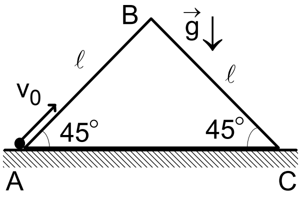
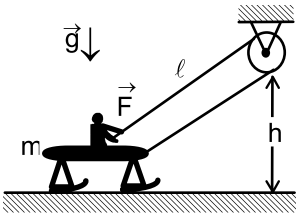
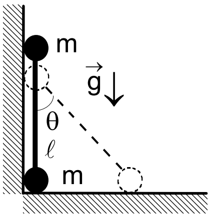
EYLÜL KAMPI SINAVI-1998 I. GRUP



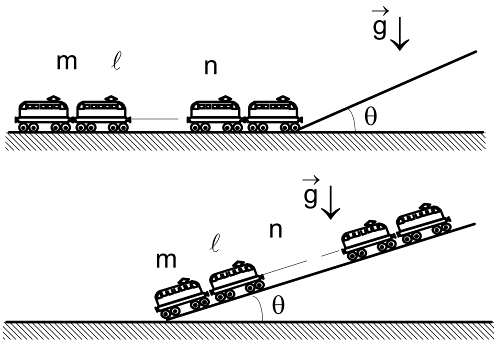
1. Taban açısı 45° olan ikizkenar sürtünmesiz üçgen prizmanın A noktasında durmakta olan bir bilye v_0 ilk hızı ile AB düzlemine paralel olarak fırlatılıyor. B noktasına çıkan cisim BC boyunca n defa sekerek C noktasına çarptığına ve $|AB|=|BC|=\ell$ olduğuna göre, v_0 ilk hızını n çarpma tam sayısına bağlı olarak bulunuz. v_0 hızının minimum değeri nedir? Yerçekimi ivmesi g veriliyor.



2. Bir çocuk yatay ve sürtünmesiz düzlem üzerinde bulunan bir kızağı ip ile çekmektedir. Çocuğun kızakla beraber kütlesi m, çocuk tarafından ipe uygulanan kuvvet F, ipin ilk uzunluğu 2ℓ olarak veriliyor. İp, yüksekliği h olan sürtünmesiz bir makaradan geçirilmiştir. Çocuk ipi sürekli çektiğine göre kızak, makaranın tam altından hangi hızla geçer?



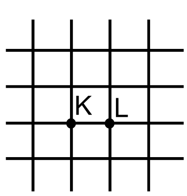
3. Ağırlıksız bir çubuğun ucunda kütleleri m olan iki küçük cisim bulunuyor. Cisimlerden birisi zemin, diğeri düşey duvar ile temas halindedir. Alttaki cisme yatay yönde çok küçük bir itme verilip çubuğun düşmesi sağlanıyor. Yatay hızın maksimum değeri nedir? Bu andaki θ açısını bulunuz. Yerçekimi ivmesi g olarak veriliyor.



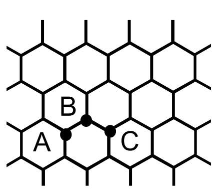
4. Her birinin uzunluğu ℓ=10 m ve kütlesi m=5 ton olan 8 vagondan oluşan bir tren sürtünmesiz yatay düzlem üzerinde sabit v hızı ile hareket etmektedir. Yatay düzlem eğim açısı θ=30° olan eğik bir düzleme eklenmiştir. Trenin, eğik düzlem üzerine tamamen çıktığında durduğu gözlenmektedir. Tren durana kadar geçen süre nedir? Tren bu durumdan serbest bırakılırsa ne kadar sürede tamamı yatay düzleme geçer? Tren bütünüyle yatay düzleme geçtiğinde hızı ne kadar olur? Yerçekimi ivmesi $g=10\ m/s^2$, π=3 olarak veriliyor.

5. $t°_0=0$ °C sıcaklığında bir çubuğun uzunluğu ℓ_0 olarak veriliyor. Çubuk bir ucunun sıcaklığı $t°_1$, diğer ucunun sıcaklığı $t°_2$ olacak şekilde ısıtılırsa çubuğun yeni boyu ne kadar olur? Çubuğun yapıldığı maddenin boyca genleşme katsayısı β olarak veriliyor.

