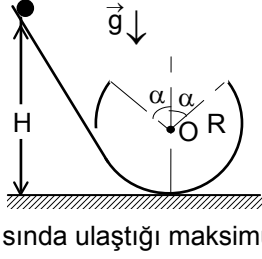
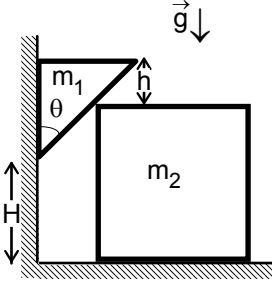


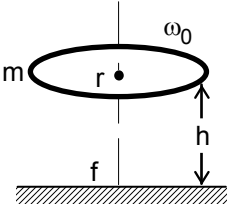
EYLÜL KAMPI SINAVI-2000 II. GRUP



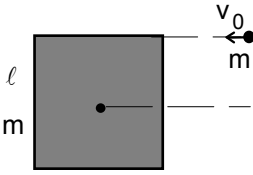
1. Sürtünmesiz bir eğik düzlem üzerinde belirli bir H yüksekliğinde bulunan bir noktadan noktasal bir cisim serbest olarak bırakılıyor. Eğik düzlem yarıçapı R olan bir çember şeklindeki raya bağlıdır. Bu çemberin üst kısmında 2α açısına karşı gelen bir bölüm kesilip çıkarılmıştır. Cisim çemberin bu kesik kısmında eğik atış yaparak yoluna devam edip tekrar çemberin iç yüzünde dairesel hareketini sürdürmektedir. Cismin raydan çıkmadan hareket etmesi için H ve α belirli değerlerde olmalıdır. H'nin minimum olası değeri için cismin eğik atış sırasında ulaştığı maksimum yükseklik nedir? Yerçekimi ivmesi g veriliyor.



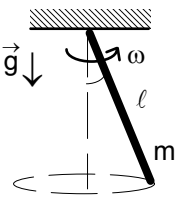
2. Kütlesi m_1 ve taban açılarından birisi θ olan bir prizma raya bağlı olarak sürtünmesiz, düşey yönde hareket edebilmektedir. Prizmanın alt ucu yatay ve sürtünmesiz zeminden H kadar yüksekliktedir. Prizma kütlesi m_2 olan bir küp ile temas etmektedir. Prizmanın yatay tabanı küpten $h < H$ yükseklikte bulunmaktadır. Sistem bu durumdan harekete geçmektedir. Yerçekimi ivmesi g olarak veriliyor.
a) İki cismin birbirinden ayrılma anındaki hızları nedir?
b) Prizmanın yere değdiği anda cisimlerin hızları nedir?



3. Yarıçapı r ve kütlesi m olan bir halka zeminden h yüksekliğinde yatay konumunda bulunurken ω_0 açısal hızla döndürüldükten sonra serbest bırakılıyor. Halka zeminle esnek olmayan bir çarpışma yapmaktadır. Halka serbest bırakıldıktan sonra durana kadar kaç devir yapar? Halka ile zemin arasındaki sürtünme katsayısı f, yerçekimi ivmesi g olarak veriliyor.

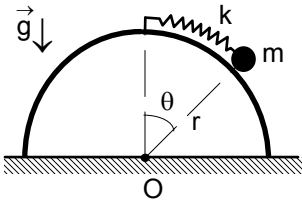


4. Kütlesi m ve kenarı uzunluğu ℓ olan homojen kare şeklindeki bir levha yatay ve sürtünmesiz düzlem üzerinde bulunmaktadır. Levhanın bir kenarı doğrultusunda kütlesi m olan noktasal bir cisim v hızıyla yaklaşmaktadır. Cisim ile levha arasında esnek olmayan çarpışma gerçekleşiyor. Çarpışmada açığa çıkan ısının ilk kinetik enerjiye oranı nedir?

