

XXXIII. BİLİM OLİMPİYATLARI-2025 İKİNCİ AŞAMA 4. ASTRONOMİ ve ASTROFİZİK SINAVI

1. Bilinmeyen noktasal bir kaynağın gözlemlerinden, nesnenin paralaksı $p=0,002''=2$ mas (mili yaysaniyesi) ve soğurulmuş akısı $\mathcal{F}_{\text{abs}}=1,9 \cdot 10^{-16} \text{ W/m}^2$ olarak ölçülmüştür. Soğurulmuş akı (absorbed flux), bir yüzeye ya da ortama birim alana birim zamanda gelen ve o ortam tarafından tutulan enerji demektir. Kaynak ile gözlem yapılan teleskop arasındaki yıldızlararası bölgede hidrojen atomlarının konsantrasyonu $n_0=1 \text{ cm}^{-3}$ olduğu bilinmektedir. Hidrojen için gözlenen banttaki ortalama etkin tesir kesiti $\sigma=2 \cdot 10^{-22} \text{ cm}^2$ olarak veriliyor. Kaynağın etkin sıcaklığı $T_e=1,2 \cdot 10^4 \text{ K}$ olan bir beyaz cüce olduğunu ve yayılan parlaklığın termal ışımadan kaynaklandığını ve Stefan-Boltzmann yasasına uyduğunu kabul edelim.

Buna göre beyaz cücenin yarıçapı nedir? (Stefan-Boltzmann sabiti $\sigma=5,67 \cdot 10^{-8} \text{ W/m}^2 \text{ K}^4$ olarak veriliyor.)

2. Pulsarlar kendi etrafında çok yüksek hızla dönen nötron yıldızları olup genellikle bir süpernova kalıntısından oluşur ve boş uzayda oldukça büyük bir hızla hareket etmeye başlar. Pulsarlar için kinematik yaş tanımlanır. Pulsarın kinematik yaşı, pulsarın doğduğu yerden bugünkü konumuna mevcut uzaysal hızıyla gelmesi için geçen süre olarak tanımlanır. Kinematik yaş, pulsarın gözlenen hareketine dayanarak bulunan gerçek yaş tahminidir. Pulsarın oluştuğu yer ile güncel konumu arasındaki uzaklık ℓ , pulsarın gökyüzündeki teğetsel hızı $v_{\perp}$ olursa kinematik yaş;

$$t_{\text{kin}} = \frac{\ell}{v_{\perp}}$$

olarak verilir. Pulsarlar oluştuklarında patlama öncesi yıldızın var olan manyetik alanına sahip olmaya devam ederler. Pulsarların boyutları ilk yıldızla kıyasla çok küçük oldukları için yüzeydeki manyetik alan çok büyük değerdedir. Pulsarlar çok yüksek hızla döndükleri için manyetik kutuplarından yayılan radyasyon sayesinde enerji kaybeder. Pulsarın eylemsizlik momenti J , güncel açısal hızı ω , pulsarın manyetik dipol momenti p_m ve bir dipolün yaydığı ışıma gücü L olsun. Bu durumda pulsarın rotasyon kinetik enerjisi ve kinetik enerji kaybı;

$$E_k = \frac{J\omega^2}{2}; \dot{E}_k = J\omega \dot{\omega} = -L; L = \frac{\mu_0 p_m^2 \omega^4 \sin^2 \theta}{6\pi c^3} = C\omega^4 \sin^2 \theta$$

ile verilir. Burada μ_0 vakumun manyetik geçirgenlik katsayısı, c ışık hızı, θ manyetik dipol ile dönme eksenini arasındaki açıdır. Bu durumda $\theta=90^\circ$ için;

$$J\omega \dot{\omega} = -C\omega^4; \dot{\omega} = \frac{d\omega}{dt} = -\frac{C\omega^3}{J} = -D\omega^3; D = -\frac{\dot{\omega}}{\omega^3}; \dot{\omega} = \frac{d}{dt}\left(\frac{2\pi}{T}\right) = -\frac{2\pi\dot{T}}{T^2}; D = -\frac{\frac{2\pi\dot{T}}{T^2}}{\left(\frac{2\pi}{T}\right)^3} = \frac{T\dot{T}}{4\pi^2}$$

yazabiliriz. Burada T pulsarın periyodu, $\dot{T}$ pulsarın periyodunun artış hızıdır. Buradan pulsarın oluştuğu zaman için;

$$\frac{d\omega}{\omega^3} = -Ddt; -\frac{1}{2\omega^2} \Big|_{\omega_0}^{\omega} = -Dt; \frac{1}{\omega^2} - \frac{1}{\omega_0^2} = 2Dt; t = \frac{1}{2D} \left(\frac{1}{\omega^2} - \frac{1}{\omega_0^2} \right) = \frac{2\pi^2}{T\dot{T}} \left(\frac{T^2}{4\pi^2} - \frac{T_0^2}{4\pi^2} \right) = \frac{(T^2 - T_0^2)}{2T\dot{T}}$$

elde edilir. Pulsarlar ilk anlarda çok çok yüksek açısal hızla döndükleri için ilk periyot $T_0 \ll T$ ise karakteristik yaş;

$$t_{\text{kar}} = \frac{T}{2\dot{T}}$$

ile verilir. Kendi etrafında 10 s periyotla dönen, manyetik frenleme ile yavaşlayan ve diğer yıldızlardan çok uzaklıkta olan bir pulsar olduğunu kabul edelim. Bu pulsarın manyetik dipol ekseninin dönme eksenine dik olduğunu ve pulsarın yüzeydeki manyetik alan şiddetinin $B_{\text{dip}}=6,4 \cdot 10^{15} \sqrt{T\dot{T}}$, yarıçapı $R=12 \text{ km}$, kütlesi $1,5M_{\odot}$ olarak veriliyor. Bu pulsarın manyetik dipolün kutuptaki manyetik alanı $5 \cdot 10^9 \text{ T}$, pulsara kadar olan uzaklık 80000 ışık yılı, pulsarın oluştuğu yer ile güncel konumu arasındaki açı 3° dir. Pulsarın gökyüzündeki teğetsel $v_{\perp}$ hızı doğrudan ölçmek çok zordur. Bu hızı için bir değerlendirme yapılabilir.

a) Pulsarın kinematik yaşı ve karakteristik yaşı birbirine eşit ise pulsarın gökyüzündeki teğetsel hızı $v_{\perp}$ hızı nedir?

b) Bir pulsarın ışıma gücü nedir?

(Güneşin kütlesi $M_{\odot}=2 \cdot 10^{30} \text{ kg}$, $\pi=3,14$ olarak veriliyor.)

3. Kozmik toz bulutları uzayda yıldızlar arası ortamda bulunan mikroskobik katı parçacıklardan oluşan dev bulutlardır. Her galakside bulunan kozmik bulutlar genellikle önceki süpernova patlamalardan ve yıldız atmosferlerinden atılan maddelerden oluşur. Kozmik bulutların çökmesi ile yıldızlar ya da gezegenler oluşmaya başlar. Bu sürece Yıldız Oluşum ya da Star denir. Yıldız Oluşum süreci galaksilerin evriminde katkıda bulunur. Yıldız Oluşum süreci SFR (Star Formation Rate) Yıldız Oluşum Hızı ile tanımlanır. Oluşan yıldızlar çok genç ve sıcak (O–B tipi) yıldızların yaydığı UV (ultraviyole) fotonlarının, iyonize hidrojenle etkileşmesi sonucu oluşur. Bu fotonlar Lyman (H_{α}) H-alfa ışınması serisine aittir ve dalga boyu 656,33 nm dir. Bu yıldızlar çok kısa ömürlü oldukları için H-alfa parlaklığı güncel yıldız oluşum hızını gösterir. Bir galakside $L(H_{\alpha})$ ışınımı ne kadar güçlü ise yeni yıldız oluşum hızı o kadar büyüktür ve H_{α} parlaklığı doğrudan yıldız oluşum hızıyla orantılıdır. Robert Charles Kennicutt amerikalı bir astrofizikçi galaksilerde yıldız oluşumun hızı ile ilgili kısmen teorik varsayımlara kısmen de deneysel verilere dayanarak yeni yıldız oluşum hızı için;

$$SFR(M_{\odot}/yıl)=7,9 \cdot 10^{-35} L(H_{\alpha}); L(H_{\alpha})=[J/s]$$

formülü önermiştir. Burada $M_{\odot}$ Güneşin kütlesidir. Samanyolu galaksi için yıldız oluşum hızı $SFR=1,5M_{\odot}/yıl$ olarak kabul edilmektedir. Samanyolu galaksideki yıldız oluşumu hızı Virgo Galaksi Kümesinde bulunan bir gözlemci tarafından incelenmektedir. Bu galaksi Samanyolu galaksiden $r=16,5$ Mpc uzaklıkta bulunmaktadır.

Buna göre gözlemcinin Samanyolu galaksiden elde edeceği H_{α} akısı $\mathcal{F}$ (Flux ya da akı birim zamanda birim alana düşen enerjidir) nedir?

4. 3C273 quasarın $z=0,158$ kırmızıya kaymaya sahip aktif bir galaksidir. Bu quasarın ışınım gücünün, merkezindeki süper-kütleli karadeliğe aktarılan maddeden kaynaklandığı kabul edilmektedir. Karadeliğin kütle-enerji dönüşüm verimliliği $\eta=\%10$ olarak kabul edilebilir.

Buna göre quasarın 12,9 kadir görünen parlaklığa sahip olması için yılda kaç Güneş kütlesinin merkezdeki karadeliğe aktarılması gerekir? (Işık hızı $c=300000$ km/s, Hubble sabiti $\mathcal{H}=70$ km/s.Mpc, Güneşin mutlak parlaklığı $\mathcal{M}_{\odot}=4,83$ kadir, Güneşin ışıma gücü $L_{\odot}=3,846 \cdot 10^{26}$ W, Güneşin kütlesi $M_{\odot}=2 \cdot 10^{30}$ kg olarak veriliyor.)

5. Merkür Güneş etrafındaki 2 turunu tamamlayana kadar kendi eksenini etrafında 3 kez döner yani Merkürün yörünge dolanım periyodu ile kendi eksenini etrafındaki dönme periyodu 2:3 oranında rezonanstadır. Merkür ve Venüsün dolanım periyotları sırasıyla 87,969 ve 224,7 gündür. Merkür ve Venüs gezegenlerin yörüngeleri çembersel olarak kabul edilmektedir. Dünyanın dolanım periyodu 365,6 gün olarak veriliyor.

a) Merkür yüzeyinde gözlem yapan bir astronot için Güneşin astronotun bulunduğu meridyenine ardışık iki geliş arasındaki süre kaç gündür? (Merkür'deki Güneş gününün uzunluğunu) Dünya günü cinsinden nedir?

b) Venüs'ten bakıldığında Merkür'ün en büyük doğu ya da batı uzanımı konumunda olduğunda bu iki gezegen arasındaki uzaklık kaç AB dir?

c) Venüsteki bir gözlemci için Merkürün tekrar kaç Dünya günü sonra en büyük doğu uzanımına gelir?

