

V. ULUSAL ASTRONOMİ VE ASTROFİZİK OLİMPİYATI BİRİNCİ AŞAMA SINAVI-2026

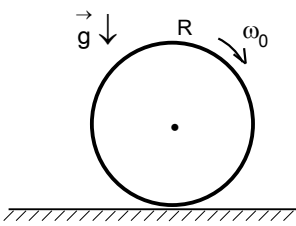
1. Yerden h yüksekliğinde yoğunlaşarak oluşan ve düşey olarak düşmeye başlayan $m_1 = m$ kütleli bir su damlası yere v limit hızıyla ulaşıyor. Aynı yükseklikte yoğunlaşarak oluşan ve düşey olarak düşmeye başlayan $m_2 = 4m$ kütleli bir su damlası yere $2v$ limit hızıyla ulaşıyor. Bu su damlalarının hareketleri süresince mekanik enerjilerindeki değişimleri sırasıyla ΔE_1 ve ΔE_2 dir.

$\frac{\Delta E_2}{\Delta E_1} = 3,98$ olduğuna göre v hızı nasıl ifade edilir?

2. Sürtünmesiz yatay düzlemde x ekseninde kütlesi $m_1 = 2$ kg olan bir cisim, y ekseninde ise kütlesi m_2 olan bir cisim bulunmaktadır. m_1 kütleli cisimden her saniye kütleleri $\Delta m_1 = 0,2$ kg küçük cisimler $v_1 = 2$ m/s hızla fırlatılıyor. Aynı anda m_2 kütleli cisimden her saniye kütleleri $\Delta m_2 = 0,1$ kg küçük cisimler $v_2 = 3$ m/s hızla fırlatılıyor. İki saniye sonra bu cisimler arasında esnek olmayan çarpışma gerçekleşiyor.

Oluşan sistemin hızı $0,25$ m/s olduğuna göre ikinci cismin kütlesi m_2 kaç kilogramdır?

- A) 2,6 B) 2,8 C) 3,8 D) 4 E) 4,6

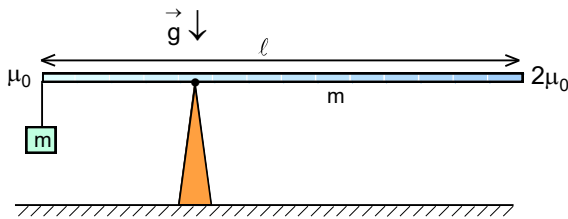


3. R yarıçaplı, m kütleli bir basketbol topu, merkezden geçen yatay eksen etrafında ω_0 açısal hızla döndürülüp sürtünmeli yatay düzlem üzerine ilk hızı sıfır olacak şekilde bırakılmaktadır. Bu top bir süre kayarak ileri doğru hareket edip bir süre sonra kaymadan yuvarlanmaya başlamaktadır.

Bu topun kaymadan yuvarlanmaya başlayana kadar geçen sürede sürtünme kuvvetinin yaptığı iş nedir? (Topun geometrik merkezinden geçen eksen göre eylemsizlik

moment $J = \frac{2mR^2}{3}$ olarak veriliyor.)

- A) $-\frac{mR^2\omega_0^2}{5}$ B) $-\frac{mR^2\omega_0^2}{3}$ C) $-\frac{mR^2\omega_0^2}{6}$ D) $-\frac{mR^2\omega_0^2}{9}$ E) $-\frac{mR^2\omega_0^2}{4}$



4. Uzunluğu l ve kütlesi m olan bir çubuğun birim uzunluktaki kütlesi sol ucundan olan uzaklığına bağlı olarak lineer olarak μ_0 değerinden $2\mu_0$ değerine kadar artmaktadır. Çubuğun sol ucuna kütlesi m olan bir cisim asılıyor.

Buna göre sistemin yatay dengede kalması için konulacak destek sol uçtan kaç l uzaklıkta konulmalıdır?

- A) $\frac{1}{6}$ B) $\frac{5}{18}$ C) $\frac{7}{18}$ D) $\frac{1}{2}$ E) $\frac{7}{9}$

5. Güneş Sisteminde karşı konum olarak bilinen durumda Dünya bir doğru üzerinde Güneş ile dış gezegen arasında bulunmaktadır. ay in özel bir yörünge konumudur. Jüpiter gezegeni karşı konumdayken ekinoksta gözlenir.

Buna göre Jüpiterin karşı konumdayken bir gözlemcinin bulunduğu meridyenine göre en büyük ufuk yüksekliğine yaklaşık olarak saat kaçta ulaşır ve gözlemlendiği açısal büyüklüğü yaklaşık olarak kaç açı saniyedir?

(Zaman değerleri yerel saattir. $1 AB = 150 \cdot 10^6$ km, Jüpiter gezegeninin ortalama yarıçapı $R = 70000$ km, Jüpiterin dolandığı eliptik yörüngesinin büyük yarı eksenini $a = 5,2 AB$, olarak veriliyor.)

- A) 20:00; 38" B) 20:00; 46" C) 00:00; 38" D) 00:00; 46" E) 02:00; 46"

6. Güneş etrafında eliptik yörünge üzerinde hareket eden bir asteroidin elips eksantrisitesi $\epsilon=0,25$ olup perihelion uzaklığı 3 AB dir.

Buna göre asteroidin yörünge uzak yarısının kat etme süresi ile yörünge yakın yarısı kat etme süresi arasındaki fark yaklaşık olarak kaç gündür? (1 yıl=365,25 gün olarak veriliyor.)

- A) 375 B) 405 C) 435 D) 465 E) 485

7. Büyük uydular veya gaz kütleleri gelgit kuvvetleri altındayken küresel şekillerini koruyamazlar; çekim merkezlere doğru uzayarak bir elipsoit şeklini alırlar. Bu şekil bozulması çekim merkezinin uyguladığı gelgit kuvvetini daha da artırır. Bir çekim merkezinin etrafında dolanan bir uydunun, gelgit kuvvetleri nedeniyle dağılmadan çekim merkezine yaklaşabileceği en küçük uzaklık Roche limiti olarak tanımlanır. Bir uydu çekim merkezine yaklaştıkça gezegenin kütleçekim alanının homojen olmamasından etkilenir. Uydunun gezegene yakın olan tarafı, merkezine kıyasla daha büyük kuvvet ile çekilir. Uydunun çekim merkezine uzak olan tarafı ise daha zayıf kuvvet çekilir. Bu çekim farkı, uydunun üzerinde dışarı doğru uzatıcı bir gerilme (gelgit kuvveti) yaratır. Mesafe korunduğu sürece uydu bu gerilmeye kendi iç kütleçekimiyle direnir. Ancak uydu Roche limitini geçtiği an, bu germe kuvveti uydunun malzemesini bir arada tutan kütleçekiminden daha büyük hale gelir ve cisim parçalanmaya başlar. Eğer uydu tamamen katı, yani şeklini kesinlikle değiştirmeyen sert bir kaya parçasıysa, gelgit kuvvetleri altında esnemez. M kütleli çekim merkezinden r uzaklıkta bulunan m kütleli ve R yarıçaplı uydunun merkezi ile yüzey arasındaki çekim ivmesi farkı, uydunun yüzeydeki çekim ivmesine eşit olmalıdır. Katı esnemeyen bir uydun için Roche limiti;

$$\Delta g = \frac{\gamma M}{r^2} - \frac{\gamma M}{(r+R)^2} = \frac{\gamma M}{r^2} - \frac{\gamma M}{r^2 \left(1 + \frac{R}{r}\right)^2} \approx \frac{\gamma M}{r^2} - \frac{\gamma M}{r^2 \left(1 + \frac{2R}{r}\right)} \approx \frac{\gamma M}{r^2} - \frac{\gamma M}{r^2} \left(1 - \frac{2R}{r}\right) = \frac{2\gamma MR}{r^3} = \frac{\gamma m}{R^2}; r = R \sqrt[3]{\frac{2M}{m}}$$

ile verilir. Bir gökcsimi gazdan ya da sıvıdan oluşursa gelgit kuvvetlerin ekişiyile çekim merkezinden çok daha uzak bir mesafedeyken parçalanır. Uydunun yapısında kum, toz, toprak bir sözle yapı gevşek ise katı-akışkan durumdan bahsedilir. Akışkan (deforme olabilen) cisimler için geçerli olan bu Roche limiti formülünü, 1848 yılında Fransız matematikçi ve astronom Édouard Albert Roche tarafından türetilmiştir. Bu formül akışkan için;

$$r_{\text{Roche}} = R \sqrt[3]{\frac{14,22M}{m}}$$

olarak veriliyor. Marsın uydusu Phobos, Mars merkezinden yaklaşık $2,765R_{\text{Mars}}$ uzaklıkta dolanmaktadır ve Phobos'un Mars'a her 100 yılda yaklaşık 2 metre yaklaştığı bilinmektedir. Marsın özkütlesi $3,93 \text{ g/cm}^3$, Phobosun özkütlesi $1,88 \text{ g/cm}^3$ tür. Bu kadar düşük özkütlenin Phobos moloz yığını yapısından kaynaklanmaktadır Phobos, tek parça masif bir kayadan oluşmaz. Geçmişteki büyük çarpışmalar sonucu bir araya gelmiş ve kendi zayıf kütleçekimiyle gevşekçe tutunan kaya ve toz parçalarının birleşimidir. Bu yüzden içinde çok büyük boşluklar ve yüksek bir gözeneklilik ve buz barındırır. Bundan dolayı Roche limiti katı ve sıvı limitleri arasında bir değerde olmalıdır. Bu limit;

$$r_{\text{Roche}} = R \sqrt[3]{\frac{8M}{m}}$$

ile modellenebilir.