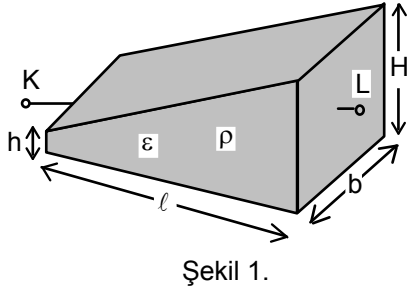


5. Uzunluğu ℓ ve kütlesi m olan bir çubuk ω sabit açısal hızıyla düşey eksenini etrafında serbestçe dönebilmektedir.
a) Çubuğun düşey eksen ile yaptığı açı nedir?
b) Bu durumda çubuğun eksen üzerine uyguladığı kuvvet nedir?
c) Çubuğun denge konumunu ve bu denge konumu etrafında yapacağı küçük titreşimlerin periyodu nedir?

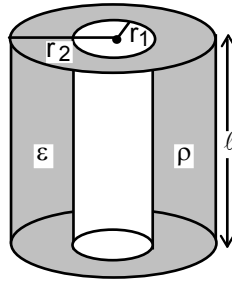
d) Sistem a ivmesi ile düşey yukarı ya da düşey aşağıya doğru hareket ederse çubuğun denge konumunu ve bu denge konumu etrafında yapacağı küçük titreşimlerin periyodunu bulunuz. Yerçekimi ivmesi g olarak veriliyor.



6. Yatay bir masa üzerine yüzeyi sürtünmesiz olan bir yarımküre sabit olarak tutturulmuştur. Yarımkürenin tepesine yay sabiti k olan bir yay bağlanmıştır. Yayın diğer ucunda kütlesi m olan bir cisim bulunmaktadır. Cismin denge durumunda düşeyle yaptığı açı θ ise, sistemin titreşim periyodu nedir? Yerçekimi ivmesi g olarak veriliyor.



Şekil 1.

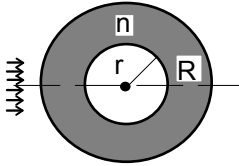


Şekil 2.

7. Uzunluğu l , genişliği b ve yükseklikleri h ve H düzgün bir şekilde değişen kama şeklinde yapılan bir cismin maddesinin bağıl dielektrik geçirgenlik katsayısı ϵ , öz direnci ρ olarak veriliyor. K ve L yüzeyleri arasındaki direnci ve sığayı bulunuz. Aynı maddeden yapılmış yüksekliği l , içindeki boşluğun yarıçapı r_1 , dış yarıçapı r_2 olan bir silindirin iç ve dış yüzeyler arasındaki direnç ve sığa nedir?

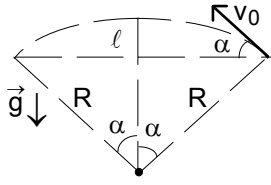
8. Bir iletken tel n kenarlı bir çokgen şeklinde bükülü olup, çokgenin köşeleri yarıçapı r olan bir çember üzerinde bulunmaktadır. Telden geçen akım I ise çemberin merkezinde oluşan manyetik alanı bulunuz. $n \rightarrow \infty$ ise bu ifadenin limiti nedir?

9. Soğuk havada su üzerinde buz oluşumunu ele alalım. Ortamın sıcaklığı T , buzun erime sıcaklığı T_0 olsun. Buzun erime öz ısısı λ , buzun özkütlesi ρ ise, t sürede oluşan buzun kalınlığını bulunuz. Buzun bir kısmının soğumasından dolayı açığa çıkan ısı ihmal ediliyor. Buzun ısı iletkenlik katsayısı χ olarak veriliyor.



10. Yarıçapı $R=2r$ ve kırıcılık indisi $n=1,6$ olan bir cam kürenin ortasında r yarıçaplı bir boşluk bulunmaktadır. Bu cam kürenin odak uzaklığı kaç r dir?

