beş rezistans ile e.m.k. sı $\mathcal{E}_1$=8 V ve iç direnci r=2 Ω olan bir üreteç ile e.m.k. sı $\mathcal{E}_2$=12 V olan ideal bir üreteçten oluşan devre şekildeki gibidir.

Buna göre $\Re_4$ rezistanstan geçen akım kaç amperdir?

A) 5 B) $\frac{40}{9}$ C) $\frac{32}{15}$ D) $\frac{20}{3}$ E) $\frac{19}{12}$



21. m kütleli pozitif q yüküne sahip noktasal bir yük yerçekimsiz ortamda v hızı ile hareket etmektedir. Özel yapılmış olan sonsuz büyüklükteki bir plakadan H=$\frac{mv}{qB}$ yükseklikte v hızı ile hareket etmektedir. Plakaya paralel şekilde ilerlerken şekilde gösterildiği gibi sayfa dışına doğru bir B manyetik alanı uygulanmaya başlıyor. Manyetik alanın etkisinde hareket etmeye başlayan parçacık hareketi sırasında özel plakaya her çarpışında o andaki yükünün yarısını kaybetmektedir.

Buna göre manyetik alan uygulanmaya başladığı andan itibaren cismin plakaya beşinci kez çarptığı ana kadar geçen süre nedir? (Çarpışmalar esnek olup cismin hızı değişmemektedir.)

A) $\frac{31\pi m}{2qB}$ B) $\frac{61\pi m}{2qB}$ C) $\frac{41\pi m}{2qB}$ D) $\frac{51\pi m}{2qB}$ E) $\frac{71\pi m}{2qB}$

22. Odak uzaklığı f olan ince kenarlı bir merceğin optik ekseni üzerinde sol tarafına x mesafe uzaklıkta h yüksekliğinde bir cisim yerleştiriliyor. Yine sol tarafa mercekten 2x mesafeye 2h yüksekliğinde başka bir cisim yerleştiriliyor. Bu iki cismin uzun olanının görüntüsünün boyu kısa olanın görüntüsünün boyuna oranı $\frac{2}{5}$ tir.

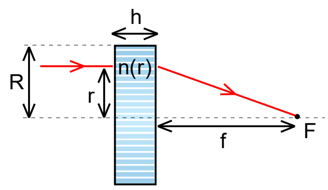
Eğer cisimlerin merceğe olan mesafeleri ilk durumdaki mesafelerinin yarısına indirilirse görüntülerinin arasındaki mesafe kaç f olur?

A) 2 B) 3 C) 4 D) 5 E) 6

23. Havada bulunan ve kırıcılık indisi 2 camdan yapılmış ve eğrilik yarıçapları r olan ince kenarlı bir merceğin odak uzaklığı f dir. Bu mercekten belirli x uzaklıkta bulunan bir cismin görüntüsü mercekten y kadar uzaklıkta oluşmaktadır. Mercek ile cisim kırıcılık indisi $\frac{4}{3}$ su içine, cismin konumu merceğe göre değiştirilmeden konulursa, görüntü mercekten 3y uzaklıkta oluşmaktadır.

Buna göre $\frac{x}{y}$ oranı nedir?

A) 2 B) 3 C) 4 D) 5 E) 6



24. Yarıçapı R ve kalınlığı h olan bir diskin yapıldığı maddenin kırıcılık indisi diskin geometrik eksenine bağlı olarak n(r)= $n_0 + \alpha r^2$ şeklinde değişmek olup merceğe düşen bir ışının davranışı şekildeki gibidir.

Merceğin odak uzaklığı f>>R olduğuna göre α katsayısı nedir?

A) $\frac{1}{fh}$ B) $-\frac{1}{fh}$ C) $-\frac{1}{2fh}$ D) $\frac{1}{2fh}$ E) $\frac{1}{4fh}$

25. Sommerfeld sabiti olarak da bilinen ince yapı sabiti α ile temsil edilmekte olup bu sabit, temel yüklü parçacıklar arasındaki elektromanyetik etkileşimin kuvvetinin büyüklüğünü tanımlayan birimsiz bir sabittir.

Bu durumda Sommerfeld sabitinin formülü aşağıdakilerden hangisi olabilir? (Burada e elektron yükü, $\hbar$ par Planck sabiti, ε_0 boşluğun dielektrik elektrik geçirgenlik katsayısı ve c ışık hızıdır.)

A) $\frac{e^2}{4\pi\varepsilon_0\hbar c}$ B) $\frac{e^3}{4\pi\varepsilon_0\hbar^2 c}$ C) $\frac{e^2}{4\pi\varepsilon_0\hbar^2 c^2}$ D) $\frac{e^3}{4\pi\varepsilon_0\hbar c}$ E) $\frac{e}{4\pi\varepsilon_0\hbar^2 c^2}$

25. Sommerfeld sabiti olarak da bilinen ince yapı sabiti $\alpha = \frac{e^2}{4\pi\varepsilon_0\hbar c}$ ile temsil edilmekte olup bu sabit, temel yüklü parçacıklar arasındaki elektromanyetik etkileşimin kuvvetinin büyüklüğünü tanımlayan birimsiz bir sabittir.

Bu durumda Sommerfeld sabitinin eşdeğer formülü aşağıdakilerden hangisi olabilir? (Burada e elektron yükü, $\hbar$ par Planck sabiti, h Planck sabiti, ε_0 boşluğun dielektrik elektrik geçirgenlik katsayısı, μ_0 boşluğun manyetik geçirgenlik katsayısı ve c ışık hızıdır.)

A) $\frac{\mu_0 ce^2}{2h}$ B) $\frac{\mu_0 ce^2}{2\pi h}$ C) $\frac{\mu_0 ce^2}{4\pi h}$ D) $\frac{2\mu_0 ce^2}{h}$ E) $\frac{4\mu_0 ce^2}{h}$

XXXI. ULUSAL FİZİK OLİMPİYATI BİRİNCİ AŞAMA SINAVI-2023

1. C)

2. A)

3. D)

4. E)

5. D)

6. D)

7. B)

8. B)

9. E)

10. D)

11. E)

12. B)

13. E)

14. C)

15. A)

16. A)

17. E)

18. E)

19. E)

20. C)

21. B)

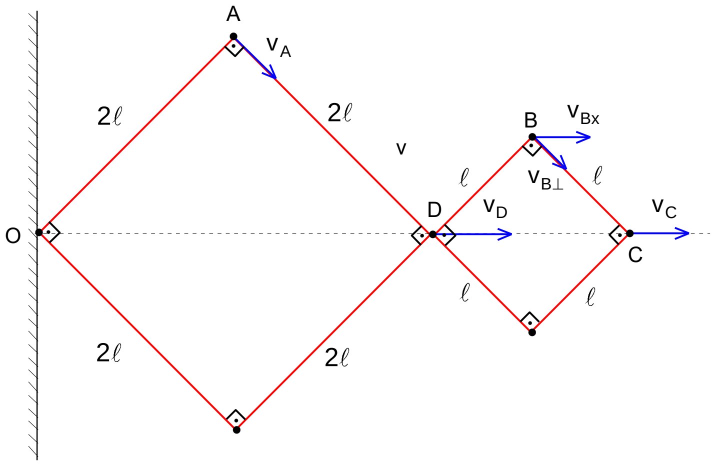
22. E)

23. B)

24. C)

25. A)
A)

XXXI. ULUSAL FİZİK OLİMPİYATI BİRİNCİ AŞAMA SINAVI-2023



1. Kenarı 2ℓ olan karenin köşegenin uzunluğu;

$$|OD| = 2\ell\sqrt{2}$$

kenarı ℓ olan karenin köşegenin uzunluğu;

$$|DC| = \ell\sqrt{2}$$

D noktasının hızı;

$$v_D = \frac{2\ell\sqrt{2}}{t} = 2v$$

C noktasının hızı;

$$v_C = \frac{2\ell\sqrt{2}+\ell\sqrt{2}}{t} = \frac{3\ell\sqrt{2}}{t} = 3v$$

olur. O noktasına göre bu noktada tutturulan çubuklar çembersel hareket yapmaktadır. Çubuklar kare şeklini alırsa A noktasını hızı şekildeki gibi O noktasına tutturulan çubuklara diktir.

