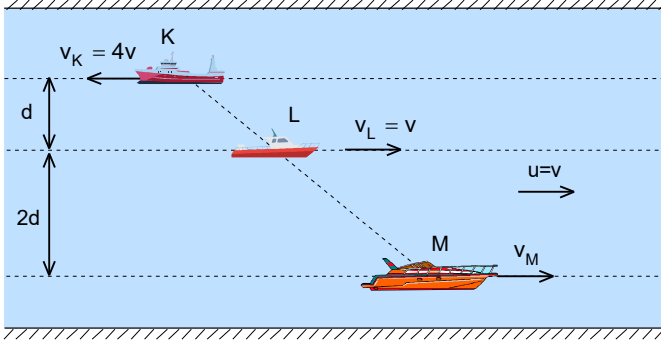


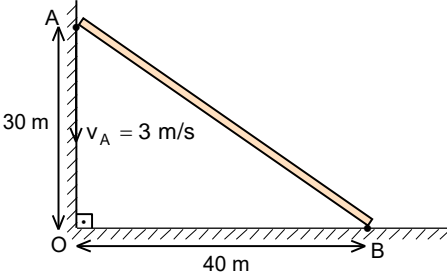
XXV. ULUSAL FİZİK OLİMPİYATI BİRİNCİ AŞAMA SINAVI-2017



1. Akıntının hızının $u=v$ olan bir nehirde birbirine paralel doğrular üzerinde K, L ve M gemileri suya göre $v_K=4v$, $v_L=v$, v_M hızları ile şekildeki gibi hareket etmektedir.

Gemiler sürekli bir doğru üzerinde bulunmaları için M gemisinin yere göre hızı kaç v olmalıdır?

- A) 4 B) 6 C) 9 D) 11 E) 12



2. Bir çubuk A ve B uçları ile şekildeki gibi sürtünmesiz olarak hareket etmektedir. A ucu sabit $v_A=3$ m/s hızı ile çekilmektedir.

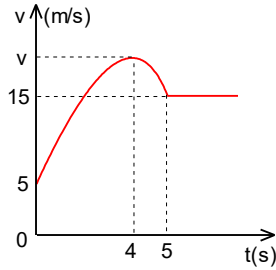
Çubuk belirtilen konumundayken B ucunun hızı kaç m/s dir?

- A) $\frac{9}{4}$ B) $\frac{4}{3}$ C) $\frac{5}{3}$ D) $\frac{8}{5}$ E) 1

3. Bir cisim sabit $v_1=v$ hızı ile x eksenine $\frac{\theta}{2}$ açısı yapacak şekilde ℓ kadar yol almaktadır. Daha sonra aynı cisim sabit $v_2=3v$ hızı ile x eksenine $\frac{5\theta}{2}$ açısı yapacak şekilde yine ℓ kadar yol almaktadır.

Bu harekette cismin ortalama hızı nedir?

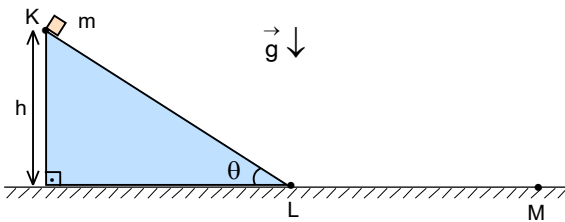
- A) $3v\cos\theta$ B) $2v\cos\theta$ C) $4v$ D) $\frac{3v\cos\theta}{2}$ E) $2v\sin\theta$



4. Bir doğrultu boyunca harekete başlayan bir cismin hız-zaman grafiği 0-4 s zaman aralığında parabol şeklindedir. Hızın maksimum değeri v olup hareketin başlamasından 4 s sonra gerçekleşmektedir. Cisim hareketin başlamasından 5 s sonra sabit 15 m/s hızı ile hareketine devam etmektedir.

Buna göre v hızı kaç m/s dir?

- A) $\frac{47}{3}$ B) 16 C) 17 D) 18 E) 20



5. Eğim açısı θ sürtünmesiz olan bir eğik düzlemin h yüksekliğinde K noktasında bulunan m kütleli bir cisim serbest bırakılıyor. Cisim eğik düzleme L noktasında eklenmiş olan yatay düzlem üzerinde hareketine devam etmektedir.

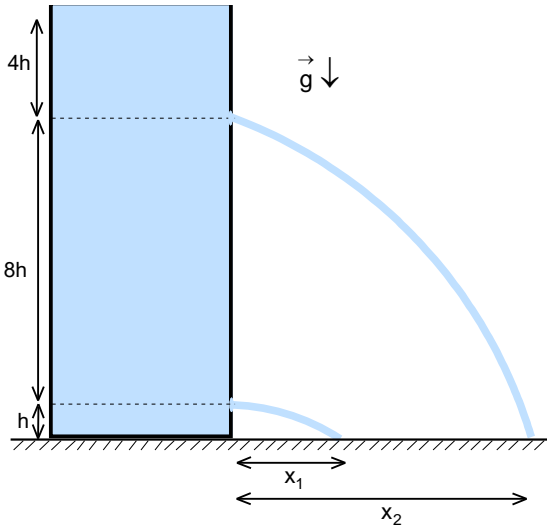
IKLI=ILMI ise cisim ne kadar süre sonra M noktasından geçer?

- A) $\frac{3}{2\sin\theta}\sqrt{\frac{h}{2g}}$ B) $\frac{3}{\sin\theta}\sqrt{\frac{h}{2g}}$ C) $\frac{2}{3\sin\theta}\sqrt{\frac{h}{2g}}$ D) $\frac{3\sin\theta}{2}\sqrt{\frac{h}{2g}}$ E) $\frac{2\sin\theta}{3}\sqrt{\frac{h}{2g}}$

6. H yüksekliğinden düşen iki esnek toplardan birisi her sıçrayışta yüksekliğinin belli bir değeri kadar çıkabiliyor. Bu oran $\frac{H_{n+1}}{H_n} = \xi < 1$ olarak veriliyor. Diğer cisim ise her sıçrayışta belli bir değeri kadar daha az hızı ile yukarı sıçrayabiliyor. Bu oran $\frac{v_{n+1}}{v_n} = \alpha < 1$ olarak veriliyor.

Buna göre, her cismin duruncaya kadar aldığı yol ve hareket süresi nedir?

	x_1	t_1	x_2	t_2
A)	$\frac{(1+\xi^2)H}{1-\xi^2}$	$\frac{1+\sqrt{\xi}}{1-\sqrt{\xi}}\sqrt{\frac{2H}{g}}$	$\frac{(1+\alpha)H}{1-\alpha}$	$\frac{1+\alpha}{1-\alpha}\sqrt{\frac{2H}{g}}$
B)	$\frac{(1+\xi)H}{1-\xi}$	$\frac{1+\xi}{1-\xi}\sqrt{\frac{2H}{g}}$	$\frac{(1+\alpha^2)H}{1-\alpha^2}$	$\frac{1+\alpha^2}{1-\alpha^2}\sqrt{\frac{2H}{g}}$
C)	$\frac{2(1+\xi)H}{1-\xi}$	$\frac{1+\sqrt{\xi}}{2(1-\sqrt{\xi})}\sqrt{\frac{2H}{g}}$	$\frac{(1+\alpha^2)H}{2(1-\alpha^2)}$	$\frac{2(1+\alpha)}{1-\alpha}\sqrt{\frac{2H}{g}}$
D)	$\frac{(1+\xi)H}{1-\xi}$	$\frac{1+\sqrt{\xi}}{1-\sqrt{\xi}}\sqrt{\frac{2H}{g}}$	$\frac{(1+\alpha^2)H}{1-\alpha^2}$	$\frac{1+\alpha}{1-\alpha}\sqrt{\frac{2H}{g}}$
E)	$\frac{(1-\xi)H}{1+\xi}$	$\frac{1-\sqrt{\xi}}{1+\sqrt{\xi}}\sqrt{\frac{2H}{g}}$	$\frac{(1-\alpha^2)H}{1+\alpha^2}$	$\frac{1-\alpha}{1+\alpha}\sqrt{\frac{2H}{g}}$



7. Şekildeki kaptaki belirtilen yüksekliklerde iki delik açılıyor. Deliklerden akan suların yere düşene kadar yatay yönde aldıkları yollar x_1 ve x_2 dir.