6. Kuzey yarımkürede, ilkbahar aylarında yapılan iki gözlem aşağıdaki gibidir:

- Gece yapılan gözlemlerde, hiç batmayan (sirkompolar yani daima ufku üzerinde kalan yıldızlar) bir yıldızın üst ve alt geçiş yükseklikleri sırasıyla $h_{\text{üst}}=69^{\circ}$, $h_{\text{alt}}=13^{\circ}$ olarak kaydedilmiştir. Yıldız her iki geçişte de kuzey ufkuna bakılarak gözlenmiştir.

- Ertesi gün yerel gerçek öğlede, yere dik duran bir çubuk (gnomonun yani bir güneş saatinde gölgeyi oluşturan dik çubuk) yüksekliği $H_g=2$ m ve gölge uzunluğu $\ell=1,17$ m olarak ölçülmüştür.

Buna göre gündüz gözleminin yapıldığı günün tarihi nedir? (Ekliptik ile ekvator arasındaki açı $\varepsilon=23^{\circ}26'$, Güneş'in gökyüzünde yıldızlara göre her gün ekliptik üzerindeki ortalama hareketi: $n=0,9856^{\circ}/gün$; Güneşin ekliptik boylamı $\lambda_{\odot}$, Güneşin deklinasyonu $\delta_{\odot}$ ise; $\sin \delta_{\odot} = \sin \varepsilon \sin \lambda_{\odot}$ olarak veriliyor.

7. Bir açık kümedeki tekil bir anakol yıldızı için atmosfer düzeltmesi yapılmış fotometrik görünür parlaklıklar aşağıdaki gibi ölçülmüştür;

$$m_B = 16,1 \quad m_V = 14,85 \quad m_I = 13$$

Yıldızın tayf türü B8 V dir. Bu yıldızlar için verilen kalibrasyonlar aşağıdaki gibidir;

$$(B-V)_0 = -0,11 \quad \mathcal{M}_V = -0,2$$

$$(V-I)_0 = -0,23 \quad BC_V = -0,85$$

a) (B-V) gözlenen, (V-I) gözlenen renk indekslerini ve E(B-V) ve E(V-I) renk artıkları nedir?

b) $\frac{A_I}{A_V} = 0,6$ olduğuna göre görsel bandı sönümünü A_V nedir?

c) Seçici sönüm katsayısı R_V nedir?

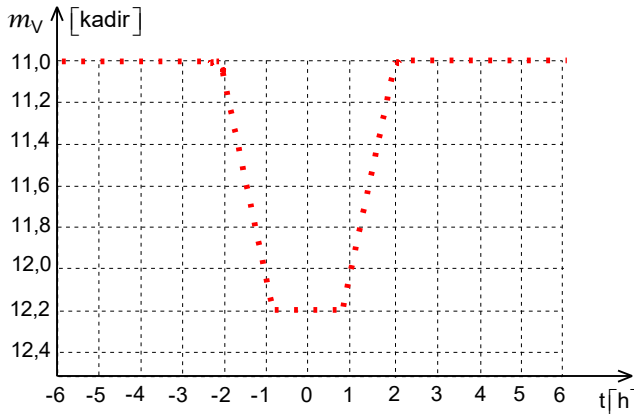
d) A_B , A_I ve sönümden arındırılmış m_{B0} , m_{V0} ve m_{I0} parlaklıkları nedir?

e) Yıldızın pc cinsinden r uzaklığı nedir?

f) $\mathcal{M}_B$, $\frac{L}{L_\odot}$, L (W) değerleri nedir?

g) Yıldızın Dünyaya ulaşan V bandı akısının, Güneşin 1 AB'deki V bandı akısına $\frac{\mathcal{F}_V}{\mathcal{F}_{V\odot}}$ oranı nedir?

(Güneşin bolometrik mutlak parlaklığı $\mathcal{M}_{bol\odot} = 4,74$ kadir, Güneşin V bandındaki mutlak parlaklığı $\mathcal{M}_{V\odot} = 4,74$ kadir, Güneşin ışıma gücü $L_\odot = 3,846 \cdot 10^{26}$ W, 1 AB=150000000 km olarak veriliyor.)

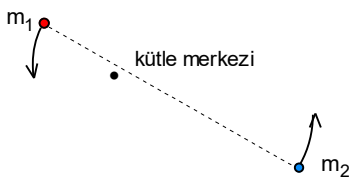


8. Örtlen bir çift yıldız sistemine ait V bandında görünür parlaklık-zaman grafiği şeklindeki gibidir. Grafikte verilen minimum ışık eğrisinin baş (birinci) minimumu temsil etmektedir.

a) Buna göre yıldızların yarıçapların oranı nedir?

b) Buna göre yıldızların ışıma akılarının oranı nedir?

(Basit bir yaklaşımla her bir yıldız gözlem düzleminde çembersel yörüngeler üzerinde hareket ettiklerini ve Dünyaya olan uzaklıklar eşit oldukları kabul edilmektedir.)



9. Birbirlerinden r uzaklıkta bulunan m_1 ve m_2 kütleli iki yıldız birbirlerine uyguladıkları kütle çekim kuvvetinin etkisiyle uzay boşluğunda ortak kütle merkezi etrafında çembersel yörüngeler üzerinde hareket etmektedir. Cisimlerin ortak dolanım periyodu T dir. Sistemin toplam kütlesi değişmeden yıldızlar arasında birbirine iki yıldız birleştiren doğru boyunca hiçbir dış etkiye maruz kalmadan kütleleri eşitleninceye kadar kütle aktarılmaktadır.

a) Buna göre yıldızların yeni dolanım periyodu nedir?

b) Sistemin enerji değişiminin ilk enerjiye oranı nedir?

10. Kütlesi $20 M_{\odot}$ olan WX45 yıldızı süper dev evresini takiben çekirdek çökmesi ve sonrasında süpernova patlaması olarak evrimine devam ediyor. Bu süpernova patlaması sonunda kütlesi $1,5 M_{\odot}$ ve yarıçapı 10 km olan nötronca zengin bir nötron yıldızı ortaya çıkıyor. Süpernova patlamasının toplam enerjisinin $E_{\text{top}} = 4 \cdot 10^{46}$ J olduğu hesaplanıyor. Kalıntı nötron yıldızının termal enerji-sinin süpernova ile yayılan toplam enerjinin 1%'i mertebesinde olduğu bilinmektedir.

a) Süpernova patlaması sonucu yıldızın çekirdek çökmesi ile ortaya çıkan nötron yıldızının nasıl dengede kalır?

b) Anakol yıldızları için ışıma gücü kütle bağıntısını kullanarak WX45 yıldızının anakol evresinin yıl olarak hangi mertebededir?

c) Ortaya çıkan nötron yıldızının patlama sonrası sıcaklık nedir?

(Güneşin anakol ömrü 10 milyar yıl, nötronun kütlesi $m_n = 1,675 \cdot 10^{-27}$ kg, Boltzmann sabiti $k = 1,38 \cdot 10^{-23}$ J/K olarak veriliyor.)

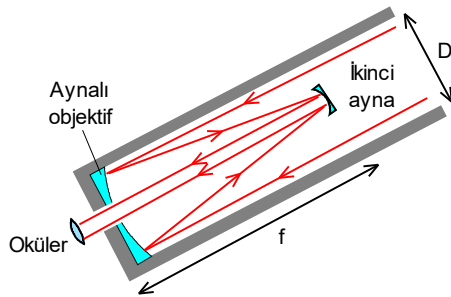
Yıldız	$\frac{R}{R_{\odot}}$	$\frac{L}{L_{\odot}}$	LDR
1	1,10	1,061	1,08
2	0,85	0,283	0,58
3	1,35	2,863	1,42
4	0,95	0,498	0,72
5	1,50	4,510	1,48
6	1,00	0,630	0,90
7	1,25	1,955	1,32
8	0,90	0,368	0,75
9	1,15	1,353	1,00
10	1,05	0,835	0,88

11. F-K tayf aralığındaki yıldızların tayflarındaki bazı soğurma çizgilerinin birbirine oranı ile etkin sıcaklık arasında ilişki kurulabilmektedir. "Çizgi Derinliği Oranı (LDR)" yöntemi ile yıldızların sıcaklığı birkaç on Kelvin derecelik hata ile belirlenebilmektedir. Bir sonraki sayfadaki çözüm kağıdında 10 yıldızın bazı özellikleri verilmektedir.

a) LDR-Sıcaklık ilişkisini belirleyiniz. LDR-sıcaklık grafiğini çizerek en iyi uyum eğrisini belirleyiniz. Uyum eğrisinin denklemini elde ediniz.

b) LDR değerleri sırasıyla 0,65, 1,10 ve 1,40 olarak verilen yıldızların sıcaklıklarını hesaplayarak hangi tayf türüne ait olduklarını belirleyiniz.

(Güneşin sıcaklığı $T_{\odot} = 5800$ K olarak veriliyor.)



12. Bir teleskobun optik tasarımın şematik gösterimi şekildeki gibidir. Bu teleskop ile Jüpiter gezegeni ve bu gezegenin bazı uyduları gözlenmektedir. Gözlem $\lambda = 550$ nm dalga boyunda gerçekleştirilmektedir. Dünya ve Jüpiter Güneşin aynı tarafında bulunduklarında ve bu üç gök cismi bir doğru üzerinde ise en elverişli gözlem yapılır. Üç gök cisimleri bu konfigürasyonda iken Dünya ile Jüpiter arasındaki minimum uzaklık $r_{\text{min}} = 3,93$ AB, maksimum uzaklık $r_{\text{mak}} = 4,47$ AB dir. Jüpiterin yarıçapı $R_J = 71500$ km, Jüpiterin uydularının gezegene olan uzaklıklar sırasıyla Io uydusu için $r_{\text{Io}} = 422000$ km, Europa uydusu için: $r_{\text{Eu}} = 671000$ km, Ganymede:

uydusu için $r = r_{\text{Gan}} = 1070000$ km, Callisto uydusu için $r_{\text{Cal}} = 1882700$ km, gözlem yapılan teleskobun çapı $D = 200$ mm, teleskobun objektifin odak uzaklığı $f_{\text{ob}} = 2000$ mm, teleskobun okülerin (göz merceğinin) odak uzaklığı $f_{\text{ok}} = 25$ mm, göz merceğinin açık görüş alanı $\text{FOV} = 50^\circ$ olarak veriliyor.

a) Buna göre Jüpiter ile Dünya arasındaki uzaklık minimum olduğunda Jüpiterin dört büyük uydusu aynı anda gözlemlenebilir mi? (1 AB = $150 \cdot 10^6$ km olarak veriliyor.)

b) Aynı anda bu dört uydunun gözlenememesi için aynı göz merceği kullanarak teleskobun objektifin odak uzaklığı minimum kaç mm olmalıdır?

