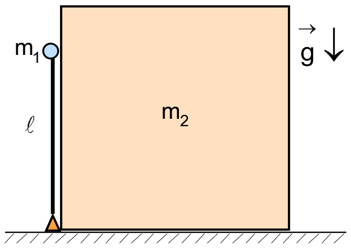
BİRİNCİ AŞAMA SINAVI-1990



1. Kütlesi m_1 olan bir küçük bir bilye düşey durumda ve ℓ uzunluğunda ağırlıksız çubuğun ucuna geçirilmiş olup kütlesi m_2 olan küpe dayalıdır. Çubuk alt ucundan menteşeyle tutturulmuş olup serbestçe dönebilmektedir. Çubuğun kütlesi ve sürtünmeler ihmal edilebilir. Ufak bir itme ile sistem sağ tarafa doğru harekete geçiyor. Çubuk ile yer arasındaki açı 30° olduğunda top ile blok birbirinden ayrılıyor.

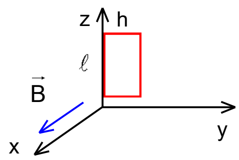
Buna göre $\frac{m_1}{m_2}$ oranı nedir?

2. Yarıçapı r ve kütlesi m olan bir disk yatay ve sürtünmesiz düzlem üzerinde sabit açısal hızla dön-mektedir. Yarıçapı 2r ve kütlesi 2m olan hareketsiz olan ikinci bir disk, birinci diskin üzerine yerleşti-riliyor. Sürtünmenin etkisiyle ikinci disk dönmeye başlıyor ve her iki disk son hızlarına belirli bir süre sonra birbirine eşit oluyor.

Bu süre içinde ısı olarak açığa çıkan enerjinin ilk enerjiye oranı nedir?

3. m kütleli ve q yüklü üç küçük özdeş bilye ℓ uzunluğundaki yalıtkan üç iple aynı noktadan asılmıştır ve yatay düzlemde kenar uzunluğu a olan bir eşkenar üçgen oluşturacak şekilde dengedir.

Buna göre bilyelerin q yükü nedir?



4. Kenar uzunlukları h ve ℓ olan dikdörtgen şeklindeki bir tel, $B_x = \frac{B_0(h-y)}{\ell}$, $B_y = B_z = 0$ olan manyetik indüksiyon alanı içinde +y yönünde hareket ettirilmektedir.

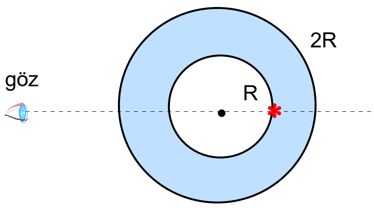
Telin ivmesi a olduğuna göre telde oluşan e.m.k. nın zamanın fonksiyonu olarak nedir?

5. Kalınlığı H olan paralel cam levhanın alt tarafı gümüş ile kaplıdır. Cam levhanın üst kısmına α açısı ile iki dalga boyu içeren bir ışık demeti düşüyor. Bu iki dalga boyu için camın kırıcılık indisleri n_1 ve n_2 olarak veriliyor.

Cam levhadan çıktıktan sonra oluşan iki demet arasındaki uzaklık nedir?

6. Odak uzaklığı 2f olan N tane yakınsak ve odak uzaklığı -f olan N tane ıraksak mercek aralarındaki uzaklık f olacak şekilde artarda, ilki yakınsak mercek olmak üzere yerleştirilmiştir.

Bu sisteme optik eksene paralel olarak d çapında bir ışık demeti gönderilirse, optik sistemden çıkan ışık demetinin çapı nedir?



7. Yarıçapı 2R olan cam bir kürenin ortasında eş merkezli R yarıçaplı hava boşluğu bulunmaktadır. Camın iç yüzeyi üzerinde bulunan bir noktasal cismin, kürenin merkezinden geçen bir eksen üzerinde, karşı taraftan bakan gözlemci tarafından görülen görüntüsünün cisimden olan uzaklığı $\frac{R}{5}$ oluyor.