6. Eş merkezli iki küresel kabuktan içtekinin yarıçapı r_1, dıştakinin yarıçapı r_2 dir. İçteki kabuğun sıcaklığı T_1, dıştakinin sıcaklığı ise $T_2<T_1$ dir. Kürelerin arasındaki malzemenin birim zamanda geçirdiği ısı sabit ve $\frac{dQ}{dt}$, maddenin ısı iletkenliği χ olduğuna göre, sıcaklık farkını (T_1-T_2), $\frac{dQ}{dt}$, χ, r_1 ve r_2 cinsinden bulunuz.

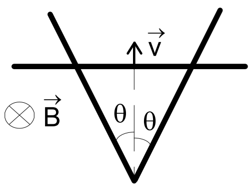


Şekil a)

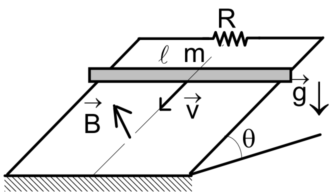


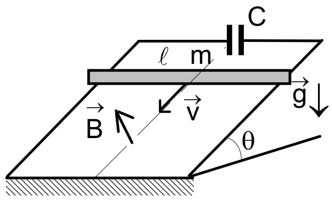
Şekil b)

7. a) Kare şeklindeki tellerden oluşan sonsuz bir devrede her kare kenarının direnci r dir. K ve L noktaları arasındaki eşdeğer direncin değeri kaç r dir?
b) Düzgün altıgenlerden oluşmuş sonsuz parçanın bir araya gelmesiyle oluşan ağda her bir kenarın direnci r dir. A ve B noktaları arasındaki ile A ve C noktaları arasındaki eşdeğer dirençler kaç r dir?



8. Yatay düzlem üzerinde bulunan birim uzunluktaki direnci ρ olan bir tel, aradaki açı 2θ olmak üzere V şeklinde bükülmüştür. Aynı telden alınan düz bir parça 2θ açısının açıortayına dik kalacak şekilde v sabit hızı ile hareket etmektedir. Bütün sistem düzleme dik olan B manyetik alanı içinde bulunmaktadır. İndükte edilmiş akım nedir?

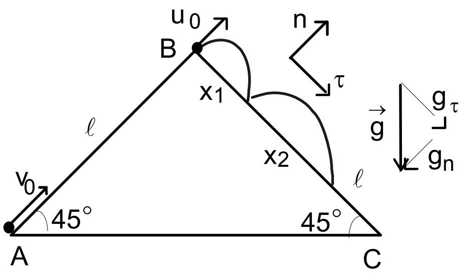




9. a) Eğim açısı θ olan sürtünmesiz ve yalıtkan düzlem üzerinde birbirine paralel olacak şekilde birbirine R direnciyle bağlı olan iki iletken tel bulunmaktadır. Teller üzerinde uzunluğu ℓ ve kütlesi m olan bir iletken çubuk hareket etmektedir. Bütün sistem eğik düzleme dik yönde uygula-nan B sabit ve homojen manyetik alanda bulunmaktadır. Çubuğun hare-ketini sebepleri ile birlikte açıklayıp, hız-zaman ve ivme-zaman grafikle-rini çiziniz.
b) (a) şıkkındaki soruyu R direncinin yerinde sığası C olan bir kondansatörün olduğu durum için çözünüz.

10. Yatay bir düzlem üzerine konulmuş bir içbükey aynanın eğrilik yarıçapı r dir. Bu aynanın içine az bir miktar, kırıcılık indisi n olan sıvı konulmuştur. Oluşan merceğin odak uzaklığı nedir?

EYLÜL KAMPI SINAVI-1998 I. GRUBUN SORULARIN ÇÖZÜMLERİ



1. Cisim prizmanın tepe noktasına geldiğinde hızı ve ulaştığı yükseklik

$$u_0=\sqrt{v_0^2-2gh}\ ;\ h=\ell\sin 45°=\frac{\sqrt{2}\ell}{2}$$

olur. Eğik düzleme paralel ve dik olan koordinat eksenleriyle çalışırsak ilk hızı ve yerçekimi ivmesi için

$$u_{0\tau}=0;\ u_{0n}=u_0;\ g_\tau=g_n=g\cos 45°=\frac{\sqrt{2}g}{2}$$

yazabiliriz. Buna göre hız denklemleri

$$u_\tau=u_{0\tau}+g_\tau t;\ u_n=u_{0n}-g_n t$$

olarak yazılabilir. Yörüngenin en yüksek noktasında $u_{1n}=0$ olur. Cismin yükselme süresi