XXXIII. BİLİM OLİMPİYATLARI-2025 İKİNCİ AŞAMA 4. ASTRONOMİ ve ASTROFİZİK SINAVI CEVAPLARI

1. 7200 km

2. a) 485 km/s; b) $4,16 \cdot 10^{23}$ W

3. $5,8344 \cdot 10^{-15}$ J/S.m²

4. 1,82 M_☉/yıl

5. a) 176 gün; 0,718 AB; c) 144,5 gün

6. 18 Nisan

7. a) 1,36 kadir; 2,08 kadir; b) 5,2 kadir; c) 3,82

d) 6,56; 3,12; 9,54 kadir; 9,65 kadir; 9,88 kadir

e) $2,8797 \cdot 10^{16}$ km; f) 207,014; $7,96 \cdot 10^{28}$ W; g) $2,3 \cdot 10^{-17}$

8. a) $\frac{3}{7}$; 11

9. a) $T \left[\frac{4m_1m_2}{(m_1+m_2)^2} \right]^3$; b) $1 - \left[\frac{(m_1+m_2)^2}{4m_1m_2} \right]^3$

10. a) Kütle çekim kuvvetinin oluşturduğu basınç ile nötronların hareketinden kaynaklanan kuantum mekaniksel basıncın dengelenmesi

b) $5,6 \cdot 10^6$ yıl; c) 10^{10} K

11. a) T=2600.LDR+3000

b) LDR=0,65 için K tipi yıldızı; LDR=1,1 için G tipi yıldızı; LDR=1,4 için; F tipi yıldızı

12. a) Tüm dört uydu ayna anda gözlenebilir.

b) 4356 mm

XXXIII. BİLİM OLİMPİYATLARI-2025 İKİNCİ AŞAMA 4. ASTRONOMİ ve ASTROFİZİK SINAVI ÇÖZÜMLERİ

1. Kaynağa olan uzaklık;

$$r = \frac{1}{p} = \frac{1}{0,002} = 500 \text{ pc} = 500.3,26 = 1630 \text{ ışık yılı} = 1630.9,46.10^{12} = 15419,8.10^{12} \text{ km} = 15419,8.10^{15} \text{ m}$$

olur. Işıma uzaydaki hidrojen atomlarından, elektronlardan saçılır. Optik derinlik ya da soğurma katsayısı konsantrasyon, tesir kesiti ve mesafeye bağlı olup;

$$\alpha = n_0 \sigma \tau = 1.10^6.2.10^{-26}.15419,8.10^{15} (\text{m}^{-3}.\text{m}^2.\text{m}) = 30839,6.10^{-5} = 0,3084$$

ile karakterize edilir. Kaynaktaki ışıma gücü L_{kay} olsun. Bu durumda gözlenen (soğrulan) ışıma Lambert-Beer yasasına göre;

$$\mathcal{F}_{\text{abs}} = \mathcal{F}_0 e^{-\alpha} = \frac{L_{\text{kay}} e^{-\alpha}}{4\pi r^2}$$

yazabiliriz. Buradan kaynağın ışıma gücü;

$$L_{\text{kay}} = 4\pi r^2 \mathcal{F}_{\text{abs}} e^{\alpha} = 4.3,14.(15419,8.10^{15})^2.1,9.10^{-16}.e^{0,3084} = 7,7278.10^{23} \text{ W}$$

olarak bulunur. Işıma Stefan-Boltzmann yasasına göre;

$$L_{\text{kay}} = 4\pi R^2 \cdot \sigma T_e^4$$

yazabiliriz. Buradan;

$$7,7278.10^{23} = 4.3,14R^2.5,67.10^{-8}.(1,2.10^4)^4 = 147,7467.10^8.R^2 \text{ W}$$

$$R = \sqrt{\frac{7,7278.10^{23}}{147,7467.10^8}} = 7,232.10^6 \text{ m} \approx 7200 \text{ km}$$

olarak bulunur.

2. a) Pulsarın olduğu yer ile güncel konumu arasındaki uzaklık;

$$\ell = r\theta = 80000. \frac{3^\circ \cdot \pi}{180^\circ} = 4188,8 \text{ ışık yılı} = 39,63.10^{15}$$

pulsarın periyodunun artış hızı;

$$\dot{T} = \frac{1}{T} \left(\frac{B_{\text{dip}}}{6,4.10^{15}} \right)^2 = \frac{1}{10} \left(\frac{5.10^9}{6,4.10^{15}} \right)^2 = 6,1.10^{-14}$$

pulsarın karakteristik yaşı;

$$t_{\text{kar}} = \frac{T}{2\dot{T}} = \frac{10}{2.6,1.10^{-14}} = 0,81967.10^{14} \text{ s} = 2,6.10^6 \text{ yıl}$$

pulsarın gökyüzündeki teğetsel hızı;

$$v_{\perp} = \frac{\ell}{t_{\text{kin}}} = \frac{39,63.10^{15}}{0,81967.10^{14}} = 483,48 \text{ km/s} \approx 485 \text{ km/s}$$

olarak bulunur.

b) Pulsarın kinetik enerjisi;

$$E_k = \frac{J\omega^2}{2} = \frac{2mR^2 \omega^2}{5} = \frac{4\pi^2 mR^2}{5T^2}$$

pulsardan yayılan ışıma gücü;

$$L = -\frac{dE_k}{dt} = \frac{8\pi^2 mR^2 \dot{T}}{5T^3} = \frac{8.3,14^2.1,5.2.10^{30}.(12.10^3)^2.6,1.10^{-14}}{5.10^3} = 4,16.10^{23} \text{ W}$$

olarak bulunur.

3. Samanyolu galaksinin H_{α} parlaklığı;

$$L(H_{\alpha}) = \frac{SFR}{7,9 \cdot 10^{-35}} = \frac{1,5}{7,9 \cdot 10^{-49}} = 0,18987 \cdot 10^{35} \text{ J/s}$$

olur. Virgo Galaksi Kümesine olan uzaklık;

$$r = 16,5 \text{ Mpc} = 16,5 \cdot 10^6 \cdot 3,26 = 53,79 \cdot 10^6 \text{ ışık yılı} = 53,79 \cdot 10^6 \cdot 365 \cdot 24 \cdot 3600 \cdot 300000 \cdot 10^3 = 50,889 \cdot 10^{22} \text{ m}$$

bu parlaklıktan Virgo galaksi kümesinde bulunan gözlemcinin birim zamanda birim alana sağladığı H_{α} akısı;

$$\mathcal{F}(H_{\alpha}) = \frac{L(H_{\alpha})}{4\pi r^2} = \frac{0,18987 \cdot 10^{35}}{4 \cdot 3,14 \cdot (50,889 \cdot 10^{22})^2} = 5,8344 \cdot 10^{-15} \text{ J/S.m}^2$$

olarak bulunur.

4. Quasarın kırmızıya kayması çok büyük değerde olmadığı için klasik Doppler olayındaki formülü ile çalışabilir. 3C273 quasarın hızı;

$$v = cz = 300000 \cdot 0,158 = 47400 \text{ km/s}$$

bu quasara olan uzaklık Hubble yasasından;

$$v = H_0 r; r = \frac{v}{H_0} = \frac{47400}{70} = 677,14285 \text{ Mpc} = 677,14285 \cdot 10^6 \text{ pc}$$

görünür ve mutlak parlaklığı arasındaki ilişkiden quasarın mutlak parlaklığı;

$$m - M = -5 + 5 \log r$$

$$12,9 - M = -5 + 5 \log(677,14285 \cdot 10^6) = -5 + 5(2,83 + 6) = 39,15; M = -26,25 \text{ kadir}$$

quasarın ışıma gücü;

$$M - M_G = -2,5 \log \frac{L}{L_G}$$

$$\frac{L}{L_G} = 10^{-0,4(M - M_G)} = 10^{-0,4(-26,25 - (-4,83))} = 2,7 \cdot 10^{12}; L = L_G \cdot 2,7 \cdot 10^{12} = 3,846 \cdot 10^{26} \cdot 2,7 \cdot 10^{12} = 10,4 \cdot 10^{38} \text{ W}$$

olur. Quasara kütle aktarım hızı $\dot{M}$ olsun. Bu durumda quasarın sağladığı ışıma gücü;

$$L = \eta \dot{M} c^2$$

ile verilir. Buradan kütle aktarım hızı;

$$\dot{M} = \frac{L}{\eta c^2} = \frac{10,4 \cdot 10^{38}}{0,1 \cdot (300000 \cdot 10^3)^2} = 1,15 \cdot 10^{23} \text{ kg/s} = 1,15 \cdot 10^{23} \cdot 365 \cdot 24 \cdot 3600 =$$

$$= 3,644 \cdot 10^{30} \text{ kg/yıl} = \frac{3,644 \cdot 10^{30}}{2 \cdot 10^{30}} = 1,82 M_G / \text{yıl}$$

olarak bulunur.