Buna göre optik sistemin odak uzaklığı kaç R dir?

BİRİNCİ AŞAMA SINAVI-1990

1. $\frac{1}{4}$

2. $\frac{8}{9}$

3. $\sqrt{\frac{4\sqrt{3}\pi\,\varepsilon_0 mga^3}{3\sqrt{3\ell^2 - a^2}}}$

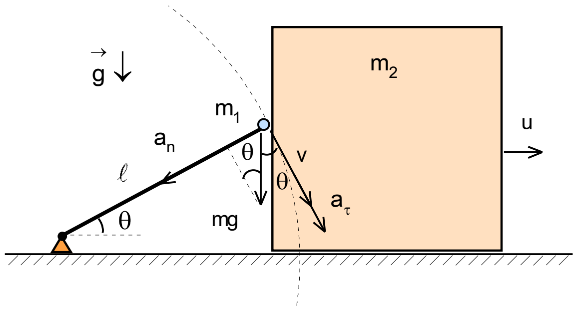
4. $-\frac{B_0 a^2 t^3}{2}$

5. $2H\sin\alpha\cos\alpha.\left(\frac{1}{\sqrt{n_2^2 - \sin^2\alpha}} - \frac{1}{\sqrt{n_1^2 - \sin^2\alpha}}\right)$

6. $\frac{d}{2^N}$

7. 4

BİRİNCİ AŞAMA SINAVI-1990



1. Topun hızı v, bloğun hızı u ise aralarındaki kinematik bağıntı;

$$u = v\sin\theta$$

olarak yazılabilir. Topun toplam ivmesi;

$$\vec{a} = \vec{a}_\tau + \vec{a}_n \; ; \; a_n = \frac{v^2}{\ell}$$

yatay yöndeki ivmesi;

$$a_x = a_\tau \sin\theta - a_n \cos\theta$$

düşey yöndeki ivmesi

$$a_y = a_\tau \cos\theta + a_n \sin\theta$$

olarak yazılabilir. Bloğa etki eden kuvvet;

$$N = m_2 a_x = 0$$

ise iki cisim arasındaki temas kesilmektedir. Buradan;

$$a_\tau \sin\theta = \frac{v^2\cos\theta}{\ell} \Rightarrow a_\tau = \frac{v^2\cot\theta}{\ell}$$

olur. Diğer taraftan temas kesildiği anda;

$$a_y = a_\tau \cos\theta + a_n \sin\theta = g$$

olur. Buradan cismin, temas kesildiği andaki hızı;

$$g = \frac{v^2\cot\theta}{\ell}.\cos\theta + \frac{v^2}{\ell}.\sin\theta = \frac{v^2\left(\cos^2\theta + \sin^2\theta\right)}{\ell\sin\theta} = \frac{v^2}{\ell\sin\theta} \Rightarrow v = \sqrt{g\ell\sin\theta}$$

olarak bulunur. Enerji korunumu yasasından;

$$m_1 g\ell = m_1 g\ell\sin\theta + \frac{m_1 v^2}{2} + \frac{m_2 u^2}{2} \; ; \; m_1 g\ell\left(1 - \sin\theta\right) = \frac{m_1 g\ell\sin\theta}{2} + \frac{m_2 g\ell\sin\theta.\sin^2\theta}{2}$$

$$\frac{m_1}{m_2} = \frac{\sin\theta}{4\left(2 - 3\sin\theta\right)} = \frac{0{,}5}{4\left(2 - 3.0{,}5\right)} = \frac{1}{4}$$

olarak bulunur. Aynı sonuca farklı yoldan da varabiliriz. Bilye ile küp ayrıldığında;

$$mg\sin\theta = m\,a_n = \frac{mv^2}{\ell}$$

yazabiliriz. Buradan aynı sonuç çıkar.