Çubukların uzamama şartından faydalanarak A ve D noktalarının hızları arasındaki ilişki için;

$$v_A = v_D\cos 45^o = 2v.\frac{\sqrt{2}}{2} = v\sqrt{2}$$

yazabiliriz. D noktasına göre B noktası çembersel hareket yapmaktadır. D noktasına göre C noktasının hızı;

$$v_{CD} = v_C - v_D = 3v - 2v = v$$

olur. DB çubuğa dik olan hız ile C noktasını hızı arasındaki ilişki için;

$$v_{B\perp} = v_{CD}\cos 45^o = v.\frac{\sqrt{2}}{2} = \frac{v\sqrt{2}}{2}$$

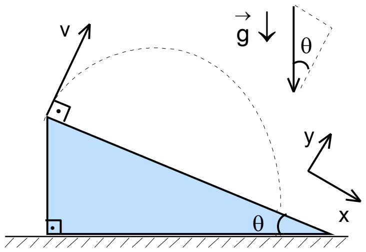
yazabiliriz. B noktasının hızı;

$$v_B = \sqrt{\left(v_D + v_{B\perp}\cos 45^o\right)^2 + \left(v_{B\perp}\sin 45^o\right)^2} = \sqrt{\left(2v+\frac{v\sqrt{2}}{2}.\frac{\sqrt{2}}{2}\right)^2 + \left(\frac{v\sqrt{2}}{2}.\frac{\sqrt{2}}{2}\right)^2} = \frac{v\sqrt{26}}{2}$$

aranan oran;

$$\frac{v_B}{v_A} = \frac{\sqrt{26}}{2\sqrt{2}} = \frac{\sqrt{13}}{2}$$

olarak bulunur.



2. Eğik düzleme göre yerçekimin ivme bileşenleri için

$$g_x = g\sin\theta;\ g_y = g\cos\theta$$

cismin hareket süresi;

$$t = \frac{2v}{g_y} = \frac{2v}{g\cos\theta}$$

cismin eğik düzleme çarpıncaya kadar eğik düzlem boyunca kazandığı hız;

$$v_x = g_x t = g\sin\theta.\frac{2v}{g\cos\theta} = 2v\tan\theta$$

cismin eğik düzleme çarptığında hızı;

$$v = \sqrt{v_x{}^2 + v^2} = \sqrt{4v^2\tan^2\theta + v^2} = v\sqrt{1+4\tan^2\theta}$$

olarak bulunur.

3. Küresel bir cismin limit hızı;

$$mg = kSv^2 \Rightarrow \rho.\frac{4\pi r^3}{3}.g = k\pi r^2 v^2;\ v = \sqrt{\frac{4g\rho r}{3k}}$$

ile verilir. Yeni damlanın yarıçapı;

$$\frac{4\pi r'^3}{3} = 4.\frac{4\pi r^3}{3} \Rightarrow r' = r\sqrt[3]{4}$$

yeni limit hızı;

$$v' = \sqrt{\frac{4g\rho r'}{3k}} = \sqrt{\frac{4g\rho r\sqrt[3]{4}}{3k}} = v\sqrt[6]{4} = v\sqrt[3]{\sqrt{4}} = v\sqrt[3]{2}$$

olarak bulunur.

4. Birinci durumda;

$$F_1=(M+m)a \Rightarrow a=\frac{F_1}{M+m}\ ;\ ma=fmg;\ \frac{F_1}{M+m}=fg$$

ikinci durumda;

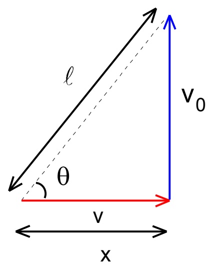
$$F_2-\frac{fmg}{3}=Ma\ ;\ ma=fmg;\ \frac{F_1}{M+m}=fg$$

yazabiliriz. Buradan;

$$\begin{cases}F_2-\dfrac{MF_1}{M+m}=\dfrac{fmg}{3}\\ \dfrac{F_1}{M+m}=fg\end{cases} \Rightarrow \begin{cases}F_2-\dfrac{2MF_2}{M+m}=\dfrac{fmg}{3}\\ \dfrac{2F_2}{M+m}=fg\end{cases} \Rightarrow \begin{cases}\dfrac{\dfrac{M+m-2M}{M+m}}{\dfrac{2}{M+m}}=\dfrac{\dfrac{fmg}{3}}{fg}\end{cases}$$

$$\frac{m-M}{2}=\frac{m}{3} \Rightarrow \frac{m}{M}=3$$

olarak bulunur.



5. Hız vektörlerden oluşan üçgen şekildeki gibidir. İkinci banda göre kayan bavulun banda göre bileşke hızı;

$$v_{b1}=\sqrt{v^2+v_0^{\,2}}$$

bavulun duruncaya kadar aldığı yol;

$$\ell=\frac{x}{\cos\theta}$$

şeklin geometrisinden;

$$\cos\theta=\frac{v}{\sqrt{v^2+v_0^{\,2}}}$$

ile verilir. Sürtünmeye karşı yapılan iş için;

$$\frac{mv_{b1}^{\,2}}{2}=fmg\ell$$

yazabiliriz. Buradan;

$$\frac{v^2+v_0^{\,2}}{2}=\frac{fgx}{\cos\theta}=\frac{fgx\sqrt{v^2+v_0^{\,2}}}{v} \Rightarrow x=\frac{v\sqrt{v^2+v_0^{\,2}}}{2fg}$$

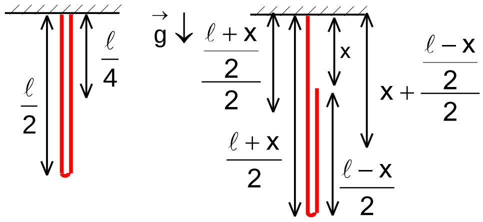
olarak bulunur. İkinci durumda;

$$3x=\frac{2v\sqrt{(2v)^2+v_0^{\,2}}}{2fg}=\frac{2v\sqrt{4v^2+v_0^{\,2}}}{2fg}$$

yazabiliriz. Aranan oran;

$$3=\frac{2\sqrt{4v^2+v_0^{\,2}}}{\sqrt{v^2+v_0^{\,2}}} \Rightarrow 9v^2+9v_0^{\,2}=16v^2+4v_0^{\,2};\ \frac{v}{v_0}=\sqrt{\frac{5}{7}}$$

olarak bulunur.



6. Sağ ucun serbest düşme yaptığına göre x kadar yol aldığında kazandığı hızı;

$$v = \sqrt{2gx}$$

İlk durumda ipin kütle merkezinin koordinatı;

$$y_1 = -\frac{\ell}{4}$$

ile verilir. İkinci durumda ipin sağ ucu x kadar inerse sol tarafta bulunan ipin uzunluğu $\frac{\ell+x}{2}$, bu ipin tavana olan uzaklığı $\frac{\frac{\ell+x}{2}}{2}$, sağ tarafta hareketli olan ipin uzunluğu;

$$\frac{\ell+x}{2} - x = \frac{\ell-x}{2}$$

bu ipin tavana olan uzaklığı;

$$x + \frac{\frac{\ell-x}{2}}{2},$$

olur. İkinci durumda ipin kütle merkezinin koordinatı;

$$y_m = \frac{-\frac{m}{\ell}.\frac{\ell+x}{2}.\frac{\frac{\ell+x}{2}}{2} - \frac{m}{\ell}.\frac{\ell-x}{2}.\left(x+\frac{\frac{\ell-x}{2}}{2}\right)}{m} = -\frac{1}{\ell}\left[\frac{(\ell+x)^2}{8} + \frac{(\ell-x)x}{2} + \frac{(\ell-x)^2}{8}\right] =$$

$$= -\frac{1}{8\ell}\left[(\ell+x)^2 + 4(\ell-x)x + (\ell-x)^2\right] = -\frac{1}{8\ell}\left(\ell^2 + 2\ell x + x^2 + 4\ell x - 4x^2 + \ell^2 - 2\ell x + x^2\right) =$$

$$= -\frac{1}{8\ell}\left(2\ell^2 + 4\ell x - 2x^2\right) = -\frac{\ell}{4} - \frac{x(2\ell-x)}{4\ell}$$

ile verilir. Kütle merkezinin koordinatının değişimi;

$$\Delta y = y_1 - y_m = \frac{x(2\ell-x)}{4\ell}$$

olur. Koordinat değişiminin zamana göre kütle merkezinin hızını verir. Buradan bu hız;

$$v_m = \frac{d}{dt}(\Delta y) = \frac{d}{dx}\left[\frac{x(2\ell-x)}{4\ell}\right]\frac{dx}{dt} = \frac{\ell-x}{2\ell}.\dot{x} = \frac{\ell-x}{2\ell}.\sqrt{2gx} = \left(1-\frac{x}{\ell}\right)\sqrt{\frac{gx}{2}}$$