$$t_ç=\frac{\sqrt{2}u_0}{g}$$

olur. Cisim n eksenine göre eğik düzleme $2t_ç$ süre sonra aynı hız ile çarpmaktadır. Bu eksene göre ilk çarpmadan sonraki hız

$$u_{1n}=u_{0n}-g_n 2t_ç=u_0-2\frac{\sqrt{2}g}{2}\frac{\sqrt{2}u_0}{g}=-u_0$$

olur. Teğet eksene göre cismin ilk çarpmadan sonraki hızı

$$u_{1\tau}=g_\tau 2t_ç=2\frac{\sqrt{2}g}{2}\frac{\sqrt{2}u_0}{g}=2u_0$$

teğet eksene göre ilk çarpışmaya kadar alınan yol

$$x_1=u_{0\tau}2t_ç+\frac{g_\tau(2t_ç)^2}{2}=\frac{1}{2}\frac{\sqrt{2}g}{2}\left(\frac{2\sqrt{2}u_0}{g}\right)^2=\frac{2\sqrt{2}u_0^2}{g}$$

olur. Teğet eksene göre cismin ikinci çarpmadan sonraki hızı

$$u_{2\tau}=u_{1\tau}+g_\tau 2t_ç=2u_0+2\frac{\sqrt{2}g}{2}\frac{\sqrt{2}u_0}{g}=4u_0$$

teğet eksene göre ikinci ile üçüncü çarpışma arasında alınan yol

$$x_2=u_{1\tau}2t_ç+\frac{a_\tau(2t_ç)^2}{2}=2u_0\frac{2\sqrt{2}u_0}{g}+\frac{1}{2}\frac{\sqrt{2}g}{2}\left(\frac{2\sqrt{2}u_0}{g}\right)^2=\frac{6\sqrt{2}u_0^2}{g}$$

olur. Benzer şekilde

$$x_3=u_{2\tau}2t_ç+\frac{a_\tau(2t_ç)^2}{2}=4u_0\frac{2\sqrt{2}u_0}{g}+\frac{1}{2}\frac{\sqrt{2}g}{2}\left(\frac{2\sqrt{2}u_0}{g}\right)^2=\frac{10\sqrt{2}u_0^2}{g}$$

olduğunu görebiliriz. Bu işlemlere devam edersek

$$u_{n\tau}=2nu_0;\ x_n=\frac{2(2n-1)\sqrt{2}u_0^2}{g}$$

olduğunu görebiliriz. Prizmaya göre alınan yol

$$\ell=x_1+x_2+.......+x_n=[1+3+5+.....+(2n-1)]\frac{2\sqrt{2}u_0^2}{g}=\frac{2n^2\sqrt{2}u_0^2}{g}=\frac{2n^2\sqrt{2}(v_0^2-\sqrt{2}g\ell)}{g}$$

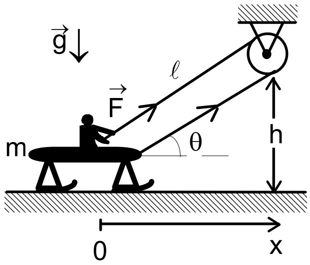
Buradan

$$v_0=\sqrt{\sqrt{2}g\ell\left(1+\frac{1}{4n^2}\right)}$$

olarak bulunur. Limit hız çok sayıda çarpışma ile gerçekleşir, yani $n\to\infty$

$$(v_0)_{lim}=\sqrt{\sqrt{2}g\ell}$$

olur.



2. Yatay düzleme göre kızak

$$F_x=2F\cos\theta$$

ile çekilmektedir. θ açısı değişken olduğundan dolayı dx yolunda yapılan iş

$$dA=F_x dx=2F\cos\theta dx=\frac{2Fxdx}{\sqrt{h^2+x^2}}$$

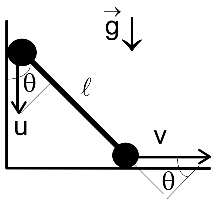
olarak yazılabilir. Kızak makaranın altından geçene kadar yapılan iş

$$A=\int_0^{\sqrt{\ell^2-h^2}}\frac{2Fxdx}{\sqrt{h^2+x^2}}=2F\sqrt{h^2+x^2}\Big|_0^{-\sqrt{\ell^2-h^2}}=2F(\ell-h)$$

Yapılan iş kızağa kinetik enerji kazandırmak için yapılmaktadır. Buradan hız

$$A=\frac{mv^2}{2};\ v=\sqrt{\frac{4F(\ell-h)}{m}}$$

olarak bulunur.



