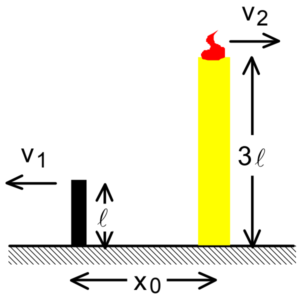
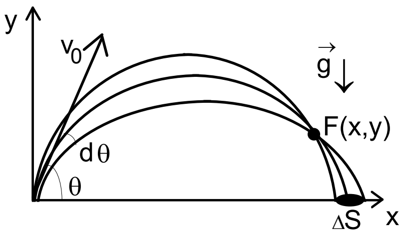
EYLÜL KAMPI SINAVI-2001 I. GRUP

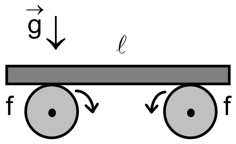


1. Boyu ℓ olan bir cisim v_1 hızı, ilk boyu 3ℓ olan bir mum ise v_2 hızı ile birbirinden uzaklaşacak şekilde hareket etmektedirler. Cisim ile mum arasın-daki uzaklık x_0 dır. Mumun erime hızı sabit ve mumun tamamının erime süresi t_0 dır. Cismin gölgesinin uzama hızının zamanın fonksiyonu olarak bulunuz.



2. Bir cisim θ açısı ve v_0 hızı ile atıldığında ana yörüngeyi izlemektedir. Bir demet tanecik ana yörüngeye küçük $d\theta$ açısı ile saçılarak atıldığında bir noktaya odaklandığını kanıtlayın. Odak noktanın koordinatlarını bulunuz. θ=45° açı için taneciklerin yeryü-zünde nasıl bir ΔS alana saçılacağını bulunuz. Yerçekimi ivmesi g veriliyor.

3. Tekerleksiz kütlesi m_1 olan bir arabanın disk şeklindeki 4 tekerleğinin her birisinin kütlesi m_2 dir. Bu araba θ eğim açılı bir yokuştan aşağı bırakıldığında ivmesi ne olur? (Tekerleklerin kaymadan yuvarlanmasını sağlayacak yeterli sürtünme kuvveti vardır.)

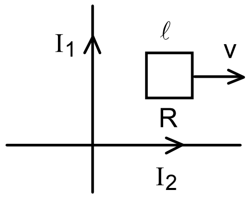


4. Eksenleri paralel olan eşit büyüklükteki iki silindir şekilde gösterilen yönlerde eşit hızla dönmektedirler. Silindirlerin üzerine yatay olacak şekilde kütlesi m olan homojen bir tahta bulunuyor. Başlangıçta tahtanın kütle merkezi silindirlerin arasındaki uzaklığın tam ortasında yerleştirilmiştir. Silindirlerin eksenleri arasındaki uzaklık ℓ dir. Silindirle kalasın arasındaki sürtünme katsayısı f 'dir. Tahtanın nasıl hareket edeceğini tarif ediniz.

5. Özkütlesi ρ=0,8 gr/cm^3 olan tahtadan boyu ℓ=4,5 m, yarıçapı R=30 cm olan silindir şeklindeki kütük özkütlesi ρ_0=1 gr/cm^3 olan su içerisinde durmaktadır.
a) Kütük denge durumunda iken su yüzünde kalan kısmının yüksekliği kaç R'dir?
b) Kütük çok az miktarda suya batırılıp bırakıldığında yapacağı titreşimin periyodu nedir?
c) Kütüğün üzerine kütlesi 108 kg olan bir sporcu çıkarsa titreşimin periyodu ne kadar olur?

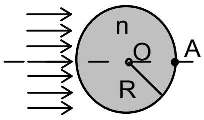
6. Kuyruklu bir yıldızın Dünya gezegenine çarparak tamamen gezegeni yok etmek için kuyruklu yıldızın enerjisi en az ne kadar olmalıdır? Dünyanın yarıçapı R=6,374.10^6 m ve kütlesi m=5,976.10^{24} kg dır. Gravitasyonel çekim sabiti γ=6,67.10^{-11} m^3/kg.s^2 olarak veriliyor.