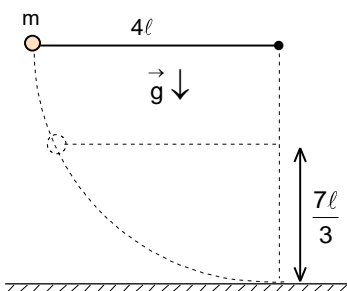
Buna göre $\frac{x_1}{x_2}$ oranı nedir?

- A) $\sqrt{3}$ B) $\frac{\sqrt{3}}{2}$ C) $\frac{\sqrt{3}}{3}$ D) $\frac{\sqrt{2}}{2}$ E) $\frac{\sqrt{2}}{4}$

8. Düşey yukarı doğru 30 m/s hız ile atılan bir cisim, atıldığı noktaya 10 m/s hız ile düşüyor.

Direniş kuvveti sabit olduğuna göre cismin çıktığı maksimum yükseklik kaç metredir?

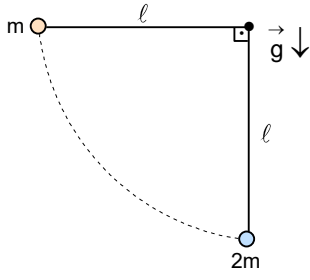
- A) 20 B) 25 C) 32,5 D) 35 E) 40



9. Uzunluğu 4ℓ olan bir sarkaç neredeyse zemine temas edecek şekilde asılıdır. m kütleli sarkaç ip ile birlikte yatay konumuna getirip serbest bırakılıyor.

Cisim yerden $\frac{7\ell}{3}$ yükseklikte iken ipteki gerilme kaç mg olur?

- A) 1 B) $\frac{5}{4}$ C) 2 D) 3 E) $\frac{7}{2}$



10. Kütleleri m ve $2m$ olan iki noktasal cisim aynı noktadan uzunluğu ℓ olan iki ipe asılıdır. m kütleli cisminin bağlı olduğu ip yatay konumuna getirilip serbest bırakılıyor. Cisimler en alt noktada esnek ve merkezi olarak çarpışıyor.

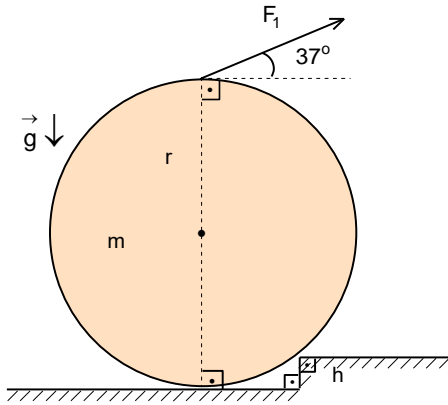
Esnek çarpışmadan sonra sarkaçların düşeyle yapacakları maksimum açıların kosinüs değerlerinin oranını bulunuz.

- A) $\frac{5}{8}$ B) $\frac{5}{9}$ C) $\frac{8}{9}$ D) 1 E) $\frac{3}{2}$

11. Kütleleri m_1 ve m_2 olan iki parçacık v_1 ve αv_2 ($\alpha > 0$) hızları ile hareket etmekte olup kinetik enerjileri eşittir. İki parçacık merkezi ve esnek olarak çarpışmaktadır. m_1 kütleli parçacık çarpışmadan sonra durmaktadır.

Buna göre $\frac{v_1}{v_2}$ ve $\frac{m_1}{m_2}$ oranları nedir?

- | | | |
|----|-------------------|-------------------|
| | $\frac{v_1}{v_2}$ | $\frac{m_1}{m_2}$ |
| A) | $\sqrt{2} - 1$ | $3 - 2\sqrt{2}$ |
| B) | $\sqrt{2} + 1$ | $3 - 2\sqrt{2}$ |
| C) | $\sqrt{2}$ | $3 + 2\sqrt{2}$ |
| D) | $\sqrt{2} - 1$ | $3 + 2\sqrt{2}$ |
| E) | 1 | 1 |



12. Kütleleri m ve yarıçapı r olan bir küreyi yüksekliği $h = \frac{r}{5}$ yatay basamaktan çıkarmak için şekildeki gibi yatayla 37° lik açı yapan kuvvet uygulanıyor. Bu durumda bu kuvvetin minimum değeri F_1 dir. Aynı küreyi bu basamaktan çıkarmak için uygulanan en küçük kuvvet F_2 dir.

Buna göre $\frac{F_1}{F_2}$ oranı nedir?

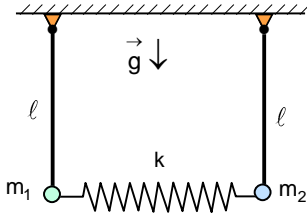
- A) 6 B) 8 C) 10 D) 12 E) 14



13. Homojen düzgün bir tel, şekildeki gibi bükülmüştür.

Bu telin kütle merkezinin koordinatları arasındaki fark kaç birimdir?

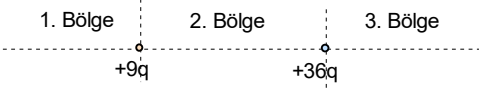
- A) $\frac{31}{13}$ B) $\frac{34}{13}$ C) $\frac{35}{13}$ D) 3 E) $\frac{47}{13}$



14. Kütleleri m_1 ve m_2 olan noktasal cisimler uzunluğu ℓ olan ağırlıksız çubukların uçlarında bulunmaktadır. Cisimler yay sabiti k olan kütesiz yay ile birbirine şekildeki gibi tutturulmuştur.

Sistemin yapacağı küçük titreşimlerin titreşim açısal frekansının en yüksek değeri nedir?

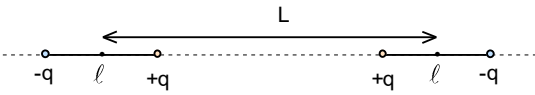
- A) $\sqrt{\frac{g}{\ell}}$ B) $\sqrt{\frac{k}{m_1} + \frac{k}{m_2}}$ C) $\sqrt{\frac{k}{m_1 + m_2}}$ D) $\sqrt{\frac{g}{\ell} + \frac{k}{m_1} + \frac{k}{m_2}}$ E) $\sqrt{\frac{2g}{\ell} + \frac{k}{m_1 + m_2}}$



15. Yükleri $+9$ ve $+36q$ noktasal olan yükler buldukları doğruyu üç bölgeye ayırmaktadır.

Üçüncü bir yük sistemi dengeleyecek şekilde yerleştirilirse bu üçüncü yükün yeri, büyüklüğü ve işareti nedir?

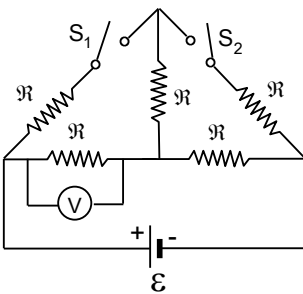
	Bölge	Büyüklüğü	İşareti
A)	1. Bölge	$4q$	+
B)	2. Bölge	$4q$	-
C)	1. Bölge	$12q$	+
D)	3. Bölge	12	-
E)	2. Bölge	$4q$	+



16. Bir dipol, birbirlerinden ℓ kadar uzunlukta $+q$ ve $-q$ gibi iki noktasal yükün oluşturduğu bir sistemdir ve $p=q\ell$ çarpımına da dipol momentini denir.

Böyle iki dipol şekilde gösterildiği gibi merkezleri birbirinden L kadar uzaklıkta bir doğru boyunca yerleştirilmiştir. İki dipol arasında etki eden kuvvet nedir?