3. Enerjinin korunumu yasasından

$$mg\ell=mg\ell\cos\theta+\frac{mv^2}{2}+\frac{mu^2}{2}$$

olarak yazılabilir. Çubuk uzamayan katı bir cisim olduğundan

$$v\sin\theta=u\cos\theta;\ u=v\tan\theta$$

olarak yazılabilir. Buradan

$$mg\ell(1-\cos\theta)=\frac{mv^2}{2}+\frac{mv^2\tan^2\theta}{2};\ v^2=2g\ell(\cos^2\theta-\cos^3\theta)$$

olarak bulunur. Sistem belli θ açısına kadar düşey duvarın uyguladığı tepki kuvveti sayesinde yatay yönde ivmeli hareket yapmaktadır. Düşey duvarla temas kesildiğinde, sistem yatay yönde sabit hızlı, dikey yönde ise ivmeli hareket yapmaktadır. Sistemin düşey duvarla teması kesildiğinde yatay hız maksimumdur. Hızı türevlersek ve sıfıra eşitlersek açı için şart $2\cos\theta_0-3\cos^2\theta_0=0$; $\cos\theta_0=\frac{2}{3}$ olur. Buradan hız

$$v_{mak}=\frac{4}{3}\sqrt{\frac{g\ell}{6}}$$

olarak bulunur.

4. Vagonlar eğik düzlem üzerine çıkmaya başladıktan sonra tüm vagonlara etki eden kuvvet gittikçe artmaktadır. Birim uzunluktaki kütle μ ise

$$nma(x)=-\mu xg\sin\theta;\ n\mu\ell a=-\mu xg\sin\theta;\ a(x)=-\frac{g\sin\theta}{n\ell}x;\ a(x)+\omega^2x=0;\ \omega=\sqrt{\frac{g\sin\theta}{n\ell}}$$

yazabiliriz. Elde edilen denklem, basit harmonik hareketin denklemidir. Burada ω basit harmonik hareketin titreşim frekansıdır. Titreşim periyodu $T=2\pi\sqrt{\frac{n\ell}{g\sin\theta}}$ olarak bulunur. Vagonlar eğik düzlemin üzerine çıkana kadar geçen süre

$$t_1=\frac{T}{4}=\frac{\pi}{2}\sqrt{\frac{n\ell}{g\sin\theta}}=\frac{3}{2}\sqrt{\frac{8.10}{10.0,5}}=6\ s$$

olur. Trenin ilk hızı v olsun. Bu hız enerji korunumu yasasından

$$\frac{nmv^2}{2}=nmgh=nmg\frac{n\ell\sin\theta}{2};\ v^2=gn\ell\sin\theta;\ v=20\ m/s$$

olarak bulunur. Vagonlar eğik düzlemden inerken, tüm vagonlara etki eden kuvvet gittikçe azalmakta ve kazandırılan ivme azalmaktadır. Eğik düzlem üzerinde kalan trenin uzunluğu x ise

$$-nma(x)=\mu xg\sin\theta;\ -n\mu\ell a=\mu xg\sin\theta;\ a(x)+\frac{g\sin\theta}{n\ell}x=0;\ a(x)+\omega^2x=0$$

yazabiliriz. Yine basit harmonik hareketin denklemi elde edilir. Tren

$$t_2=t_1=\frac{T}{4}=\frac{\pi}{2}\sqrt{\frac{n\ell}{g\sin\theta}}=6\ s$$

süre ile eğik düzlemden iner. Trenin yatay düzlem üzerindeki hızı ilk hıza, eşit, yani 20 m/s olur.

5. Sıcaklığı $t°_1$ olan uçtan x uzaklıkta çok küçük dx uzunluktaki bir parçanın sıcaklığı

$$t°_x=t°_1+\frac{(t°_2-t°_1)x}{\ell}$$

olur. Bu seçilen dx uzunluğundaki parçanın 0 °C sıcaklığındaki uzunluğu dx_0 ise

$$dx=dx_0(1+\beta t°_x)$$

olarak yazılabilir. Buradan

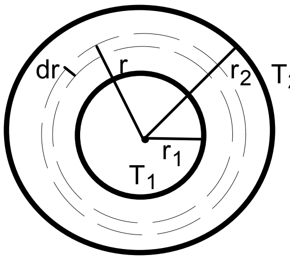
$$dx_0=\frac{dx}{1+\beta t°_x}\approx dx(1-\beta t°_x))$$

olur. Bu ifadeyi integre edersek uzunluk

$$\int_0^{\ell_0} dx_0=\ell_0=\int_0^{\ell}(1-\beta t°_x)dx=\int_0^{\ell}\left[1-\beta\left(t°_1+\frac{(t°_2-t°_1)x}{\ell}\right)\right]dx=\ell\left(1-\frac{\beta(t°_2+t°_1)}{2}\right)$$

$$\ell=\frac{\ell_0}{1-\frac{\beta(t°_2+t°_1)}{2}}\approx\ell_0\left(1+\frac{\beta(t°_2+t°_1)}{2}\right)$$

olarak bulunur.