EYLÜL KAMPI SINAVI-2000 II. GRUBUN SORULARIN ÇÖZÜMLERİ



1. Cisim raydan ayrıldığında yatayla α açısı yapacak şekilde ve v_0 ilk hızı ile atılan bir eğik atış yapmaktadır. Eğik atışta yatay yöndeki menzil

$$l = \frac{2v_0^2 \sin\alpha \cos\alpha}{g}$$

olup bu değer raydaki açıklığın yatay yöndeki uzunluğuna eşit olma şartından hız için

$$l = \frac{2v_0^2 \sin\alpha \cos\alpha}{g} = 2R \sin\alpha; v_0^2 = \frac{gR}{\cos\alpha}; v_0 = \sqrt{\frac{gR}{\cos\alpha}}$$

bulunur. Enerjinin korunumu yasasını kullanılarak

$$mgH = mgR + mgR \cos\alpha + \frac{mv_0^2}{2}$$

olarak yazılabilir. v_0^2 nin yukarıda bulunan değeri kullanılarak

$$H = R \left(1 + \cos\alpha + \frac{1}{2\cos\alpha} \right)$$

elde edilir. H'nin en küçük değeri türev yöntemi ile bulunabilir.

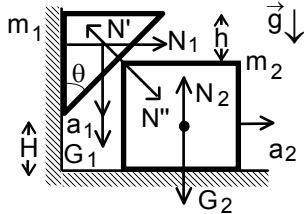
$$\frac{dH}{d\alpha} = R \left(-\sin\alpha + \frac{2\sin\alpha}{4\cos^2\alpha} \right) = 0; \cos\alpha = \frac{\sqrt{2}}{2}; \alpha = 45^\circ$$

olarak bulunur. Eğik atışta en büyük yükseklik

$$h = R + R \cos\theta + \frac{v_{0y}^2}{2g}; v_{0y} = v_0 \cos\theta = \sqrt{gR \cos\theta}$$

$$h = R + \frac{3R \cos\theta}{2} = R \left(1 + \frac{3\sqrt{2}}{4} \right)$$

olarak bulunur.



2. a) Küpe ve prizmaya etki eden kuvvetler için

$$\vec{G}_1 + \vec{N}_1 + \vec{N}' = m_1 \vec{a}_1; \vec{G}_2 + \vec{N}_2 + \vec{N}'' = m_2 \vec{a}_2$$

yazabiliriz. Bileşenlere ayırabiliriz.

$$m_1 g - N \sin\theta = m_1 a_1; N' = N'' = N$$

$$N \cos\theta = m_2 a_2$$

Kinematik bağıntıdan ivmeler

$$\frac{x}{y} = \frac{v_2}{v_1} = \frac{a_2}{a_1} = \tan\theta; a_1 = \frac{m_1 g}{m_1 + m_2 \tan^2\theta}; a_2 = \frac{m_1 g \tan\theta}{m_1 + m_2 \tan^2\theta}$$

küpün prizmadan ayrılma anındaki hızları

$$v_1 = \sqrt{2a_1 h} = \sqrt{\frac{2m_1 g h}{m_1 + m_2 \tan^2\theta}}; v_2 = v_1 \tan\theta = \sqrt{\frac{2m_1 g h}{m_1 + m_2 \tan^2\theta}} \tan\theta$$

olarak bulunur.

b) Temas kesildikten sonra prizma serbest düşmektedir. Prizmanın son hızı

$$v_{1s} = \sqrt{v_1^2 + 2g(H-h)} = \sqrt{\frac{2m_1 g h}{m_1 + m_2 \tan^2\theta} + 2g(H-h)}$$

olarak bulunur. Küpün hızı temas kesildiği için artık değişmemektedir.

3. Halka

$$t_1 = \sqrt{\frac{2H}{g}}$$

sürede yere düşer. Halka düşene kadar döndüğü açı

$$\varphi_1 = \omega_0 t_1$$

olur. Halkanın yere çarpma hızı

$$v = \sqrt{2Hg}$$

esnek olmayan çarpışma sonu momentum değişimi

$$\Delta p = mv = N\Delta t$$

olur. Burada Δt çarpışma süresidir. Çarpışmadaki açısal momentum değişimi

$$\Delta L = J\omega - J\omega_0 = -fN\Delta t.r = -fmvr; J = mr^2$$

olarak yazılabilir. Bu sadece çarpışma esnasındaki momentum değişimidir. Buradan halkanın çarpışmadan sonraki açısal hızı