5. a) Merkür gezegenin kendi ekseni etrafındaki dönme periyodu;

$$2.87,969 = 3 T_{M, \text{eksen}}; T_{M, \text{eksen}} = 58,646 \text{ gün}$$

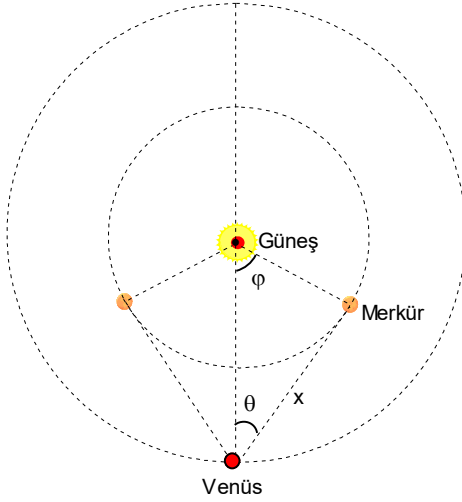
olur. Merkür yüzeyinde gözlem yapan bir astronotun iki dönme hareketi arasındaki bağıl açısal hız için;

$$\omega_b = \omega_{M, \text{eksen}} - \omega_{M, G}; \frac{2\pi}{T_b} = \frac{2\pi}{T_{M, \text{eksen}}} - \frac{2\pi}{T_{M, G}}$$

yazabiliriz. Buradan aranan süre;

$$T_b = \frac{T_{M, G} T_{M, \text{eksen}}}{T_{M, G} - T_{M, \text{eksen}}} = \frac{87,969 \cdot 58,646}{87,969 - 58,646} = 175,938 \text{ gün} \approx 176 \text{ gün}$$

olarak bulunur.



b) Güneş sisteminde bulunan tüm gök cisimleri için Kepler yasaları geçerlidir. Merkür ve Venüs gezegenlerin dolanım periyotları için;

$$\frac{T_M^2}{a_M^3} = \frac{T_V^2}{a_V^3}$$

yazabiliriz. Buradan bu iki gezegenin güneşe olan uzaklıkların oranı;

$$\frac{a_M}{a_V} = \frac{r_{G-M}}{r_{G-V}} = \sqrt[3]{\left(\frac{T_M}{T_V}\right)^2} = \sqrt[3]{\left(\frac{87,969}{224,7}\right)^2} = 0,535$$

olur. Merkür gezegeni Venüsten gözlenirse Güneşten maksimum açısal sapma durumunda açı şeklin geometrisinden;

$$\sin\theta = \frac{r_{G-M}}{r_{G-V}} = 0,535; \theta = \arcsin \frac{r_{G-M}}{r_{G-V}} = 32,35^\circ$$

olarak bulunur. Venüs gezegenlerin Güneşe olan uzaklık AB cinsinden;

$$\frac{T_D^2}{a_D^3} = \frac{T_V^2}{a_V^3}; a_V = r_{G-V} = 1 \cdot \sqrt[3]{\left(\frac{T_V}{T_D}\right)^2} = 0,85 \text{ AB}$$

Merkür doğu ya da batı maksimum uzanım durumunda iki gezegen arasındaki uzaklık;

$$x = a_V \cos\theta = 0,85 \cos 32,35^\circ = 0,85 \cdot 0,84479 = 0,718 \text{ AB}$$

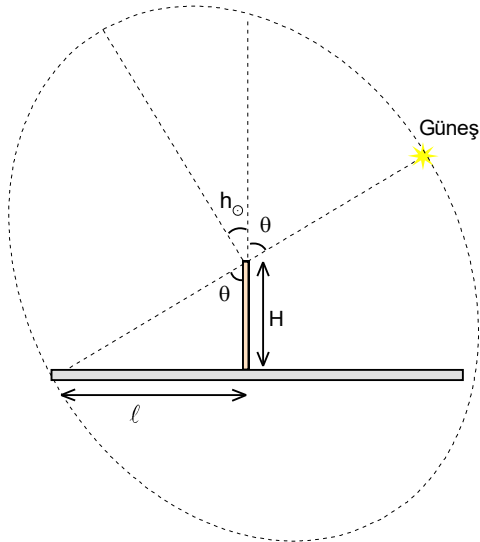
olarak bulunur.

c) Merkür ve Venüs Güneş etrafında aynı yönde hareket ettikleri için aralarındaki bağıl açısal hız;

$$\omega_{b;M-V} = \omega_{M;G} - \omega_{V;G}; \frac{2\pi}{T_{b;M-V}} = \frac{2\pi}{T_{M-G}} - \frac{2\pi}{T_{V-G}}$$

iki gezegen arasındaki uzaklığın minimum olma süresi;

$$T_{b;M-V} = \frac{T_{M-G} T_{V-G}}{T_{V-G} - T_{M-G}} = \frac{87,969 \cdot 224,7}{224,7 - 87,969} = 175,938 \text{ gün} \approx 144,5 \text{ gün}$$



6. Hiç batmayan bir yıldızın üst ve alt geçiş yükseklikleri arasındaki ortalama değer, gözlem yerinin enlemini verir. Bu gözlem yerin enlemi;

$$\varphi = \frac{h_{\text{üst}} + h_{\text{alt}}}{2} = \frac{69^\circ + 13^\circ}{2} = 41^\circ$$

olur. Yerel gerçek öğlede, çubuğun gölge uzunluğu ℓ ve yüksekliği H bilgisinden Güneşin düşeyle yaptığı açı;

$$\tan\theta = \frac{\ell}{h} = \frac{1,17}{2} = 0,585; \theta = 30,33^\circ$$

Güneş'in tepe açısı ya da yüksekliği;

$$h_\odot = 90^\circ - \theta = 90^\circ - 30,33^\circ = 59,67^\circ$$

Güneşin deklinasyonu;

$$\delta_\odot = h_\odot + \varphi - 90^\circ = 59,67^\circ + 41^\circ - 90^\circ = 10,67^\circ$$

Güneşin ekliptik boylamı;

$$\sin\lambda_\odot = \frac{\sin\delta_\odot}{\sin\varepsilon} = \frac{\sin 10,67^\circ}{\sin 23^\circ,26'} = \frac{\sin 10,67^\circ}{\sin 23,43^\circ} = \frac{0,185}{0,3976} = 0,465; \lambda_\odot = 27,73^\circ$$

geçen gün sayısı;

$$N = \frac{\lambda_\odot}{n} = \frac{27,73^\circ}{0,9856^\circ / \text{gün}} = 28,13 \approx 28 \text{ gün}$$

aranan tarih;

$$21 \text{ Mart} + 18 \text{ gün} = 18 \text{ Nisan}$$

olarak bulunur.

7. m_B , m_V ve m_I sembollerini astronomide farklı fotometrik filtrelerle ölçülen görünür parlaklık (kadir) değerlerini ifade eder. Bu büyüklükler, bir gökcisminin farklı dalga boylarında ne kadar parlak görüldüğünü gösteren fotometrik ölçümlerdir. m_B B (Blue) filtresinde, mavi ışıktaki ölçülen parlaklıktır ve yaklaşık 400÷500 nm dalga boyu aralığını kapsar. m_V V (Visual) filtresinde, görünür ışıktaki ölçülen parlaklıktır ve yaklaşık 500÷600 nm dalga boyu aralığına karşılık gelir. m_I I (Infrared) filtresinde, yakın kızılötesi ışıktaki ölçülen parlaklıktır ve yaklaşık 700÷900 nm dalga boyu aralığını kapsar. Farklı filtrelerde ölçülen bu parlaklıklar, yıldızın spektral tipi ve evrimsel durumu hakkında bilgi verir.

$$(B-V) = m_B - m_V$$

farkı, bir renk indisidir ve yıldızın farklı dalga boylarındaki akı oranını temsil eder. Bu nicelik doğrudan yıldızın etkin yüzey sıcaklığı ile ilişkilidir. Büyük ve pozitif (B-V) değeri ($m_B > m_V$) yıldızın kırmızı renkte ve soğuk olduğunu, küçük ya da negatif (B-V) değeri ($m_B < m_V$) ise yıldızın mavi renkte ve sıcak olduğunu gösterir. Benzer şekilde (V-I) farkı, yıldızın kızılötesi parlaklığı hakkında bilgi verir. Bu farkın büyük olması yıldızın daha kırmızı ve daha düşük sıcaklıkta olduğunu; küçük olması ise daha sıcak veya daha mavi bir yıldız işaret eder. $(B-V)_0$ ve $(V-I)_0$ ifadeleri içsel kendine özgü renk indisleridir. Bu değerler, yıldız ışığının uzayda bulunan toz ve gaz tanecikleri tarafından soğurulması hesaba katılmadan elde edilen, yani yıldızın gerçek renklerini temsil eden değerlerdir. Renk fazlalığı;

$$E(B-V) = (B-V) - (B-V)_0$$

şeklinde tanımlanır ve gözlenen renk ile soğurmadan arındırılmış renk arasındaki farkı gösterir. Benzer biçimde;

$$E(V-I) = (V-I) - (V-I)_0$$

ifadesi, görünür-kızılötesi renk farkındaki bozulma miktarını verir. M_V mutlak parlaklık olup bir yıldızın 10 pc uzaklıkta bulunması durumunda V bandında sahip olacağı görünür parlaklığı ifade eder. M_{bol} ise bolometrik mutlak parlaklık olup bir yıldızın 10 pc uzaklıkta bulunması durumunda yıldızın tüm dalga boylarında yaydığı toplam ışıma karşılık gelir. Bu iki büyüklük arasındaki fark;

$$BC = M_{bol} - M_V$$

şeklinde tanımlanır ve bolometrik düzeltme olarak adlandırılır. Eğer bu düzeltme negatifse, yıldızın toplam ışıması V bandında yayılan ışımasından daha fazladır. Uzayda az da olsa bulunan toz ve gaz tanecikleri yıldız ışığını soğurur. Bu soğurma dalga boyuna bağlıdır ve soğurma katsayılarıyla ifade edilir. A_B katsayısı B bandındaki soğurmayı, A_V katsayısı V bandındaki soğurmayı, A_I katsayısı I bandındaki soğurmayı ifade eder. Dalga boyuna bağlı soğurmanın bir ölçüsü olan;

$$R_V = \frac{A_V}{E(B-V)}$$

oranı toplamdan-seçici sönüm katsayısı olarak adlandırılır ve yıldızlararası ortamın fiziksel özellikleri hakkında bilgi verir.

a) Gözlenen renk indisleri;

$$(B-V)_{gözlenen} = m_B - m_V = 16,1 - 14,85 = 1,25 \text{ kadir}$$

$$(V-I)_{gözlenen} = m_V - m_I = 14,85 - 13 = 1,85 \text{ kadir}$$

renk artıkları;

$$E(B-V) = (B-V) - (B-V)_0 = 1,25 - (-0,11) = 1,36 \text{ kadir}$$

$$E(V-I) = (V-I) - (V-I)_0 = 1,85 - (-0,23) = 2,08 \text{ kadir}$$

olarak bulunur.

b) (V-I) renk atığı için;

$$E(V-I) = A_V - A_I$$

yazabiliriz. Buradan;

$$E(V-I) = 2,08 = A_V - 0,6A_V = 0,4A_V ; A_V = 5,2 \text{ kadir}$$

c) Sönüm katsayısı;

$$R_V = \frac{A_V}{E(B-V)} = \frac{5,2}{1,36} = 3,82$$

olarak bulunur.

d) (B-v) renk atığı için

$$E(B-V) = A_B - A_V$$

ile verilir. Buradan A_B sönüm katsayısı;

$$A_B = A_V + E(B-V) = 5,2 + 1,36 = 6,56$$

A_I sönüm katsayısı;

$$A_I = 0,6 A_V = 0,6 \cdot 5,2 = 3,12$$

olarak bulunur. Sönümden arındırılmış parlaklıklar;

$$m_{B0} = m_B - A_B = 16,1 - 6,56 = 9,54 \text{ kadir}$$

$$m_{V0} = m_V - A_V = 14,85 - 5,2 = 9,65 \text{ kadir}$$

$$m_{I0} = m_I - A_I = 13 - 3,12 = 9,88 \text{ kadir}$$

olarak bulunur.