2. Dönen diskin açısal hızı ω_0 olsun. Bu diskin ilk açısal momentumu ve enerjisi;

$$L = J_{01}\omega_0 \; ; \; E_{k0} = \frac{J_{01}\omega_0^2}{2} \; ; \; J_{01} = \frac{mr^2}{2}$$

ile verilir. İki diskin temasından sonra açısal momentum korunmaktadır. İki diskin son hızları eşitlendikten sonraki ortak açısal hızları için;

$$J_{01}\omega_0 = \left(J_{01} + J_{02}\right)\omega \; ; \; J_{02} = \frac{2m(2r)^2}{2} = 8.\frac{mr^2}{2}$$

yazabiliriz. Buradan ortak açısal hız;

$$\frac{mr^2}{2}.\omega_0 = \left(\frac{mr^2}{2} + 8.\frac{mr^2}{2}\right)\omega \Rightarrow \omega = \frac{\omega_0}{9}$$

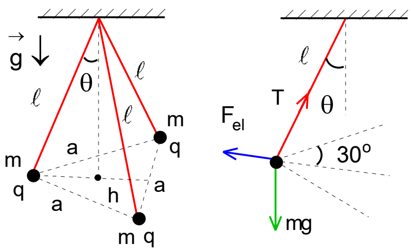
açığa çıkan ısı;

$$Q = E_{k0} - E_k = \frac{J_{01}\omega_0^2}{2} - \frac{\left(J_{01} + J_{02}\right)\omega^2}{2} = \frac{mr^2}{2}.\frac{\omega_0^2}{2} - \frac{1}{2}.\frac{9mr^2}{2}.\left(\frac{\omega_0}{9}\right)^2 = \frac{2mr^2\omega_0^2}{9}$$

aranan oran;

$$\frac{Q}{E_{k0}} = \frac{8}{9}$$

olarak bulunur.



3. Cisimlerin oluşturdukları üçgenin bir kenarı a, yüksekliği h olsun. Aralarındaki ilişki;

$h = a\sin 60°$

olarak yazılabilir. Üç ipin asıldığı noktadan geçirilen dikey doğru eşkenar üçgenin kütle merkezinden geçmektedir. Üçgenin kütle merkezi üçgenin yüksekliğini 1:2 oranında bölmektedir. İplerin dü-şeyle yaptıkları açı θ olsun. Bu durumda;

$$\sin\theta = \frac{2h}{3\ell} = \frac{a\sqrt{3}}{3\ell}$$

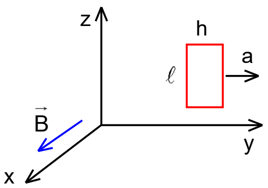
olur. Denge konumu için;

$$T\sin\theta = F_{el} = \frac{2q^2\cos 30°}{4\pi\varepsilon_0 a^2} = \frac{q^2\sqrt{3}}{4\pi\varepsilon_0 a^2}\ ;\ T\cos\theta = mg$$

yazabiliriz. Buradan;

$$q = \ell\sin\theta.\sqrt{4\sqrt{3}\pi\,\varepsilon_0 mg.\tan^2\theta} = \sqrt{\frac{4\sqrt{3}\pi\,\varepsilon_0 mga^3}{3\sqrt{3\ell^2 - a^2}}}$$

olarak bulunur.



4. Çerçevedeki manyetik akı;

$\Phi = SB$

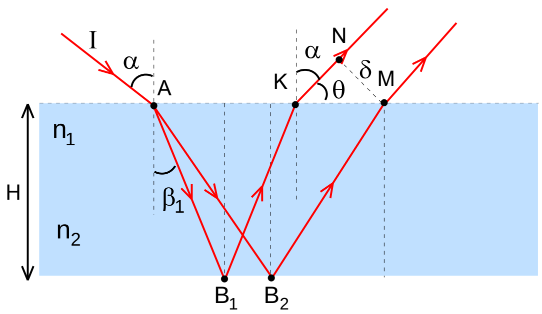
indükte edilmiş e.m.k.;

$$\varepsilon_{in} = -\frac{d\Phi}{dt} = -\frac{dB}{dt}.S - B.\frac{dS}{dt}\ ;\ y = \frac{at^2}{2}$$

$$\frac{dS}{dt} = \ell at;\ \frac{dB}{dt} = \frac{dB}{dy}\frac{dy}{dt} = -\frac{B_0}{\ell}.at\ ;\ S = \ell h$$

$$\varepsilon_{in} = -\left(-\frac{B_0}{\ell}.at\right).\ell h - \frac{B_0}{\ell}\left(h - \frac{at^2}{2}\right).\ell at = -\frac{B_0 a^2 t^3}{2}$$

olarak bulunur.