Buna göre Phobos yaklaşık olarak kaç yıl sonra dağılır ve Mars etrafında halka oluşturur? (Mars gezegenin yarıçapı $R_{\text{Mars}} = 3390 \text{ km}$ olarak veriliyor.)

- A) $2 \cdot 10^6$ B) $5 \cdot 10^6$ C) $20 \cdot 10^6$ D) $35 \cdot 10^6$ E) $140 \cdot 10^6$

8. Dünyanın ekvator düzleminde $H=3622 \text{ km}$ yükseklikte çembersel yörüngeler üzerinde hareket etmektedir. Atmosferdeki direnişten dolayı uydu çok yavaş çembersel yörüngeler çizerek $h=2622 \text{ km}$ yükseklikteki çembersel yörüngeye kadar iniyor.

Uyduyu eski yörüngesine geri döndürebilmek için gerekli enerjiyi, uydunun ilk durumdaki kütleçekim potansiyel enerjisinin ne kadarıdır? (Ekvatorun yarıçapı $R=6378 \text{ km}$ olarak veriliyor.)

- A) $-\frac{1}{36}$ B) $-\frac{1}{18}$ C) $-\frac{1}{9}$ D) $-\frac{19}{100}$ E) $-\frac{19}{50}$

9. Çubuklu sarmal çekirdeğini tam ortasından kesen, doğrusal bir hat boyunca dizilmiş yıldız, gaz ve toz şerididir. Normal sarmal galaksilerde sarmal kollar doğrudan merkezdeki çekirdekten çıkarken, çubuklu sarmallarda kollar çubuğun iki ucudan başlayarak dışarıya doğru açılır. Sarmal kollarda çubuğun uçlarından yeni oluşan parlak mavi yıldızlarca zengin olan, gaz ve toz bulutlarının yoğunlaştığı sarmal yapılardır. Merkezdeki bu doğrusal çubuk kalıcı veya statik bir yapı değildir; tamamen galaktik kütleçekimsel kararsızlıkların ve yörünge rezonanslarının bir ürünüdür. Galaksi diski içindeki yıldızlar zamanla tamamen çembersel yörüngelerden saparak hafif eliptik yörüngelerde hareket etmeye başlar. Bu eliptik yörüngeler kütleçekimsel etkileşimler nedeniyle hizalandığında, merkezde doğrusal bir yıldız yoğunluğu şeridi, yani bir nevi çubuk meydana gelir. Sarmal galaksilerin gelişim süreçlerinin olgunlaşma evresinde bu çubuk yapısını doğal olarak geliştirdiğini göstermektedir. Evrendeki sarmal galaksilerin yaklaşık %60 ila %70'inin merkezinde belirgin veya hafif bir çubuk yapısı bulunur. Çubuk yapısı, galaksinin evriminde devasa bir taşıma bandı veya karıştırıcı görevi görür. Galaksinin dış bölgelerindeki devasa gaz ve toz bulutları, çubuğun yarattığı asimetrik kütleçekim torku nedeniyle momentum kaybederek galaksinin merkezine doğru akmaya (göç etmeye) zorlanır. Merkez bölgeye hücum eden bu yoğun gaz çekirdeğin hemen çevresinde muazzam bir hızla yeni yıldız oluşumu tetikler ve galaksilerin tam merkezindeki süper kütleli kara delikleri daha aktif hale getirir. Samanyolu galaksisi de Spitzer Uzay Teleskobu ve Gaia uydusunun yaptığı hassas astrometrik ölçümler ve yıldız sayımları ile Samanyolunun merkezinde de net bir çubuk yapısının olduğunu kesin olarak kanıtladı. Galaksimizin merkezindeki bu çubuk, Güneş Sisteminden bakıldığında galaktik merkeze doğru yaklaşık 44° lik bir açıyla durmaktadır ve uçlarından sarmal kollar uzanmaktadır. Güneşin galaksimiz Samanyolu diski üzerinde, galaksi merkezi etrafındaki dönüş hızının yaklaşık 200 km/s olduğu bilinmektedir. Bir dönüşü Güneş yaklaşık olarak 250 milyon yılda tamamlamaktadır.

Buna göre galaksimizin kütlesi yaklaşık olarak en az kaç Güneş kütlesi olmalıdır? (Güneşin galaksi merkezi etrafında düzgün çembersel hareket yaptığını ve galaksinin kütlesinin küresel simetrik olarak dağıldığı kabul edilmektedir. Evrensel çekim sabiti $\gamma=6,67 \cdot 10^{-11} \text{ m}^3/\text{kg} \cdot \text{s}^2$, Güneşin kütlesi $M_G=2 \cdot 10^{30} \text{ kg}$, $\pi=3,14$ olarak veriliyor.)

- A) $15 \cdot 10^9$ B) $35 \cdot 10^9$ C) $75 \cdot 10^9$ D) $5 \cdot 10^{10}$ E) $45 \cdot 10^{10}$

10. Güneşin bir gözlemcinin meridyeninden ardı ardına iki geçişi arasındaki süreye Güneş Günü, bir yıldızın gözlemcinin meridyeninden ardı ardına iki geçişi arasındaki süreye ise Yıldız Günü denir. Venüs, Güneş etrafındaki dolanımını yaklaşık 225 Dünya gününde tamamlar (ortalama $1,6^\circ/\text{gün}$). Kendi eksenini etrafındaki bir tam dönüşünü ise 243 Dünya gününde tamamlar (ortalama $1,48^\circ/\text{gün}$). Venüs, kendi eksenini etrafında, yörünge hareketine zıt yönde (retrograd) döner.

Buna göre Venüs üzerindeki bir gözlemci için 54 Venüs yılının kaç Venüs Güneş gününe denk geldiğini olarak bulur?

- A) 92 B) 96 C) 100 D) 104 E) 108

11. Kendi kütleçekimiyle bir arada tutulan, ideal gaz yapısında ve hidrostatik dengede olan bir astrofizikte sistemin iç kinetik enerjisi E_k , kütleçekimsel potansiyel enerjisi E_p ve toplam enerjisi E arasındaki ilişki, virial teoremi uyarınca aşağıdaki denklemlerle verilmektedir:

$$2 E_k + E_p = 0; \quad E = E_k + E_p$$

Merkezindeki nükleer füzyon tepkimeleri tamamen durmuş olan bir yıldızın, yüzeyinden dış uzaya radyasyon (ışınım) yaymaya devam ettiği gözlemleniyor.

Sürecin devamında yıldızın toplam E enerjisi, merkezdeki T sıcaklığı ve R yarıçapı nasıl değişir?

- A) E azalır; T azalır; R artar.
B) E azalır; T artar; R azalır.
C) E artar; T artar; R azalır.
D) E azalır; T artar; R artar.
E) E artar; T azalır; R artar.

12. X atomundan görünür bölgede gözlenen emisyon ile yayılan fotonun enerjisi 2,845 eV ölçülmüştür. Bu enerji, hidrojenin Balmer serisinden bir geçişle yayılan foton enerjisine çok yakındır.

X ve H atomunun birbirine çok yakın enerjilerdeki bu emisyon çizgilerini ayırabilmek için kullanılacak spektrometrenin minimum dalga boyu çözünürlüğü yaklaşık ne kadar olmalıdır?

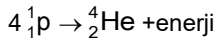
- A) 180 B) 240 C) 280 D) 300 E) 320

13. Bir fotonun enerjisi E_γ , dalga boyu λ olsun. m_e kütleli bir elektronun ve m_p kütleli bir protonun de Broglie dalga boylarının fotonun dalga boyuna eşit olduklarını kabul edelim. Elektronun ve protonun rölativistik olmayan kinetik enerjileri sırasıyla E_{ek} ve E_{kp} olsun.