$$\omega = \omega_0 - \frac{f\sqrt{2Hg}}{r}$$

olarak bulunur. Bundan sonraki açısal momentum değişimi sürtünme kuvveti sayesinde gerçekleşmektedir. Halkanın açısal ivmesi

$$J\alpha = F_s r = fmgr; \alpha = \frac{fg}{r}$$

olur. Halka durana kadar geçen süre

$$t_2 = \frac{\omega}{\alpha} = \frac{\omega_0 r}{fg} - \sqrt{\frac{2H}{g}}$$

olur. Bu süre içinde döndüğü açı

$$\varphi_2 = \frac{\alpha t_2^2}{2} = \frac{(\omega_0 r - f\sqrt{2Hg})^2}{2fgr}$$

olur. Aradığımız devir sayısı

$$N = \frac{\varphi_1 + \varphi_2}{2\pi} = \frac{\omega_0}{\pi} \sqrt{\frac{H}{2g}} + \frac{(\omega_0 r - f\sqrt{2Hg})^2}{4\pi fgr}$$

olarak bulunur.

4. Sistemin kütle merkezi hareket doğrusundan

$$x = \frac{m_1 x_1 + m_2 x_2}{m_1 + m_2} = \frac{m \frac{\ell}{2} + m \cdot 0}{m + m} = \frac{\ell}{4}$$

uzakta bulunur. Çarpışma sırasında net dış kuvvet sıfır olduğu için momentum ve açısal momentum korunumu yasalarını kullanarak sistemin kütle merkezinin çarpışmadan sonraki hızı v ve kütle merkezi etrafındaki açısal ω hızını bulabiliriz.

$$mv_0 = 2mv; v = \frac{v_0}{2}; mv_0 x = J\omega$$

Sistemin toplam eylemsizlik momenti

$$J = J_1 + J_2; J_1 = m(\sqrt{2}x)^2; J_2 = J_{02} + m(\sqrt{2}x)^2; J_{02} = \frac{m\ell^2}{6}$$

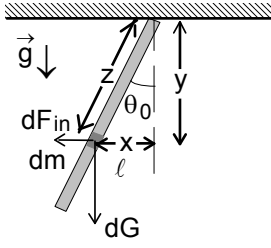
olarak yazılabilir. Buradan $\omega = \frac{3v_0}{5\ell}$ olarak bulunur. Çarpışmadan önceki enerji ve çarpışmadan sonraki enerji

$$K_1 = \frac{mv_0^2}{2}; K_2 = 2 \frac{mv^2}{2} + \frac{J\omega^2}{2} = \frac{13mv_0^2}{40}$$

olur. Çarpışma esnek olmadığından sistemin ilk ve son kinetik enerjileri arasındaki fark açığa çıkan ısıyı vermektedir. Aradığımız oran

$$Q = \frac{mv_0^2}{2} - \frac{13mv_0^2}{40} = \frac{7mv_0^2}{40}; \frac{Q}{K_1} = \frac{7}{20}$$

olarak bulunur.



5. a) Denge durumundaki açı θ_0 olsun. Çubuk boyunca eksenden z uzakta bulunan ve kütlesi

$$dm = \frac{m dz}{\ell}$$

küçük bir parça seçelim. Bu parça eksenden

$$x = z \sin \theta$$

ve eksenden düşey yönde

$$y = z \cos \theta$$

uzakta bulunmaktadır. Bu parçaya etki eden kuvvet

$$dF_{in} = dm \omega^2 x$$

bu kuvvetin oluşturduğu moment

$$dM = dF_{in} y = \frac{m \omega^2 \sin \theta \cos \theta z^2 dz}{\ell}$$

olur. Çubuğa etki eden toplam moment

$$M_{in} = \int_0^{\ell} \frac{m \omega^2 \sin \theta \cos \theta z^2 dz}{\ell} = \frac{m \omega^2 \ell^2 \sin \theta_0 \cos \theta_0}{3}$$

olarak bulunur. Bu moment ağırlık kuvvetinin oluşturduğu momente eşittir. Buradan denge açısı

$$mg \frac{\ell}{2} \sin \theta_0 = \frac{m \omega^2 \ell^2 \sin \theta_0 \cos \theta_0}{3}; \cos \theta_0 = \frac{3g}{2\omega^2 \ell}$$

olarak bulunur.