5. Kırılma yasasından;

$$\frac{\sin\alpha}{\sin\beta_1} = n_1;\ \sin\beta_1 = \frac{\sin\alpha}{n_1}\ ;\ \cos\beta_1 = \sqrt{1 - \left(\frac{\sin\alpha}{n_1}\right)^2}$$

$$\frac{\sin\alpha}{\sin\beta_2} = n_1;\ \sin\beta_2 = \frac{\sin\alpha}{n_2}\ ;\ \cos\beta_2 = \sqrt{1 - \left(\frac{\sin\alpha}{n_2}\right)^2}$$

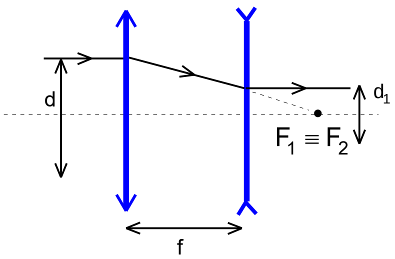
yazabiliriz. Her ışın için giriş ve çıkış noktaları arasındaki uzaklığı bulabiliriz.

$AK = 2H\tan\beta_1$; $AM = 2H\tan\beta_2$; $KM = 2H(\tan\beta_2 - \tan\beta_1)$

Çıkan ışınlar arasındaki uzaklık;

$$\delta = KM\sin\theta = KM\sin(90° - \alpha) = KM\cos\alpha = 2H\sin\alpha\cos\alpha.\left(\frac{1}{\sqrt{n_2^2 - \sin^2\alpha}} - \frac{1}{\sqrt{n_1^2 - \sin^2\alpha}}\right)$$

olarak bulunur.



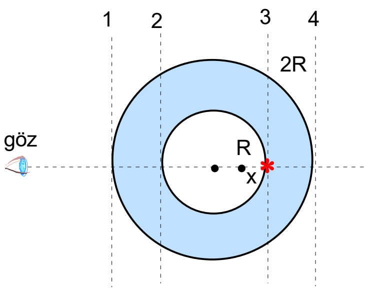
6. Bir yakınsak ve bir ıraksak mercekten geçtikten sonra ışık demetinin çapı için;

$$\frac{d_1}{d} = \frac{f}{2f} = \frac{1}{2}$$

yazabiliriz. Böyle bir ikili mercek sisteminden ışık demetinin çapı yarısına düşerse N tane ikili yakınsak ve ıraksak mercekten geçtikten sonra çapın değeri $\left(\frac{1}{2}\right)^N$ olur. Çıkan ışık demetinin çapı;

$$d_ç = \frac{d}{2^N}$$

olarak bulunur.



7. Cisim 2. kırılma yüzeyinden a_1 =2R uzaklıkta ve yüzeyin sağ tarafında bulunmaktadır. 2. kırılma yüzeyi için

$$\frac{1}{a_1}+\frac{n}{b_1}=\frac{n-1}{(-R)} \Rightarrow \frac{1}{2R}+\frac{n}{b_1}=-\frac{n-1}{R};\ b_1=-\frac{2nR}{2n-1}$$

yazabiliriz. Oluşan görüntü 1. kırılma yüzeyinden;

$$a_2=R+|b_1|=R+\frac{2nR}{2n-1}=\frac{(4n-1)R}{2n-1}$$

uzaklıkta bulunur. 1. kırılma yüzeyi için;