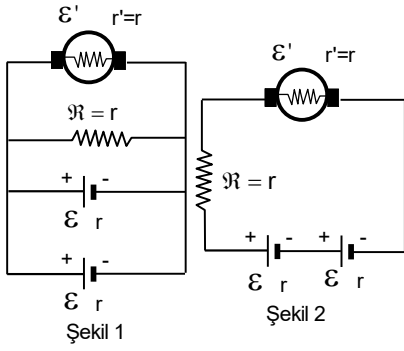
- A) $\frac{2p^2(3L^2 - \ell^2)}{4\pi\epsilon_0 L^2 (L^2 - \ell^2)^2}$ B) $\frac{2p^2(L^2 - \ell^2)}{4\pi\epsilon_0 L^2 (3L^2 - \ell^2)^2}$ C) $\frac{2p^2(2L^2 - \ell^2)}{4\pi\epsilon_0 L^2 (L^2 - \ell^2)^2}$
- D) $\frac{p^2(3L^2 - \ell^2)}{4\pi\epsilon_0 L^2 (L^2 - \ell^2)^2}$ E) $\frac{p^2(L^2 - \ell^2)}{4\pi\epsilon_0 L^2 (3L^2 - \ell^2)^2}$



17. Özdeş R dirençlerinden oluşan bir devrede S_1 anahtarı kapalı, S_2 anahtarı açık ise voltmetre U değerini göstermektedir.

S_1 anahtarı açık S_2 anahtarı kapalı ise voltmetre kaç U gösterir?

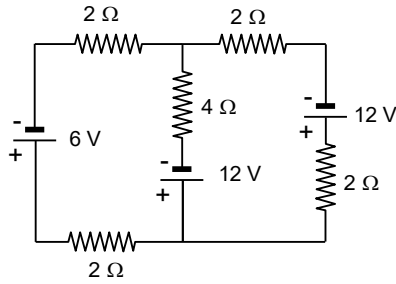
- A) $\frac{1}{2}$ B) 1 C) $\frac{3}{2}$ D) 2 E) $\frac{5}{2}$



18. E.m.k. ları \mathcal{E} ve iç dirençleri r olan iki üreteç ile $\mathcal{R}=r$ direnci ve zıt e.m.k. sı \mathcal{E}' ve iç direnci $r'=r$ olan bir elektrik motorundan oluşan iki devre veriliyor. Elektrik motorunun verimi Şekil 1 deki gibi bağlandığında η_1 , Şekil 2 deki gibi bağlandığında η_2 olup aralarındaki oran $\frac{\eta_1}{\eta_2} = \frac{9}{7}$ dur.

Buna göre $\frac{\mathcal{E}'}{\mathcal{E}}$ oranı nedir?

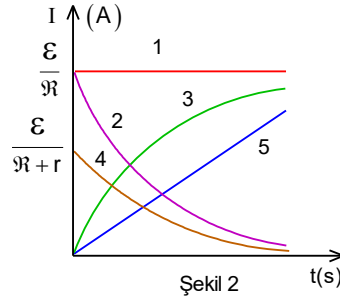
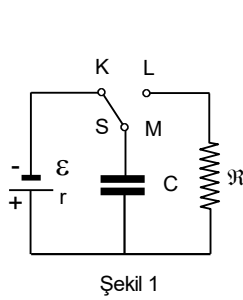
- A) 2 B) 3 C) 4 D) 5 E) 6



19. Şekilde verilen devrede sabit akımlı üreteçlerin e.m.k. ları sırasıyla 6 V, 12 V ve 12 V, rezistansların dirençleri sırasıyla 2 Ω, 2 Ω, 4 Ω, 2 Ω ve 2 Ω dur.

Buna göre 4 Ω luk dirençte açığa çıkan güç kaç Watt olur?

- A) 0 B) 1 C) 2 D) 3 E) 4



20. Kapasitesi C olan bir kondansatör e.m.k. sı \mathcal{E} ve iç direnci r olan bir üreteç S anahtarı sayesinde KM konumunda Şekil 1 deki gibi bağlıdır. Kondansatör şarj olduktan sonra S anahtarı LM konumuna getiriliyor. Bu işlemden sonra direnci \mathcal{R} olan rezistanstan akan akım Şekil 2 deki eğrilerden hangisi ile temsil edilebilir?

- A) 1 B) 2 C) 3 D) 4 E) 5

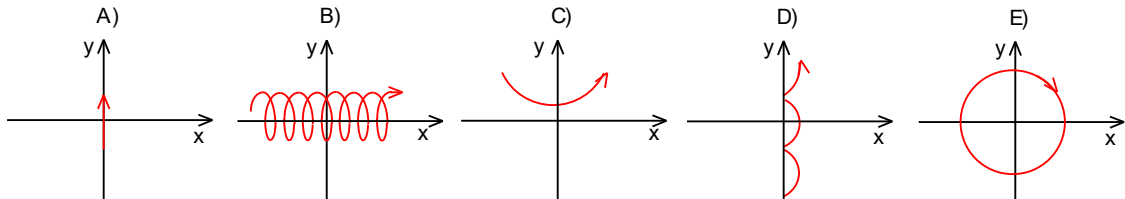
21. Her birinin e.m.k. sı 2 V ve iç direnci 1 Ω olan 16 adet üreticimiz var. Bu üreteçler sütun ve satır şeklinde bağlandıktan sonra 4 Ω luk direnç seri olarak bağlanıyor.

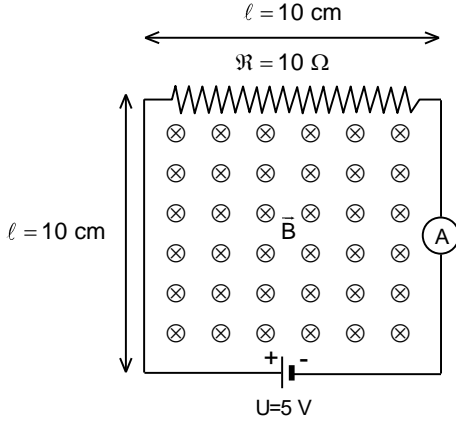
Bu dirençten geçen akımın maksimum olması için sütun ve satır sayıları ne olmalıdır?

- A) 2 satır, 8 sütun B) 8 satır, 2 sütun C) 16 satır, 1 sütun D) 1 satır, 16 sütun E) 4 satır, 4 sütun

22. Sıfırdan farklı, +z yönünde yönelmiş bir B manyetik alan ve sıfırdan farklı +y yönünde yönelmiş düzgün bir E elektrik alan bölgesinde, xy düzleminde pozitif yüklü bir parçacık hareket etmektedir.

Buna göre parçacığın olası yörünge şekli hangisidir?

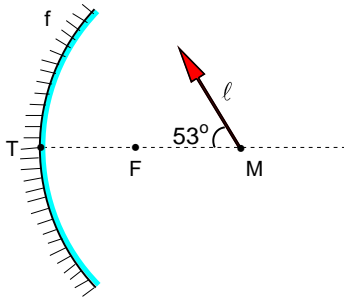




23. Şekildeki devre, sayfa düzleminin içine doğru yönlendirilmiş düzgün bir B manyetik alana konulmuştur.

Manyetik alanın büyüklüğü 150 T/s oranında azalırca ampermetrenin ölçtüğü değer kaç A dir?

- A) 0,15 B) 0,35 C) 0,5 D) 0,65 E) 0,8



24. Odak uzaklığı $f=12$ cm olan çukur bir aynanın merkezinde uzunluğu $l=15$ cm olan bir vektör optik eksenine ile 53° açı yapacak şekilde yerleştiriliyor.

Buna göre vektörün görüntüsünün uzunluğu kaç cm dir?

- A) 36 B) 48 C) 50 D) 60 E) 96

25. Efe kozmik bir yolculuk için Dünya'ya göre hızı $v = \frac{12c}{13}$ olan bir gemiye biner. Ayrılmadan önce, Dünya'da kalan ikiz kardeşi İlayda'ya, dış uzaya doğru 26 Dünya yılı yolculuk edeceğini ve sonra bir 26 Dünya yılı zamanda da geri döneceğini söyler. İlayda, kardeşi döndüğünde 52 yıl daha yaşlı olacağını düşünür. Efe her doğum gününde İlayda'ya bir telsiz mesajı göndereceğine söz verir.