olarak bulunur. Sadece düşen sağ ucunun hızı enerji korunumu yasasından bulunabilir. Buradan sağ ucunun tavandan uzaklığı x olduğu anda sağ tarafta bulunan ipin hızı;

$$-\frac{mg\ell}{4} = -mg\left(\frac{\ell}{4} + \frac{x(2\ell-x)}{4\ell}\right) + \frac{m}{\ell}.\frac{\ell-x}{2}.\frac{u^2}{2} \Rightarrow \frac{gx(2\ell-x)}{4\ell} = \frac{(\ell-x)u^2}{4\ell};\; u = \dot{x} = \sqrt{\frac{gx(2\ell-x)}{\ell-x}}$$

olarak bulunur. Bu ifadeyi kullanarak kütle merkezinin hızı;

$$v_m = \frac{\ell-x}{2\ell}.\dot{x} = \frac{\ell-x}{2\ell}\sqrt{\frac{gx(2\ell-x)}{\ell-x}} = \frac{\sqrt{gx(2\ell-x)(\ell-x)}}{2\ell}$$

olarak da ifade edilebilir. Bu çözüm ipin sağ tarafı serbest düşme yapmıyorsa geçerlidir. İvmenin büyüklüğünü bulmak için sağ ucunun hızının zamana göre türevi bulmalıyız. Buradan ivme;

$$a = \ddot{x} = \frac{d}{dt}\sqrt{\frac{gx(2\ell-x)}{\ell-x}} = \frac{d}{dt}\left[\frac{gx(2\ell-x)}{\ell-x}\right]^{\frac{1}{2}} = \frac{1}{2}\left[\frac{gx(2\ell-x)}{\ell-x}\right]^{\frac{1}{2}-1}\frac{d}{dt}\left[\frac{gx(2\ell-x)}{\ell-x}\right] =$$

$$= \frac{g}{2\sqrt{\frac{gx(2\ell-x)}{\ell-x}}}\frac{(2\ell\dot{x} - 2x\dot{x})(\ell-x) + x(2\ell-x)\dot{x}}{(\ell-x)^2} = \frac{g}{2\dot{x}}\frac{\left[2(\ell-x)^2 + x(2\ell-x)\right]\dot{x}}{(\ell-x)^2} = g\left[1 + \frac{x(2\ell-x)}{2(\ell-x)^2}\right]$$

olarak bulunur. Sağ düşen ip kısmını hızlandıran ipteki gerilme kuvveti;

$$T_{ara} + \frac{mg}{\ell}.\frac{\ell-x}{2} = \frac{m}{\ell}.\frac{\ell-x}{2}.\ddot{x} \Rightarrow T_{ara} + \frac{mg}{\ell}.\frac{\ell-x}{2} = \frac{m}{\ell}.\frac{\ell-x}{2}.g\left[1+\frac{x(2\ell-x)}{2(\ell-x)^2}\right];\; T_{ara} = \frac{mgx(2\ell-x)}{4\ell(\ell-x)}$$

olur. İpin sağ ucu serbest düşme yaparsa hareket eden sağ uçtaki ipin momentumu;

$$p = \frac{m}{\ell}.\frac{\ell-x}{2}.u = \frac{m(\ell-x)u}{2\ell}$$

bu momentumun zamana göre değişimi;

$$\frac{dp}{dt}=\frac{m}{2\ell}\frac{d}{dt}(\ell u-xu)=\frac{m}{2\ell}(\ell\dot{u}-\dot{x}u-x\dot{u})=\frac{m}{2\ell}\left(\ell\ddot{x}-\dot{x}^2-x\ddot{x}\right)=\frac{m}{2\ell}\left[\ddot{x}(\ell-x)-\dot{x}^2\right]=mg-T$$

olur. Buradan T ipteki gerilme kuvveti ipin sol ucu serbest düşme modelinde;

$$T=mg-\frac{m}{2\ell}\left[\ddot{x}(\ell-x)-\dot{x}^2\right]=mg-\frac{m}{2\ell}\left[g(\ell-x)-2gx\right]=\frac{m(\ell-x)a}{2\ell}=\frac{mg}{2}\left(1+\frac{3x}{\ell}\right)$$

olur. Bu durumda maksimum gerilme kuvveti;

$x=\ell$ için $T_{mak}=2mg$

olarak bulunur. Serbest düşme yapılmayan bir modelde ipteki gerilme kuvveti;

$$T=mg-\frac{m}{2\ell}\left[\ddot{x}(\ell-x)-\dot{x}^2\right]=mg-\frac{m}{2\ell}\left\{g\left[1+\frac{x(2\ell-x)}{2(\ell-x)^2}\right](\ell-x)-\frac{gx(2\ell-x)}{\ell-x}\right\}=$$

$$=mg-\frac{mg}{2\ell}\left[\ell-x+\frac{x(2\ell-x)}{2(\ell-x)}-\frac{gx(2\ell-x)}{\ell-x}\right]=mg-\frac{mg}{2\ell}\left[\ell-x-\frac{x(2\ell-x)}{2(\ell-x)}\right]=$$

$$=mg-\frac{mg}{2\ell}\left[\frac{2(\ell-x)^2-x(2\ell-x)}{2(\ell-x)}\right]=mg-\frac{mg}{2\ell}\frac{2\ell^2-4\ell x+2x^2-4\ell x+x^2}{2(\ell-x)}=$$

$$=mg-\frac{mg}{2\ell}\frac{2\ell^2-6\ell x+3x^2}{2(\ell-x)}=mg\left[1-\frac{2\ell^2-6\ell x+3x^2}{4\ell(\ell-x)}\right]=mg\left[\frac{2\ell^2-4\ell x-\left(2\ell^2-6\ell x+3x^2\right)}{4\ell(\ell-x)}\right]=$$

$$=mg\left[\frac{4\ell^2-4\ell x-2\ell^2+6\ell x-3x^2}{4\ell(\ell-x)}\right]=\frac{mg\left(2\ell^2+2\ell x-3x^2\right)}{4\ell(\ell-x)}$$

olarak bulunur. Sağ ucun serbest düşme yapıp yapmadığı arasında fark var. $x\to\ell$ limit durumunda enerji korunumu yasasından bulunan hız teorik olarak sonsuz büyük değere ulaşıyor. Hangi model doğru olduğunu deneysel olarak test edilmiştir. $x\to\ell$ ipteki gerilme kuvveti çok büyük bir artış gösterdiğini deneyde gösterilmiştir. Teorik hesaplamalardan farklı olarak gerçek iplerde sonsuz bir gerilim olamaz. Enerji korunumu yasasından bulunan hız ipin serbest düşüş hızından yaklaşık %15 daha büyük olduğunu deneysel olarak gösterilmiştir. Serbest düşme modelinde ipin sağ taraftaki gerilime kuvveti sıfırdır. Enerji korunumu yasasından bulunan gerilime kuvveti yerçekiminin zinciri aşağı çekmesine yardımcı olur. Kütle merkezinin hızı sadece enerji korunumu yasasını kullanarak bulunamaz. Enerji korunumu yasasını yazarak kütle merkezinin hızı için;

$$-\frac{mg\ell}{4}=-mg\left(\frac{\ell}{4}+\frac{x(2\ell-x)}{4\ell}\right)+\frac{mv^2}{2}\Rightarrow\frac{gx(2\ell-x)}{4\ell}=\frac{v^2}{2};\ v=\sqrt{\frac{gx(2\ell-x)}{2\ell}}=\sqrt{gx\left(1-\frac{x}{2\ell}\right)}$$

bulunur. Burada sorun sol tarafta bulunan kütlenin ipten uzaklaşmamasından kaynaklanıyor. Kütle merkezinin tümü tavandan uzaklaşmışmış olsaydı ancak enerji korunumu yasasını kullanabilirdik.

