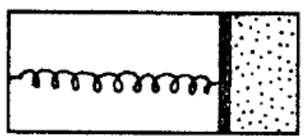
1999
национален кръг на олимпиадата по физика

Задачи

Задача 1. Обемът на хоризонтален цилиндър е разделен на две части от подвижно тънко бутало (фиг. 1). Лявата част е вакуумирана, а дясната е запълнена от един mol едноатомен идеален газ. Буталото е съединено с лявата основа на цилиндъра чрез спирална пружина с дължина в недеформирано състояние, равна на височината на цилиндъра. С помощта на вграден нагревател с пренебрежим обем газът се нагрява бавно и увеличава обема си с 50%.



Фиг. 1

а) Да се намери отношението на извършената от газа работа и получената от него топлина при разширението му.

б) Да се намери връзката между налягането и обема на газа за описания термодинамичен процес.

в) Да се намери топлинният капацитет на газа за този термодинамичен процес.

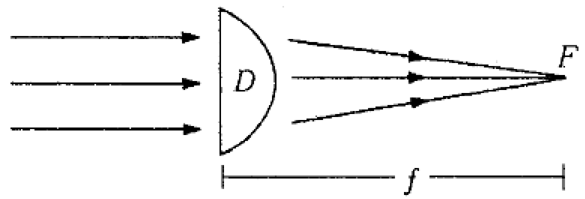
Триенето на буталото в цилиндъра, както и топлинните капацитети на буталото и цилиндъра се пренебрегват.

Задача 2. В електроннолъчева тръба електроните се ускоряват с помощта на потенциал $U_a = 2\,\mathrm{kV}$. Отклоняващата система представлява плосък кондензатор с дължина на пластините $L = 20\,\mathrm{mm}$ и разстояние между тях $d = 5\,\mathrm{mm}$, който е разположен така, че разстоянието от средата на пластините до флуорисциращия екран е $D = 25\,\mathrm{cm}$.

а) Пресметнете чувствителността Y на тръбата към електростатично отклонение, което се определя като отклонение на електронен лъч от праволинейното му движение при напрежение $U = 1\,\mathrm{V}$ на отклоняващия кондензатор.

б) Ако на отклоняващите пластини се подаде променливо напрежение, при каква негова честота чувствителността към отклонение ще бъде равна на нула?

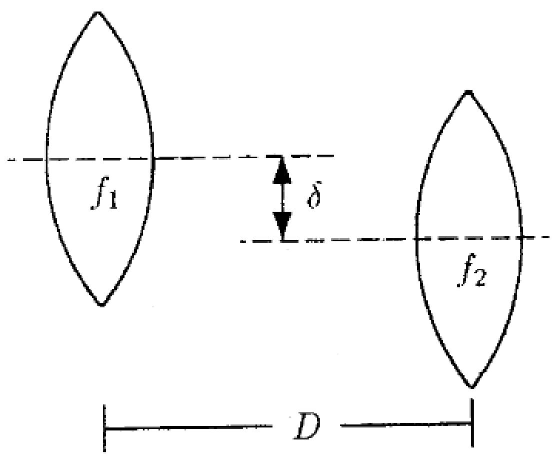
Задача 3. а) Успореден сноп лъчи пада върху леща, направена от материал с коефициент на пречупване n и диаметър D, като се фокусира в точката F на разстояние f от нейната плоска страна (фиг. 2).



Фиг.2

Определете формата на кривата от изпъкналата страна на лещата, като получите връзка между вертикалната и хоризонталната координати на произволна точка от нея.

б) Главните оптични оси на две тънки лещи с фокусни разстояния съответно f_1 и f_2 са успоредни и разстоянието между тях е δ. Разстоянието между лещите е D, като $D < f_1, f_2$ (фиг. 3). Определете координатите на фокуса на тази оптична система.