7. N tane noktanın her biri birbirine R dirençli tellerle bağlıdır (yani her nokta diğer N-1 noktaya telle bağlıdır). Herhangi iki nokta arasındaki eşdeğer direnç nedir?



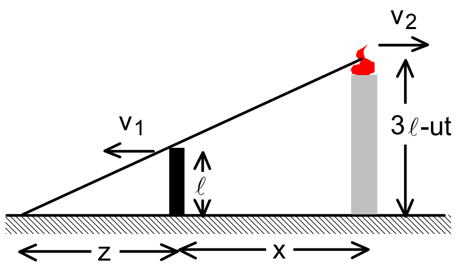
8. Birbirine dik olan iki sonsuz telden I_1 ve I_2 akımları geçmektedir. Kenar uzunluğu ℓ ve toplam direnci R olan kare şeklindeki tel çerçeveyi ikinci tele paralel olacak şekilde v hızıyla hareket ettirmek için gereken yatay kuvvet ve bu kuvvetin sarf ettiği gücü birinci telden uzaklığına bağlı olarak bulunuz. Çerçevenin ikinci tele yakın olan kenarı, bu telden ℓ uzaklıktadır. Çerçeveyi ikinci telden bu sabit uzaklıkta tutmak için gereken kuvvet nedir?

9. $2P_0$ basıncına, V_0 hacmine ve T_0 sıcaklığına sahip tek atomlu bir mol gaz sabit basınç altında $2V_0$ hacmine kadar genleştiriliyor. Daha sonra izokorik (eş hacimli) olarak soğutulmakta, ve sonrada adyabatik olarak V_0 hacmine kadar sıkıştırılmaktadır. Bu şekilde çalışan bir ısı makinesinin verimi nedir?



10. Yarıçapı R olan saydam bir cam kürenin kırıcılık indisi n'dir. Dar bir lazer ışını demeti kürenin merkezi O noktası hedeflenerek dışarıdan gönderilmek-tedir. Bu ışın demeti kürenin çapının diğer ucundaki noktasında odaklanıyorsa n değeri ne kadardır? (Gerektiğinde açıları küçük kabul ediniz.)

EYLÜL KAMPI SINAVI-2001 I. GRUBUN SORULARIN ÇÖZÜMLERİ



1. Mumun yanma hızı

$$u=\frac{3\ell}{t_0}$$

olsun. Hareketin başlamasından t süre sonra cisim ile mum arasındaki uzaklık

$$x=x_0+(v_1+v_2)t$$

mumun boyu

$$3\ell-ut=3\ell\left(1-\frac{t}{t_0}\right)$$

olur. Zemin boyunca cismin gölgenin uzunluğu z ise benzer üçgenlerden gölgenin uzunluğu

$$\frac{z}{\ell}=\frac{z+x}{3\ell-ut};\ z=\frac{x_0+(v_1+v_2)t}{2-3\dfrac{t}{t_0}}$$

olarak bulunur. Bu ifadenin türevi cismin zemin üzerindeki gölgenin hızını vermektedir.

$$v_g=\frac{dz}{dt}=\frac{2(v_1+v_2)+\dfrac{3x_0}{t_0}}{\left(2-3\dfrac{t}{t_0}\right)^2}$$

Hareketin başlamasından $t=\frac{2t_0}{3}$ süre sonra cismin ve mumun boyları birbirine eşit oluyor. Bu durumda gölge hızı sonsuz oluyor. Bundan sonra da zemin üzerinde gölge oluşmamaktadır.