e) Görünür ve mutlak parlaklığı arasındaki ilişkiden quasarın mutlak parlaklığı;

$$m_{V0} - M_V = -5 + 5 \log r$$

ile verilir. Buradan aranan uzaklık;

$$9,65 - (-0,2) = -5 + 5 \log r; 14,85 = 5 \log r; \log r = 2,97; r = 10^{2,97} = 933,25 \text{ pc} = 3042,395 \text{ ışık yılı} = 2,8797 \cdot 10^{16} \text{ km}$$

olarak bulunur.

f) Bolometrik mutlak parlaklık;

$$M_{bol} = M_V + BC_V = -0,2 - 0,85 = -1,05 \text{ kadir}$$

parlaklık oranı;

$$M_{bol} - M_{bol,\odot} = -2,5 \log \frac{L}{L_{\odot}}; -1,05 - 4,74 = -2,5 \log \frac{L}{L_{\odot}}; 2,316 = \log \frac{L}{L_{\odot}}; \frac{L}{L_{\odot}} = 10^{2,316} = 207,014$$

$$L = 207,014 L_{\odot} = 207,014 \cdot 3,846 \cdot 10^{26} = 7,96 \cdot 10^{28} \text{ W}$$

olarak bulunur.

g) Görünür V bandında yıldızın ışıma gücü;

$$M_V - M_{V,\odot} = -2,5 \log \frac{L_V}{L_{\odot}}; -0,2 - 4,83 = -2,5 \log \frac{L_V}{L_{\odot}}; 2,012 = \log \frac{L_V}{L_{\odot}}; \frac{L_V}{L_{\odot}} = 10^{2,012} = 102,8$$

$$L_V = 102,8 L_{\odot} = 102,8 \cdot 3,846 \cdot 10^{26} = 3,95 \cdot 10^{28} \text{ W}$$

yıldızdan yayılan ve sönümlenmeyi hesaba katmazsak ışımanın akısı;

$$\mathcal{F}_V = \frac{L_V}{4\pi r^2} = \frac{3,95 \cdot 10^{28}}{4 \cdot 3,14 \cdot (2,8797 \cdot 10^{16} \cdot 10^3)^2} = 37,9 \cdot 10^{-13} \text{ W/m}^2$$

olur. Yıldızın sönümlü V bandındaki mutlak parlaklığı;

$$M_{V;sön} = M_V + A_V = -0,2 + 5,2 = 5 \text{ kadir}$$

sönüm hesaba katılırsa V bandındaki ışıma gücü;

$$M_V - M_{V;sön} = -2,5 \log \frac{L_V}{L_{V;sön}}; -0,2 - 5 = -2,5 \log \frac{L_V}{L_{V;sön}}; 2,08 = \log \frac{L_V}{L_{V;sön}}; \frac{L_V}{L_{V;sön}} = 10^{2,08} = 120,2264; L_{V;sön} = 8,3 \cdot 10^{-3} L_V$$

Güneşten yayılan ışımanın akısı;

$$\mathcal{F}_{V\odot} = \frac{L_{\odot}}{4\pi r_G^2} = \frac{3,846 \cdot 10^{26}}{4 \cdot 3,14 \cdot (150000000 \cdot 10^3)^2} = 1360 \text{ W/m}^2$$

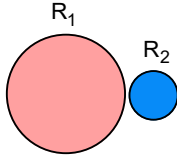
yıldızdan yayılan ışımanın akısı;

$$\mathcal{F}_{V;sön} = \frac{L_{V;sön}}{4\pi r^2} = 8,3 \cdot 10^{-3} \cdot 37,9 \cdot 10^{-13} = 314,57 \cdot 10^{-16}$$

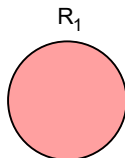
aranan oran;

$$\frac{\mathcal{F}_V}{\mathcal{F}_{V\odot}} = \frac{314,57 \cdot 10^{-16}}{1360} = 2,3 \cdot 10^{-17}$$

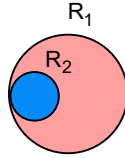
olarak bulunur.



Şekil 1



Şekil 2



Şekil 3

8. a) Baş minimum gerçekleştiği durumlar iki olabilir. Birinci durumda da daha büyük ve daha soğuk yıldız daha küçük ve sıcak yıldız önünden geçebilir. İkinci durumda daha küçük ve daha sıcak yıldız daha büyük ve daha soğuk yıldız önünden geçebilir. Birinci durumda iki yıldızın birbirinin tam örttüklerine grafik kesin bir hal alması gerekir. Minimum keskin değil ise ikinci durum gerçekleşir. Grafikten de anlaşıldığı gibi birinci durum gerçekleşmektedir. Grafikteki

yatay bölgeler için ışıma gücü iki ışıma gücünün toplamıdır. Görünür mutlak parlaklığı küçük olan yatay bölgeler iki yıldızın birbirini örtmediği durum için geçerlidir. Görünür mutlak parlaklığı en büyük olan yatay bölge iki yıldızın birbirini tamamen örttüğü durum için geçerlidir. Yıldızların birbirini kısmen örtme süresi $t_1 = 4$ h, yıldızların birbirini tamamen örtme süresi $t_2 = 1,6$ h olur. Yıldızların yarıçapları R_1 ve R_2 , iki yıldızın birbirine göre bağıl hızı v olsun. Bu durumda Şekil 1 deki temasın başladığı ve bittiği durum ve sıcak yıldızın soğuk yıldızın arkasında bulunduğu durumdan;

$$t_1 = \frac{2(R_1 + R_2)}{v} = \frac{2(R_1 - R_2)}{v}; \quad \frac{R_1 + R_2}{4} = \frac{R_1 - R_2}{1,6}; \quad \frac{R_2}{R_1} = \frac{3}{7}; \quad R_1 = 7R; \quad R_2 = 3R$$

olarak bulunur. Şekil 3 te soğuk yıldızın sıcak yıldızın önünden geçmesi temsil edilmektedir.

b) Yıldızların ışıma güçleri sırasıyla L_1 ve L_2 olsun. Görünür mutlak parlaklığı küçük olduğu durumda ışıma gücü için;

$$L_{\text{mak}} = L_1 + L_2$$

görünür mutlak parlaklığı en büyük olduğu durumda ışıma gücü için;

$$L_{\text{min}} = L_1$$

yazabiliriz. Görünür parlaklık ile ışıma gücü arasındaki ilişki;

$$m = -2,512 \log E \approx -2,5 \log E = -2,5 \log \frac{L}{4\pi r^2}$$

ile verilir. Maksimum ve minimum görünür parlaklıklar için;

$$m_{\text{mak}} - m_{\text{min}} = -2,5 \log \frac{L_{\text{mak}}}{L_{\text{min}}}$$

yazabiliriz. Buradan yıldızların ışımaları arasındaki ilişki;

$$11 - 12,2 = -2,5 \log \frac{L_{\text{mak}}}{L_{\text{min}}}; \quad -1,2 = -2,5 \log \frac{L_{\text{mak}}}{L_{\text{min}}}; \quad 0,48 = \log \frac{L_{\text{mak}}}{L_{\text{min}}}; \quad \frac{L_{\text{mak}}}{L_{\text{min}}} = 10^{0,48} = 3,02$$

$$\frac{L_1 + L_2}{L_1} = 3,02; \quad 2,02 L_1 = L_2$$

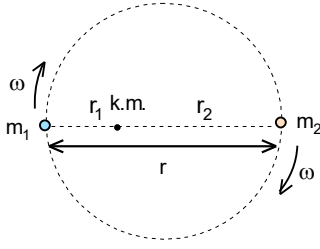
olur. Yıldızlardan yayılan ışıma akıları;

$$\mathcal{F}_1 = \frac{L_1}{4\pi R_1^2}; \quad \mathcal{F}_2 = \frac{L_2}{4\pi R_2^2}$$

ile verilir. Buradan aranan oran;

$$\frac{\mathcal{F}_2}{\mathcal{F}_1} = \frac{L_2 R_1^2}{L_1 R_2^2} = \frac{2,02 L_1 \cdot 49 R^2}{L_1 \cdot 9 R^2} = 11$$

olarak bulunur.



9. a) Çekim merkezlerin kütle merkezine olan uzaklıklar;

$$m_1 r_1 = m_2 r_2; r = r_1 + r_2; r_1 = \frac{m_2 r}{m_1 + m_2}; r_2 = \frac{m_1 r}{m_1 + m_2}$$

ile verilir. Yıldızların kütle merkezi etrafındaki açısal hız ve dolanım periyodu;

$$m_1 \omega^2 r_1 = \frac{m_1 m_2 \omega^2 r}{m_1 + m_2} = \frac{\gamma m_1 m_2}{r^2} \Rightarrow \omega = \sqrt{\frac{\gamma (m_1 + m_2)}{r^3}}; T = \frac{2\pi}{\omega} = 2\pi \sqrt{\frac{r^3}{\gamma (m_1 + m_2)}}$$

bu sistemin açısal momentumu;

$$L = m_1 r_1^2 \omega + m_2 r_2^2 \omega^2 = \frac{m_1 m_2^2 r^2 \omega}{(m_1 + m_2)^2} + \frac{m_2 m_1^2 r^2 \omega}{(m_1 + m_2)^2} = \frac{m_1 m_2 r^2 \omega}{m_1 + m_2} = \frac{m_1 m_2 \sqrt{\gamma (m_1 + m_2)} r}{m_1 + m_2}$$

olarak bulunur. İki yıldız arasında çap boyunca kütle aktarımı gerçekleşirse açısal momentum korunur. Bu durumda iki yıldız arasındaki uzaklık değişir. Her cismin kütlesi;

$$m = \frac{m_1 + m_2}{2}$$

kütleler eşitlenirse iki yıldızın yeni açısal hızı;

$$\omega' = \sqrt{\frac{\gamma (m + m)}{r'^3}} = \sqrt{\frac{\gamma (m_1 + m_2)}{r'^3}}$$

sistemin son haldeki açısal momentum;

$$L' = \frac{m \cdot m r'^2 \omega'}{m + m} = \frac{m r'^2}{2} \sqrt{\frac{\gamma (m_1 + m_2)}{r'^3}} = \frac{(m_1 + m_2) \sqrt{\gamma (m_1 + m_2)} r'}{4}$$

olur. Buradan iki yıldız arasındaki yeni uzaklık;

$$\frac{m_1 m_2 \sqrt{\gamma (m_1 + m_2)} r}{m_1 + m_2} = \frac{(m_1 + m_2) \sqrt{\gamma (m_1 + m_2)} r'}{4}; r' = \left[\frac{4 m_1 m_2}{(m_1 + m_2)^2} \right]^{\frac{1}{3}} r$$

yeni periyot;

$$T' = 2\pi \sqrt{\frac{r'^3}{\gamma (m_1 + m_2)}} = 2\pi \sqrt{\frac{r^3}{\gamma (m_1 + m_2)} \left[\frac{4 m_1 m_2}{(m_1 + m_2)^2} \right]^{\frac{1}{3}}} = T \left[\frac{4 m_1 m_2}{(m_1 + m_2)^2} \right]^{\frac{1}{3}}$$

olarak bulunur.