Dünya üzerindeki bir saate göre bu mesajlar İlayda'ya kaç yılda ulaşır?

- A) 20 B) 24 C) 26 D) 28 E) 52

XXV. ULUSAL FİZİK OLİMPİYATI BİRİNCİ AŞAMA SINAVI-2017

1. D)

2. A)

3. D)

4. A)

5. B)

6. D)

7. C)

8. B)

9. B)

10. A)

11. B)

12. C)

13. B)

14. D)

15. E)

16. D)

17. C)

18. B)

19. B)

20. B)

21. A)

22. B)

23. B)

24. D)

25. A)

XXV. ULUSAL FİZİK OLİMPİYATI BİRİNCİ AŞAMA SINAVI-2017

1. Gemilerin sürekli bir doğru üzerinde bulunmaları için gereken şartı ikinci gemiyi referans alarak bulabiliriz. Bu gemiye göre birinci geminin hızı;

$$(v_K - v) + (v_L + v) = 4v + v = 5v$$

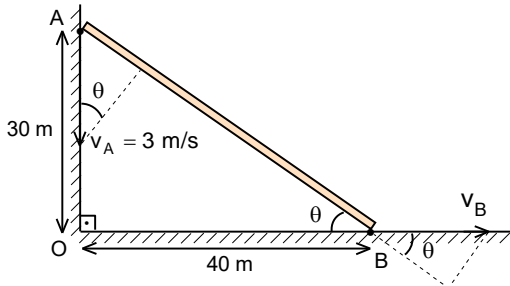
üçüncü geminin hızı;

$$(v_M + v) - (v_L + v) = v_M + 2v - v = v_M - v$$

olur. Gemilerin sürekli bir doğru üzerinde bulunmaları için gereken şartı;

$$\frac{5v}{d} = \frac{v_M - v}{2d}; v_M = 11v$$

olarak bulunur.



2. Çubuğun uzamama şartından;

$$v_A \sin\theta = v_B \cos\theta; v_B = v_A \tan\theta = 3 \cdot \frac{3}{4} = \frac{9}{4}$$

olarak bulunur.

3. Cismin ortalama vektörel hızı;

$$\vec{v}_{\text{ort}} = \frac{\vec{\ell}_1 + \vec{\ell}_2}{t_1 + t_2} = \frac{\vec{v}_1 t_1 + \vec{v}_2 t_2}{t_1 + t_2} = \frac{\vec{v}_1 \cdot \frac{\ell}{v_1} + \vec{v}_2 \cdot \frac{\ell}{v_2}}{\frac{\ell}{v_1} + \frac{\ell}{v_2}} = \frac{\vec{v}_1 + \vec{v}_2}{\frac{1}{v_1} + \frac{1}{v_2}}$$

olarak yazılabilir. Bu hızın x ve y bileşenleri;

$$v_{\text{ortx}} = x \frac{\frac{v_1 \cos \frac{\theta}{2}}{\frac{1}{v_1} + \frac{1}{v_2}} + \frac{v_2 \cos \frac{5\theta}{2}}{\frac{1}{v_1} + \frac{1}{v_2}}}{\frac{1}{v_1} + \frac{1}{v_2}} = x \frac{v_1 v_2}{v_1 + v_2} \left(\cos \frac{\theta}{2} + \cos \frac{5\theta}{2} \right) = x \frac{3v}{4} \left(\cos \frac{\theta}{2} + \cos \frac{5\theta}{2} \right) =$$

$$v_{\text{orty}} = -y \frac{\frac{v_1 \sin \frac{\theta}{2}}{\frac{1}{v_1} + \frac{1}{v_2}} + \frac{v_2 \sin \frac{5\theta}{2}}{\frac{1}{v_1} + \frac{1}{v_2}}}{\frac{1}{v_1} + \frac{1}{v_2}} = -y \frac{v_1 v_2}{v_1 + v_2} \left(\sin \frac{\theta}{2} + \sin \frac{5\theta}{2} \right) = -y \frac{3v}{4} \left(\sin \frac{\theta}{2} + \sin \frac{5\theta}{2} \right)$$

olur. Ortalama hızın mutlak değeri;

$$\begin{aligned} v_{\text{ort}} &= \sqrt{v_{\text{ortx}}^2 + v_{\text{orty}}^2} = \frac{3v}{4} \sqrt{\left(\sin \frac{\theta}{2} + \sin \frac{5\theta}{2} \right)^2 + \left(\cos \frac{\theta}{2} + \cos \frac{5\theta}{2} \right)^2} = \\ &= \frac{3v}{4} \sqrt{\sin^2 \frac{\theta}{2} + 2 \sin \frac{\theta}{2} \sin \frac{5\theta}{2} + \sin^2 \frac{5\theta}{2} + \cos^2 \frac{\theta}{2} + 2 \cos \frac{\theta}{2} \cos \frac{5\theta}{2} + \cos^2 \frac{5\theta}{2}} = \\ &= \frac{3v}{4} \sqrt{2 + 2 \left(\cos \frac{\theta}{2} \cos \frac{5\theta}{2} + \sin \frac{\theta}{2} \sin \frac{5\theta}{2} \right)} = \frac{3v}{4} \sqrt{2 + 2 \cos \left(\frac{5\theta}{2} - \frac{\theta}{2} \right)} = \frac{3v}{4} \sqrt{2 + 2 \cos 2\theta} = \\ &= \frac{3v}{4} \sqrt{2 + 4 \cos^2 \theta - 2} = \frac{3v \cos \theta}{2} \end{aligned}$$

olarak bulunur.

4. Parabol denklemleri;

$$v=at^2+bt+5; 15=a.3^2+3b+5; 15=a.5^2+5b+5$$

olarak yazılabilir. Maksimum hızı bulmak için parabolün özelliklerinden ya da türev olarak bulabiliriz.

$$0=2at+b; 0=2a.4+b$$

Buradan;

$$b=-8a; 10=25a-40a; a=-\frac{2}{3}; b=\frac{16}{3}$$

olarak bulunur. Aranan hız;

$$v=-\frac{2}{3}.4^2+\frac{16}{3}.4+5=\frac{47}{3}$$

olarak bulunur.

5. Cismin ivmesi;

$$a=g\sin\theta$$

cismin aldığı yollar;

$$x=|KLI|=|LMI|=\frac{h}{\sin\theta}$$

cismin eğik düzlem boyunca hareket süresi;

$$t_1=\sqrt{\frac{2x}{a}}=\sqrt{\frac{2h}{g\sin^2\theta}}=\frac{1}{\sin\theta}\sqrt{\frac{2h}{g}}$$

cismin kazandığı maksimum hız;

$$v=at_1=\sqrt{2gh}$$

cismin yatay düzlemde hareket süresi;

$$t_2=\frac{x}{v}=\frac{h}{\sqrt{2gh}\sin\theta}=\frac{1}{\sin\theta}\sqrt{\frac{h}{2g}}$$

toplam süre

$$t=t_1+t_2=\frac{1}{\sin\theta}\sqrt{\frac{2h}{g}}+\frac{1}{\sin\theta}\sqrt{\frac{h}{2g}}=\frac{3}{\sin\theta}\sqrt{\frac{h}{2g}}$$

olarak bulunur.