Buna göre $\frac{E_{ke} - E_{kp}}{E_\gamma}$ oranı nedir?

- A) $\frac{\pi\hbar}{\lambda} \left(\frac{1}{m_e} - \frac{1}{m_p} \right)$ B) $\frac{\pi\hbar}{2\lambda} \left(\frac{1}{m_e} - \frac{1}{m_p} \right)$ C) $\frac{\pi\hbar}{\lambda^2} \left(\frac{1}{m_e} - \frac{1}{m_p} \right)$ D) $\frac{2\pi\hbar}{\lambda} \left(\frac{1}{m_e} - \frac{1}{m_p} \right)$ E) $\frac{2\pi\hbar}{\lambda^2} \left(\frac{1}{m_e} - \frac{1}{m_p} \right)$

14. Yıldızların yapısında hidrojen (protonlar) oransal olarak en fazladır. Yıldızların oluşum aşamasında bile sıcaklık çok büyük değerlere ulaşmaktadır. Yıldız içerisindeki parçacıkların enerji dağılımı Maxwell-Boltzmann dağılımı ile belirlenir. Bu dağılıma göre, yüksek enerjiye sahip parçacık sayısı eksponansiyel olarak azalır. Diğer taraftan kuantum yasaları çerçevesinde tünelleme olasılığı ise tam tersine, enerji arttıkça eksponansiyel olarak artar. Bu iki zıt eksponansiyel fonksiyonun (parçacık bolluğu ve tünelleme olasılığı) çarpımı, belirli bir enerji aralığında keskin bir tepe noktası oluşturur bu dar enerji aralığına da Gamow penceresi denir. Yıldızlardaki nükleer füzyon reaksiyonlarının neredeyse tamamı sadece bu pencerenin izin verdiği enerji aralığında gerçekleşir. Güneşin çekirdek sıcaklığı yaklaşık $1,5 \cdot 10^7$ K dir. Bu sıcaklık, proton-proton (p-p) zincir reaksiyonlarının başlaması için gerekli Coulomb bariyerini klasik olarak aşmaya yetmez. Ancak kuantum tünelleme ve Gamow faktörü sayesinde protonların küçük bir kısmı bu bariyeri aşarak füzyon yapabilir. Güneş kütlelerinin %70'i hidrojendir. Ancak kütlelerin %10'luk çekirdek bölgesi etkin olarak füzyona katılabilir. Her 4 protonun birleşmesiyle 1 helyum çekirdeği oluşur.



Buna göre Güneş'in mevcut hidrojen rezerviyle ana kol ömrü yaklaşık olarak kaç milyar yıldır? (Protonun kütlesi $m_H = 1,007825$ a.k.b., ${}^4_2\text{He}$ helyum çekirdeğin kütlesi $m_{{}^4_2\text{He}} = 4,002603$ a.k.b., 1 a.k.b. $1,660539 \cdot 10^{-27}$ kg, ışık hızı $c = 300000$ km/s, Güneşin kütlesi $M_G = 1,989 \cdot 10^{30}$ kg, Güneşin ışımaya gücü $L_G = 3,846 \cdot 10^{26}$ W olarak veriliyor.)

- A) 5 B) 7 C) 9 D) 11 E) 13

15. Gözle görülebilen parlak bir yıldızın 662,6 nm dalga boyunda Dünyaya ulaşan ışık yoğunluğu (birim alan başına düşen güç) $I = 4 \cdot 10^{-9}$ W/m² dir.

Gözbebeğin çapı 5 mm olan bir gözlemcinin gözüne saniyede gelen foton sayısını yaklaşık olarak nedir?

(Planck sabiti $\hbar = 1,05456 \cdot 10^{-34}$ J.s, ışık hızı $c = 300000$ km/s, $\pi = 3,14$ olarak veriliyor.)

- A) $5 \cdot 10^4$ B) $25 \cdot 10^4$ C) $75 \cdot 10^4$ D) $5 \cdot 10^5$ E) $35 \cdot 10^5$

16. Bir galaksinin mutlak parlaklığı $\mathcal{M}_{gal} = -25,17$ kadirdir. Galaksiden gelen ışınım ılıma gücü $L_K = 0,4 L_G$ olan K-türü yıldızlardan kaynaklandığı varsayılmaktadır.

Buna göre bu galakside yaklaşık olarak kaç yıldız vardır? (Güneşin mutlak parlaklığı $\mathcal{M}_G = 4,83$ kadir olarak veriliyor.)

- A) $15 \cdot 10^{10}$ B) $45 \cdot 10^{10}$ C) $75 \cdot 10^{10}$ D) $5 \cdot 10^{11}$ E) $25 \cdot 10^{11}$

20. Güneşi araştırmak için fırlatılan bir uydu Güneşe yaklaştıkça, üzerine düşen radyasyon miktarı uzaklığın karesiyle ters orantılı olarak artar. Sistemler çalışmadığında, uydu bir kara cisim gibi davranır. Standart alüminyum gövdeli bir uydu yaklaşık 600 °C civarında yapı bütünlüğünü kaybeder. Karbon kompozitler veya tungsten gibi sıcaklığı daha dayanıklı malzemeler kullanılmışsa bu malzemeler daha yüksek sıcaklıklara dayanabilir. Uyduda ısı pompalar çalışırsa aktif kalkanlı uydular Güneşe daha da yaklaşabilmektedir. Fırlatılan uydu aktif ısı kalkanlı olduğu için emniyet payı ile birlikte uydu Güneşe maksimum $10R_{\odot}$ uzaklığına kadar yaklaşabilir.

Buna göre uydu yörüngenin aphelion noktasında iken ısı kalkanının dayanabilmesi gereken sıcaklık yaklaşık olarak kaç K dir? (Uzay aracının yalnızca bir tarafının Güneşe bakmaktadır. Güneşin sıcaklığı $T_{\odot}=5772$ K olarak veriliyor.)

- A) 600 B) 1500 C) 1800 D) 2200 E) 2400

21. 50 parsek uzaklıktaki bir yıldızın mutlak parlaklığı $M=6$ kadirdir. Yıldız Dünyadan gözlem yapan bir gözlemcinin bakış doğrultusunda bir asteroit tarafından tamamen örtülmektedir. Gözlemcinin kullandığı teleskobun ayırma gücü, yıldız ve asteroidi gözlem süresince ayırt etmeye yeterli değildir. Gözlemci, örtülme öncesinde ölçtüğü toplam akının tam örtülme anında 4 kat azaldığını ölçer.

Buna göre asteroidin görünür parlaklığının yaklaşık olarak kaç kadirdir?

- A) 10,7 B) 11 C) 11,4 D) 12,1 E) 12,4

22. A ve B yıldızlarının ışınım güçleri birbirine eşittir. Yer'den gözleendiğinde A yıldızının paralaksı 0,2" olarak ölçülmüş ve B yıldızının A yıldızına göre 16 kat daha sönük görüldüğü tespit edilmiştir.

Buna göre B yıldızın uzaklık kaç parsektir?

- A) 5 B) 20 C) 50 D) 100 E) 200

23. Güneş lekelerini gözlemek için iki farklı teleskop kullanılmaktadır. Birinci teleskobun ayna çapı $D_1=150$ mm, odak/çap oranı $\frac{f_1}{8}$, ikinci teleskobun ayna çapı $D_2=200$ mm, odak/çap oranı $\frac{f_2}{12}$ dir. Birinci teleskopa gözlem odak uzunluğu 10 mm olan göz merceği, ikinci teleskopta gözlem odak uzaklığı 5 mm olan göz merceği ile yapılmaktadır.

İkinci teleskobun büyütme oranı birinci teleskobun büyütme oranına kaç katıdır?

- A) 1,5 B) 1,6 C) 2 D) 3 E) 4,5

24. Artemis II ile birlikte gönderilen Orion uzay aracı, Ay yüzeyine 6545 km mesafeye kadar yaklaşmıştır. Orion'a entegre edilen teleskop (odak oranı $f/4$, odak uzunluğu $f=800$ mm) ve kamera sisteminin görsel bölgede ($\lambda=500$ nm) görüntü alır.

Orion aracından Aya en yakın geçiş noktasından teleskobun ayırt edilebileceği en küçük kraterin çapı yaklaşık olarak kaç metredir?