b) Eksene etki eden düşey kuvvet

$$N_y = mg$$

eksene etki eden yatay kuvvet

$$N_x = m \omega^2 \frac{\ell \sin \theta_0}{2}$$

ve toplam kuvvet

$$N = \sqrt{N_x^2 + N_y^2} = \frac{m \omega^2 \ell}{2} \sqrt{1 + \frac{7g^2}{4\omega^4 \ell^2}}$$

olarak bulunur.

c) Çubuk denge konumu etrafında küçük titreşimler yaparsa titreşim denklemini

$$J \alpha = \frac{m \omega^2 \ell^2 \sin \theta \cos \theta}{3} - mg \frac{\ell}{2} \sin \theta; \frac{m \ell^2}{3} \ddot{\theta} = \left(\frac{dM}{d\theta} \right)_{\theta=\theta_0} \Delta \theta =$$

$$= \frac{d}{d\theta} \left(\frac{m \omega^2 \ell^2 \sin \theta \cos \theta}{3} - mg \frac{\ell}{2} \sin \theta \right)_{\theta=\theta_0} \Delta \theta = - \frac{m \omega^2 \ell^2 \sin^2 \theta_0 \Delta \theta}{3}$$

$$\ddot{\theta} + \omega^2 \sin^2 \theta_0 \Delta \theta = 0; \ddot{\theta} + \omega^2 \left(1 - \frac{9g^2}{4\omega^4 \ell^2} \right) \Delta \theta = 0$$

olarak yazılabilir. Buradan titreşim açısal frekans ve periyot

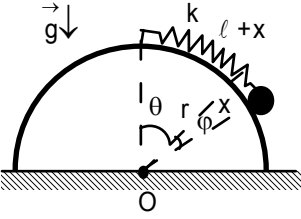
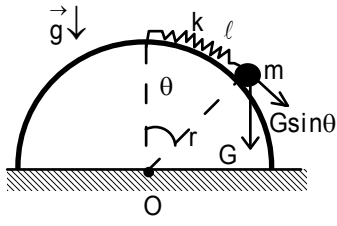
$$\Omega = \omega \sqrt{1 - \frac{9g^2}{4\omega^4 \ell^2}}; T = \frac{2\pi}{\omega \sqrt{1 - \frac{9g^2}{4\omega^4 \ell^2}}}$$

olarak bulunur.

d) Sistem a ivmesi ile düşey yukarı doğru hareket ederse etkin ivme $g+a$, sistem a ivmesi ile düşey aşağı doğru hareket ederse etkin ivme $g-a$ olur. Bu durumda titreşim periyodu da

$$T = \frac{2\pi}{\omega \sqrt{1 - \frac{9(g \pm a)^2}{4\omega^4 \ell^2}}}$$

olarak bulunur.



6. Denge durumunda
 $mg \sin \theta = k(l - l_0)$

yazabiliriz. Burada l_0 yayın ilk uzunluğu $l = r\theta$ yayın gerilmiş haldeki uzunluğudur. Cisim

$$x = r\varphi$$

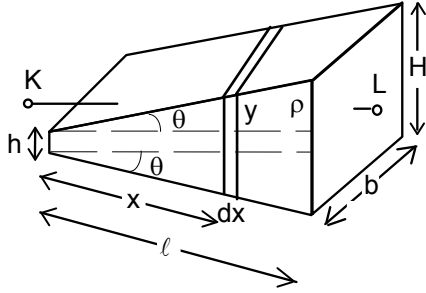
kadar aşağıya doğru itilirse hareket denklemi

$$\begin{aligned} ma &= mg \sin(\theta + \varphi) - k(l + x - l_0) = mg(\sin \theta \cos \varphi + \cos \varphi \sin \theta) - k(l - l_0) - kx = \\ &= mg(\sin \theta + \cos \theta \cdot \varphi) - k(l - l_0) - kx = mgsin\theta - k(l - l_0) - kx + mg \cos \theta \cdot \varphi \\ &= - \left(k - \frac{mg \cos \theta}{r} \right) x; \quad \ddot{x} + \left(\frac{k}{m} - \frac{g \cos \theta}{r} \right) x = 0 \end{aligned}$$