6. Birinci durumda cismin aldığı yol;

$$x_1 = H + 2H_{12} + 2H_{13} + 2H_{14} + \dots = H + 2\xi H + 2\xi^2 H + 2\xi^3 H + \dots = H + 2\xi H(1 + \xi + \xi^2 + \dots) = H + 2\xi H \frac{1}{1 - \xi} = \frac{(1 + \xi)H}{1 - \xi}$$

cismin hareket süreleri;

$$t_{11} = \sqrt{\frac{2H}{g}}; t_{12} = \sqrt{\xi} t_{11}; t_{13} = (\sqrt{\xi})^2 t_{11}; t_{14} = (\sqrt{\xi})^3 t_{11}; \dots$$

cismin toplam hareket süresi;

$$t_1 = t_{11} + 2t_{12} + 2t_{13} + 2t_{14} + \dots = t_{11} + 2\sqrt{\xi} t_{11} + 2(\sqrt{\xi})^2 t_{11} + 2(\sqrt{\xi})^3 t_{11} + \dots = t_{11} + 2\sqrt{\xi} t_{11} \left[1 + \sqrt{\xi} + (\sqrt{\xi})^2 + (\sqrt{\xi})^3 + \dots \right] = t_{11} + 2\sqrt{\xi} t_{11} \frac{1}{1 - \sqrt{\xi}} = \frac{1 + \sqrt{\xi}}{1 - \sqrt{\xi}} \sqrt{\frac{2H}{g}}$$

olarak bulunur. İkinci durumda cismin sektiği hızlar;

$$v_1 = \sqrt{2gH_1}; v_2 = \sqrt{2gH_2} = \alpha v_1 = \alpha \sqrt{2gH_1}; H_{22} = \alpha^2 H_1; H_{21} = \alpha^2 H_1$$

çıktığı yükseklikler;

$$H_{22} = \alpha^2 H_1; H_{23} = \alpha^2 H_{22} = \alpha^4 H_1; H_{24} = \alpha^2 H_{23} = \alpha^6 H_1 \dots$$

cismin aldığı yol;

$$x_2 = H + 2H_{22} + 2H_{23} + 2H_{24} + \dots = H + 2\alpha^2 H_1 + 2\alpha^4 H_1 + 2\alpha^6 H_1 + \dots = H + 2\alpha^2 H_1(1 + \alpha^2 + \alpha^4 + \dots) = H + 2\alpha^2 H_1 \frac{1}{1 - \alpha^2} = \frac{(1 + \alpha^2)H_1}{1 - \alpha^2}$$

cismin hareket süreleri

$$t_{21} = \sqrt{\frac{2H_1}{g}}; t_{22} = \alpha t_{21}; t_{23} = \alpha^2 t_{21}; t_{24} = \alpha^3 t_{21}; \dots$$

cismin toplam hareket süresi;

$$t_2 = t_{21} + 2t_{22} + 2t_{23} + 2t_{24} + \dots = t_{21} + 2\alpha t_{21} + 2\alpha^2 t_{21} + 2\alpha^3 t_{21} + \dots = t_{21} + 2\alpha t_{21} (1 + \alpha + \alpha^2 + \alpha^3 + \dots) = t_{21} + 2\alpha t_{21} \frac{1}{1 - \alpha} = \frac{1 + \alpha}{1 - \alpha} \sqrt{\frac{2H_1}{g}}$$

olarak bulunur.

7. Menzil birinci durumda;

$$x_1 = v_1 t_1 = \sqrt{2g \cdot 12h} \cdot \sqrt{\frac{2h}{g}} = 4\sqrt{3} h$$

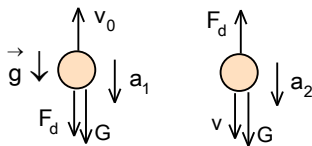
ikinci durumda;

$$x_2 = v_2 t_2 = \sqrt{2g \cdot 4h} \cdot \sqrt{\frac{2 \cdot 9h}{g}} = 12h$$

aranan oran;

$$\frac{x_1}{x_2} = \frac{\sqrt{3}}{3}$$

olarak bulunur.



8. Cisim yukarıya doğru hareket ederken;

$$F_d + mg = ma_1$$

cisim aşağıya doğru hareket ederken;

$$mg - F_d = ma_2$$

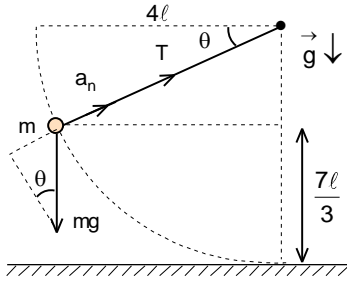
olur. İvmeler için;

$$a_1 = \frac{v_0^2}{2H}; a_2 = \frac{v^2}{2H}$$

yazabiliriz. Dinamik denklemleri toplarsak;

$$2mg = \frac{m(v_0^2 + v^2)}{2H}; H = \frac{v_0^2 + v^2}{4g} = \frac{30^2 + 10^2}{4 \cdot 10} = 25 \text{ m}$$

olarak bulunur.



9. Sarkacın kazandığı hız enerji korunumu yasasından;

$$\frac{mv^2}{2} = mg \left(4\ell - \frac{7\ell}{3} \right) = \frac{5mg\ell}{3}; v^2 = \frac{10g\ell}{3}$$

dinamik yasalardan;

$$T - mg \sin \theta = \frac{mv^2}{4\ell}; \sin \theta = \frac{4\ell - \frac{7\ell}{3}}{4\ell} = \frac{5}{12}$$

yazabiliriz. Buradan;

$$T = mg \cdot \frac{5}{12} + \frac{10mg\ell}{3 \cdot 4\ell} = \frac{5mg}{4}$$

olarak bulunur.

10. Çarpışma gerçekleşene kadar m kütleli kürenin kazandığı hız;

$$v = \sqrt{2g\ell}$$

olarak bulunur. Çarpışmada momentum korunumu yasası ve enerji korunumu yasası geçerlidir.

$$mv = -mv_1 + 2mv_2; \frac{mv^2}{2} = \frac{mv_1^2}{2} + \frac{2mv_2^2}{2}$$

Buradan;

$$v = 2v_2 - v_1; v^2 = v_1^2 + 2v_2^2 = 4v_2^2 - 4v_1v_2 + v_1^2; v_2 = 2v_1$$

$$v = 4v_1 - v_1 = 3v_1; v_1 = \frac{v}{3}; v_2 = \frac{2v}{3}$$

$$v_1^2 = 2g\ell(1 - \cos \theta_1); \frac{2g\ell}{9} = 2g\ell(1 - \cos \theta_1); \cos \theta_1 = \frac{8}{9}$$

$$v_2^2 = 2g\ell(1 - \cos \theta_2); \frac{4g\ell}{9} = 2g\ell(1 - \cos \theta_2); \cos \theta_2 = \frac{5}{9}$$

$$\frac{\cos \theta_2}{\cos \theta_1} = \frac{5}{8}$$

olarak bulunur.

11. İki parçacığın kinetik enerjileri eşit olma şartından α katsayısı için;

$$\frac{m_1 v_1^2}{2} = \frac{m_2 \alpha^2 v_2^2}{2}; \alpha = \frac{v_1}{v_2} \sqrt{\frac{m_1}{m_2}}$$

yazabiliriz. Çarpışmada momentum korunumu yasası ve enerji korunumu yasası geçerlidir.

$$m_1 v_1 \pm m_2 \alpha v_2 = m_2 u_2; \frac{m_1 v_1^2}{2} + \frac{m_2 \alpha^2 v_2^2}{2} = \frac{m_2 u_2^2}{2}$$

Buradan;

$$m_1 v_1 \pm m_2 v_2 \cdot \frac{v_1}{v_2} \sqrt{\frac{m_1}{m_2}} = m_1 v_1 \pm v_1 \sqrt{m_1 m_2} = v_1 (m_1 \pm \sqrt{m_1 m_2}) = m_2 u_2$$

$$\frac{2m_1 v_1^2}{2} = \frac{m_2 u_2^2}{2}; u_2 = v_1 \sqrt{\frac{2m_1}{m_2}}$$

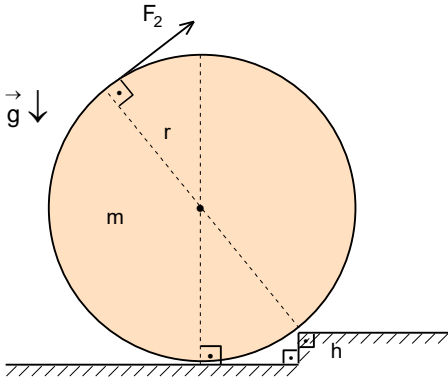
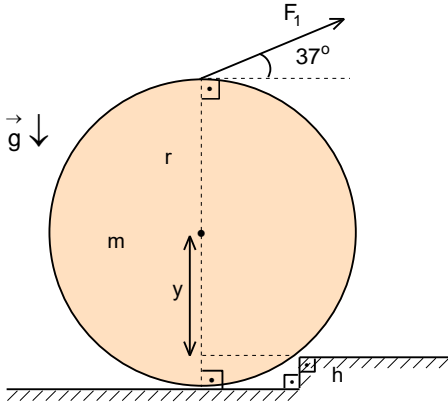
$$v_1 (m_1 \pm \sqrt{m_1 m_2}) = v_1 \sqrt{2m_1 m_2}$$

$$m_1 = \sqrt{2m_1 m_2} \mp \sqrt{m_1 m_2} = (\sqrt{2} \mp 1) \sqrt{m_1 m_2}; \sqrt{\frac{m_1}{m_2}} = \sqrt{2} \mp 1$$

$$m_1 = (\sqrt{2} \mp 1)^2 m_2 = (3 \mp \sqrt{2}) m_2$$

$$\alpha = 1 \text{ için } \frac{v_1}{v_2} \sqrt{\frac{m_1}{m_2}} = \frac{1}{\sqrt{2} \mp 1} = \sqrt{2} \pm 1$$

olarak bulunur.