- A) 5 B) 10 C) 20 D) 100 E) 200

25. Artemis II ile birlikte gönderilen Orion uzay aracı, Ay yüzeyine 6545 km mesafeye kadar yaklaşmıştır. Orion uzay aracına entegre edilen bir teleskop (odak oranı $f/4$, odak uzunluğu $f=800$ mm) ve kamera sisteminin görsel bölgede ($\lambda=500$ nm) görüntü aldığını, kameradaki CCD'nin 4096×4096 piksel boyutunda (bir piksel boyu $p=0,01$ mm) olduğunu varsayalım. CCD'nin her pikselinin gökyüzünde yay saniyesi cinsinden kapladığı alan $206265 \cdot p''/f$ olarak hesaplanır.

Bu CCD Ay çapının yaklaşık yüzde kaçını kapsayabilir? (Ayın yarıçapı 1737 km olarak veriliyor.)

- A) 4,5 B) 7,8 C) 8,9 D) 9,7 E) 30

V. ULUSAL ASTRONOMİ VE ASTROFİZİK OLİMPİYATI BİRİNCİ AŞAMA SINAVI-2026 CEVAPLARI

1. B)

2. A)

3. A)

4. B)

5. D)

6. D)

7. D)

8. B)

9. C)

10. D)

11. A)

12. D)

13. A)

14. B)

15. B)

16. E)

17. D)

18. E)

19. D)

20. B)

21. A)

22. B)

23. C)

24. C)

25. D)

V. ULUSAL ASTRONOMİ VE ASTROFİZİK OLİMPİYATI BİRİNCİ AŞAMA SINAVI-2026 ÇÖZÜMLERİ

1. Akışkan ortamında düşen bir cisme etki eden direniş kuvveti ortamın ρ_0 özkütlesine, cismin S kesit alanına ve v hızına bağlıdır. Akışkan ortam hava ise cisimler yüksek hıza ulaşır ve bu durumda direniş kuvveti hızın karesiyle doğru orantılıdır. Direniş kuvveti için;

$$F_d = C\rho_0 S v^2$$

cismin kütlesi için;

$$m = \frac{4\pi\rho R^3}{3}$$

yazabiliriz. Burada C sabiti cismin şekline bağlıdır. Buradan direniş kuvveti;

$$F_d = C\rho_0 \cdot \pi R^2 v^2 = C\rho_0 \cdot \pi \left(\sqrt[3]{\frac{3m}{4\pi\rho}} \right)^2 v^2 = D \sqrt[3]{m^2} v^2$$

damlalar çok kısa sürede limit hıza ulaştığı kabul edersek mekanik enerji değişimi;

$$\Delta E = F_d h = D \sqrt[3]{m^2} v^2 h$$

ile verilir. Her iki damla için D sabiti aynıdır. İki durumda mekanik enerjilerin kaybının oranı;

$$\frac{\Delta E_2}{\Delta E_1} = \frac{D \sqrt[3]{(4m)^2} \cdot (2v)^2}{D \sqrt[3]{m^2} v^2} \approx 10,0794$$

olur. Diğer taraftan enerji kaybı;

$$\frac{\Delta E_2}{\Delta E_1} = \frac{4mgh - \frac{4m \cdot (2v)^2}{2}}{mgh - \frac{mv^2}{2}}$$

ile verilir. Buradan;

$$10,0794 = \frac{8gh - 16v^2}{2gh - v^2}; 20,1588gh - 10,0794v^2 = 8gh - 16v^2; 5,9206v^2 = -20,1588gh$$

elde edilir. Bu durumda çözüm olmaz. Varılan sonuç gösteriyor ki damlalar çok kısa sürede limit hıza ulaştığı kabulü doğru olamaz. Bu durumda soruda verilen bilgiyle devam edersek;

$$3,98 = \frac{8gh - 16v^2}{2gh - v^2}; 7,96gh - 3,98v^2 = 8gh - 16v^2; 12,01v^2 = 0,04gh; v = \sqrt{\frac{2gh}{601}}$$

olarak bulunur.

2. m_1 kütleli cisimden geriye kalan kütle;

$$m'_1 = m_1 - 2\Delta m_1 = 2 - 2 \cdot 0,2 = 1,6 \text{ kg}$$

bu kalan cismin kazandığı hız;

$$m'_1 u_1 = 2\Delta m_1 v_1; 1,6u_1 = 2 \cdot 0,2 \cdot 2; u_1 = 0,5 \text{ m/s}$$

momentumu;

$$p'_1 = m'_1 u_1 = 1,6 \cdot 0,5 = 0,8 \text{ kg.m/s}$$

m_2 kütleli cisimden geriye kalan kütle;

$$m'_2 = m_2 - 2\Delta m_2 = m_2 - 2 \cdot 0,1 = m_2 - 0,2$$

bu kalan cismin kazandığı hız;

$$m'_2 u_2 = 2\Delta m_2 v_2; (m_2 - 0,2)u_2 = 2 \cdot 0,1 \cdot 0,3; u_2 = \frac{0,6}{m_2 - 0,2}$$

momentumu;

$$p'_2 = m'_2 u_2 = \frac{(m_2 - 0,2)0,6}{m_2 - 0,2} = 0,6 \text{ kg.m/s}$$

sistemin toplam momentumu;

$$p' = \sqrt{p'^2_1 + p'^2_2} = \sqrt{0,8^2 + 0,6^2} = 1 \text{ kg.m/s}$$

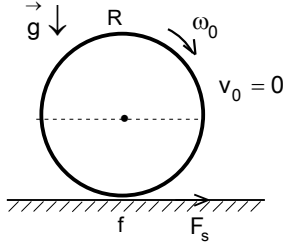
birleşmiş sistemin kütlesi;

$$m' = m'_1 + m'_2 = 1,6 + m_2 - 0,2 = m_2 + 1,4$$

aranan kütle;

$$p' = m'u; 1 = (m_2 + 1,4) \cdot 0,25; m_2 = 2,6 \text{ kg}$$

olarak bulunur.



3. Topun ile andaki kinetik enerjisi;

$$E_{k1} = \frac{J\omega_0^2}{2} = \frac{2mR^2}{3} \frac{\omega_0^2}{2} = \frac{mR^2\omega_0^2}{3}$$

olur. Top ilk olarak patinaj yapmakta ve sürtünme kuvveti hareket yönünde etki etmektedir. Topun çizgisel hızı sürekli artmakta, açısal hız ise azalmaktadır. Top ile yatay düzlem arasındaki sürtünme katsayısı f olsun. Topun hareketi için;

$$F_s = ma; F_s = fN; N = mg; a = fg$$

$$J\alpha = F_s \cdot R = fmgR$$

topun açısal ivmesi için;

$$\alpha = \frac{fmgR}{J} = \frac{fmgR}{\frac{2mR^2}{3}} = \frac{3fg}{2R}$$

kayma bittiğinde topun açısal hızı için;

$$\omega = \omega_0 - \alpha t$$

kayma bittiğinde topun hızı için;

$$v = at = \omega R$$

yazabiliriz. Buradan kaymanın bitene kadar geçen süre;

$$fgt = \omega_0 - \frac{3fg}{2R} \cdot Rt; t = \frac{2\omega_0 R}{5fg}$$

kayma bittiğinde topun hızı;

$$v = fg \cdot \frac{2\omega_0 R}{5fg} = \frac{2\omega_0 R}{5}$$

kayma bittiğinde topun açısal hızı;

$$\omega = \omega_0 - \frac{3fg}{2R} \cdot \frac{2\omega_0 R}{5fg} = \frac{2\omega_0}{5}$$

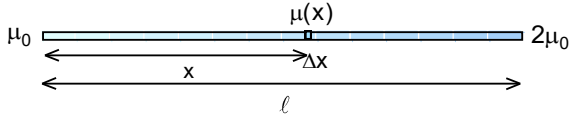
bu anda topun kinetik enerjisi;

$$E_{k2} = \frac{mv^2}{2} + \frac{J\omega^2}{2} = \frac{m}{2} \left(\frac{2\omega_0 R}{5} \right)^2 + \frac{1}{2} \frac{2mR^2}{3} \left(\frac{2\omega_0}{5} \right)^2 = \frac{2mR^2\omega_0^2}{15}$$

sürtünme kuvvetinin yaptığı iş;

$$W_s = E_{k2} - E_{k1} = \frac{2mR^2\omega_0^2}{15} - \frac{mR^2\omega_0^2}{3} = -\frac{mR^2\omega_0^2}{5}$$

olarak bulunur.