olarak yazılabilir. Buradan titreşimin açısal frekansı ve titreşim periyodu

$$\omega = \sqrt{\frac{k}{m} - \frac{g \cos \theta}{r}}; \quad T = \frac{2\pi}{\omega} = \frac{2\pi}{\sqrt{\frac{k}{m} - \frac{g \cos \theta}{r}}}$$

olarak bulunur.



7. Kamanın eğim açısı

$$\tan \theta = \frac{H - h}{2l}$$

olarak yazılabilir. H yükseklikteki tabandan x uzakta bulunan ve dx kalınlıkta bir kesit alalım. Bu yabanın yüksekliği

$$y = h + 2x \tan \theta = h + \frac{(H - h)x}{l}$$

kesiti ise

$$S_x = by = bh + \frac{(H - h)bx}{l}$$

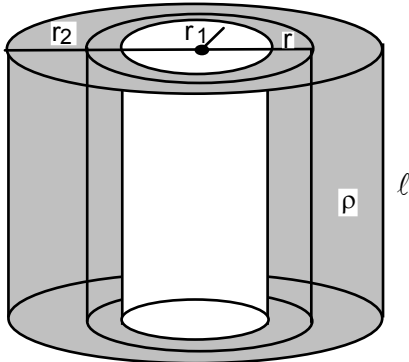
olarak yazılabilir. Bu seçilen parçanın direnci ve toplam direnç

$$dR_x = \frac{\rho dx}{S_x} = \frac{\rho dx}{bh + \frac{(H - h)bx}{l}}; \quad R = \int_0^l \frac{\rho dx}{bh + \frac{(H - h)bx}{l}} = \frac{\rho l}{b(H - h)} \ln \frac{H}{h}$$

olarak bulunur. Bu seçilen parçanın sığası ve toplam sığa

$$\begin{aligned} dC_x &= \frac{\epsilon \epsilon_0 S}{dx} = \frac{\epsilon \epsilon_0 \left(bh + \frac{(H - h)bx}{l} \right)}{dx} \\ \frac{1}{C} &= \int_0^l \frac{dx}{\epsilon \epsilon_0 b \left(h + \frac{(H - h)x}{l} \right)} = \frac{l}{\epsilon \epsilon_0 b (H - h)} \ln \frac{H}{h}; \quad C = \frac{\epsilon \epsilon_0 b (H - h)}{l \ln \frac{H}{h}} \end{aligned}$$

olarak bulunur.



$r_1 < r < r_2$ yarıçaplı ve dr kalınlıktaki silindirik bir kabuk seçelim. Bu seçilen parçanın direnci

$$dR_x = \frac{\rho dr}{S_r} = \frac{\rho dr}{2\pi r l}$$

olur. Toplam direnç

$$R = \int_{r_1}^{r_2} \frac{\rho dr}{2\pi r l} = \frac{\rho}{2\pi l} \ln \frac{r_2}{r_1}$$

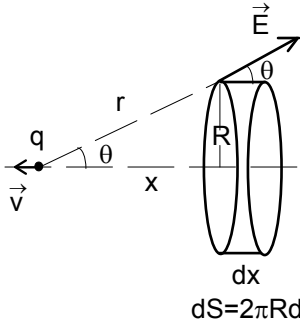
olarak bulunur. Bu seçilen parçanın sığası

$$dC_x = \frac{\epsilon \epsilon_0 S}{dr} = \frac{\epsilon \epsilon_0 2\pi r l}{dr}$$

olur. Toplam sığa

$$\frac{1}{C} = \int_{r_1}^{r_2} \frac{dr}{2\pi \epsilon \epsilon_0 l r} = \frac{1}{2\pi \epsilon \epsilon_0 l} \ln \frac{r_2}{r_1}; \quad C = \frac{2\pi \epsilon \epsilon_0 l}{\ln \frac{r_2}{r_1}}$$

olarak bulunur.