7. Birinci durumda enerji korunumu yasasından sürtünme katsayısı için;

$$\frac{kA^2}{2}=\frac{k}{2}\left(\frac{A}{2}\right)^2+f_1mg.\frac{3A}{2}=\frac{kA^2}{8}=\frac{3f_1mgA}{2};\ f_1=\frac{kA}{4mg}$$

hızının maksimum olduğu uzaklık için;

$$kx_1=f_1mg\Rightarrow kx_1=\frac{kA}{4mg}.mg;\ x_1=\frac{A}{4}$$

bulunur. Buradan birinci durumda maksimum hız;

$$\frac{kA^2}{2}=f_1mg\left(A-x_1\right)+\frac{kx_1^{\ 2}}{2}+\frac{mv_1^{\ 2}}{2}=\frac{kA}{4mg}.mg\left(A-\frac{A}{4}\right)+\frac{k}{2}\left(\frac{A}{4}\right)^2+\frac{mv_1^{\ 2}}{2}=$$

$$=\frac{3kA^2}{16}+\frac{kA^2}{32}+\frac{mv_1^{\ 2}}{2}=\frac{7kA^2}{32}+\frac{mv_1^{\ 2}}{2}$$

$$\frac{8kA^2}{32}=\frac{mv_1^{\ 2}}{2}\Rightarrow v_1=\frac{3A}{4}\sqrt{\frac{k}{m}}$$

olarak bulunur. İkinci durumda enerji korunumu yasasından sürtünme katsayısı için;

$$\frac{kA^2}{2}=\frac{k}{2}\left(\frac{2A}{3}\right)^2+f_2mg.\frac{5A}{3}=\frac{2kA^2}{9}=\frac{5f_2mgA}{3};\ f_2=\frac{kA}{6mg}$$

hızının maksimum olduğu uzaklık için;

$$kx_2=f_2mg\Rightarrow kx_2=\frac{kA}{6mg}.mg;\ x_2=\frac{A}{6}$$

bulunur. Buradan birinci durumda maksimum hız;

$$\frac{kA^2}{2}=f_2mg\left(A-x_2\right)+\frac{kx_2^{\ 2}}{2}+\frac{mv_2^{\ 2}}{2}=\frac{kA}{6mg}.mg\left(A-\frac{A}{6}\right)+\frac{k}{2}\left(\frac{A}{6}\right)^2+\frac{mv_2^{\ 2}}{2}=$$

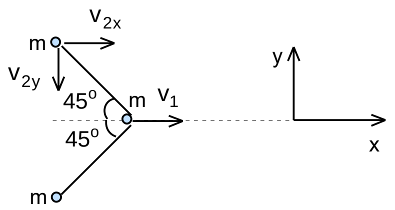
$$=\frac{5kA^2}{36}+\frac{kA^2}{72}+\frac{mv_2^{\ 2}}{2}=\frac{11kA^2}{72}+\frac{mv_2^{\ 2}}{2}$$

$$\frac{25kA^2}{72}=\frac{mv_2^{\ 2}}{2}\Rightarrow v_2=\frac{5A}{6}\sqrt{\frac{k}{m}}$$

aranan oran;

$$\frac{v_1}{v_2}=\frac{9}{10}$$

olarak bulunur.



8. Cisimler Şekil 2 deki konumu aldıklarında gelen cismin hızı v_1, diğer iki cismin hızları v_2 olsun. Momentum korunumu yasası için;

$$mv = mv_1 + 2mv_{2x}$$

enerji korunumu yasası için;

$$\frac{mv^2}{2} = \frac{mv_1^2}{2} + 2.\frac{m\left(v_{2x}^2 + v_{2y}\right)^2}{2}$$

yazabiliriz. Buradan;

$$v_1 = v - 2v_{2x}$$

$$v^2 = v_1^2 + 2\left(v_{2x}^2 + v_{2y}\right)^2 = \left(v - 2v_{2x}\right)^2 + 2\left(v_{2x}^2 + v_{2y}\right)^2 = v^2 - 4vv_{2x} + 4v_{2x}^2 + 2v_{2x}^2 + 2v_{2y}^2$$

$$0 = -2vv_{2x} + 3v_{2x}^2 + v_{2y}^2$$

elde edilir. İki cismin gelen cismine göre x ekseni boyunca izafi hız;

$$v_{bx} = v_1 - v_{2x}$$

olur. 45° lik açı durumunda;

$$v_{bx} = v_{2y} = v_1 - v_{2x} = v - 2v_{2x} - v_{2x} = v - 3v_{2x}$$

olur. Buradan;

$$v_1 = v - 2v_{2x}$$

$$0 = -2vv_{2x} + 3v_{2x}^2 + \left(v - 3v_{2x}\right)^2 = -2vv_{2x} + 3v_{2x}^2 + v^2 - 6vv_{2x} + 9v_{2x}^2$$

$$12v_{2x}^2 - 8vv_{2x} + v^2 = 0 \Rightarrow v_{2x} = \frac{8v - \sqrt{64v^2 - 4.12v^2}}{2.12} = \frac{v}{6}$$

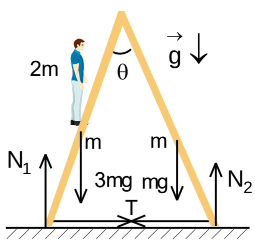
olarak bulunur. Çözümde (+) değeri alınırsa $v_{2x} = \frac{v}{2}$ ve v_1=0 olur ki bu mümkün değil. İki cismin y yönündeki hızları;

$$v_{2y} = v - 3.\frac{v}{2} = -\frac{v}{2}$$

aranan hızın büyüklüğü;

$$v_2 = \sqrt{v_{2x}^2 + v_{2y}^2} = \sqrt{\left(\frac{v}{6}\right)^2 + \left(-\frac{v}{2}\right)^2} = v\sqrt{\frac{1}{36} + \frac{1}{4}} = \frac{v\sqrt{10}}{6}$$

olarak bulunur.



9. İlk durumda merdivenin dengesi için;

$$N_1 + N_2 = 4mg$$

$$N_1\ell\sin\frac{\theta}{2} = 3mg.\frac{\ell}{2}.\sin\frac{\theta}{2} + T\ell\cos\frac{\theta}{2}$$

$$N_2\ell\sin\frac{\theta}{2} = mg.\frac{\ell}{2}.\sin\frac{\theta}{2} + T\ell\cos\frac{\theta}{2}$$

yazabiliriz. Buradan;

$$(N_1 - N_2)\ell\sin\frac{\theta}{2} = mg\ell\sin\frac{\theta}{2} \Rightarrow N_1 - N_2 = mg$$

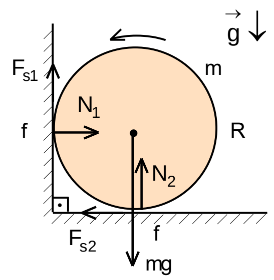
$$\begin{cases} N_1 + N_2 = 4mg \\ N_1 - N_2 = mg \end{cases} \Rightarrow 2N_1 = 5mg;\ N_1 = \frac{5mg}{2};\ N_2 = 4mg - \frac{5mg}{2} = \frac{3mg}{2}$$

$$\frac{5mg}{2}.\ell\sin\frac{\theta}{2} = 3mg.\frac{\ell}{2}.\sin\frac{\theta}{2} + T\ell\cos\frac{\theta}{2} \Rightarrow T = mg\tan\frac{\theta}{2}$$

olarak bulunur. Adam merdivenin tepesine çıkarsa desteklere etki eden tepki kuvvetleri eşit büyüklükte ve her birisi 2mg olur. Bu durumda ipteki gerilme kuvveti;

$$N'\ell\sin\frac{\theta}{2} = mg.\frac{\ell}{2}.\sin\frac{\theta}{2} + T'\ell\cos\frac{\theta}{2} \Rightarrow 2mg\tan\frac{\theta}{2} = \frac{mg}{2}.\tan\frac{\theta}{2} + T';\ T' = \frac{3mg}{2}.\tan\frac{\theta}{2} = \frac{3T}{2}$$

olarak bulunur.



10. Küre olduğu yerde döndüğü için;

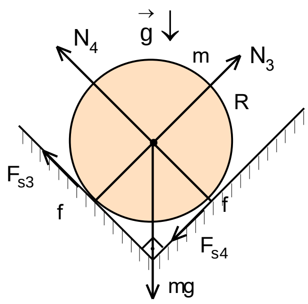
$$F_{s2} = N_1 \; ; \; F_{s2} = fN_2$$

$$mg = F_{s1} + N_2 \; ; \; F_{s1} = fN_1$$

yazabiliriz. Bu denklemlerden tepki kuvvetleri ve çarpımları;

$$N_1 = \frac{fmg}{1+f^2} \; ; \; N_2 = \frac{mg}{1+f^2} \; ; \; x = N_1 N_2 = \frac{fm^2g^2}{\left(1+f^2\right)^2}$$

olarak bulunur.