4. Çubuktaki birim uzunluktaki lineer kütle artışı;

$$\Delta\mu = \frac{2\mu_0 - \mu_0}{\ell} = \frac{\mu_0}{\ell}$$

sol uçtan x uzaklıktaki birim ağınlıktaki kütle;

$$\mu(x) = \mu_0 + \Delta\mu x = \mu_0 + \frac{\mu_0 x}{\ell} = \mu_0 \left(1 + \frac{x}{\ell}\right)$$

olur. $N \gg 1$ olmak üzere çubuğu N parçaya bölelim. Bir parçanın uzunluğu;

$$\Delta x = \frac{\ell}{N}$$

sol uçtan k parça kadar uzakta olan bir parçanın birim uzunluktaki kütlesi;

$$\mu(k\Delta x) = \mu_0 \left(1 + \frac{k\Delta x}{\ell}\right)$$

bu parçanın kütlesi;

$$\Delta m(k) = \mu(k\Delta x) \Delta x = \mu_0 \left[\Delta x + \frac{k(\Delta x)^2}{\ell}\right]$$

çubuğun kütlesi;

$$\begin{aligned} m &= \sum_{k=1}^N \Delta m(k) = \sum_{k=1}^N \mu_0 \left[\Delta x + \frac{k(\Delta x)^2}{\ell}\right] = \mu_0 \left[\Delta x \sum_{k=1}^N 1 + \frac{k(\Delta x)^2}{\ell} \sum_{k=1}^N k\right] = \mu_0 \left[N\Delta x + \frac{(\Delta x)^2}{\ell} \frac{N(N+1)}{2}\right] \approx \\ &\approx \mu_0 \left[N \cdot \frac{\ell}{N} + \frac{1}{\ell} \cdot \left(\frac{\ell}{N}\right)^2 \frac{N^2}{2}\right] = \frac{3\mu_0 \ell}{2} \end{aligned}$$

çubuğun kütle merkezi sol uçtan olan uzaklığı;

$$\begin{aligned} x_{km} &= \frac{\sum_{k=1}^N \Delta m(k) \cdot (k\Delta x)}{\sum_{k=1}^N \Delta m(k)} = \frac{\sum_{k=1}^N \mu_0 \left[\Delta x + \frac{k(\Delta x)^2}{\ell}\right] \cdot k(\Delta x)}{\frac{3\mu_0 \ell}{2}} = \frac{2}{3\ell} \left[(\Delta x)^2 \sum_{k=1}^N k + \frac{(\Delta x)^3}{\ell} \sum_{k=1}^N k^2 \right] = \\ &= \frac{2}{3\ell} \left[(\Delta x)^2 \cdot \frac{N(N+1)}{2} + \frac{(\Delta x)^3}{\ell} \frac{N(N+1)(2N+1)}{6} \right] \approx \frac{2}{3\ell} \left[\left(\frac{\ell}{N}\right)^2 \frac{N^2}{2} + \frac{1}{\ell} \left(\frac{\ell}{N}\right)^3 \frac{N^3}{3} \right] = \frac{5\ell}{9} \end{aligned}$$

olur. Destek sol uçtan;

$$mx = m(x_{km} - x); x = \frac{5\ell}{9} - x; x = \frac{5\ell}{18}$$

olarak bulunur.

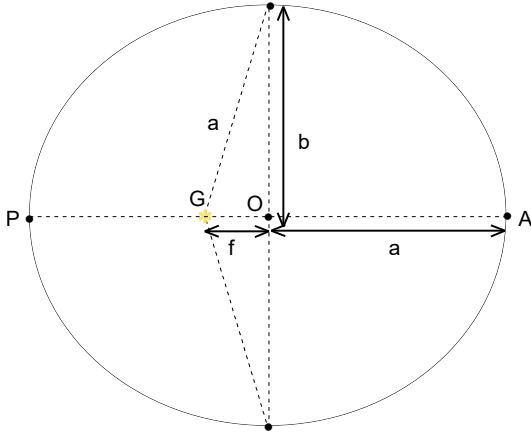
5. Gündüz olduğunda Jüpiter gözlenemez, sadece gece gözlenir. Ekinoksta gündüz ve gece süre bakımından eşittir. Bu durumda saat 6.00 da Güneş doğar ve Jüpiter gözlenemez ta ki saat 18.00 Güneşin batmasına kadar gözlenemez. Saat 18.00 da Güneşin batmasından Jüpiter gözlenmeye başlar ta ki saat 06.00 Güneşin doğmasına kadar gözlenir. Bir gök cismi, doğduğu an ile battığı anın tam ortasındaki zaman diliminde meridyeninden geçer ve gökyüzündeki en yüksek konumuna ulaşır. Jüpiter karşı konumda iken en büyük ufuk yüksekliğine saat 00,00 da ulaşır. Jüpiter karşı konumda iken Dünyaya olan uzaklığı;

$$r=5,2-1=4,2 \text{ AB}=4,2 \cdot 150 \cdot 10^6 = 630 \cdot 10^6 \text{ km}$$

Jüpiterin gözlendiği açısal büyüklüğü;

$$\theta = \frac{2R}{r} = \frac{2 \cdot 70000}{630 \cdot 10^6} = 2,222 \cdot 10^{-4} \text{ rad} = 2,222 \cdot 10^{-4} \cdot \frac{180^\circ}{\pi} = 0,012732395^\circ = 0,012732395^\circ \cdot 3600'' = 45,836'' \approx 46''$$

olarak bulunur.



6. Perihelion uzaklık ifadesinden asteroidin büyük yarı eksenini;

$$r_p = a(1-\epsilon); 3 = a(1-0,25) \Rightarrow a = 4 \text{ AB}$$

asteroidin dolanım periyodu;

$$\frac{T_D^2}{r_D^3} = \frac{T^2}{a^3}; T = T_D \sqrt{\frac{a^3}{r_D^3}} = 1 \cdot \sqrt{\frac{4^3}{1^3}} = 8 \text{ yıl}$$

elipsin odak uzaklığı;

$$\epsilon = \frac{f}{a}; f = \epsilon a = 0,25 \cdot 4 = 1 \text{ AB}$$

elipsin küçük yarı eksenini;

$$b = \sqrt{a^2 - f^2} = \sqrt{4^2 - 1^2} = \sqrt{15} = 3,873 \text{ AB}$$

yörüngenin uzak yarısının kat etmek için gereken süre;

$$\frac{t_{uzak}}{T} = \frac{\frac{f \cdot 2b}{2} + \frac{\pi ab}{2}}{\pi ab} = \frac{f}{\pi a} + \frac{1}{2} = \frac{1}{4 \cdot 3,14} + \frac{1}{2} = 0,57957747$$

$$t_{uzak} = 0,57957747 T = 0,57957747 \cdot 8 \cdot 365,25 = 1693,5 \text{ gün}$$

yörüngenin yakın yarısının kat etmek için gereken süre;

$$t_{yakın} = T - t_{uzak} = 8 \cdot 365,25 - 1693,5 = 1228,5 \text{ gün}$$

aralarındaki fark;

$$t_{uzak} - t_{yakın} = 1693,5 - 1228,5 = 465 \text{ gün}$$

olarak bulunur.

7. Roche limiti;

$$r_{Roche} = R \sqrt[3]{\frac{8M}{m}} = R \sqrt[3]{\frac{8 \cdot \frac{4\pi\rho_{Mars} R_{Mars}^3}{3}}{\frac{4\pi\rho_{Phobos} R^3}{3}}} = R_{Mars} \sqrt[3]{\frac{8\rho_{Mars}}{\rho_{Phobos}}} = 3390 \sqrt[3]{\frac{8 \cdot 3,93}{1,88}} = 8669,1 \text{ km}$$

yarıçap değişimi;

$$\Delta r = r - r_{Roche} = 2,765 \cdot 3390 - 8669,1 = 704,25 \text{ km}$$

bunun için gereken süre;

$$t = \frac{\Delta r}{\Delta x} \cdot 100 = \frac{704,25 \cdot 10^3}{2} \cdot 100 = 35205000 \text{ yıl} \approx 35 \cdot 10^6 \text{ yıl}$$

olarak bulunur.

8. Bir uydunun çembersel yörünge üzerinde hareket etmesi için gereken hız;

$$\frac{mv^2}{r} = \frac{\gamma Mm}{r^2}; v = \sqrt{\frac{\gamma M}{r}}$$

bu uydunun enerjisi;

$$E = E_k + E_p = \frac{mv^2}{2} - \frac{\gamma Mm}{r} = \frac{\gamma Mm}{2r} - \frac{\gamma Mm}{r} = -\frac{\gamma Mm}{2r}$$

ile verilir. İlk durumda kütleçekim potansiyel enerjisi;

$$E_{p1} = -\frac{\gamma Mm}{R_{ek} + H} = -\frac{\gamma Mm}{6378 + 3622} = -\frac{\gamma Mm}{10000}$$

olur. Uyduyu h yükseklikteki yörüngeden H yükseklikteki yörüngeye çıkartmak için yapılan iş;

$$W = -(E_2 - E_1) = -\frac{\gamma Mm}{2(R_{ek} + H)} - \left[-\frac{\gamma Mm}{(R_{ek} + h)} \right] = \frac{\gamma Mm}{2(6378 + 2622)} - \frac{\gamma Mm}{2 \cdot 10000} = \frac{\gamma Mm}{18000} - \frac{\gamma Mm}{20000} = \frac{1}{18} \frac{\gamma Mm}{10000} = -\frac{E_{p1}}{18}$$

olarak bulunur.