2. Taneciklerin ivmesi a=g dir. Hareket denklemi θ ve $\theta+d\theta$ açısı için

$$y=x\tan\theta-gx^2\left(\frac{1+\tan^2\theta}{2v_0^2}\right);\ y=x\tan(\theta+d\theta)-gx^2\left(\frac{1+\tan^2(\theta+d\theta)}{2v_0^2}\right)$$

yazılabilir.

$$\tan(\theta+d\theta)=\tan\theta+(1+\tan^2\theta)d\theta$$
$$1+\tan^2(\theta+d\theta)=1+\tan^2\theta+2\tan\theta(1+\tan^2\theta)d\theta$$

açılımları kullanarak odak noktasının koordinatları

$$x_F=\frac{v_0^2}{g\tan\theta};\ y_F=\frac{v_0^2(\tan^2\theta-1)}{2g\tan^2\theta}$$

olarak bulunur. Taneciklerin menzili

$$\ell=\frac{v_0^2\sin 2\theta}{g}$$

$\theta=45°$ ise saçılan taneciklerin açısı $45°\pm d\theta$ açının değişimi sonucu menzildeki değişim

$$d\ell=\frac{2v_0^2\cos 2\theta d\theta}{g}=\frac{2v_0^2\cos 2(45°-d\theta)d\theta}{g}=$$

$$=\frac{2v_0^2\sin 2d\theta}{g}d\theta=\frac{4v_0^2(d\theta)^2}{g}$$

olur. x yönüne dik yöndeki saçılma

$$dz=2(v_0 d\theta)t=2(v_0 d\theta)\frac{2v_0\sin\theta}{g}=\frac{4v_0^2\sin\theta d\theta}{g}=\frac{2\sqrt{2}v_0^2 d\theta}{g}$$

ve taradıkları alan

$$dS=d\ell.dz=\frac{8\sqrt{2}\,v_0^4(d\theta)^3}{g^2}$$

olarak bulunur.

3. Arabaya etki eden kuvvetler için

$$(m_1+4m_2)g\sin\theta-4F_s=(m_1+4m_2)a$$

yazabiliriz. Burada F_s tekerleklere etki eden sürtünme kuvvetidir. Tekerleklerin kütle merkezine göre etki eden moment için

$$F_s r=J_{02}\alpha;\ J_{02}=\frac{m_2r^2}{2},\ \alpha=\frac{a}{r}$$

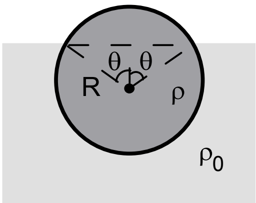
yazabiliriz. Buradan sürtünme kuvveti

$$F_s=\frac{m_2a}{2}$$

ve ivme

$$a=\frac{(m_1+4m_2)g\sin\theta}{m_1+6m_2}$$

olarak bulunur.



4. a) Denge durumunda

$$mg=F_A;\ \rho S\ell g=\rho_0 S_0\ell g;\ S=\pi R^2$$

yazabiliriz. Buradan su içinde batan kısmın alanı ifadesinden

$$S_0=\frac{\rho S}{\rho_0}=\pi R^2-\left(\frac{R^2.2\theta}{2}-\frac{2R\sin\theta.R\cos\theta}{2}\right)$$

$$2\pi\left(1-\frac{\rho}{\rho_0}\right)=2\theta-\sin 2\theta;\ 2.3,14.(1-0,8)=2\theta-\sin2\theta;\ 2\theta=2,113\text{ rad}$$

$$\theta\approx60°$$

olarak bulunur.

b) Kütük az bir miktar x kadar batırılırsa kütüğün titreşim denklemi

$$ma=mg-\rho_0(S_0+S_x)\ell]g;\ S_x=2R\sin\theta.x$$

$$\ddot{x}+\frac{2\rho_0\sin\theta}{\rho\pi R}x=0$$

olarak yazılabilir. Buradan titreşimi açısal frekansı ve titreşim periyodu

$$\omega=\sqrt{\frac{2\rho_0\sin\theta}{\rho\pi R}};\ T=\frac{2\pi}{\omega}=2\pi\sqrt{\frac{\rho\pi R}{2\rho_0\sin\theta}}=2.3,14\sqrt{\frac{800.3,14.0,3}{2.1000.0,866}}=4,14\text{ s}$$

olarak bulunur.