12. Kuvvet bileşenleri;

$$F_{1x} = F_1 \cos 37^\circ = 0,8F_1; F_{1y} = F_1 \sin 37^\circ = 0,6F_1$$

şeklin geometrisinden;

$$y = r - h = r - \frac{r}{5} = \frac{4r}{5}; x = \sqrt{r^2 - y^2} = \sqrt{r^2 - \left(\frac{4r}{5}\right)^2} = \frac{3r}{5}$$

denge koşulundan birinci durumda minimum kuvvet;

$$mg \cdot x = F_{1x} \cdot (r + y) + F_{1y} \cdot x$$

$$mg \cdot \frac{3r}{5} = 0,8F_1 \left(r + \frac{4r}{5} \right) + 0,6F_1 \cdot \frac{3r}{5} = \frac{9F_1 r}{5}; F_1 = 3mg$$

olarak bulunur. Kuvvetin en küçük değeri kol en uzun olduğu durumda gerçekleşir. Bu kolun uzunluğu 2r dir. İkinci durumda en küçük kuvvet;

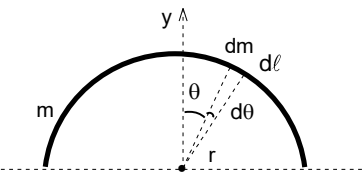
$$mg \cdot x = F_2 \cdot 2r$$

$$mg \cdot \frac{3r}{5} = F_2 \cdot 2r; F_2 = \frac{3mgr}{10}$$

aranan oran;

$$\frac{F_1}{F_2} = 10$$

olarak bulunur.



13. Yarı çemberin kütlesi m olsun. Çaptan geçen doğruya göre kütle merkezinin koordinatını bulmak için uzunluğu;

$$d\ell = r d\theta$$

ve kütlesi;

$$dm = \mu d\ell = \frac{m d\theta}{\pi}$$

olan küçük bir parça alalım. Bu parçanın x eksenine kadar olan uzaklık;

$$y = r \cos \theta$$

yarı çemberin kütle merkezinin çapa olan uzaklığı;

$$y_{kmy\check{c}} = \frac{\int y dm}{\int dm} = \frac{\int_{-\pi/2}^{\pi/2} \frac{m}{\pi} r \cos \theta d\theta}{m} = \frac{r}{\pi} \cos \theta \Big|_{-\pi/2}^{\pi/2} = \frac{2r}{\pi}$$

olarak bulunur. Burada r=3 br ise y_{km}=2 br olur. Aranan fark;

$$y_{km} = \frac{2 \cdot 2 \cdot 1 + \pi \cdot 3 \cdot (y_{kmy\check{c}} + 1)}{2 \cdot 2 + \pi \cdot 3} = \frac{2 \cdot 2 \cdot 1 + 3 \cdot 3 \cdot (2 + 1)}{2 \cdot 2 + 3 \cdot 3} = \frac{31}{13}$$

$$x_{km} - y_{km} = 5 - \frac{31}{13} = \frac{34}{13}$$

olarak bulunur.

14. Her cisim için;

$$J_1 \alpha_1 = -m_1 g \sin \theta_1 \cdot \ell - k(x_1 - x_2) \ell; J_1 = m_1 \ell^2; x_1 = \ell \theta_1; x_2 = \ell \theta_2$$

$$J_2 \alpha_2 = -m_2 g \sin \theta_2 \cdot \ell + k(x_1 - x_2) \ell; J_2 = m_2 \ell^2$$

yazabiliriz. Buradan;

$$m_1 \ell^2 \frac{d^2 \theta_1}{dt^2} = -m_1 g \ell \theta_1 - k(\theta_1 - \theta_2) \ell^2; m_1 \ell^2 \ddot{\theta}_1 + (m_1 g \ell + k \ell^2) \theta_1 - k \ell^2 \theta_2 = 0$$

$$m_2 \ell^2 \frac{d^2 \theta_2}{dt^2} = -m_2 g \ell \theta_2 + k(\theta_1 - \theta_2) \ell^2; m_2 \ell^2 \ddot{\theta}_2 - k \ell^2 \theta_1 + (m_2 g \ell + k \ell^2) \theta_2 = 0$$

elde edilir. Bu denklemlerin çözümlerini;

$$\theta_1 = \theta_{01} e^{i\omega t}; \ddot{\theta}_1 = -\omega^2 \theta_{01} e^{i\omega t}$$

$$\theta_2 = \theta_{02} e^{i\omega t}; \ddot{\theta}_2 = -\omega^2 \theta_{02} e^{i\omega t}$$

şeklinde arayabiliriz. Buradan;

$$(-m_1 \ell^2 \omega^2 + m_1 g \ell + k \ell^2) \theta_{01} - k \ell^2 \theta_{02} = 0$$

$$-k \ell^2 \theta_{01} + (-m_2 \ell^2 \omega^2 + m_2 g \ell + k \ell^2) \theta_{02} = 0$$

olarak yazabiliriz. Bu sistemin çözümü ya $\theta_{01} = \theta_{02} = 0$ veya katsayılarından oluşan determinant sıfır olmalıdır. Buradan titreşim açıl frekansları;

$$(-m_1 \ell^2 \omega^2 + m_1 g \ell + k \ell^2)(-m_2 \ell^2 \omega^2 + m_2 g \ell + k \ell^2) - (k \ell^2)^2 = 0$$

denklemin kökleri gibi bulunur. Buradan sistemin titreşimin açıl frekansları;

$$\omega^4 - \left[\frac{2g}{\ell} + \frac{k(m_1 + m_2)}{m_1 m_2} \right] \omega^2 + \left[\frac{g}{\ell} + \frac{k(m_1 + m_2)}{m_1 m_2} \right] \frac{g}{\ell} = 0$$

$$\omega^2 = \frac{\frac{2g}{\ell} + \frac{k(m_1 + m_2)}{m_1 m_2} \pm \sqrt{\left[\frac{2g}{\ell} + \frac{k(m_1 + m_2)}{m_1 m_2} \right]^2 - 4 \left[\frac{g}{\ell} + \frac{k(m_1 + m_2)}{m_1 m_2} \right] \frac{g}{\ell}}}{2} =$$

$$= \frac{\frac{2g}{\ell} + \frac{k(m_1 + m_2)}{m_1 m_2} \pm \sqrt{\frac{k(m_1 + m_2)}{m_1 m_2} \left(\frac{k(m_1 + m_2)}{m_1 m_2} + \frac{4g}{\ell} \right)}}{2}$$

olarak bulunur. Genel çözüm bu durumda;

$$\theta = \theta_{01} e^{i\omega_1 t} \pm \theta_{02} e^{i\omega_2 t} = \theta_{01} \cos \omega_1 t \pm \theta_{02} \cos \omega_2 t$$