b) Sistemin enerjisi;

$$\begin{aligned} E &= \frac{m_1 r_1^2 \omega^2}{2} + \frac{m_2 r_2^2 \omega^2}{2} - \frac{\gamma m_1 m_2}{r} = \frac{m_1 \omega^2}{2} \left(\frac{m_2 r}{m_1 + m_2} \right)^2 + \frac{m_2 \omega^2}{2} \left(\frac{m_1 r}{m_1 + m_2} \right)^2 - \frac{\gamma m_1 m_2}{r} \\ &= \frac{m_1 m_2 (m_1 + m_2) r^2 \omega^2}{2 (m_1 + m_2)^2} - \frac{\gamma m_1 m_2}{r} = \frac{m_1 m_2 r^2 \omega^2}{2 (m_1 + m_2)} - \frac{\gamma m_1 m_2}{r} = \frac{\mu r^2 \omega^2}{2} - \frac{\gamma m_1 m_2}{r} \\ &= \frac{m_1 m_2 r^2}{2 (m_1 + m_2)} \frac{\gamma (m_1 + m_2)}{r^3} - \frac{\gamma m_1 m_2}{r} = \frac{\gamma m_1 m_2}{2r} - \frac{\gamma m_1 m_2}{r} = - \frac{\gamma m_1 m_2}{2r} \end{aligned}$$

ile verilir. İkinci durumda sistemin enerjisi;

$$E' = - \frac{\gamma m^2}{2r'} = - \frac{\gamma \left[\frac{(m_1 + m_2)}{2} \right]^2}{\left[\frac{4 m_1 m_2}{(m_1 + m_2)^2} \right]^{\frac{1}{3}} r} = - \frac{\gamma [(m_1 + m_2)]^6}{128 m_1^2 m_2^2 r} = - \frac{\gamma m_1 m_2 [(m_1 + m_2)]^6}{2r \cdot 64 m_1^3 m_2^3} = E \left[\frac{(m_1 + m_2)^2}{4 m_1 m_2} \right]^{\frac{1}{3}}$$

enerji değişimi;

$$\Delta E = E' - E = E \left\{ 1 - \left[\frac{(m_1 + m_2)^2}{4 m_1 m_2} \right]^{\frac{1}{3}} \right\}$$

aranan oran;

$$\frac{\Delta E}{E} = 1 - \left[\frac{(m_1 + m_2)^2}{4 m_1 m_2} \right]^{\frac{1}{3}} = 1 - \left[\frac{(m_1 + m_2)^2}{4 m_1 m_2} \right]^{\frac{1}{3}}$$

olarak bulunur.

10. a) Normal yıldızların kütleleri Güneş kütleinin iki, üç katı ya da daha büyük kütleyle sahip ise evrimlerin belirli sürecinde çökme geçirirler. Süpernova patlaması olarak bilinen bu çökmenin sonucunda ortaya çıkan nötron yıldızı ya da diğer bilinen adı ile pulsarlar oluşur. Bu yıldızlar tamamen nötronlardan oluşmaktadır. Kütle çekim kuvvetinin oluşturduğu basınç elektronların hareketinden kaynaklanan kuantum mekaniksel basıncını aşar ve madde içindeki protonlar ve elektronlar;

$$p + e^- \rightarrow n + \nu_e$$

reaksiyonuyla nötralle edilir. Nötron yıldızlarının olağanüstü büyük özkütle ($10^{17} \div 10^{18} \text{ kg/m}^3$) ve kütle çekiminden kaynaklanan gravitasyonel basınç ancak nötronların kuantum mekanik hareketinden kaynaklanan basınç ile dengelenir. Nötronlar yarı spinli olan fermiyon parçacıkları oldukları için Pauli prensibine göre davranır. Bu prensibe göre iki fermiyon aynı kuantum seviyede olamazlar. Nötron yıldızında nötronlar birbirlerine çok yakın oldukları için sıkıştığında, daha yüksek momentum ve enerji seviyelerini işgal etmek zorunda kalırlar. Nötron yıldızın nötron sayısı ifadesinden bir nötrona düşen hacminin boyutu bulunulabilir.

$$N = \frac{M}{m} = \frac{V_{\text{yıldız}}}{V_{\text{nötron}}} = \frac{R^3}{r^3}; r = R \sqrt[3]{\frac{m}{M}}$$

Belirsizlik prensibine göre;

$$\Delta p \Delta r = \hbar$$

olarak yazılabilir. Fiziksel büyüklüklerin küçük değerlerin değişimi bu büyüklüklerin mertebesinden olduğu için;

$$\Delta p \approx p; \Delta r \approx r; p \cdot r = \hbar$$

yazılabilir. Buradan momentum;

$$p = \frac{\hbar}{r}$$

yıldızı oluşturan nötronların kinetik enerjileri Güneş kütleindeki bir nötron yıldız için;

$$E_k = N \frac{p^2}{2m} = \frac{\hbar^2}{2mR^2} \sqrt[3]{\frac{M^5}{m^5}} = \frac{(1,05456 \cdot 10^{-34})^2}{2 \cdot 1,675 \cdot 10^{-27} \cdot (10 \cdot 10^3)^2} \sqrt[3]{\frac{(2 \cdot 10^{30})^5}{(1,675 \cdot 10^{-27})^5}} = 4,46 \cdot 10^{45} \sim 10^{46} \text{ J}$$

olarak bulunur. Bu yüksek kinetik enerjiden dolayı nötronlar içten dışarıya doğru bir basınç uygularlar. Gravitasyonel basınç nötronların oluşturduğu kuantum mekaniksel basınç ile dengelenirse nötron yıldızı çok çok uzun süre sabit bir yarıçapta dengede kalır. Gravitasyonel basınç nötronların oluşturduğu kuantum mekaniksel basıncından büyük ise çökme devam eder ve yıldız kara deliğe dönüşür. Bulunan kinetik enerji nötronların hala Pauli ilkesi uygulanmadan bir değerlendirme olarak bulunmuştur. Ayrıca bu değerlendirme nötronların hızı hala rölativistik olmadığı durum için yapılmıştır. Büyük basıncından dolayı bütün nötronlar bir ultrarölativistik gaz gibi davranmaya başlarlar. Ultrarölativistik durumda nötronların kinetik enerjisi;

$$E_k = N E_{k1} = Npc = \frac{M}{m} \frac{\hbar c}{R} \sqrt[3]{\frac{M}{m}} = \frac{\hbar c}{R} \sqrt[3]{\frac{M^4}{m^4}}$$

olarak değerlendirilir. Nötron yıldızdaki çekim kuvvetinden kaynaklanan basınç çok artarsa nötronların kinetik enerjileri ultrarölativistik olursa nötron yıldızda çökme gerçekleşebilir ve kara deliğe dönüşebilir. Bu çökme gerçekleşmesi için nötronların toplam kinetik enerjisi nötron yıldızın kütle çekim enerjisi ile aynı mertebeden olmalıdır. Bir kürenin kütle çekimi potansiyel enerjisini bulmak için kürenin içinde $r < R$ yarıçaplı bir küre alıp kalınlığı dr olan ince küresel bir kabukla etkileşme enerjisini yazarak integre edebiliriz.

$$M = \frac{4\rho\pi r^3}{3}; dM = 4\rho\pi r^2 dr$$

$$dE_p = - \frac{\gamma M dM}{r} = - \frac{\gamma \frac{4\rho\pi r^3}{3} 4\rho\pi r^2 dr}{r} = - \frac{\gamma (4\rho\pi)^2 r^4 dr}{3}$$

$$E_p = - \frac{\gamma (4\rho\pi)^2}{3} \int_0^R r^4 dr = - \frac{\gamma (4\rho\pi)^2}{3} \left(\frac{r^5}{5} \right)_0^R = - \frac{\gamma (4\rho\pi)^2}{3} \frac{R^5}{5} = \frac{3\gamma M^2}{5R}$$

Nötron yıldızın kara deliğine dönüşmesi için kütle şartın mertebesi;

$$\frac{\hbar c}{R} \sqrt[3]{\frac{M^4}{m^4}} \sim \frac{\gamma M^2}{R}; M \sim \frac{1}{m^2} \sqrt{\left(\frac{\hbar c}{\gamma} \right)^3} = \frac{1}{(1,675 \cdot 10^{-27})^2} \sqrt{\left(\frac{1,05456 \cdot 10^{-34} \cdot 3 \cdot 10^8}{6,67 \cdot 10^{-11}} \right)^3} = 3,6568 \cdot 10^{30} \text{ kg} = 1,828 M_{\odot}$$

olarak bulunur.