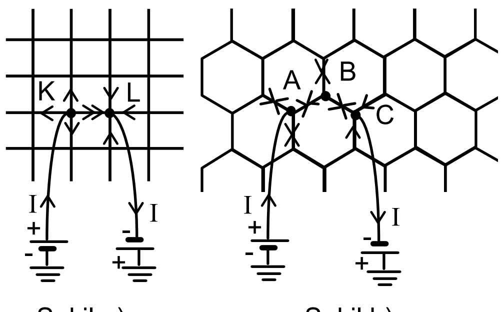
6. Merkezden r uzaklıkta çok ince dr kalınlığında küresel bir kabuk seçtiğimizde birim zamanda iletilen ısı için

$$\frac{dQ}{dt}=-\chi S\frac{dT}{dr}=-\chi 4\pi r^2\frac{dT}{dr}\ ;\ dT=-\frac{1}{4\pi\chi}\frac{dQ}{dt}\frac{dr}{r^2}$$

olarak yazılabilir. İntegre edersek

$$\int_{T_1}^{T_2} dT=-\frac{1}{4\pi\chi}\frac{dQ}{dt}\int_{r_1}^{r_2}\frac{dr}{r^2}\ ;\ (T_1-T_2)=\frac{1}{4\pi\chi}\frac{dQ}{dt}\left(\frac{1}{r_1}-\frac{1}{r_2}\right)$$

olarak bulunur.



Şekil a) Şekil b)

7. a) Kare şeklindeki tellerden oluşan sonsuz bir devredeki eşdeğer direnci bulmak için K noktasından devreye verilen I akımı ile L noktasından alınan I akımının süperpozisyonundan faydalanabiliriz. K noktasında I akımı dörde ayrılmakta, L noktasında ise birleşip yine I akımı olarak devreden çıkmaktadır. Bu durumda K ve L noktaları arasında akan akım

$$I_{KL}=\frac{I}{4}+\frac{I}{4}=\frac{I}{2}$$

ölçülen potansiyel farktan direnç

$$U_{KL}=IR_{KL}=I_{KL}r=\frac{Ir}{2}\ ;\ R_{KL}=\frac{r}{2}$$

olarak bulunur.

b) Düzgün altıgenlerden oluşmuş sonsuz bir devredeki eşdeğer direnci bulmak için tarif edilen yöntemi kullanabiliriz. A noktasından devreye verilen I akımı üçe ayrılmaktadır. Bu üçte bir akımlardan her birisi B noktasında birleşip I akımı olarak devreden çıkmaktadır. Bu durumda A ve B noktaları arasında akan akım

$$I_{AB}=\frac{I}{3}+\frac{I}{3}=\frac{2I}{3}$$

ölçülen potansiyel farktan direnç

$$U_{AB}=I_{AB}R_{AB}=\frac{2Ir}{3}\ ;\ R_{AB}=\frac{2r}{3}$$

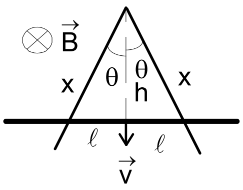
olarak bulunur. A noktasında üçe ayrılan akım B noktasında da ikiye ayrılmaktadır. Bu akımlar C noktasından çıkmaktadır. Bu durumda A ve C noktaları arasındaki akan akım

$$I_{AC}=\left(\frac{I}{3}+\frac{1}{2}\frac{I}{3}\right)+\left(\frac{I}{3}+\frac{1}{2}\frac{I}{3}\right)=I$$

ölçülen potansiyel farktan direnç

$$U_{AC}=I_{AC}R_{AC}=I_{AC}r=Ir;\ R_{AC}=r$$

olarak bulunur.