c) Bu durumda denge için

$$mg+m_sg=F_A;\ \rho S\ell g+m_sg=\rho_0S_{02}\ell g$$

yazabiliriz. Buradan su içinde batan kısmın alanı

$$S_{02}=\frac{\rho\pi R^2\ell+m_s}{\rho_0\ell}=\frac{800.3,14.0,3^2.4,5+108}{1000.4,5}=0,25\text{ m}^2$$

$$S_{02}=\pi R^2-\left(\frac{R^2.2\beta}{2}-\frac{2R\sin\beta.R\cos\beta}{2}\right)$$

$$0,25.2=0,3^2(2\beta-\sin2\beta);\ 2\beta=1,71\text{ rad};\ \beta\approx49°$$

olarak bulunur. Kütük az bir miktar x kadar batırılırsa kütüğün titreşim denklemi

$$(m+m_s)a=(m+m_s)g-\rho_0(S_{02}+S'_x)\ell]g;\ S'_x=2R\sin\beta.x$$

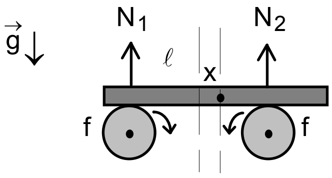
$$\ddot{x}+\frac{2\rho_0R\ell\sin\beta}{\rho\pi R^2\ell+m_s}x=0$$

olarak yazılabilir. Buradan titreşimi açısal frekansı ve titreşim periyodu

$$\omega=\sqrt{\frac{2\rho_0R\ell\sin\beta}{\rho\pi R^2\ell+m_s}};\ T=\frac{2\pi}{\omega}=2\pi\sqrt{\frac{\rho\pi R^2\ell+m_s}{2\rho_0\ell R\sin\beta}}=$$

$$=2.3,14\sqrt{\frac{800.3,14.0,3^2.4,5+108}{2.1000.0,3.4,5.0,75}}=4,68\text{ s}$$

olarak bulunur.



5. Tahtaya etki eden tepki kuvvetleri için

$$mg=N_1+N_2$$

$$mg\left(\frac{\ell}{2}-x\right)=N_1\ell$$

$$N_1=mg\left(\frac{1}{2}-\frac{x}{\ell}\right);\; N_2=mg\left(\frac{1}{2}+\frac{x}{\ell}\right)$$

yazabiliriz. Buradan tahtanın hareket denklemi

$$ma=-fN_1-fN_2=-\frac{2mgx}{\ell};\quad \ddot{x}+\frac{2fg}{\ell}x=0$$

olarak yazılabilir. Bu titreşim hareketin denklemidir. Titreşim periyodu

$$T=\frac{2\pi}{\omega}=2\pi\sqrt{\frac{\ell}{2fg}}$$

olarak bulunur.

6. Bir kürenin kütle çekimi potansiyel enerjisini bulmak için kürenin içinde r<R yarıçaplı bir küre alıp kalınlığı dr olan ince küresel bir kabukla etkileşme enerjisini yazarak integre edebiliriz.

$$d\Pi=-\frac{\gamma\, mdm}{r}$$

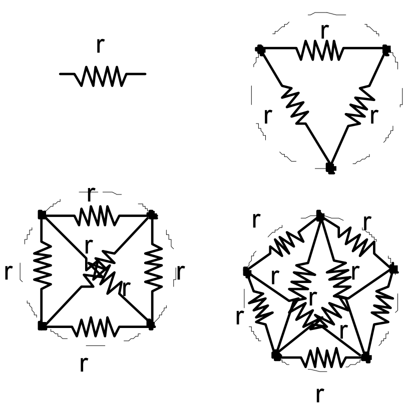
$$m=\frac{4\rho\pi\, r^3}{3};\; dm=4\rho\pi r^2dr$$

$$d\Pi=-\frac{\gamma\frac{4\rho\pi\, r^3}{3}4\rho\pi\, r^2dr}{r}=-\frac{\gamma\,(4\rho\pi)^2\, r^4dr}{3}$$

$$\Pi=-\frac{\gamma(4\rho\pi)^2}{3}\int_0^R r^4dr=-\frac{\gamma(4\rho\pi)^2R^5}{15}=$$

$$=-\frac{3\gamma\, m^2}{5R}=-22{,}42.10^{37}\text{ J}$$

Bu aynı zamanda kuyruklu yıldızın sahip olması gereken minimum enerjiyi vermektedir.