Bulunan değer Chandrasekhar sınırı $1,4M_{\odot}$ değerden daha büyüktür. Ancak Chandrasekhar sınırı aşan kütleler için yıldızlar nötron yıldız ya da kara deliğe dönüşebilir. Fark daha basit modelden kaynaklanıyor fakat merteye olarak doğrudur. Farklı bir değerlendirme Pauli prensibi kullanarak yapılabilir. Pauli prensibinden dolayı bir kuantum sistem olursa her parçacık farklı bir enerji seviyesinde bulunacağı için parçacıklar hem uzaysal olarak hem de momentum bakımından sınırlandırılmış oluyor. Fiziksel üç boyutlu uzaydan ve üç boyutlu momentum uzayından oluşan uzaya fizikte faz uzayı denir. Hacmi V olan bir kuantum sisteminde Dekart ve küresel koordinat sistemlerde dp_x , dp_y , dp_z ya da p ve $p+dp$ aralarında momentumlara çalışabiliriz. N sayıda fermiyon V hacimdeki bir bölgede en düşük enerji seviyesinde bulunduğunu kabul edelim. (Bu durumda sıcaklık $T=0$ kabul edilebilir). Faz uzayında parçacıkların sahip olabilecekleri maksimum momentum p_{mak} yüzeyi Fermi yüzeyi olarak bilinmektedir. Kuantum bir parçacığın De Broglie dalga boyu için;

$$\lambda = \frac{2\pi\hbar}{p}; \quad k = \frac{2\pi}{\lambda} = \frac{p}{\hbar}$$

yazabiliriz. Burada k dalga sayısı olarak bilinir. Nötronlar pulsarlarda çok büyük özkütleden dolayı fiziksel olarak uzunluğu ℓ çok küçük bir potansiyel kuyusunda hareket ettikleri kabul edilebilir. Genişliği ℓ olan bir potansiyel kuyusunda bulunan ve de Broglie dalga boyu ile hareket eden bir parçacığın dalga denklemi;

$$\Psi(x,t) = Ae^{i(\omega t - kx)}$$

şeklinde verilmekte olup;

$$\Psi(x,t) = \Psi(x+\ell, t)$$

şartına uymaktadır. Burada A genliktir. Verilen şart için

$$Ae^{i(\omega t - kx)} = Ae^{i[\omega t - k(x+\ell)]}; \quad e^{-ik\ell} = 1; \quad \cos k\ell = 1; \quad \sin k\ell = 0$$

yazabiliriz. Buradan

$$k\ell = 2\pi n; \quad \frac{p}{\hbar} \cdot \ell = 2\pi n; \quad n = \frac{p\ell}{2\pi\hbar}$$

olarak bulunur. Burada n kuantum sayısı gibi kabul edilmektedir. Parçacığın momentumu çok küçük ve dn ise ve spini hesaba katarsak n ve $n+dn$ kuantum sayıları arasında

$$dn = 2 \frac{\ell dp}{2\pi\hbar}$$

kadar kuantum durumları vardır. Bu tek boyutlu potansiyel kuyu için geçerlidir. Üç boyutlu potansiyel kuyu için kuantum sistemin fiziksel olarak bir hacmi vardır. Parçacıkların dn_x , dn_y , dn_z ya da n ve $n+dn$ kuantum sayıları arasında bulunan parçacık sayısı;

$$dN = 2dn_x dn_y dn_z = 2V \frac{dp_x dp_y dp_z}{(2\pi\hbar)^3} = 2n^2 dn = 2V \frac{4\pi p^2 dp}{(2\pi\hbar)^3}$$

ile verilir. 2 katsayısı fermiyonların spini hesaba katmaktan kaynaklanıyor. Parçacıkların sayısından maksimum momentum;

$$N = \int_0^{p_{\text{mak}}} \frac{8V\pi p^2 dp}{(2\pi\hbar)^3} = \frac{Vp_{\text{mak}}^3}{3\pi^2\hbar^3}; \quad p_{\text{mak}} = \left(\frac{3N\pi^2\hbar^3}{V} \right)^{\frac{1}{3}} = \hbar \sqrt[3]{3n_0\pi^2}$$

fermionların toplam enerjisi;

$$E = \int_0^{p_{\text{mak}}} \frac{p^2 dN}{2m} = \int_0^{p_{\text{mak}}} \frac{8V\pi p^4 dp}{2m(2\pi\hbar)^3} = \frac{Vp_{\text{mak}}^5}{10m\pi^2\hbar^3} = \frac{3\hbar^2}{10m} \left(\frac{3\pi^2 N^{\frac{5}{3}}}{V} \right)^{\frac{2}{3}}$$

bu parçacıkların oluşturduğu basınç;

$$P = \frac{dE}{dV} = \frac{\hbar^2}{5m} \left(3\pi^2 \right)^{\frac{2}{3}} \left(\frac{N}{V} \right)^{\frac{5}{3}}$$

olarak bulunur. Adyabatik denklemi $PV^{\gamma} = \text{sabit}$ şeklinde yazılabilir. Buradan $\gamma = \frac{5}{3}$ olarak bulunur. Düşük sıcaklık ya da enerjiler için nötronlar tek atomlu gaz gibi davranır. Nötronlar ultrarölativistik gaz gibi davranırsa bir nötronun enerjisi;

$$E_1 = pc$$

nötron gazın toplam enerjisi;

$$E = \int_0^{p_{\max}} c p dN = \int_0^{p_{\max}} \frac{c V p^3 dp}{\pi^2 \hbar^3} = \frac{V p_{\max}^4}{4 \pi^2 \hbar^3} = \frac{3 \hbar c}{4} \left(\frac{3 \pi^2 N^4}{V} \right)^{\frac{1}{3}}$$

basınç;

$$P = \frac{dE}{dV} = \frac{\hbar c}{4} \left(3 \pi^2 \right)^{\frac{1}{3}} \left(\frac{N}{V} \right)^{\frac{4}{3}}$$

olarak bulunur. Adyabatik denklemi $P V^\gamma = \text{sabit}$ şeklinde yazılabilir. Buradan $\gamma = \frac{4}{3}$ olarak bulunur. Yüksek sıcaklık ya da enerjiler için nötronlar foton gazı gibi davranır.

b) Bir yıldızın ışıma gücü yıldızın kütlesine;

$$L \sim M^{3+3,5}$$

bağlıdır. Buradaki üst 3 ile 3,5 arasında değişebilir. Öten çift yıldızlar için ışık ve dikine hız eğrilerinin analizlerinden hareketle anadol yıldızların L ışıma gücü ile yıldızların M kütleleri arasındaki ilişki $L \sim M^{3,5}$ ile verilmektedir. Bu durumda ana kol ömrü;

$$t \sim \frac{E}{L} \sim \frac{M}{M^{3,5}} \sim M^{-2,5}$$

ile değerlendirilebilir. Güneşin ana kol ömründen yıldızın ömrü;

$$\frac{t_{\odot}}{t_{\star}} = \left(\frac{M_{\odot}}{M_{\star}} \right)^{-2,5}; t_{\star} = 10 \cdot 10^9 \cdot \left(\frac{1}{20} \right)^{2,5} = 5,59 \cdot 10^6 \text{ yıl} \approx 5,6 \cdot 10^6 \text{ yıl}$$

olarak bulunur.

c) Verilen pulsarda bulunan nötron sayısı;

$$N_{\star} = \frac{M_{\star}}{m_n} = \frac{1,5 \cdot 2 \cdot 10^{30}}{1,675 \cdot 10^{-27}} = 1,791 \cdot 10^{57}$$

nötronlar tek atomlu gaz gibi düşünülürse tüm nötronların ısısal enerjisi için;

$$E_{kT} = N \cdot \frac{3kT}{2} = 0,01 E_{\text{top}}$$

yazabiliriz. Buradan aranan sıcaklık;

$$T = \frac{2 \cdot 0,01 E_{\text{top}}}{3kN_{\star}} = \frac{2 \cdot 0,01 \cdot 4 \cdot 10^{46}}{3 \cdot 1,38 \cdot 10^{-23} \cdot 1,791 \cdot 10^{57}} = 1,0789 \cdot 10^{10} \text{ K} \approx 10^{10} \text{ K}$$

olarak bulunur.

11. Çizgi Derinliği Oranı (Line Depth Ratio-LDR), astrofizikte kullanılan bir terimdir. Bir yıldızın tayfında görülen iki farklı spektral çizginin derinliklerinin birbirine oranını ifade eder. LDR yöntemi ile yıldızdan yüksek çözünürlüklü spektroskopi yöntemlerle elde edilen verileri analiz edilerek bir yıldızın sıcaklığını bulmak için kullanılır. LDR yöntemi özellikle uzay boşluğundaki parçacıklarından dolayı sönümlenin büyük olduğu ya da yıldızın sıcaklık değişimlerin çok hızlı olan durumlarda geçerlidir. Bir yıldızın spektrumundaki soğurma çizgileri, yıldız atmosferindeki (fotosfer ve üst katmanlar) atomlar ve iyonlar tarafından belirli dalga boylarında fotonların soğurması ile oluşur. Bir soğurma çizgisinin derinliği o dalga boyundaki akı ile sürekli spektrumdaki akı arasındaki farktır. LDR yöntemi uygulamak için ilk olarak yıldızdan gelen ve sürekli olan spektrum incelenir. Bu spektruma ait $\mathcal{F}_0$ ışık akısı ölçülür. Bundan sonra belirli dalga boyu için absorpsiyon spektrum çizginin merkezindeki $\mathcal{F}_\lambda$ ışık akısı ölçülür. Çizgi derinliği;

$$D = \frac{\mathcal{F}_0 - \mathcal{F}_\lambda}{\mathcal{F}_0}$$

olarak tanımlanır. Aynı elementin iki farklı λ_1 ve λ_2 dalga boyu için bu dalga boylarına ait derinliklerin oranı;

$$\frac{D_1}{D_2} = \frac{\mathcal{F}_0 - \mathcal{F}_{\lambda_1}}{\mathcal{F}_0 - \mathcal{F}_{\lambda_2}}$$

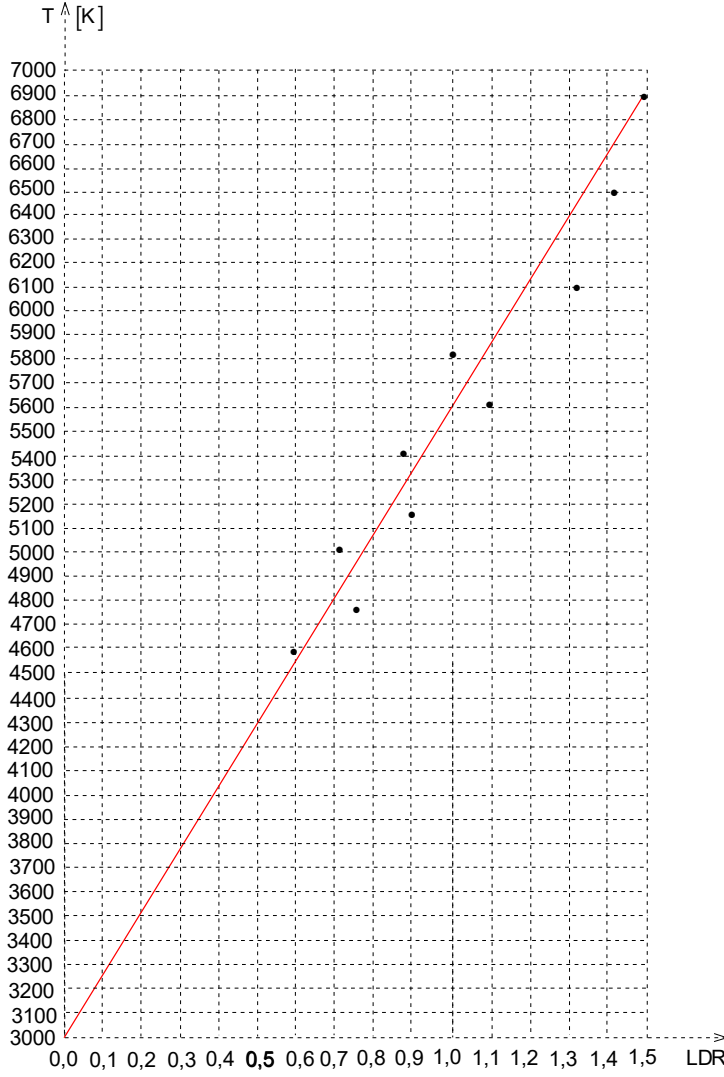
olur. Sıcaklığı T sabit olan bir sistemde U uyarılma enerjisine bağlı olarak parçacık sayısı Boltzmann dağılımı ile verilir.