şeklinde yazılabilir. Verilen çözüm en genel bir çözümdür. Titreşimin maksimum açıl frekansı birbirine dik yöndeki titreşimin süperpozisyonu olarak bulunabilir. Yay sabiti k olan bir yayın ucunda bulunan m_1 ve m_2 kütleli iki cismin hareketini kütle merkezine göre incelersek;

$$\mathcal{E} = \mathcal{E}_k + \mathcal{E}_p = \frac{m_1 v_1^2}{2} + \frac{m_2 v_2^2}{2} + \frac{kx^2}{2}; x = x_1 + x_2$$

yazabiliriz. Momentumun korunumu yasasından;

$$m_1 v_1 = m_2 v_2$$

$$m_1 x_1 = m_2 x_2$$

yazılabilir. Buradan;

$$\mathcal{E} = \mathcal{E}_k + \mathcal{E}_p = \frac{m_1 v_1^2}{2} + \frac{m_1^2 v_1^2}{2m_2} + \frac{k \left(x_1 + \frac{m_1 x_1}{m_2} \right)^2}{2} = \frac{m_1 (m_1 + m_2) v_1^2}{2} + \frac{k (m_1 + m_2)^2 x_1^2}{2m_2^2}$$

olarak yazılabilir. Titreşimin açıl frekansı;

$$\omega_k = \sqrt{\frac{k(m_1 + m_2)}{m_1 m_2}}$$

olarak bulunur. Aynı sonuca dinamik yöntemi ile varabiliriz. Cisimlerden birisinin hareketi için;

$$m_2 a_2 = -kx; x = x_1 + x_2$$

kütle merkezinin korunumu yasasından;

$$m_1 x_1 = m_2 x_2$$

yazılabilir. Buradan;

$$m_2 a_2 = -\frac{k(m_1+m_2)x_2}{m_1}; \ddot{x}_2 + \frac{k(m_1+m_2)x_2}{m_1 m_2} = 0$$

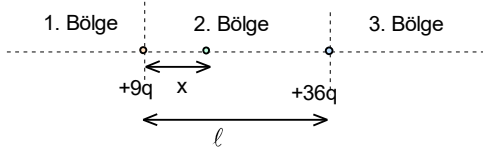
yazabiliriz. Yani aynı sonuç çıkar. Ayrıca basit sarkacın açısal frekansı;

$$\omega_g = \sqrt{\frac{g}{\ell}}$$

ile verilir. İki titreşimin süperpozisyon sonucu titreşim frekansı;

$$\omega = \sqrt{\omega_k^2 + \omega_g^2} = \sqrt{\frac{g}{\ell} + \frac{k(m_1+m_2)}{m_1 m_2}} = \sqrt{\frac{g}{\ell} + \frac{k}{m_1} + \frac{k}{m_2}}$$

olarak bulunur.



15. Sistemin dengede kalabilmesi için üçüncü yük 2. bölgede olmalıdır. İki yük arasındaki uzaklık ℓ olsun. Bu üçüncü yük sol yükten x uzaklıkta olsun. Bu uzaklık;

$$\frac{9q q_3}{4\pi\epsilon_0 x^2} = \frac{36q_3 q}{4\pi\epsilon_0 (\ell - x)^2}; \frac{1}{x} = \frac{2}{\ell - x}; x = \frac{\ell}{3}$$

ve üçüncü yükün büyüklüğü;

$$\frac{9q q_3}{4\pi\epsilon_0 x^2} = \frac{9q \cdot 36q}{4\pi\epsilon_0 \ell^2}; \frac{q_3}{\left(\frac{\ell}{3}\right)^2} = \frac{36q}{\ell^2}; q_3 = 4q$$

olarak bulunur.

16. Sol dipolün pozitif yükünden sağ dipole etki eden kuvvet;

$$F_+ = \frac{q^2}{4\pi\epsilon_0 \left[\left(L - \frac{\ell}{2} \right) - \frac{\ell}{2} \right]^2} - \frac{q^2}{4\pi\epsilon_0 \left[\left(L - \frac{\ell}{2} \right) + \frac{\ell}{2} \right]^2} = \frac{q^2}{4\pi\epsilon_0 (L - \ell)^2} - \frac{q^2}{4\pi\epsilon_0 L^2} =$$

$$= \frac{q^2 (L^2 - L^2 + 2L\ell - \ell^2)}{4\pi\epsilon_0 L^2 (L - \ell)^2} = \frac{q^2 (2L\ell - \ell^2)}{4\pi\epsilon_0 L^2 (L - \ell)^2}$$

Sol dipolün negatif yükünden sağ dipole etki eden kuvvet;

$$F_- = \frac{q^2}{4\pi\epsilon_0 \left[\left(L + \frac{\ell}{2} \right) - \frac{\ell}{2} \right]^2} - \frac{q^2}{4\pi\epsilon_0 \left[\left(L + \frac{\ell}{2} \right) + \frac{\ell}{2} \right]^2} = \frac{q^2}{4\pi\epsilon_0 L^2} - \frac{q^2}{4\pi\epsilon_0 (L + \ell)^2} =$$

$$= \frac{q^2 (L^2 + 2L\ell + \ell^2 L^2)}{4\pi\epsilon_0 L^2 (L + \ell)^2} = \frac{q^2 (2L\ell + \ell^2)}{4\pi\epsilon_0 L^2 (L + \ell)^2}$$

sağ dipole etki eden kuvvet;

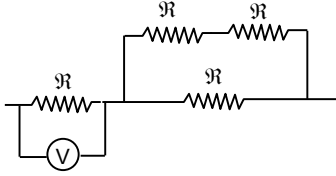
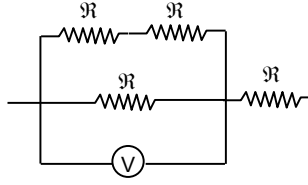
$$F = F_+ - F_- = \frac{q^2 (2L\ell - \ell^2)}{4\pi\epsilon_0 L^2 (L - \ell)^2} - \frac{q^2 (2L\ell + \ell^2)}{4\pi\epsilon_0 L^2 (L + \ell)^2} = \frac{q^2 \left[(L + \ell)^2 (2L\ell - \ell^2) - (2L\ell + \ell^2) (L - \ell)^2 \right]}{4\pi\epsilon_0 L^2 (L - \ell)^2 (L + \ell)^2} =$$

$$= \frac{q^2 \left[(L + \ell)^2 (2L\ell - \ell^2) - (2L\ell + \ell^2) (L - \ell)^2 \right]}{4\pi\epsilon_0 L^2 (L^2 - \ell^2)^2} =$$

$$= \frac{q^2 \left[(2L^3\ell + 4L^2\ell^2 + 2L\ell^3 - L^2\ell^2 - 2L\ell^3 - \ell^4) - (2L^3\ell - 4L^2\ell^2 + 2L\ell^3 + L^2\ell^2 - 2L\ell^3 + \ell^4) \right]}{4\pi\epsilon_0 L^2 (L^2 - \ell^2)^2} =$$

$$= \frac{2q^2\ell^2 (3L^3 - \ell^2)}{4\pi\epsilon_0 L^2 (L^2 - \ell^2)^2} = \frac{p^2 (3L^2 - \ell^2)}{4\pi\epsilon_0 L^2 (L^2 - \ell^2)^2}$$

olarak bulunur.



17. Birinci ve ikinci durumda direnç için;

$$R' = R + R = 2R$$

$$\frac{1}{R''} = \frac{1}{R'} + \frac{1}{R} = \frac{3}{2R}; R'' = \frac{2R}{3}; R_{es} = R'' + R = \frac{5R}{3}$$

bulunur. Akan akım

$$I = \frac{\mathcal{E}}{R_{es}} = \frac{3\mathcal{E}}{5R}$$

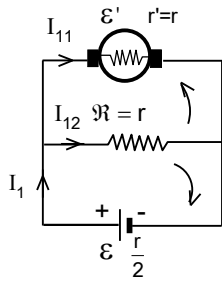
birinci durumdaki voltmetrenin gösterdiği değer

$$U = IR'' = \frac{2\mathcal{E}}{5}$$

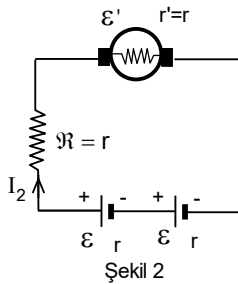
ikinci durumdaki voltmetrenin gösterdiği değer

$$U_2 = IR = \frac{3\mathcal{E}}{5} = \frac{3U}{2}$$

olarak bulunur.