7. Tümevarım metodu ile soruyu çözebiliriz. Bir direnç yani iki nokta söz konusu olduğunda R_1=r olur. Üç nokta ya da üç direnç söz konusu olduğunda

$$R_2=\frac{r.\frac{r}{2}}{r+\frac{r}{2}}=\frac{2r}{3}$$

olur. Dört nokta ve altı direnç söz konusu olduğunda bir direncin ucundaki potansiyel farklar eşit olduğu için devre dışı kalır. Bu durumda

$$\frac{1}{R_3}=\frac{1}{r}+\frac{1}{2r}+\frac{1}{2r};\; R_3=\frac{r}{2}$$

olur. Beş nokta ve dokuz direnç söz konusu olduğunda iki direncin ucundaki potansiyel farklar eşit olduğu için devre dışı kalırlar. Bu durumda

$$\frac{1}{R_4}=\frac{1}{r}+\frac{1}{2r}+\frac{1}{2r}+\frac{1}{2r};\; R_4=\frac{2r}{5}$$

olur. N nokta ve N+2(N-3) direnç söz konusu olduğunda N-2 direncin ucundaki potansiyel farklar eşit olduğu için devre dışı kalırlar. Bu durumda

$$\frac{1}{R_N}=\frac{1}{r}+\frac{1}{2r}+\frac{1}{2r}+\ldots+\frac{1}{2r};\; R_N=\frac{2r}{N}$$

olarak bulunur.

8. Telden x uzaklıktaki manyetik alan ve çerçeveden geçen manyetik akı

$$B_x=\frac{\mu_0 I_1}{2\pi\, x};\ \Phi=\int_x^{x+\ell}\vec{B}\,d\vec{S}=\int_x^{x+\ell}\frac{\mu_0 I_1 \ell dx}{2\pi\, x}=\frac{\mu_0 I_1 \ell}{2\pi}\ln\frac{x+\ell}{x}$$

indükte edilmiş e.m.k. ve akım

$$\varepsilon=-\frac{d\Phi}{dt}=-\frac{\mu_0 I_1 \ell^2}{2\pi\, x(x+\ell)}\frac{dx}{dt}=\frac{\mu_0 I_2 \ell^2 v}{2\pi\, x(x+\ell)};\ I_ç=\frac{\varepsilon}{R}=\frac{\mu_0 I_1 \ell^2 v}{2\pi\, x(x+\ell)R}$$

çerçeveye etki eden yatay kuvvet

$$F_x=I_ç B_x\ell-I_ç B_{x+\ell}\ell=\frac{\mu_0 I_1 \ell^2 v}{2\pi\, x(x+\ell)R}\left(\frac{\mu_0 I_1}{2\pi\, x}-\frac{\mu_0 I_1}{2\pi\,(x+\ell)}\right)\ell=\frac{\mu_0^2 I_1^2 \ell^4 v}{4\pi^2\, x^2(x+\ell)^2 R}$$

ve açığa çıkan güç

$$P=I^2R=\frac{\mu_0^2 I_1^2 \ell^4 v^2}{4\pi^2\, x^2(x+\ell)^2 R}$$

olarak bulunur. Kuvveti bulmak için ikinci bir yöntem de kullanabiliriz. Çerçevede akan akımın oluşturduğu manyetik dipol momenti

$$p_m=I_ç S=\frac{\mu_0 I_1 \ell^4 v}{2\pi\, x(x+\ell)R}$$

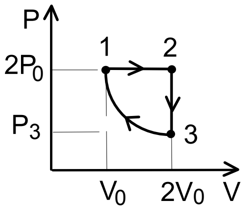
bu dipol momentine etki eden manyetik kuvvet

$$F_{mx}=p_m\frac{dB}{dx}=\frac{\mu_0 I_1 \ell^4 v}{2\pi\, x(x+\ell)R}\frac{d}{dx}\left(\frac{\mu_0 I_1}{2\pi\, x}\right)=-\frac{\mu_0^2 I_1^2 \ell^4 v}{4\pi^2\, x^2(x+\ell)^2 R}$$