9. Güneşin dolanım periyodu;

$$T = 250 \cdot 10^6 \cdot 365 \cdot 24 \cdot 3600 = 7884 \cdot 10^{12} \text{ s}$$

Güneşin Samanyolu galaksinin merkezine olan uzaklık;

$$v = \frac{2\pi r}{T}; r = \frac{vT}{2\pi} = \frac{200 \cdot 10^3 \cdot 7884 \cdot 10^{12}}{2 \cdot 3,14} = 2509,555 \cdot 10^{17} \text{ m}$$

Güneşin Samanyolu galaksinin kütlesi;

$$\frac{M_{Güneş} v^2}{r} = \frac{\gamma M_{gal} M_{Güneş}}{r^2}$$

$$M_{gal} = \frac{v^2 r}{\gamma} = \frac{(200 \cdot 10^3)^2 \cdot 2509,555 \cdot 10^{17}}{6,67 \cdot 10^{-11}} = 1504,98 \cdot 10^{38} \text{ kg} = \frac{1504,98 \cdot 10^{38}}{2 \cdot 10^{30}} = 752,5 \cdot 10^8 \approx 75 \cdot 10^9 M_{Güneş}$$

olarak bulunur. İkinci kurtulma

10. Venüsün retrograd hareketinden dolayı Venüs yüzeyindeki bir gözlemciye göre Güneş'in meridyenden ardı ardına iki geçişi arasındaki süre Güneş günü;

$$\frac{1}{T_{Güneş}} = \frac{1}{T_{Venüs-dolanım}} + \frac{1}{T_{Venüs-eksen}} = \frac{1}{225} + \frac{1}{243}; T_{Güneş} = \frac{243 \cdot 225}{243 + 225} = 116,827 \text{ gün} \approx 117 \text{ gün}$$

54 Venüs yılında geçen Venüs Güneş günü;

$$N = \frac{54 T_{Venüs-dolanım}}{T_{Güneş}} = \frac{54 \cdot 225}{116,827} = 104$$

olarak bulunur.

11. Virial teoreminden enerji için;

$$E_k = -\frac{E_p}{2}; E = -E_k; E = \frac{E_p}{2}$$

elde edilir. Bu bağıntı M kütleli çekim merkezi etrafında hareket eden $m \ll M$ kütleli bir uydunun enerjisi için geçerlidir. Uydunun hızı;

$$\frac{mv^2}{r} = \frac{\gamma M}{r^2}; v = \sqrt{\frac{\gamma M}{r}}$$

uydunun enerjisi;

$$E = E_k + E_p = \frac{mv^2}{2} - \frac{\gamma Mm}{r} = \frac{mv^2}{2} - mv^2 = -\frac{mv^2}{2} = -E_k$$

$$E = E_k + E_p = \frac{mv^2}{2} - \frac{\gamma Mm}{r} = \frac{\gamma Mm}{2r} - \frac{\gamma Mm}{r} = -\frac{\gamma Mm}{2r} = \frac{E_p}{2}$$

olarak yazılabilir. Sadece bu bağıntıya dayanarak ideal gaz yapısında ve hidrostatik dengede olan bir astrofizikte sistem için bunu ispat yöntemi kullanmak doğru değildir. Bundan dolayı virial teoremi ispatsız olarak verilmektedir. Kalınlığı Δr ve kütlesi;

$$\Delta m = \rho \cdot 4\pi r^2 \Delta r$$

küresel bir kabuk arasındaki etkileşme enerjisi için;

$$\Delta E_{r < R} = -\frac{\gamma m \Delta m}{r} = -\frac{\gamma \frac{4\rho\pi r^3}{3} 4\rho\pi r^2 \Delta r}{r} = -\frac{\gamma (4\rho\pi)^2 r^4 \Delta r}{3}$$

yazabiliriz. Toplam enerjiyi bulmak için R yarıçaplı küre içinde tüm enerji katkıları toplamalıyız. Küre için aranan potansiyel çekim enerjisinin bulmak için R yarıçapını $N \gg 1$ olmak üzere ve uzunlukları Δr olan çok küçük parçalara bölelim. Bu durumda;

$$R = N \Delta r$$

ile verilir. Kürenin merkezinden;

$$r = k \Delta r$$

küre ile r uzaklıktaki küresel kabuk arasındaki etkileşme enerjisi;

$$\Delta E_{r < R} = -\frac{\gamma (4\rho\pi)^2 (k\Delta r)^4 \Delta r}{3} = -\frac{\gamma (4\rho\pi)^2 k^4 (\Delta r)^5}{3}$$

şeklinde yazılabilir. Kürenin toplam enerjisi;

$$\begin{aligned} E_R &= \sum_{k=0}^N \Delta E_{r < R} = -\sum_{k=0}^N \frac{\gamma (4\rho\pi)^2 (k\Delta r)^4 \Delta r}{3} = -\frac{\gamma (4\rho\pi)^2 (\Delta r)^5}{3} \sum_{k=0}^N k^4 \approx \frac{\gamma (4\rho\pi)^2 (\Delta r)^5}{3} \frac{N^5}{5} = \\ &= -\frac{\gamma (4\rho\pi)^2 (\Delta r)^5}{15} \frac{R^5}{(\Delta r)^5} = -\frac{3\gamma \left(\frac{4\rho\pi R^3}{3}\right)^2}{5R} = -\frac{3\gamma M^2}{5R} \end{aligned}$$

olarak bulunur. Kalınlığı Δr ve kütlesi;

$$\Delta m = \rho \cdot 4\pi r^2 \Delta r$$

küresel bir kabuk seçelim. $r < R$ yarıçapında seçtiğimiz küre dış bölgelerini kendine doğru çekmektedir. Bu çekme sonucu seçtiğimiz kürenin yüzeyinde basınç oluşturmaktadır. Seçilen küre ile etrafındaki küresel kabuk arasındaki kuvvet;

$$\Delta F_{r < R} = \frac{\gamma m \Delta m}{r^2} = \frac{\gamma \frac{4\rho\pi r^3}{3} 4\rho\pi r^2 \Delta r}{r^2} = \frac{\gamma (4\rho\pi)^2 r^3 \Delta r}{3}$$

seçilen kürenin yüzeyine etki eden basınç;

$$\Delta P_{r < R} = \frac{\Delta F_{r < R}}{4\pi r^2} = \frac{\gamma 4\rho\pi^2 r \Delta r}{3}$$

ile verilir. Hesabı yapabilmek için $r = r_0 < R$ bir durumu inceleyelim. Bu durumda;

$$R = N_R \Delta r; N \gg 1$$

$$r_0 = N_0 \Delta r; N_0 \gg 1$$

yazabiliriz. Aranan basınç;

$$P_{r_0} = \sum_{k=0}^{N_k} \Delta P_{r_0 < R} - \sum_{k=0}^{N_0} \Delta P_{r_0 < R} = \sum_{k=0}^{N_k} \frac{\gamma 4\pi\rho^2 (k\Delta r) \Delta r}{3} - \sum_{k=0}^{N_0} \frac{\gamma 4\pi\rho^2 (k\Delta r) \Delta r}{3} = \frac{\gamma 4\pi\rho^2 (\Delta r)^2}{3} \left(\sum_{k=0}^{N_k} k - \sum_{k=0}^{N_0} k \right) \approx$$

$$\approx \frac{\gamma 4\pi\rho^2 (\Delta r)^2}{3} \left(\frac{N_k^2}{2} - \frac{N_0^2}{2} \right) = \frac{2\gamma\pi\rho^2 (\Delta r)^2}{3} \left[\frac{R^2}{(\Delta r)^2} - \frac{r_0^2}{(\Delta r)^2} \right] = \frac{2\gamma\pi\rho^2 (R^2 - r_0^2)}{3} = \frac{3\gamma M^2}{8\pi R^4} \left(1 - \frac{r_0^2}{R^2} \right)$$

yıldızın merkezindeki mutlak sıcaklığı;

$$PV = P \frac{4\pi R^3}{3} = NkT$$

gaz denklemini kullanabiliriz. Buradan r yarıçapına bağlı olarak T sıcaklığı;

$$T = \frac{4\pi PR^3}{3Nk} = \frac{4\pi R^3}{3Nk} \frac{3\gamma M^2}{8\pi R^4} \left(1 - \frac{r_0^2}{R^2} \right) = \frac{\gamma M^2}{2RNk} \left(1 - \frac{r_0^2}{R^2} \right); T_0 = \frac{\gamma M^2}{2RNk}$$

ile verilir. Burada N sistemdeki toplam parçacık sayısı, k Boltzmann sabiti, T_0 ise yıldızın merkezindeki sıcaklığıdır. Yıldız, merkezindeki nükleer yakıt bitmesine rağmen yüzeyinden dış uzaya sürekli olarak radyasyon yaymaya devam ettiği için sistem net olarak enerji kaybeder. Dolayısıyla yıldızın toplam E enerjisi zamanla azalır. Enerjinin azalmasıyla kütleçekim potansiyel enerjisi de azalır. Kütleçekim potansiyel enerjisi negatif değerde olduğu için sabit kütleli sistemde R yarıçapı azalmalıdır ki daha negatif değer olarak azalsın. Yarıçapının azalmasıyla birlikte yıldızın merkezindeki sıcaklık da azalır.