Фиг.3

Задача 4. В атомна електроцентрала електрическата мощност на един блок е $P = 440\,\mathrm{MW}$, като денонощният разход на ядрено гориво уран-235 е $m = 1,32\,\mathrm{kg}$. При делене на едно ядро $^{235}_{92}\mathrm{U}$ се отделя енергия $\Delta E \approx 200\,\mathrm{MeV}$.

а) Определете КПД на този блок.

б) Какво количество каменни въглища трябва да се изгорят за денонощие, за да се получи същата топлинна енергия, както при делене на уран-235? Специфичната топлина на изгаряне на въглищата е $q = 3,0.10^7\,\mathrm{J/kg}$.

Фундаментални константи

Заряд на електрона	$q = 1,6.10^{-19}\,\mathrm{C}$
Маса на електрона	$m = 9,1.10^{-31}\,\mathrm{kg}$
Число на Авогадро	$N_\mathrm{A} = 6,02.10^{23}\,\mathrm{mol}^{-1}$

Задача 1. а) Нека p_1 е началното налягане, $V_1 = xS$ — началният обем на газа, а със S е означена площта на буталото. Тогава $p_1 S = kx$, където k е коефициентът на еластичност на пружината. В крайното състояние налягането p_2 се определя от равенството $p_2 S = \frac{3}{2}kx$.

От уравнението на състояние на газа следва изразът:

$$T_2 = \frac{3p_2}{2p_1}T_1 = \frac{9}{4}T_1,$$

където T_1 и T_2 са началната и крайната температура на газа.

От първия принцип на термодинамиката $\Delta U = Q + A$, където изменението на вътрешната енергия на газа е

$$\Delta U = \frac{3}{2}R(T_2 - T_1) = \frac{15}{8}RT_1,$$

Q е полученото от газа количество топлина, а A — извършената от външните сили работа. Тъй като еластичната сила е консервативна,

$$A = -\Delta E_p = -\left\{\frac{1}{2}k\left(\frac{3}{2}x\right)^2 - \frac{1}{2}kx^2\right\}$$
$$= -\frac{5}{8}kx^2 = -\frac{5}{8}RT_1,$$

където E_p е потенциалната енергия на деформираната пружина и са използвани уравнението на състояние и изразите за p_1 и V_1. Тогава

$$Q = \Delta U - A = \frac{5}{2}RT_1.$$

Извършената от газа работа при разширението на газа е $A' = -A$ и следователно

$$\frac{A'}{Q} = \frac{1}{4}.$$

б) За произволно междинно състояние на газа с обем $V = zS$ и налягане $p = kz/S$ се получава

$$p = \alpha V\ .$$

Тук

$$\alpha = \frac{k}{S^2} = \text{const}.$$

в) При предаване на газа на количество топлина δQ температурата му ще се изменя с ΔT, а обемът — с ΔV. Тогава

$$\delta Q = \Delta U + p\Delta V.$$

Тъй като $\delta Q = C\Delta T$, $\Delta U = \frac{3}{2}R\Delta T$, получаваме

$$C = \frac{3}{2}R + p\frac{\Delta V}{\Delta T}.$$

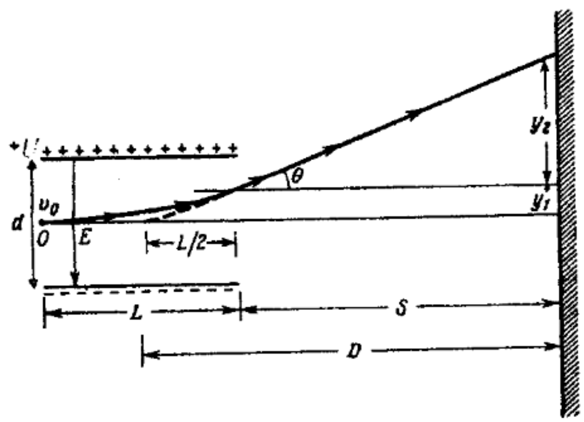
От уравнението на процеса $p = \alpha V$ и уравнението на състояние $pV = RT$ следва $V^2 = (R/\alpha)T$. Тогава

$$p\frac{\Delta V}{\Delta T} = \frac{R}{2}$$

и за топлинния капацитет се получава окончателно

$$C = 2R.$$

Задача 2. а) Електрон навлиза в отклоняваща система на електроннолъчевата тръба със скорост v_0, успоредна на пластините, в точка O (фиг. 4). Електронът се привлича от положителната пластина, като хоризонталната му скорост не се променя. Отклонението y във вертикално направление за време t, когато електронът е между пластините, е