İkinci durumda;

$$F_{s3}\cos 45^o + N_4 \cos 45^o + F_{s4}\cos 45^o = N_3 \cos 45^o$$

$$mg + F_{s4}\sin 45^o = N_4 \sin 45^o + F_{s3}\sin 45^o + N_3 \sin 45^o$$

$$F_{s3} = fN_3 \; ; \; F_{s4} = fN_4$$

yazabiliriz. Bu denklemlerden tepki kuvvetleri ve çarpımları;

$$fN_3 + N_4 + fN_4 = N_3 \Rightarrow N_4 = \frac{N_3(1-f)}{1+f}$$

$$mg = \frac{\sqrt{2}}{2}\left(N_4 + fN_3 + N_3 - fN_4\right) = \frac{\sqrt{2}}{2}\left[N_3(1+f) + N_4(1-fN)\right] =$$

$$= \frac{\sqrt{2}}{2}\left[N_3(1+f) + \frac{N_3(1-f)^2}{1+f}\right] = \frac{N_3\sqrt{2}}{2(1+f)}\left[(1+f)^2 + (1-f)^2\right] = \frac{N_3\sqrt{2}\left(1+f^2\right)}{1+f} \Rightarrow N_3 = \frac{mg(1+f)}{\sqrt{2}\left(1+f^2\right)}$$

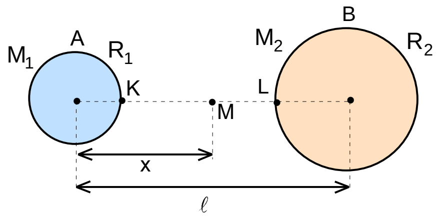
$$N_4 = \frac{mg(1-f)}{\sqrt{2}\left(1+f^2\right)}$$

$$y = N_3 N_4 = \frac{mg(1+f)}{\sqrt{2}\left(1+f^2\right)} \frac{mg(1-f)}{\sqrt{2}\left(1+f^2\right)} = \frac{m^2g^2\left(1-f^2\right)}{2\left(1+f^2\right)^2}$$

aranan oran;

$$\frac{x}{y} = \frac{\dfrac{fm^2g^2}{\left(1+f^2\right)^2}}{\dfrac{m^2g^2\left(1-f^2\right)}{2\left(1+f^2\right)^2}} = \frac{2f}{\left(1-f^2\right)}$$

olarak bulunur.



11. İki gezegenin arasında en yakın olan noktalar şekildeki gibi K ve L olsun. İki gezegen arasında M noktasında kütle çekim kuvveti sıfır oluyor. A gezegeninden bu uzaklık;

$$\frac{\gamma M_1 m}{x^2}=\frac{\gamma M_2 m}{(\ell-x)^2}\Rightarrow\sqrt{\frac{M_1}{M_2}}=\frac{x}{\ell-x};\ x=\frac{\ell\sqrt{\frac{M_1}{M_2}}}{1+\sqrt{\frac{M_1}{M_2}}}=\frac{\ell\sqrt{M_1}}{\sqrt{M_1}+\sqrt{M_2}}$$

B gezegeninden bu uzaklık;

$$\ell-x=\ell-\frac{\ell\sqrt{M_1}}{\sqrt{M_1}+\sqrt{M_2}}=\frac{\ell\sqrt{M_2}}{\sqrt{M_1}+\sqrt{M_2}}$$

olur. K noktasından cisme verilmesi gereken minimum hız;

$$\frac{mv_1^2}{2}-\frac{\gamma M_1 m}{R_1}-\frac{\gamma M_2 m}{\ell-R_1}=-\frac{\gamma M_1 m}{x}-\frac{\gamma M_2 m}{\ell-x}$$

$$\frac{v_1^2}{2}-\frac{\gamma M_1}{R_1}-\frac{\gamma M_2}{\ell-R_1}=-\frac{\gamma M_1}{\frac{\ell\sqrt{M_1}}{\sqrt{M_1}+\sqrt{M_2}}}-\frac{\gamma M_2}{\frac{\ell\sqrt{M_2}}{\sqrt{M_1}+\sqrt{M_2}}}=-\frac{\gamma\left(\sqrt{M_1}+\sqrt{M_2}\right)\sqrt{M_1}}{\ell}-\frac{\gamma\left(\sqrt{M_1}+\sqrt{M_2}\right)\sqrt{M_2}}{\ell}$$

$$\frac{v_1^2}{2}-\frac{\gamma M_1}{R_1}-\frac{\gamma M_2}{\ell-R_1}=-\frac{\gamma\left(\sqrt{M_1}+\sqrt{M_2}\right)^2}{\ell}\Rightarrow v_1=\sqrt{2\left[\frac{\gamma M_1}{R_1}+\frac{\gamma M_2}{\ell-R_1}-\frac{\gamma\left(\sqrt{M_1}+\sqrt{M_2}\right)^2}{\ell}\right]}$$

olarak bulunur. Cismin L noktasına çarptığı hız;

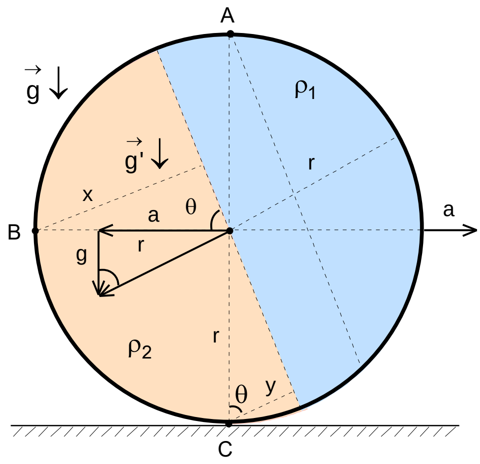
$$-\frac{\gamma M_1 m}{x}-\frac{\gamma M_2 m}{\ell-x}=\frac{mv_2^2}{2}-\frac{\gamma M_1 m}{\ell-R_2}-\frac{\gamma M_2 m}{R_2}$$

$$-\frac{\gamma\left(\sqrt{M_1}+\sqrt{M_2}\right)^2}{\ell}=\frac{v_2^2}{2}-\frac{\gamma M_1}{\ell-R_2}-\frac{\gamma M_2}{R_2}\Rightarrow v_2=\sqrt{2\left[\frac{\gamma M_1}{\ell-R_2}+\frac{\gamma M_2}{R_2}-\frac{\gamma\left(\sqrt{M_1}+\sqrt{M_2}\right)^2}{\ell}-\right]}$$

aranan oran;

$$\frac{v_1}{v_2}=\frac{\sqrt{2\left[\frac{\gamma M_1}{R_1}+\frac{\gamma M_2}{\ell-R_1}-\frac{\gamma\left(\sqrt{M_1}+\sqrt{M_2}\right)^2}{\ell}\right]}}{\sqrt{2\left[\frac{\gamma M_1}{\ell-R_2}+\frac{\gamma M_2}{R_2}-\frac{\gamma\left(\sqrt{M_1}+\sqrt{M_2}\right)^2}{\ell}-\right]}}=\frac{\sqrt{\frac{1}{R_1}+\frac{\frac{M_2}{M_1}}{\ell-R_1}-\frac{\left(1+\sqrt{\frac{M_2}{M_1}}\right)^2}{\ell}}}{\sqrt{\frac{1}{\ell-R_2}+\frac{\frac{M_2}{M_1}}{R_2}-\frac{\left(1+\sqrt{\frac{M_2}{M_1}}\right)^2}{\ell}}}$$

olarak bulunur.



12. Etkin ivme;

$$g' = \sqrt{a^2+g^2} = \sqrt{24^2+10^2} = 26\ m/s^2$$

olur. Sıvıların temas ettikleri düzlem küre içinde döner ve etkin ivmeye dik olur. Düzlem θ açısına dönmektedir.

$$\sin\theta = \frac{a}{g'} = \frac{12}{13}\ ;\ \cos\theta = \frac{g}{g'} = \frac{5}{13}$$

C noktasındaki basınç;

$$P_C = \rho_1 g' r + \rho_2 g' r\cos\theta = 26\rho_1 r + 26\rho_2 r.\frac{5}{13} = 26\rho_1 r + 10\rho_2 r$$

B noktasındaki basınç;

$$P_B = \rho_1 g' r + \rho_2 g' r\sin\theta = 26\rho_1 r + 26\rho_2 r.\frac{12}{13} = 26\rho_1 r + 24\rho_2 r$$

ile verilir. Basınç oranından özkütlelerin oranı;

$$\frac{P_B}{P_C} = 2 = \frac{26\rho_1 r + 12\rho_2 r}{26\rho_1 r + 10\rho_2 r} \Rightarrow \frac{\rho_1}{\rho_2} = \frac{2}{13}$$

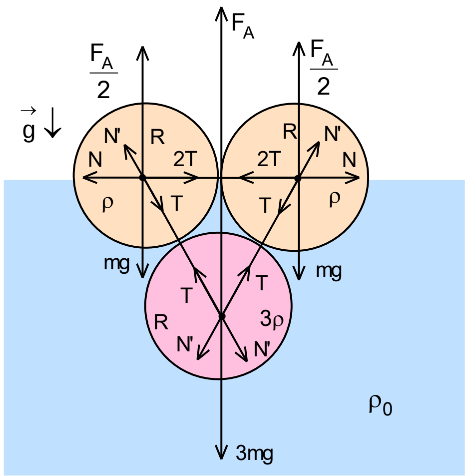
olarak bulunur. A noktasındaki basınç;

$$P_A = \rho_1 g'(r - r\cos\theta) = 26\rho_1 r\left(1 - \frac{5}{13}\right) = 8\rho_1 r$$

olur. Aranan oran;

$$\frac{P_A}{P_C} = \frac{8\rho_1 r}{26\rho_1 r + 10\rho_2 r} = \frac{8.2\rho}{26.2\rho + 10.13\rho} = \frac{16}{91}$$

olarak bulunur.