8. Bir telin yarattığı manyetik alanı bulmak için ilk olarak bir yükün yarattığı manyetik alanı bulalım. Çok küçük dt zamanda yük dx kadar yol alır. Bu süre içinde elektrik alan çizgileri taban yarıçapı R ve yüksekliği dx olan bir silindir içinden geçip çıkmaktadırlar. Bu silindirin içinde yük olmadığı için elektrik akısı sıfırdır. Elektrik akı değişimi yan yüzeyden gerçekleşmektedir. Bu yüzeye dik olan elektrik alan bileşeni

$$E_{\perp} = E \sin \theta; E = \frac{q}{4\pi\epsilon_0 r^2}$$

yan yüzeyin alanı

$$dS = 2\pi R dx$$

elektrik akı değişimi

$$d\Phi_E = E_{\perp} dS = E \sin \theta 2\pi R dx$$

olarak yazılabilir. Gauss yasasından yük ve akan akım için

$$\Phi_E = \oint \vec{E} \cdot d\vec{S} = \frac{q}{\epsilon_0}; q = \epsilon_0 \oint \vec{E} \cdot d\vec{S} = \epsilon_0 \Phi_E; I = \frac{dq}{dt} = \epsilon_0 \frac{d\Phi_E}{dt}$$

yazabiliriz. Manyetik alan teoreminden

$$\oint \vec{B}_1 \cdot d\vec{\ell} = \mu_0 I; B_1 \cdot 2\pi R = \mu_0 \epsilon_0 \frac{d\Phi_E}{dt} = \mu_0 \epsilon_0 \frac{q}{4\pi\epsilon_0 r^2} \sin \theta 2\pi R \frac{dx}{dt}; B_1 = \frac{\mu_0 q v \sin \theta}{4\pi r^2}$$

olarak bulunur. S kesitli bir tel içinde dℓ uzunluktaki bir parçadaki elektron sayısı

$$dN = n_0 S d\ell$$

bu parçadaki elektronların yarattığı toplam manyetik alan

$$dB = B_1 n_0 S d\ell = \frac{\mu_0 q v n_0 S d\ell \sin \theta}{4\pi r^2} = \frac{\mu_0 I d\ell \sin \theta}{4\pi r^2}$$

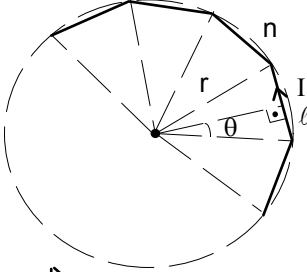
olarak yazılabilir. Burada akan akım

$$I = q n_0 S v$$

olarak yazılabilir. Bu yasa Biot-Savart-Laplace yasası olarak bilinmektedir. Burada θ açısı akan akım ile manyetik alanı aradığımız noktaya doğru geçirilen doğru arasındaki açıdır.

Çokgen için

$$2\pi = 2n\theta; \theta = \frac{\pi}{n}; \sin \theta = \frac{\ell}{2r}$$



yazabiliriz. Düz bir telde akan akım ele alalım. Telden h uzakta bir nokta ele

alalım. Bu noktadan z uzakta bulunan dℓ uzunluktaki akım geçiren bir tel

parçası seçelim. θ açısı yerine

$$\beta = 90^\circ - \theta$$

açısı ile çalışmak daha avantajlı olur.

$$dB = \frac{\mu_0 I d\ell \sin \theta}{4\pi z^2}; z = \frac{h}{\cos \beta}; ds = z d\beta; d\ell = \frac{ds}{\cos \beta}$$

Buradan

$$dB = \frac{\mu_0 I \cos \beta d\beta}{4\pi h}$$

olarak bulunur. İntegre edersek

$$B = \int_{\beta_2}^{\beta_1} \frac{\mu_0 I \cos \beta d\beta}{4\pi h} = \frac{\mu_0 I (\sin \beta_1 - \sin \beta_2)}{4\pi h}$$

olarak bulunur. Verilen soruda β₁=β₂=θ

$$B = \frac{2\mu_0 I \sin \theta}{4\pi h} = \frac{\mu_0 I}{\pi \sqrt{4r^2 - \ell^2}} \frac{\ell}{2r} = \frac{\mu_0 I \tan \theta}{2\pi r}$$