Şekil 1



Şekil 2

18. Birinci durumda devreden akan toplam akım I_1 olsun. Eşdeğer e.m.k. \mathcal{E} ve bu eşdeğer

e.m.k. nın direnci $\frac{r}{2}$ olur. Sadece elektrik motorundan geçen akımı bulmak için Kirchoff'un

ikinci kuralını uygulayalım.

$$I_1 = I_{11} + I_{12}$$

$$\mathcal{E} = I_1 \cdot \frac{r}{2} + I_{12} r; \mathcal{E}' = -I_{11} r + I_{12} r$$

Bu denklemlerden;

$$I_{11} = \frac{2\mathcal{E} - 3\mathcal{E}'}{4r}$$

olarak bulunur. İkinci durumda verim

$$\eta_1 = \frac{\mathcal{E}'}{\mathcal{E}' + I_{12} r} = \frac{4\mathcal{E}'}{2\mathcal{E} + \mathcal{E}'}$$

olarak bulunur. İkinci durumda akan akım;

$$I_2 = \frac{2\mathcal{E} - \mathcal{E}'}{R + r + r + r'} = \frac{2\mathcal{E} - \mathcal{E}'}{4r}$$

verim;

$$\eta_2 = \frac{r}{2} \frac{\mathcal{E}'}{\mathcal{E}' + I_2 r} = \frac{r}{2} \frac{4\mathcal{E}'}{2\mathcal{E} + 3\mathcal{E}'}$$

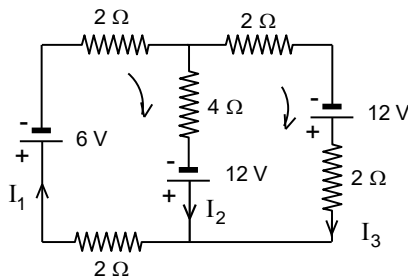
Verimlerin arasındaki oran

$$\frac{\eta_1}{\eta_2} = \frac{9}{7} = \frac{2\mathcal{E} + 3\mathcal{E}'}{2\mathcal{E} + \mathcal{E}'}$$

olur. Buradan

$$\frac{\mathcal{E}'}{\mathcal{E}} = \frac{1}{3}$$

olarak bulunur.



19. Birinci Kirchoff yasasından;

$$I_1 = I_2 + I_3$$

ikinci Kirchoff yasasından

$$12 - 6 = 2I_1 + 2I_1 + 4I_2$$

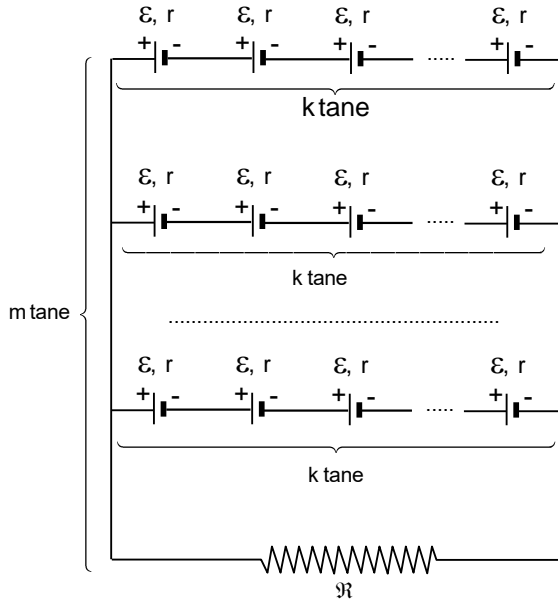
$$12 - 12 = 2I_3 + 2I_3 - 4I_2$$

yazabiliriz. Buradan

$$I_2 = I_3; 6 = 4I_1 + 4I_2 = 4.2I_2 + 4I_2 = 12I_2; I_2 = 0,5 \text{ A}$$

$$P = I_2^2 R_4 = 0,5^2 \cdot 4 = 1 \text{ W}$$

olarak bulunur.



21. Verilen üreteçlerin k tanesi kadar aralarında seri olarak bağlanılabilir. Böyle m tane birbirine paralel grup oluşabilir. Bura-daki şart;

$$n = k \cdot m$$

olarak yazılabilir. Seri bağlı olan üreteçlerin direnci;

$$r_k = kr$$

m tane paralel grubun direnci ise;

$$r_{mk} = \frac{r_k}{m} = \frac{kr}{m}$$

olur. Bu durumda akan akım için;

$$I = \frac{k\epsilon}{R + r_{mk}} = \frac{k\epsilon}{R + \frac{kr}{m}} = \frac{k\epsilon}{R + \frac{k^2r}{n}}$$

yazabiliriz. Bu ifadenin k 'ya göre türev alıp sıfıra eşitlersek;

$$k = \sqrt{\frac{nR}{r}} = \sqrt{\frac{16 \cdot 4}{1}} = 8; m = \sqrt{\frac{nr}{R}} = \sqrt{\frac{16 \cdot 1}{4}} = 2$$

olarak bulunur.

22. B)

23. Oluşan indükte edilmiş e.m.k.;

$$\epsilon_{in} = - \frac{\Delta\Phi}{\Delta t} = -S \frac{\Delta B}{\Delta t} = -\ell^2 \frac{\Delta B}{\Delta t} = -0,1^2 \cdot 150 = -1,5 \text{ V}$$

akan akım

$$I = \frac{\epsilon - |\epsilon_{in}|}{R} = \frac{5 - 1,5}{10} = 0,35 \text{ A}$$

olarak bulunur.

24. Vektörün ucu aynadan;

$$a_1 = 2f - \ell \cos 53^\circ = 2 \cdot 12 - 15 \cdot 0,6 = 15 \text{ cm}$$

uzaklıkta ve optik eksenden;

$$h_1 = \ell \sin 53^\circ = 15 \cdot 0,8 = 12 \text{ cm}$$

yüksekliktedir. Bu vektörün ucunun görüntüsü aynadan;

$$\frac{1}{a_1} + \frac{1}{b_1} = \frac{1}{f} \Rightarrow \frac{1}{15} + \frac{1}{b_1} = \frac{1}{12} \Rightarrow b_1 = 60 \text{ cm}$$

uzaklıktadır. Bu görüntünün yüksekliği;

$$k_1 = \frac{b_1}{a_1} = \frac{h_{g1}}{h_1} \Rightarrow \frac{60}{15} = \frac{h_{g1}}{12} \Rightarrow h_{g1} = 48 \text{ cm}$$

olur. Vektörün başlangıç noktası ise aynadan;

$$a_2 = 2f = 2 \cdot 12 = 24 \text{ cm}$$

uzaklıktadır. Vektörün başlangıç noktasının aynaya olan uzaklık;

$$\frac{1}{a_2} + \frac{1}{b_2} = \frac{1}{f} \Rightarrow \frac{1}{24} + \frac{1}{b_2} = \frac{1}{12} \Rightarrow b_2 = 24 \text{ cm}$$

olur. Görüntünün optik eksen boyunca uzunluğu;

$$x = b_1 - b_2 = 60 - 24 = 36 \text{ cm}$$

görüntünün optik eksene dik olan uzunluk;

$$y = h_{g1} = 48 \text{ cm}$$

görüntünün uzunluğu;

$$\ell_g = \sqrt{x^2 + y^2} = \sqrt{36^2 + 48^2} = 60 \text{ cm}$$

olarak bulunur.

25. Hareketsiz gözlemciye göre toplam geçen süre;

$$\tau = 26 + 26 + 52 \text{ yıl}$$

olur. Hareketli gözlemciye göre geçen süre

$$\tau = \frac{\tau_0}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}} = \frac{\tau_0}{\sqrt{1 - \beta^2}}; 26 + 26 + 52 = \frac{\tau_0}{\sqrt{1 - \left(\frac{12}{13}\right)^2}} = \frac{26\tau_0}{5}; \tau_0 = 20 \text{ yıl}$$

olarak bulunur.