13. Denge durumunda sistem için;

$$F_A + \frac{F_A}{2} + \frac{F_A}{2} = 5mg;\ F_A = \frac{5mg}{2}$$

üstteki küreler için;

$$mg + T\cos30° = \frac{F_A}{2} + N'\cos30°;\ N + N'\cos60° = 2T + T\cos60°$$

alttaki küre için;

$$3mg + 2N'\cos30° = F_A + 2T\cos30°$$

yazabiliriz. Buradan;

$$mg + \frac{T\sqrt{3}}{2} = \frac{1}{2}\frac{5mg}{2} + \frac{N'\sqrt{3}}{2}$$

$$mg\sqrt{3} + \frac{N'}{2} = 2T + \frac{T}{2} = \frac{5T}{2} \Rightarrow T = \frac{2mg\sqrt{3} + N'}{5}$$

$$\frac{\sqrt{3}}{2}\frac{2mg\sqrt{3} + N'}{5} = \frac{mg}{4} + \frac{N'\sqrt{3}}{2}$$

$$\frac{3mg}{5} + \frac{N'\sqrt{3}}{10} = \frac{mg}{4} + \frac{N'\sqrt{3}}{2} \Rightarrow \frac{7mg}{20} = \frac{4N'\sqrt{3}}{10};\ N' = \frac{7mg}{8\sqrt{3}} = \frac{7mg\sqrt{3}}{24} = \frac{7.3mg\sqrt{3}}{3.24} = \frac{7G_{alt}\sqrt{3}}{72}$$

olarak bulunur.

14. İlk durumda;

$$m_1.1.(t°-50°)=2m_2.0,5.[0-(-10°)]+2m_2.80+2m_2.1.50°=270m_2$$

ikinci durumda;

$$m_1.1.(t°-35°)=3m_2.0,5.[0-(-10°)]+3m_2.80+3m_2.1.35°=360m_2$$

yazabiliriz. Buradan suyun ilk sıcaklığı;

$$\frac{t^o-50^o}{t^o-35^o}=\frac{270}{360} \Rightarrow 4t^o-200^o=3t^o-105^o;\ t^o=95^o$$

su ve buz kalıbı kütleleri arasındaki ilişki;

$$m_1(95°-50°)=270m_2;\ m_1=6m_2$$

olur. Su içerisine 4 tane bu kalıbı atılırsa ortak sıcaklık;

$$m_1.1.(95°-t'°)=4m_2.0,5.[0-(-10°)]+4m_2.80+4m_2.1.t'°=360m_2$$

$$6m_2(95°-t'°)=340m_2+4m_2t'°;\ 570°-6t'°=340+4t'°;\ t'°=23°$$

olarak bulunur.

15. Denge sıcaklığı için;

$$\rho Vc(T-T')=3\rho.\frac{V}{10}.c(T'-T_2);\ T'=\frac{10T+3T_2}{13}$$

hacim değişimleri için;

$$\Delta V_1=\alpha V(T-T');\ \Delta V_2=2\alpha.\frac{V}{10}(T'-T_2)$$

$$V-\Delta V_1+\frac{V}{10}+\Delta V_2=V;\ -\alpha V(T-T')+\frac{V}{10}+\frac{V}{5\alpha}(T'-T_2)$$

yazabiliriz. Buradan aranan sıcaklık farkı;

$$\frac{1}{10\alpha}=T-\frac{10T+3T_2}{13}-\frac{1}{5}\left(\frac{10T+3T_2}{13}-T_2\right)=\frac{3T-3T_2}{13}-\frac{1}{5}\frac{10T-10T_2}{13}=\frac{T-T_2}{13};\ T-T_2=\frac{13}{10\alpha}$$

olarak bulunur.

16. İlk durumda yaydaki kuvvet için;

$$F_1=k(\ell-2h)$$

pistonun dengesi için;

$$F_1+P_0S=2P_0S$$

yazabiliriz. Buradan;

$$k(\ell-2h)=P_0S$$

elde edilir. İkinci durumda;

$$F_2=k(\ell-1,5h)$$

pistonun dengesi için;

$$F_2+P_1S=P_2S$$

her bölmedeki gaz için;

$$P_0.2hS=P_1(2h-0,5h)S$$

$$\frac{2P_0.2hS}{T_0}=\frac{P_2(2h+0,5h)S}{2T_0}$$

yazabiliriz. Buradan;

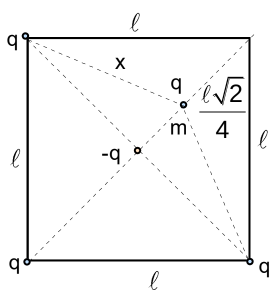
$$P_1=\frac{4P_0}{3};\ P_2=\frac{16P_0}{5}$$

$$k(\ell-1,5h)+\frac{4P_0}{3}.S=\frac{16P_0}{5}.S;\ k(\ell-1,5h)=\frac{28P_0S}{15};$$

elde edilir. Yayın doğal uzunluğu;

$$\frac{\ell-1,5h}{\ell-2h}=\frac{28}{15};\ \ell=\frac{67h}{26}$$

olarak bulunur.



17. Şeklin geometrisinden;

$$x=\sqrt{\left(\frac{\ell\sqrt{2}}{2}\right)^2+\left(\frac{\ell\sqrt{2}}{4}\right)^2}=\frac{\ell\sqrt{10}}{4}$$

olur. Birinci durumda sistemin enerjisi için;

$$\mathcal{E}_1=4.\frac{q^2}{4\pi\varepsilon_0\ell}+2.\frac{q^2}{4\pi\varepsilon_0\ell\sqrt{2}}-4.\frac{q^2}{4\pi\varepsilon_0\dfrac{\ell\sqrt{2}}{2}}=\frac{q^2}{4\pi\varepsilon_0\ell}\left(4-\frac{6}{\sqrt{2}}\right)$$

ikinci durumda sistemin enerjisi için;

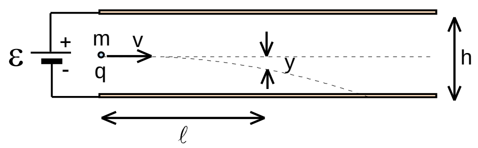
$$\mathcal{E}_2=2.\frac{q^2}{4\pi\varepsilon_0\ell}+2.\frac{q^2}{4\pi\varepsilon_0 x}+\frac{q^2}{4\pi\varepsilon_0\left(\dfrac{\ell\sqrt{2}}{2}+\dfrac{\ell\sqrt{2}}{4}\right)}+\frac{q^2}{4\pi\varepsilon_0\ell\sqrt{2}}-3.\frac{q^2}{4\pi\varepsilon_0\dfrac{\ell\sqrt{2}}{2}}-\frac{q^2}{4\pi\varepsilon_0\dfrac{\ell\sqrt{2}}{4}}+\frac{mv^2}{2}=$$

$$=\frac{2q^2}{4\pi\varepsilon_0\ell}+\frac{2q^2}{4\pi\varepsilon_0\ell.\dfrac{\sqrt{10}}{4}}+\frac{4q^2}{4\pi\varepsilon_0.3\ell\sqrt{2}}-\frac{9q^2}{4\pi\varepsilon_0\ell\sqrt{2}}+\frac{mv^2}{2}=\frac{q^2}{4\pi\varepsilon_0\ell}\left(2+\frac{8}{\sqrt{10}}-\frac{23}{3\sqrt{2}}\right)+\frac{mv^2}{2}$$

yazabiliriz. Buradan aranan hız;

$$\frac{mv^2}{2}=\frac{q^2}{4\pi\varepsilon_0\ell}\left(4-\frac{6}{\sqrt{2}}\right)-\frac{q^2}{4\pi\varepsilon_0\ell}\left(2+\frac{8}{\sqrt{10}}-\frac{23}{3\sqrt{2}}\right)=\frac{q^2}{4\pi\varepsilon_0\ell}\left(2+\frac{5\sqrt{2}}{6}-\frac{4\sqrt{10}}{5}\right);\ v=\sqrt{\frac{2q^2}{4\pi\varepsilon_0 m\ell}\left(2+\frac{5\sqrt{2}}{6}-\frac{4\sqrt{10}}{5}\right)}$$

olarak bulunur.