12. Hidrojen atomunda verilen değer yakın geçiş Balmer serisinde 5. enerji seviyeden 2. enerji seviyeye inmesiyle meydana gelir. Bu durumda fotonun enerjisi;

$$E_{5 \rightarrow 2} = \frac{13,6}{2^2} - \frac{13,6}{5^2} = 2,856 \text{ eV}$$

iki fotonun arasındaki enerji farkı;

$$\Delta E = E_{5 \rightarrow 2} - E_x = 2,856 - 2,845 = 0,011 \text{ eV}$$

olur. Dalga boyu λ olan bir fotonun enerjisi için;

$$E_\lambda = \frac{2\pi\hbar c}{\lambda}$$

dalga boyu $\lambda + \Delta\lambda$ olan bir fotonun enerjisi için;

$$E_{\lambda + \Delta\lambda} = \frac{2\pi\hbar c}{\lambda + \Delta\lambda}$$

iki enerji arasındaki fark $\Delta\lambda \ll \lambda$ durumu için;

$$\Delta E_\lambda = E_\lambda - E_{\lambda + \Delta\lambda} = \frac{2\pi\hbar c}{\lambda} - \frac{2\pi\hbar c}{\lambda + \Delta\lambda} = \frac{2\pi\hbar c}{\lambda} - \frac{2\pi\hbar c}{\lambda \left(1 + \frac{\Delta\lambda}{\lambda}\right)} \approx \frac{2\pi\hbar c}{\lambda} - \frac{2\pi\hbar c}{\lambda} \left(1 - \frac{\Delta\lambda}{\lambda}\right) = \frac{2\pi\hbar c \Delta\lambda}{\lambda^2} = \frac{E_\lambda \Delta\lambda}{\lambda}$$

yazabiliriz. Buradan spektrum çizgilerini ayırabilmek için kullanılacak spektrometrenin minimum dalga boyu çözünürlüğü;

$$\mathcal{R} = \frac{E_\lambda}{\Delta E_\lambda} = \frac{\lambda}{\Delta\lambda}$$

olarak tarif edilir. Verilen soru için;

$$\mathcal{R} = \frac{2,856 + 2,845}{0,011} = 259,136$$

olarak bulunur. Spektrometrenin minimum çözünürlüğü bulunduğumu sonuçtan büyük ama en yakın olmalıdır.

13. Fotonun enerjisi için;

$$E_\gamma = \frac{2\pi\hbar c}{\lambda}$$

bir parçacığın de Broglie dalga boyu ve momentum arasındaki ilişki için;

$$\lambda = \frac{2\pi\hbar}{p}$$

rölativistik olmayan bir parçacığın kinetik enerjisi için;

$$E = \frac{p^2}{2m} = \frac{1}{2m} \left(\frac{2\pi\hbar}{\lambda} \right)^2 = \frac{2\pi^2\hbar^2}{m\lambda^2}$$

yazabiliriz. Buradan;

$$\frac{E_{ek} - E_{kp}}{E_\gamma} = \frac{\frac{2\pi^2\hbar^2}{m_e\lambda^2} - \frac{2\pi^2\hbar^2}{m_p\lambda^2}}{\frac{2\pi\hbar c}{\lambda}} = \frac{\pi\hbar}{\lambda c} \left(\frac{1}{m_e} - \frac{1}{m_p} \right)$$

olarak bulunur.

14. Protonun kütlesi;

$$m_H = 1,007825.1,660539.10^{-27} = 1,6735327.10^{-27}$$

${}^4_2\text{He}$ çekirdeğin kütlesi;

$$m_{{}^4_2\text{He}} = 4,002603.1,660539.10^{-27} = 6,646478.10^{-27} \text{ kg}$$

bir füzyon reaksiyonunda açığa çıkan enerji;

$$E_1 = (4m_H - m_{{}^4_2\text{He}})c^2 = (4.1,6735327.10^{-27} - 6,646478.10^{-27}).(300000.10^3)^2 = 42,8875.10^{-13} \text{ J}$$

olur. Güneşteki hidrojen kütlesi;

$$M_H = 0,7M_G = 0,7.1,989.10^{30} = 1,3923.10^{30}$$

Güneşteki çekirdeğindeki hidrojen kütlesi;

$$M'_H = 0,1M_H = 1,3923.10^{29}$$

füzyon reaksiyonlara girebilecek proton sayısı;

$$N = \frac{M'_H}{m_H} = \frac{1,3923.10^{29}}{1,6735327.10^{-27}} = 83,195.10^{54}$$

füzyon reaksiyon sayısı;

$$N_{\text{füz}} = \frac{N}{4} = \frac{83,195.10^{54}}{4} = 20,7988.10^{54}$$

bu reaksiyonlarda açığa çıkabilecek toplam enerji;

$$E_{\text{füz}} = N_{\text{füz}} E_1 = 20,7988.10^{54} .42,8875.10^{-13} = 892.10^{41}$$

ana kol ömrü;

$$t = \frac{E_{\text{füz}}}{L_G} = \frac{892.10^{41}}{3,846.10^{26}} = 231,93.10^{15} \text{ s} = \frac{231,93.10^{15}}{365.24.3600} = 7,3545.10^9 \text{ yıl} \approx 7 \text{ milyar yıl}$$

olarak bulunur.

15. Fotonun enerjisi için;

$$E_\gamma = \frac{2\pi\hbar c}{\lambda} = \frac{2.3,14.1,05456.10^{-34}.300000.10^3}{662,6.10^{-9}} = 3.10^{-19} \text{ J}$$

gözbebeğin alanı için;

$$S = \pi r^2 = 3,14.(2,5.10^{-3})^2 = 18,75.10^{-6} \text{ m}^2$$

bu alana birim zamanda düşen güç;

$$P = IS = 4.10^{-9} .18,75.10^{-6} = 75.10^{-15} \text{ W}$$

düşen foton sayısı;

$$N = \frac{P}{E_\gamma} = \frac{75.10^{-15}}{3.10^{-19}} = 25.10^4$$

olarak bulunur.

16. Bir gökcismin mutlak parlaklığı ile ışımaya gücü arasındaki ilişki;

$$M = -2,5 \log \frac{L}{4\pi.10^2}$$

ile verilir. Buradan galaksideki yıldızların sayısı Güneşin ışımaya gücü cinsinden;

$$M_G - M_{\text{gal}} = -2,5 \log \frac{L_K}{L_{\text{gal}}} ; 4,83 - (-25,17) = 2,5 \log \frac{L_{\text{gal}}}{L_G} ; \log \frac{L_{\text{gal}}}{L_G} = 12; N_G = \frac{L_{\text{gal}}}{L_G} = 10^{12}$$

galaksideki yıldızların sayısı K-türü ışımaya gücü cinsinden;

$$L_{\text{gal}} = 10^{12} L_G = N_K 0,4 L_G ; N_K = 25.10^{11}$$

olarak bulunur.

17. Kırmızıya kayma parametresi z bir dalga boyundaki bağıl değişim oranı olarak tanımlanır. Kırmızıya kayma parametresi arasındaki ilişki;

$$z = \frac{\lambda_0 - \lambda}{\lambda}$$

ile verilir. Burada λ_0 gözlem $t=0$ anındaki dalga boyudur. Buradan gözlenen dalga boyu;

$$14 = \frac{\lambda_0 - \lambda}{\lambda}; \lambda_0 = 15\lambda = 15 \cdot 1216 \text{ \AA} = 18240 \text{ \AA}$$

olarak bulunur. Bu kızılötesi bölgesine aittir.