$$N = N_0 e^{-\frac{U}{kT}}$$

Burada N_0 uyarılmamış parçacık sayısı, k Boltzmann sabitidir. İki seviyede bulunan parçacıkların sayıların oranı için;

$$\frac{N_1}{N_2} = e^{-\frac{U_1 - U_2}{kT}}$$

yazabiliriz. Bir soğurma çizgisinin derinliği D, bu çizgiyi oluşturan atomik geçişin başlangıç enerji seviyesindeki atom sayısına bağlıdır. Sıcaklık arttıkça daha düşük uyarılma enerjilerine bağlı çizgi daha az değişirken, daha yüksek uyarılma enerjilerine bağlı çizgi daha çok değişir. LDR yönteminde iki farklı uyarma potansiyellerine ait iki soğurma çizgisinin derinliklerinin oranı alınır. Birinci çizgi sıcaklığa daha duyarlı çizgi yüksek uyarma potansiyeline sahip bir çizgi seçilir. Atomların bu seviyeye uyarılma oranı, yıldız atmosferinin sıcaklığına karşı çok duyarlıdır. İkinci çizgi sıcaklığa daha az duyarlı çizgi düşük uyarma potansiyeline sahip olup sıcaklığa daha az duyarlı seçilir. Sıcaklık arttıkça, yüksek uyarma seviyesindeki atomların sayısı katlanarak artar. Bu durum D_1 , derinliğini artırırken, D_2 derinliğindeki değişim daha az olur. T sıcaklığın artmasıyla LDR değeri de artar. Bunun için bir bağıntı bulunmalıdır. LDR yöntemi deneysel verilere ve gözleme dayalı bir kalibrasyon yöntemidir. Bunun için ilk olarak çok iyi bilinen yıldızların sıcaklığı seçilmelidir. Bu kalibrasyon yıldızları olarak bilinen yıldızların spektrumları kullanılarak, seçilen çizgi çifti için LDR değerleri ölçülür ve bu değerler bilinen T değerlerine karşı grafiğe işlenir. En basit durumlarda bu grafik bir doğru ile temsil edilir. Fotometrik renk endekslerinin (B-V) aksine, LDR yöntemi yıldızlararası tozun neden olduğu sönümden neredeyse tamamen bağımsızdır, çünkü sönüm, aynı dalga boyunda yakın olan iki çizginin hem süreklilik hem de çizgi akılarını eşit oranda düşürür. Spektrum çizgilerindeki ölçümler çok büyük hassasiyetle yapıldığı için LDR yöntemi de hassastır.



a) Bir yıldızın ile Güneşin ışıma gücü, sıcaklığı ve yarıçapı ifadelerinden yıldızın sıcaklığı için;

$$L_{\odot} = 4\pi R_{\odot}^2 \cdot \sigma T_{\odot}^4 ; L = 4\pi R^2 \cdot \sigma T^4$$

$$T = T_{\odot} \sqrt[4]{\frac{L}{L_{\odot}} \left(\frac{R}{R_{\odot}}\right)^2}$$

yazabiliriz. Her yıldızın sıcaklığı;

$$T_1 = 5800 \sqrt[4]{\frac{1,061}{(1,1)^2}} = 5612 \text{ K}$$

$$T_2 = 5800 \sqrt[4]{\frac{0,283}{(0,85)^2}} = 4588 \text{ K}$$

$$T_3 = 5800 \sqrt[4]{\frac{2,863}{(1,35)^2}} = 6493 \text{ K}$$

$$T_4 = 5800 \sqrt[4]{\frac{0,498}{(0,95)^2}} = 4999 \text{ K}$$

$$T_5 = 5800 \sqrt[4]{\frac{4,51}{(1,5)^2}} = 6901 \text{ K}$$

$$T_6 = 5800 \sqrt[4]{\frac{0,63}{(1)^2}} = 5167 \text{ K}$$

$$T_7 = 5800 \sqrt[4]{\frac{1,955}{(1,25)^2}} = 6134 \text{ K}$$

$$T_8 = 5800 \sqrt[4]{\frac{0,368}{(0,9)^2}} = 4762 \text{ K}$$

$$T_9 = 5800 \sqrt[4]{\frac{1,353}{(1,15)^2}} = 5833 \text{ K}$$

$$T_{10} = 5800 \sqrt[4]{\frac{0,835}{(1,05)^2}} = 5410 \text{ K}$$

olarak bulunur. $T=y$, $LDR=x$ değişkenleri kullanarak $y=mx+n$ grafiği çizersek grafik şekildeki gibidir. Grafikten $n=3000 \text{ K}$;

$$m = \frac{6900 - 3000}{1,5} = 2600 \text{ K/LDR}$$

olarak bulunur. Bu durumda sıcaklık ile LDR arasındaki ilişki;

$$T = 2600 \cdot LDR + 3000$$

olarak bulunur.

b) K tipi yıldız için sıcaklık aralığı $3700 \div 5200 \text{ K}$, G tipi yıldız için sıcaklık aralığı $5200 \div 6000 \text{ K}$, F tipi yıldız için sıcaklık aralığı $6000 \div 7500 \text{ K}$ ile verilir. $LDR=0,65$ için;

$$T = 2600 \cdot 0,65 + 3000 = 4690 \text{ K}; \text{ K tipi yıldız}$$

$LDR=1,1$ için;

$$T = 2600 \cdot 1,1 + 3000 = 5860 \text{ K}; \text{ G tipi yıldız}$$

$LDR=1,4$ için;

$$T = 2600 \cdot 1,4 + 3000 = 6640 \text{ K}; \text{ F tipi yıldız}$$

olarak bulunur.

12. a) Teleskobun büyütmesi;

$$m = \frac{f_{ob}}{f_{ok}}$$

olarak bulunur. Görünen görüş alanı (aFOV-Apparent Field of View) gözle bakıldığında ne kadar geniş görüldüğü ifade eder ve genellikle derece cinsinden ifade edilir. Gerçek görüş alan (FOV-Field of View) bir teleskop ile bakıldığında görülebilen fiziksel alanın genişliğidir. Gerçek görüş alanı, görünen görüş alanının, büyütme oranına bölünmesiyle elde edilir.

$$FOV = \frac{aFOV}{m}$$

Verilen teleskop için;

$$m = \frac{2000}{25} = 80$$

bu teleskop için;

$$FOV = \frac{50^\circ}{80} = 0,625^\circ = 0,625^\circ \cdot 3600'' = 2250''$$

olur. Dünyadan Jüpiterin gözleendiği açı;

$$\theta_J = \frac{2R_J}{r_{min}} = \frac{2 \cdot 71500}{3,93 \cdot 150 \cdot 10^6} = 2,42 \cdot 10^{-4} = 2,42 \cdot 10^{-4} \cdot \frac{180^\circ}{\pi} = 139 \cdot 10^{-4}^\circ = 139 \cdot 10^{-4}^\circ \cdot 3600'' \approx 50''$$

uyduların gözlelendikleri açılar;

$$\theta_{Io} = \frac{r_{Io}}{r_{min}} = \frac{422000}{3,93 \cdot 150 \cdot 10^6} = 7,16 \cdot 10^{-4} = 7,16 \cdot 10^{-4} \cdot \frac{180^\circ}{\pi} = 410,15 \cdot 10^{-4}^\circ = 410,15 \cdot 10^{-4}^\circ \cdot 3600'' \approx 148''$$

$$\theta_{Eu} = \frac{r_{Eu}}{r_{min}} = \frac{671000}{3,93 \cdot 150 \cdot 10^6} = 11,38 \cdot 10^{-4} = 11,38 \cdot 10^{-4} \cdot \frac{180^\circ}{\pi} = 652,17 \cdot 10^{-4}^\circ = 652,17 \cdot 10^{-4}^\circ \cdot 3600'' \approx 235''$$

$$\theta_{Gan} = \frac{r_{Gan}}{r_{min}} = \frac{1070000}{3,93 \cdot 150 \cdot 10^6} = 18,15 \cdot 10^{-4} = 18,15 \cdot 10^{-4} \cdot \frac{180^\circ}{\pi} = 1039,97 \cdot 10^{-4}^\circ = 1039,97 \cdot 10^{-4}^\circ \cdot 3600'' \approx 374''$$

$$\theta_{Cal} = \frac{r_{Cal}}{r_{min}} = \frac{1882700}{3,93 \cdot 150 \cdot 10^6} = 31,94 \cdot 10^{-4} = 31,94 \cdot 10^{-4} \cdot \frac{180^\circ}{\pi} = 1829,86 \cdot 10^{-4}^\circ = 1829,86 \cdot 10^{-4}^\circ \cdot 3600'' \approx 659''$$

olarak bulunur. Teleskobun çözme gücü;

$$\theta_{tel} = \frac{1,22\lambda}{D} = \frac{1,22 \cdot 550 \cdot 10^{-9}}{0,2} = 3355 \cdot 10^{-9} \text{ rad} = 3355 \cdot 10^{-9} \cdot \frac{180^\circ}{\pi} \text{ rad} = 192227,34 \cdot 10^{-9}^\circ =$$

$$= 192227,34 \cdot 10^{-9}^\circ \cdot 3600'' = 0,69''$$

olur. Bu teleskobun çözme gücü yeterlidir. Ganymede: uydusu ve Callisto uydusu gözlemlenirken maksimum açısal açıklıkları;

$$\theta_{Gan,Cal} = \theta_{Gan} + \theta_{Cal} = 374'' + 659'' = 1033'' < 2250''$$

olduğu için tüm dört uydu ayna anda gözlemlenebilir.

b) Aynı anda dört uyduyu gözlemlemek için objektifin odak uzaklığı;

$$FOV = \frac{aFOV}{m'} ; 1033'' = \frac{1033''}{3600''} = 0,287^\circ = \frac{50^\circ}{m'} ; m' = \frac{50^\circ}{0,287^\circ} = 174,25$$

$$m' = \frac{f'_{ob}}{f_{ok}} ; f'_{ob} = m' f_{ok} = 174,25 \cdot 25 = 4356 \text{ mm}$$

olmalıdır.