18. İlk durumda levhalar arasında etki eden kuvvet ve ivme için;

$$\frac{q\mathcal{E}}{h}=ma\,;\ a=\frac{q\mathcal{E}}{mh}$$

hareket süresi için;

$$t=\frac{\ell}{v}$$

sapma için;

$$y=\frac{at^2}{2}\Rightarrow\frac{h}{3}=\frac{q\mathcal{E}\ell^2}{2mhv^2}$$

yazabiliriz. İkinci durumda levhalar arasında etki eden kuvvet ve ivme için;

$$\frac{q\mathcal{E}}{2h}=ma_2\,;\ a_2=\frac{q\mathcal{E}}{2mh}$$

hareket süresi için;

$$t_2=\frac{\ell}{2v}$$

sapma için;

$$y_2=\frac{a_2t_2^{\,2}}{2}=\frac{1}{2}.\frac{q\mathcal{E}}{2mh}.\left(\frac{\ell}{2v}\right)^2=\frac{1}{8}.\frac{q\mathcal{E}\ell^2}{2mhv^2}=\frac{1}{8}.\frac{h}{3}=\frac{h}{24}$$

olarak bulunur.

19. İlk durumda eşdeğer kapasite;

$$C_{23} = 2 + 4 = 6\ \text{F}\ ;\ \frac{1}{C_{eş1}} = \frac{1}{6} + \frac{1}{6} = \frac{1}{3};\ C_{eş1} = 3\ \text{F}$$

ilk durumda depolanan yük;

$$q_1 = C_{eş1}\mathcal{E} = 3.12 = 36\ \text{C}$$

ilk durumda depolanan enerji;

$$\mathcal{E}_1 = \frac{C_{eş1}\mathcal{E}^2}{2} = \frac{3.12^2}{2} = 216\ \text{J}$$

ikinci durumda eşdeğer kapasite;

$$C_2\,' = \varepsilon C_2 = 4.2 = 8\ \text{F}\ ;\ C_{23}\,' = 8 + 4 = 12\ \text{F}\ \ ;\ \frac{1}{C_{eş2}} = \frac{1}{12} + \frac{1}{6} = \frac{1}{4};\ C_{eş2} = 4\ \text{F}$$

ikinci durumda depolanan yük;

$$q_2 = C_{eş2}\mathcal{E} = 4.12 = 48\ \text{C}$$

ikinci durumda depolanan enerji;

$$\mathcal{E}_2 = \frac{C_{eş2}\mathcal{E}^2}{2} = \frac{2.12^2}{2} = 288\ \text{J}$$

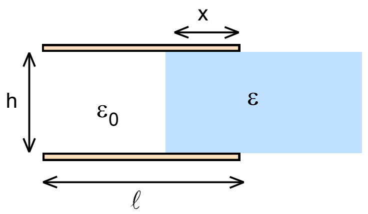
kondansatörde depolanan enerji farkı;

$$\Delta\mathcal{E} = \mathcal{E}_2 - \mathcal{E}_1 = 288 - 216 = 72\ \text{J}$$

olur. Üretecin yaptığı iş;

$$W = \Delta q\mathcal{E} = (q_2 - q_1)\mathcal{E} = (48 - 36).12 = 144\ \text{J}$$

olarak bulunur.



Plakalar arasına aynı geometrik boyutlara sahip ve bağıl dielektrik geçirgenlik katsayısı ε olan dielektrik bir levha sadece çok az paralel plakalı kondansatörün levhaları arasına yerleştirilirse, levhaya kuvvet etki etmeye başlar ve levha bu kuvvetin etkisi ile kondansatörün için çekilmektedir. Kondansatörün kapasitesi;

$$C_x = \frac{\varepsilon_0\ell(\ell - x)}{h} + \frac{\varepsilon\varepsilon_0\ell x}{h}$$

kondansatörde depo edilen potansiyel enerji;

$$\mathcal{E}_{ilk} = \frac{C_x\mathcal{E}^2}{2}$$

olarak yazılabilir. dielektrik levha $\Delta x \ll x$ kadar kondansatörün içine daha girdiğinde kondansatörün yeni enerjisi;

$$\mathcal{E}_{son} = \frac{C_{x+\Delta x}\mathcal{E}^2}{2}\ ;\ C_{x+\Delta x} = \frac{\varepsilon_0\ell\left[\ell - (x + \Delta x)\right]}{h} + \frac{\varepsilon\varepsilon_0\ell(x + \Delta x)}{h}$$

enerji değişiminden dielektrik levhaya etki eden kuvvet;

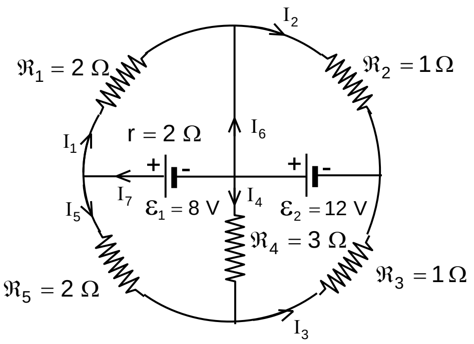
$$W = \mathcal{E}_{son} - \mathcal{E}_{ilk} = F.\Delta x \Rightarrow \frac{C_{x+\Delta x}\mathcal{E}^2}{2} - \frac{C_x\mathcal{E}^2}{2} = F.\Delta x$$

$$\left\{\frac{\varepsilon_0\ell\left[\ell - (x + \Delta x)\right]}{h} + \frac{\varepsilon\varepsilon_0\ell(x + \Delta x)}{h}\right\} - \left\{\frac{\varepsilon_0\ell(\ell - x)}{h} + \frac{\varepsilon\varepsilon_0\ell x}{h}\right\}\frac{\mathcal{E}^2}{2} = F.\Delta x \Rightarrow F = \frac{\varepsilon_0(\varepsilon - 1)\ell\mathcal{E}^2}{2h}$$

Üretecin yaptığı iş dielektrik levhayı kondansatörün plakaları arasına yerleştirmek için ve ilave kondansatöre yüke vermek için yapılır. Açığa çıkan ısı;

$$Q = W - \Delta\mathcal{E} = 144 - 72 = 72\ \text{J}$$

olarak bulunur. Açığa çıkan ısı depolanan elektrik enerji farkına eşit oluyor. Kuvvet hesabı kondansatörün levhaları kare şeklinde durumu için geçerlidir.



20. Direnci $\Re_2$ olan rezistanstan akan akım;

$$I_2 = \frac{\mathcal{E}_2}{\Re_2} = \frac{12}{1} = 12 \text{ A}$$

olur. Birinci Kirchhoff yasası için;

$$I_7 = I_1 + I_5$$

$$I_3 = I_4 + I_5$$

ikinci Kirchhoff yasası için;

$$\mathcal{E}_1 = I_1\Re_1 + I_7 r$$

$$\mathcal{E}_1 = I_5\Re_5 + I_7 r$$

$$\mathcal{E}_2 = I_4\Re_4 + I_3\Re_3$$

yazabiliriz. Buradan;

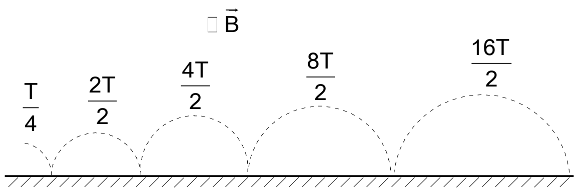
$$8 = 2I_1 + 2I_1 + 2I_5 = 4I_1 + 2I_5 \Rightarrow 4 = 2I_1 + I_5$$

$$8 = 2I_5 + 2I_1 + 2I_5 - 3I_4 = 2I_1 + 4I_5 - 3I_4$$

$$12 = 3I_4 + I_4 + I_5 = 4I_4 + I_5$$

$$\begin{cases} 8 = 2I_1 + 4(4 - 2I_1) - 3I_4 \\ 12 = 4I_4 + 4 - 2I_1 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 8 = 6I_1 + 3I_4 \\ 8 = 4I_4 - 2I_1 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 8 = 6I_1 + 3I_4 \\ 24 = 12I_4 - 6I_1 \end{cases} \Rightarrow I_4 = \frac{32}{15} \text{ A}$$

olarak bulunur.