Фиг.4

$$y = \frac{1}{2}at^2,$$

където $a = q\frac{E}{m}$, $t = x/v_0$, x — разстоянието по хоризонталата. Тогава

$$y = \frac{1}{2}\frac{q}{m}E\frac{x^2}{v_0^2}$$

и отклонението y_1, когато електронът напуска кондензатора, е

$$y_1 = \frac{1}{2}\frac{q}{m}E\frac{L^2}{v_0^2}.$$

От фиг. 4 се вижда, че $y_2 = S\operatorname{tg}\theta$ и при $x = L$ имаме

$$\operatorname{tg}\theta = \frac{\mathrm{d}y}{\mathrm{d}x} = \frac{q}{m}E\frac{L}{v_0^2}.$$

Следователно

$$y_2 = S\frac{q}{m}E\frac{L}{v_0^2}.$$

Тогава пълното отклонение

$$y_{\text{пълно}} = y_1 + y_2 = \frac{q}{m}\frac{EL}{v_0^2}D\,.$$

Началната кинетична енергия на електрона е $\frac{1}{2}mv_0^2$ и тя се придобива от ускорението му под действие на потенциала U_a, т.е.

$$\frac{1}{2}mv_0^2 = qU_a\,.$$

Тогава

$$y_{\text{пълно}} = \frac{ULD}{2U_a d},$$

където $U = Ed$ е напрежението между плочите на кондензатора. Чувствителността

$$Y = \frac{y_{\text{пълно}}}{U} = \frac{1}{2}\frac{LD}{U_a d} = 0,25\,\text{mm/V}.$$

б) При прилагане на променливо напрежение $U(t) = U_0\sin(\omega t + \varphi_0)$ с кръгова честота ω и начална фаза φ_0 ускорението $a_y = A\sin(\omega t + \varphi_0)$, където константата A е $A = (qU_0)/(md)$. Тогава компонентата на скоростта

$$v_y(t) = -\frac{A}{\omega}\cos(\omega t + \varphi_0) + C_1.$$

Произволната константа C_1 се определя от условието $v_y = 0$ при навлизането на електрона в кондензатора ($t = 0$), при което се получава

$$C_1 = \frac{A}{\omega}\cos\varphi_0.$$

За произволен момент t отклонението $y(t)$ ще има вида

$$y(t) = -\frac{A}{\omega^2}\sin(\omega t + \varphi_0) + \frac{At}{\omega}\cos\varphi_0 + C_2,$$

където константата C_2 се определя от условието $y(0) = 0$, т.е.

$$C_2 = \frac{A}{\omega^2}\sin\varphi_0.$$

Тогава имаме

$$y(t) = -\frac{A}{\omega^2}[\sin(\omega t + \varphi_0) - \sin\varphi_0 - \omega t\cos\varphi_0].$$

Линейният по времето член $(At\cos\varphi_0)/\omega$ задава отклонение на електрона от първоначалната посока, което не позволява чувствителността да стане 0 при произволно φ_0. За да се получи $y(t) = 0$, трябва

$$\cos\varphi_0 = 0, \qquad \varphi_0 = \pm\frac{\pi}{2}$$

(напрежението има максимална стойност независимо от полярността на кондензатора), а така също

$$\sin\left(\omega t \pm \frac{\pi}{2}\right) \mp 1 = 0,$$

т.е. $\cos\omega t = 1$. Решенията на това уравнение са $\omega t = 2\pi k$, където $k = 1, 2, 3\ldots$ или $\nu t = k$.