olarak bulunur. Çerçeveyi ikinci telden sabit ℓ uzaklıkta tutmak için gerekeli olan kuvvet

$$F_y=I_ç B_y\ell-I_ç B_{y+\ell}\ell=\frac{\mu_0 I_1 \ell^2 v}{2\pi\, x(x+\ell)R}\left(\frac{\mu_0 I_2}{2\pi\ell}-\frac{\mu_0 I_2}{2\pi .2\ell}\right)\ell=\frac{\mu_0^2 I_1 I_2 \ell^2 v}{8\pi^2 x(x+\ell)R}$$

olarak bulunur.



9. Her durum için ideal gaz hal denklemini

$$2P_0V_0=RT_0$$
$$2P_0.2V_0=RT_2$$
$$P_3.2V_0=RT_3$$

yazabiliriz. 1-2 proses için

$$\frac{2P_0V_0}{T_0}=\frac{4P_0V_0}{T_2};\ T_2=2T_0$$

2-3 proses ve 3-1 proses için

$$\frac{2P_0}{T_2}=\frac{P_3}{T_3};\ PV^{\gamma}=\text{sabit};\ \gamma=\frac{5}{3};\ P_3.(2V_0)^{\frac{5}{3}}=2P_0\,V_0^{\frac{5}{3}};\ P_3=2^{-\frac{2}{3}}P_0$$

yazabiliriz. Buradan

$$T_3=2^{-\frac{2}{3}}T_0$$

olarak bulunur. İzobarik 1-2 proseste yapılan iş

$$A_{12}=2P_0(2V_0-V_0)=2P_0V_0$$

İzokorik 2-3 proseste yapılan iş sıfır, adyabatik 2-3 prosesinde gazdan yapılan iş iç enerjinin değişimine eşittir.

$$A_{31}=-\Delta U_{31}=-c_V(T_1-T_3)=-\frac{3R}{2}(T_0-2^{-\frac{2}{3}}T_0)=-3\left(1-2^{-\frac{2}{3}}\right)P_0V_0$$

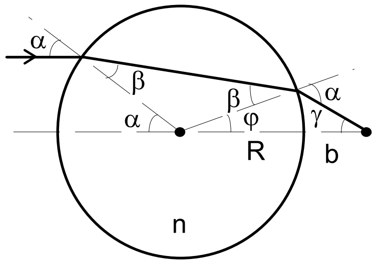
Yapılan iş

$$A=A_{12}+A_{23}+A_{31}=P_0V_0\left[2^{-\frac{2}{3}}-1\right]$$

sisteme verilen ısı ve verim

$$Q_1=c_p(T_2-T_1)=\frac{5R}{2}(2T_0-T_0)=5P_0V_0;\ \eta=\frac{A}{Q_1}=\frac{2^{-\frac{2}{3}}-1}{5}$$

olarak bulunur.



10. Işın birinci küresel yüzeye düştüğünde kırılıyor. Bu durumda

$$\frac{\sin\alpha}{\sin\beta}=n$$

yazılabilir. Küçük açılar için

$$\sin\alpha\approx\tan\alpha\approx\alpha;\ \sin\beta\approx\tan\beta\approx\beta$$

yaklaşımını kullanabiliriz. Buradan

$$\alpha=n\beta$$

olarak bulunur. Işın ikinci küresel yüzeye düştüğünde β açısı ile gelip α açısı ile kırılıyor. Sinüs teoreminden

$$\frac{\sin(180^{\circ}-\alpha)}{R+b}=\frac{\sin\gamma}{R}$$

eşitliği elde edilir. Burada

$$\gamma=180°-(180°-\alpha)-\varphi=\alpha-[180°-(180°-\alpha-2\beta)=2\alpha-2\beta=2(n-1)\beta$$

olarak yazılabilir. Buradan

$$b=\frac{(2-n)R}{2(n-1)}=0;\ n=2$$

olarak bulunur.