$$b_2=2R+\frac{4R}{5}=\frac{14R}{5}$$

olur. Görüntü yüzeyin sağ tarafında olduğu için (-) işareti ile alınmalıdır. Buradan kırıcılık indisi;

$$\frac{n}{a_2}+\frac{1}{(-b_2)}=\frac{1-n}{(-2R)} \Rightarrow \frac{n(2n-1)}{(4n-1)R}-\frac{5}{14R}=\frac{n-1}{2R}$$

$$2n(2n-1)-\frac{5(4n-1)}{7}=(n-1)(4n-1) \Rightarrow 4n^2-2n-\frac{5(4n-1)}{7}=4n^2-5n+1$$

$$3n-1=\frac{5(4n-1)}{7} \Rightarrow 21n-7=20n-5;\ n=2$$

olarak bulunur. Aynı sonuç tersine giderek de bulunulabilir. Cisim 1. kırılma yüzeyinden;

$$a_1=2R+(R-x)=3R-\frac{R}{5}=\frac{14R}{5}$$

uzaklıkta ve yüzeyin sağ tarafında bulunmaktadır. 1. kırılma yüzeyi için;

$$\frac{1}{(-a_1)}+\frac{n}{b_1}=\frac{n-1}{2R} \Rightarrow -\frac{5}{14R}+\frac{n}{b_1}=\frac{n-1}{2R};\ b_1=\frac{14nR}{7n-2}$$

yazabiliriz. Oluşan görüntü 2. kırılma yüzeyinden;

$$a_2=R-b_1=R-\frac{14nR}{7n-2}=-\frac{(7n+2)R}{7n-2}$$

uzaklıkta bulunur. 2. kırılma yüzeyi için b_2 =2R olmak üzere;

$$\frac{n}{a_2}+\frac{1}{b_2}=\frac{1-n}{R} \Rightarrow -\frac{n(7n-2)}{(7n+2)R}+\frac{1}{2R}=\frac{1-n}{R}$$

$$-2n(7n-2)+7n+2=2(1-n)(7n+2) \Rightarrow -14n^2+4n+7n+2=4+10n-14n^2;\ n=2$$

olarak bulunur. Sistemin odak uzaklığını bulmak için a=∞ alınmalıdır. 1. kırılma yüzeyi için;

$$\frac{1}{\infty}+\frac{n}{b_1}=\frac{n-1}{2R} \Rightarrow \frac{2}{b_1}=\frac{2-1}{2R};\ b_1=4R$$

olarak yazılabilir. Oluşan görüntü 2. kırılma yüzeyinden;

$$a_2=b_1-R=4R-R=3R$$

uzaklıkta ve solunda bulunur. 2. kırılma yüzeyi için;

$$\frac{n}{(-a_2)}+\frac{1}{b_2}=\frac{1-n}{R} \Rightarrow -\frac{2}{3R}+\frac{1}{b_2}=\frac{1-2}{R} \Rightarrow b_2=-3R$$

yazabiliriz. 3. kırılma yüzeyine uzaklık;

$$a_3=2R+|b_2|=2R+3R=5R$$

olarak yazılabilir. 3. kırılma yüzeyi için;

$$\frac{1}{a_3}+\frac{n}{b_3}=\frac{n-1}{(-R)} \Rightarrow \frac{1}{5R}+\frac{2}{b_3}=-\frac{2-1}{R} \Rightarrow b_3=-\frac{5R}{3}$$

olarak bulunur. 4. kırılma yüzeyine uzaklık;

$$a_4=R+|b_3|=R+\frac{5R}{3}=\frac{8R}{3}$$

olarak yazılabilir. Dördüncü kırılma yüzeyi için

$$\frac{n}{a_4}+\frac{1}{b_4}=\frac{1-n}{(-2R)} \Rightarrow \frac{2}{\frac{8R}{3}}+\frac{1}{b_4}=\frac{2-1}{2R} \Rightarrow b_4=4R$$

olarak bulunur. Bu sonuç aynı zamanda optik sistemin odak uzaklığını vermektedir.