21. Manyetik alanda yüklü bir parçacığın çizdiği yörüngelerin yarıçapı;

$$r = \frac{mv}{qB}$$

dolanım periyodu;

$$T = \frac{2\pi r}{v} = \frac{2\pi m}{qB}$$

ile verilir. İlk anda yükseklik yörüngenin yarıçapına eşittir. Bu durumda yüklü parçacık çeyrek çember boyunca $t_1 = \frac{T}{4}$ sürede hareket eder. Birinci çarpışmada yükün yarısı kaybettiği için çizdiği yarım çembersel yörüngenin yarıçapı 2r, dolanım periyodu 2T, hareket süresi $t_2 = \frac{2T}{2} = T$ olur. İkinci çarpışmada yükün tekrar yarısı kaybettiği için çizdiği yarım çembersel yörüngenin yarıçapı 4r, dolanım periyodu 4T, hareket süresi $t_3 = \frac{4T}{2} = 2T$ olur. Üçüncü çarpışmada yükün tekrar yarısı kaybettiği için çizdiği yarım çembersel yörüngenin yarıçapı 8r, dolanım periyodu 8T, hareket süresi $t_4 = \frac{8T}{2} = 4T$ olur. Dördüncü çarpışmada yükün tekrar yarısı kaybettiği için çizdiği yarım çembersel yörüngenin yarıçapı 16r, dolanım periyodu 16T, hareket süresi $t_5 = \frac{16T}{2} = 8T$ olur. Aranan süre;

$$t = t_1 + t_2 + t_2 + t_3 + t_4 + t_5 = \frac{T}{4} + T + 2T + 4T + 8T = \frac{61T}{4} = \frac{61\pi m}{2qB}$$

olarak bulunur.

22. Her iki durum için;

$$x = a$$

$$\frac{1}{a}+\frac{1}{b_1}=\frac{1}{f}\Rightarrow b_1=\frac{af}{a-f}\Rightarrow k_1=\frac{b_1}{a}=\frac{f}{a-f}=\frac{h_1}{h}\Rightarrow h_1=\frac{hf}{a-f}$$

$$\frac{1}{2a}+\frac{1}{b_2}=\frac{1}{f}\Rightarrow b_2=\frac{2af}{2a-f}\Rightarrow k_2=\frac{b_2}{2a}=\frac{f}{2a-f}=\frac{h_2}{2h}\Rightarrow h_2=\frac{2hf}{2a-f}$$

yazabiliriz. Verilen orandan;

$$\frac{h_2}{h_1}=\frac{2}{5}=\frac{2(a-f)}{2a-f}\Rightarrow a=\frac{4f}{3}$$

olarak bulunur. İkinci durumda cisimlerin merceğe olan uzaklıklar yarıya düşürülüyor. Yüksekliği 2h olan cisim yüksekliği h olan cismin ilk konumuna getiriliyor. Bu cismin görüntüsü mercekten olan uzaklığı;

$$b_3=\frac{af}{a-f}=\frac{\frac{4f}{3}}{\frac{4f}{3}-f}.f=4f$$

olur. Yüksekliği h olan cismin merceğe olan yeni uzaklık odak uzaklığından küçük olduğu için mercekte oluşan görüntü sanaldır. Bu görüntünün merceğe olan uzaklık;

$$\frac{1}{\frac{a}{2}}-\frac{1}{b_4}=\frac{1}{f}\Rightarrow\frac{1}{\frac{2f}{3}}-\frac{1}{b_4}=\frac{1}{f}\Rightarrow b_4=2f$$

iki görüntü arasındaki uzaklık;

$$\ell=4f+2f=6f$$

olarak bulunur.

23. Birinci durumda merceğin odak uzaklığı;

$$f=\frac{r}{2(n-1)}=\frac{r}{2(2-1)}=\frac{r}{2}$$

cisim mercekten x kadar uzaklıktadır. Görüntü mercekten y kadar uzaklıktadır. Bu durumda;

$$\frac{1}{x}+\frac{1}{y}=\frac{1}{f}=\frac{2}{r}$$

yazabiliriz. İkinci durumda merceğin odak uzaklığı;

$$f_2=\frac{r}{2\left(\frac{n}{n_s}-1\right)}=\frac{r}{2\left(2.\frac{3}{4}-1\right)}=r$$

olur. Cisim mercekten x kadar uzaklıktadır. Görüntü mercekten 3y kadar uzaklıktadır. Bu durumda;

$$\frac{1}{x}+\frac{1}{3y}=\frac{1}{f_2}=\frac{1}{r}$$

yazabiliriz. Buradan;

$$\frac{1}{x}+\frac{1}{y}=\frac{2}{x}+\frac{2}{3y}\Rightarrow\frac{1}{3y}=\frac{1}{x};\ x=3y$$

olarak bulunur.

24. Fermat prensibini kullanarak şeklin geometrisinden;

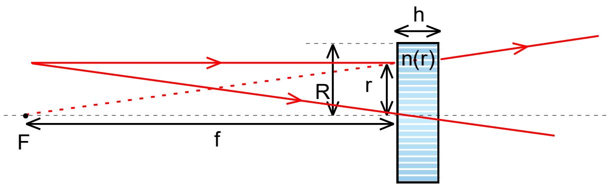
$$n(r).h+\sqrt{r^2+f^2}=n_0.h+f$$

yazabiliriz. Paraksiyel optik yaklaşımında f>>r olarak kabul edilebilir. Buradan;

$$\sqrt{r^2+f^2}=f\sqrt{1+\frac{r^2}{f^2}}\approx f\left(1+\frac{r^2}{2f^2}\right)=f+\frac{r^2}{2f}$$

$$n(r).h+f+\frac{r^2}{2f}=n_0.h+f\Rightarrow n(r)=n_0-\frac{r^2}{2fh}\Rightarrow \alpha=-\frac{1}{2fh}$$

olarak bulunur.



24. Merceğe düşen ışının davranışı verilmediyse sadece kırıcılık indisinin veriliş şeklinden mercek ıraksak gibi davranır anlaşılır. Bu durumda optik ekseninden r kadar yükseklikten gönderilen iki ışın için Fermat prensibini kullanarak şeklin geometrisinden;

$$n(r).h+f=n_0.h+\sqrt{r^2+f^2}$$

yazabiliriz. Paraksiyel optik yaklaşımında f>>r olarak kabul edilebilir. Buradan;

$$\sqrt{r^2+f^2}=f\sqrt{1+\frac{r^2}{f^2}}\approx f\left(1+\frac{r^2}{2f^2}\right)=f+\frac{r^2}{2f}$$

$$n(r).h+f=n_0.h+f+\frac{r^2}{2f}\Rightarrow n(r)=n_0+\frac{r^2}{2fh}\Rightarrow \alpha=\frac{1}{2fh}$$

olarak bulunur. Kırıcılık indisi sabit ise merceklerin şekli değişmektedir. Optik ekseninden uzaklaştıkça merceğin kalınlığı azalırsa mercek yakınsak gibi davranıyor. Optik ekseninden uzaklaştıkça merceğin kalınlığı artarsa mercek ıraksak gibi davranıyor. Merceğin kalınlığı sabit ise kırıcılık indisi optik eksene olan uzaklığının karesine bağlı olarak azalması ya da artması gerekir. Kırıcılık indisi bu şekilde azalırsa mercek yakınsak gibi davranır, kırıcılık indisi bu şekilde artarsa mercek ıraksak gibi davranır,

25.

$$F=\frac{q^2}{4\pi\varepsilon_0\ell^2}\Rightarrow N=kg.\frac{m}{s^2}=\frac{C^2}{[\varepsilon_0].m^2}\Rightarrow[\varepsilon_0]=\frac{C^2.s^2}{kg.m^3}$$

$$E=\hbar\omega\Rightarrow J=N.m=kg.\frac{m}{s^2}.m=[\hbar].\frac{1}{s}\Rightarrow[\hbar]=\frac{kg.m^2}{s}$$

$$\alpha=\frac{e^2}{4\pi\varepsilon_0\hbar c}\Rightarrow[\alpha]=\frac{C^2}{\frac{C^2.s^2}{kg.m^3}.\frac{kg.m^2}{s}.\frac{m}{s}}=\text{birimsiz}$$

25.

$$c^2=\frac{1}{\varepsilon_0\mu_0}\Rightarrow\varepsilon_0=\frac{1}{\mu_0c^2}$$

$$\hbar=\frac{h}{2\pi}$$

$$\alpha=\frac{e^2}{4\pi\varepsilon_0\hbar c}=\frac{e^2}{4\pi.\frac{1}{\mu_0c^2}.\frac{h}{2\pi}.c}=\frac{\mu_0ce^2}{2h}$$