8. Belli bir anda çubuk telle bir üçgen oluşturmaktadır. Bu üçgenin yüksekliği h=vt, tabanı ℓ=htanθ=vt.tanθ alanı ise

$$S=\frac{h.2\ell}{2}=v^2t^2.\tan\theta$$

olarak yazılabilir. Üçgenin alanının değişme hızı ve indükte edilmiş e.m.k.

$$\frac{dS}{dt}=2v^2t.\tan\theta;\ \varepsilon_{in}=-\frac{d\Phi}{dt}=-B\frac{dS}{dt}=-2Bv^2t.\tan\theta$$

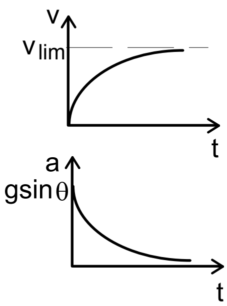
telin direnci

$$R=\rho(2x+2\ell)=\rho\left(\frac{2vt}{\cos\theta}+2vt.\tan\theta\right)=2\rho vt\frac{1+\sin\theta}{\cos\theta}$$

akan akım

$$I=\frac{\varepsilon_{in}}{R}=\frac{Bv\sin\theta}{2\rho(1+\sin\theta)}$$

olarak bulunur.



9. a) Çubuk, ağırlığının eğik düzleme paralel olan bileşeni ve Amper kuvvetinin etkisi altında hareket etmektedir. Bu durumda

$$ma=m\frac{dv}{dt}=mg\sin\theta-IB\ell$$

yazabiliriz. Akan akım ve indükte edilmiş e.m.k.

$$I=\frac{|\varepsilon|}{R};\ \varepsilon_{in}=-\frac{d\Phi}{dt}=-B\frac{dS}{dt}=-Bv\ell$$

olarak yazılabilir. Buradan hızın zamana göre değişimi ve limit hız

$$dt=\frac{dv}{g\sin\theta-\dfrac{B^2\ell^2v}{mR}}$$

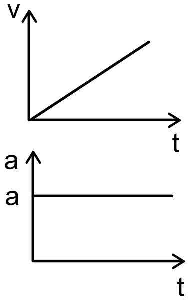
ifadesinin integralini aldıktan sonra

$$t=\int_0^v\frac{dv}{g\sin\theta-\dfrac{B^2\ell^2v}{mR}}=-\frac{mR}{B^2\ell^2}\ln\frac{g\sin\theta-\dfrac{B^2\ell^2v}{mR}}{g\sin\theta};\ v=\frac{mRg\sin\theta}{B^2\ell^2}\left(1-e^{-\frac{B^2\ell^2t}{mR}}\right)$$

olarak bulunur. Çubuğun limit hızı ve ivmesi

$$v_{lim}=\frac{mRg\sin\theta}{B^2\ell^2};\ a=\frac{dv}{dt}=g\sin\theta.\,e^{-\frac{B^2\ell^2t}{mR}}$$

olur. Gittikçe çubuğun ivmesi sıfıra yaklaşır.



b) R direnci yerine C kondansatörü koyduğumuzda hareket denklemi için

$$ma=mg\sin\theta-IB\ell$$

yazabiliriz. Akan akım ve indükte edilmiş e.m.k.

$$I=\frac{dq}{dt};\ q=C|\varepsilon_{in}|$$

$$\varepsilon_{in}=-\frac{d\Phi}{dt}=-B\frac{dS}{dt}=-Bv\ell$$

olarak yazılabilir. Buradan ivme

$$ma=mg\sin\theta-CB^2\ell^2a;\ a=\frac{mg\sin\theta}{m+CB^2\ell^2}$$

olarak bulunur. Hız sabit ivmeyle sürekli artar. Zamana bağlı olan hız

$$v=at=\frac{mgt\sin\theta}{m+CB^2\ell^2}$$

olarak bulunur.

10. Sistemin optik kuvveti

$$D_s=2D_M+D_A=\frac{1}{f}=2(n\text{-}1)\frac{1}{r}+\frac{2}{r}=\frac{2n}{r}$$

Sistemin odak uzaklığı

$$f_s=\frac{r}{2n}$$

olarak bulunur. Başka bir yoldan çözersek aynı sonuç çıkar.

$$\frac{1}{\infty}+\frac{n}{b_1}=\frac{n-1}{\infty};\ b_1=\infty$$

$$\frac{1}{\infty}+\frac{1}{b_2}=\frac{2}{r};\ b_2=\frac{r}{2}$$

$$\frac{n}{(-b_2)}+\frac{1}{f_s}=\frac{1-n}{\infty};\ f_s=\frac{r}{2n}$$