Чувствителността към отклонение ще бъде нула, ако времето на движение на електрона между пластините $t = L/v_0$ съвпада с времето t, при което y става нула, т.е.

$$\nu = \frac{v_0 k}{L} = \frac{k}{L}\left(\frac{2qU_0}{m}\right)^{1/2}.$$

Най-ниската честота на променливото напрежение съответства на $k = 1$ и

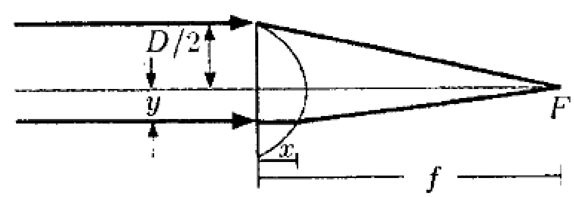
$$\nu_{\min} = \frac{1}{L}\left(\frac{2qU_0}{m}\right)^{1/2} \approx 1,33.10^9\,\text{Hz}.$$

Задача 3. а) На фиг. 5 са показани два лъча, които се пресичат в точката F. Условието за фокусиране е равенството на оптичните пътища за всички лъчи. Тогава

$$nx + [y^2 + (f-x)^2]^{1/2} = \left(f^2 + \frac{D^2}{4}\right)^{1/2},$$

откъдето

$$y = \left\{(n^2-1)x^2 - 2\left[n\left(f^2+\frac{D^2}{4}\right)^{1/2} - f\right]x + \frac{D^2}{4}\right\}^{1/2}.$$



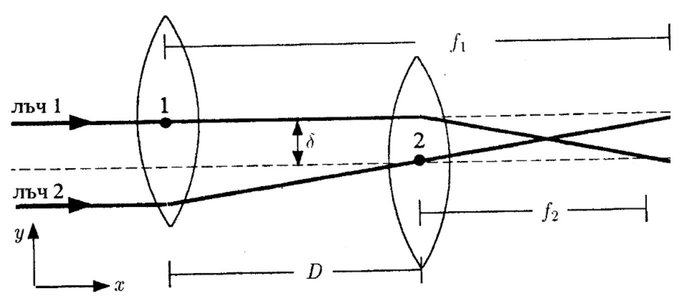
Фиг.5

б) За да намерим координатите на фокуса, приемаме, че началото на координатната система е разположено в центъра на лещата 2, като задължително $f_1 > f_2$. Използваме лъчите, показани на фиг. 6. От подобието на съответните триъгълници можем да запишем

$$\frac{y}{f_2 - x} = \frac{\delta}{f_2}, \qquad \frac{\delta - y}{f_1 - D - x} = \frac{\delta}{f_1 - D},$$

откъдето следва

$$x = \frac{f_2(f_1 - D)}{f_1 + f_2 - D}, \qquad y = \frac{f_2\delta}{f_1 + f_2 - D}.$$



Фиг.6

Задача 4. а) Произведената за едно денонощие електроенергия $A = Pt$, където $t = 24.3600\,\mathrm{s} = 8,64.10^4\,\mathrm{s}$. За нея се използва енергията Q, отделена при разпадането на N ядра:

$$N = \frac{m}{\mu} N_\mathrm{A}\,,$$

където моларната маса $\mu = 0,235\,\mathrm{kg/mol}$. Тогава

$$Q = N\Delta E = \frac{m}{\mu} N_\mathrm{A}\Delta E \approx 10,8.10^{13}\,\mathrm{J}$$

и КПД

$$\eta = \frac{A}{Q} = \frac{Pt}{Q} \approx 0,35.$$

б) При изгаряне на каменни въглища с маса M се получава количество топлина

$$Q = Mq\,,$$

откъдето

$$M = \frac{Q}{q} \approx 3,6.10^6\,\mathrm{kg} = 3600\,\mathrm{t}.$$