18. Genişleyen bir evrende herhangi iki galaksi arasındaki fiziksel mesafe zamanla büyür. Bunu tarif etmek için kozmolojide sabit koordinat ve ölçek çarpanı a kullanılır. Günümüzdeki anı t_0 olarak kabul edersek, standart olarak günümüzdeki ölçek çarpanı $a(t_0)=1$ alınır. Geçmişteki bir t anında, evrenin herhangi bir noktasında yayılmaya başlayan bir ışık ışığının salındığı andaki evrenin ölçek çarpanı a , ışığın salındığı andaki laboratuvar dalga boyu λ , ışığın gözlemlendiği t_0 anı yani bugün andaki evrenin ölçek çarpanı $a_0=1$, ışığın gözlemlendiği andaki dalga boyu λ_0 olsun. Evren genişledikçe, uzay dokusunun kendisiyle birlikte uzayda hareket eden fotonların ve rölativistik parçacıkların de Broglie dalga boyları evrenin ölçek çarpanıyla doğrudan doğruya orantılı olarak genişler. Bu durumda;

$$\lambda \sim a; \frac{\lambda_0}{\lambda} = \frac{a_0}{a}; \frac{\lambda_0}{\lambda} = \frac{1}{a}$$

yazabiliriz. Kırmızıya kayma parametresi z bir dalga boyundaki bağıl değişim oranı olarak tanımlanır. Bu durumda ölçek çarpanı ve kırmızıya kayma parametresi arasındaki ilişki;

$$z = \frac{\lambda_0 - \lambda}{\lambda} = \frac{\lambda_0}{\lambda} - 1; \frac{1}{a} = 1 + z; a = \frac{1}{1 + z}$$

ile verilir. $\rho_m = \rho_r$ durumunda bugünkü değerleri için;

$$\rho_{m0} a^{-3} = \rho_{r0} a^{-4}; \frac{\rho_{r0}}{\rho_{m0}} = a$$

yazabiliriz. Buradan;

$$\frac{10^{-4}}{0,3} = \frac{1}{1 + z}; 1 + z = \frac{0,3}{10^{-4}} = 3000; z \approx 3000$$

olarak bulunur.

19. Uydunu aphelion uzaklığı;

$$r_A = 149,6 \cdot 10^6 = \frac{149,6 \cdot 10^6}{696400} = 214,82 R_\odot$$

olur. Görünür parlaklık ile aydınlanma arasındaki ilişki için;

$$m = -2,5 \cdot \log E = -2,5 \cdot \log \frac{L_G}{r^2}$$

ile verilir. Buradan uydu perihelion noktasında iken görünür parlaklığı;

$$m_A - m_P = -2,5 \cdot \log \frac{r_P^2}{r_A^2} = 5 \cdot \log \frac{r_A}{r_P} = 5 \cdot \log \frac{214,82 r_\odot}{10 r_\odot} = 5 \cdot \log(21,482)$$

$$-26,74 - m_P = 5 \cdot \log(21,482) = 6,66; m_P = -33,4 \text{ kadir}$$

olarak bulunur.

20. Güneşin ışınma gücü için;

$$L = 4\pi R_{\odot}^2 \cdot \sigma T_{\odot}^4$$

$10R_{\odot}$ uzaklıkta birim alana düşen ışınma;

$$I = \frac{L}{4\pi(10R_{\odot})^2} = \frac{4\pi R_{\odot}^2 \cdot \sigma T_{\odot}^4}{4\pi \cdot 100R_{\odot}^2} = \frac{\sigma T_{\odot}^4}{100}$$

uydunun S alana düşen ışınma gücü ifadesinden uydunun sıcaklığı;

$$S \cdot \frac{\sigma T_{\odot}^4}{100} = 2S \frac{\sigma T^4}{100}; T = \frac{T_{\odot}}{\sqrt[4]{200}} = \frac{5772}{\sqrt[4]{200}} \approx 1535 \text{ K}$$

olarak bulunur.

21. Yıldızın görünür parlaklığı;

$$m - M = -5 + 5 \cdot \log r$$

formülü ile bulunur. Buradan yıldızın görünür parlaklığı;

$$m_y - 6 = -5 + 5 \cdot \log 50 = -5 + 5 \cdot 1,69897 = -5 + 8,49485 = 3,49485 \approx 3,5; m_y = 9,5 \text{ kadir}$$

olur. Bir gök cisminin görünür parlaklığı ile yıldızın sağladığı aydınlanma arasındaki ilişki;

$$m = -2,5 \log E$$

ile verilir. Örtülmeden önce toplam aydınlanma;

$$E = E_y + E_A$$

ile verilir. Yıldız tam örtüldüğünde aydınlanma sadece asteroit tarafından sağlanır. Bu durumda;

$$E_A = \frac{E}{4} = \frac{E_y + E_A}{4}; E_y = 3E_A$$

olur. Buradan;

$$m_y - m_A = -2,5 \log \frac{E_y}{E_A}; 9,5 - m_A = -2,5 \log 3 = -2,5 \cdot 0,477 = -1,1928 \approx 1,2; m_A = 10,7$$

olarak bulunur.

22. Güneş-Dünya arasındaki 1 AB uzaklığı gözlenen açıya paralaks denir ve pc birimi ile gösterilir. Bir radyan açısı;

$$1 \text{ rad} = \frac{360^\circ}{2\pi} = 57,2957795^\circ = 3437,74677' = 206264,8'' \approx 206265''$$

olarak tarif edilir. 1'' yay saniyesi 1/60 yay dakikası 1' yay dakikası 1/60 derecedir. Bu durumda paralaks p'' ile r uzaklığı için;

$$\frac{p''}{206265''} = \frac{1 \text{ AB}}{r}; r = \frac{1}{p''}$$

yazabiliriz. A yıldızına olan uzaklık;

$$r_A = \frac{1}{0,2''} = 5 \text{ pc}$$

olur. Aydınlanma ile ışınma gücü arasındaki ilişki;

$$E = \frac{L}{4\pi r^2}$$

ile verilir. A ve B yıldızların aydınlanma şartından B yıldızına olan uzaklık;

$$\frac{L}{4\pi r_A^2} = \frac{1}{16} \frac{L}{4\pi r_B^2}; r_B = 4r_A = 4 \cdot 5 = 20 \text{ pc}$$

olarak bulunur.

23. Aynalı teleskopların odak uzaklıkları sırasıyla;

$$8 = \frac{f_1}{150}; f_1 = 8 \cdot 150 = 1200 \text{ mm}$$

$$12 = \frac{f_2}{200}; f_2 = 12 \cdot 200 = 2400 \text{ mm}$$

aynalı teleskopların büyütme oranları sırasıyla;

$$m_1 = \frac{f_1}{f_{ok1}} = \frac{1200}{10} = 120$$

$$m_2 = \frac{f_2}{f_{ok2}} = \frac{2400}{5} = 480$$

aranan oran;

$$\frac{m_2}{m_1} = 4$$

olarak bulunur.

24. Aynalı teleskobun çapı;

$$4 = \frac{f}{D} = \frac{800}{D}; D = 200 \text{ mm}$$

teleskopun çözme gücü;

$$\theta \approx \frac{1,22\lambda}{D} = \frac{1,22 \cdot 500 \cdot 10^{-9}}{0,2} = 305 \cdot 10^{-8} \text{ rad}$$

gözlenen kraterin çapı;

$$d = H\theta = 6545 \cdot 10^3 \cdot 305 \cdot 10^{-8} = 19,96225 \text{ m} \approx 20 \text{ m}$$

olarak bulunur.

25. Tek bir pikselin gökyüzünde kapladığı açısal alan yay büyüklüğü;

$$\delta = 206265 \cdot \frac{p}{f} = 206265 \cdot \frac{0,01}{800} = 2,5883''/\text{piksel}$$

CCD Kameranın tek boyutlu gözlemediği açı;

$$\theta = 4096\delta = 4096 \cdot 2,5883'' = 10560,768'' = \frac{10560,768}{206265} = 0,0512 \text{ rad}$$

olur. Ayın çapın gözlemediği açı yaklaşık olarak;

$$\beta = \frac{2R}{H} = \frac{2 \cdot 1737}{6545} \approx 0,5308 \text{ rad}$$

gözlenen açı yüzdesi;

$$x = \frac{\theta}{\beta} \cdot \%100 = \frac{0,0512}{0,5308} \cdot \%100 = \%9,6458 \approx \%9,7$$

olarak bulunur.