Çemberin merkezindeki manyetik alan

$$B_m = nB = \frac{2n\mu_0 I}{4\pi \sqrt{r^2 - \frac{\ell^2}{4}}} \frac{\ell}{2r} = \frac{\mu_0 I \sin \theta}{2\pi \sqrt{r^2 - \frac{\ell^2}{4}}} = \frac{\mu_0 I \sin \theta}{2\theta \sqrt{r^2 - \frac{\ell^2}{4}}} = \frac{n\mu_0 I}{2\pi r} \tan \frac{\pi}{n}$$

olarak bulunur. n → ∞ ise θ → 0 ve ℓ → 0 yaklaşmaktadır. Bu durumda

$$B = \frac{\mu_0 I}{2r \sqrt{1 - \frac{\ell^2}{4r^2}}} \lim_{\theta \rightarrow 0} \frac{\sin \theta}{\theta} = \frac{n \mu_0 I \pi}{2\pi r n} = \frac{\mu_0 I}{2r}$$

olarak bulunur.

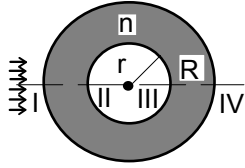
9. Isı iletimi denkleminde

$$dQ = dM\lambda = \rho\lambda S dx = -\chi S \frac{T - T_0}{x} dt$$

$$x dx = \frac{\chi(T_0 - T) dt}{\rho\lambda}; \quad \frac{x^2}{2} = \frac{\chi(T_0 - T)t}{\rho\lambda}$$

$$x = \sqrt{\frac{2\chi(T_0 - T)t}{\rho\lambda}}$$

olarak bulunur.



10. Birinci kırılma yüzeyi için paralel olarak küreye düşen ışık demeti için

$$\frac{1}{a_1} + \frac{n}{b_1} = \frac{n-1}{2r}$$

$$\frac{1}{\infty} + \frac{1,6}{b_1} = \frac{1,6-1}{2r}$$

yazabiliriz. Bu demet birinci kırılma yüzeyinden

$$b_1 = \frac{16r}{3}$$

uzakta odaklanır. Bu görüntü ikinci kırılma yüzeyinden

$$a_2 = b_1 - r = \frac{13r}{3}$$

uzaklıkta ve kırılma yüzeyin sağında bulunur. İkinci kırılma yüzeyi için

$$\frac{n}{-a_2} + \frac{1}{b_2} = \frac{1-n}{r}; \quad \frac{1,6}{-\frac{13r}{3}} + \frac{1}{b_2} = \frac{1-1,6}{r}$$

yazabiliriz. Cisim, kırılma yüzeyinin sağ tarafında bulunduğu için birinci terimin işareti negatiftir. Buradan

$$b_2 = -\frac{13r}{3}$$

olarak bulunur. 3. kırılma yüzeyine göre uzaklık

$$a_3 = b_2 + 2r = \frac{19r}{3}$$

olarak yazılabilir. 3. kırılma yüzeyi için

$$\frac{1}{a_3} + \frac{n}{b_3} = \frac{n-1}{-r}; \quad \frac{1}{\frac{19r}{3}} + \frac{1,6}{b_3} = \frac{1,6-1}{-r}; \quad b_3 = -\frac{19r}{9}$$

olarak bulunur. Bu görüntü 4. kırılma yüzeyine göre cisim gibi davranmakta olup bu yüzeyden olan uzaklığı

$$a_4 = b_3 + r = \frac{28r}{9}$$

olarak yazılabilir. Dördüncü kırılma yüzeyi için

$$\frac{n}{a_4} + \frac{1}{b_4} = \frac{1-n}{-2r}; \quad \frac{1,6}{\frac{28r}{9}} + \frac{1}{b_4} = \frac{1-1,6}{-2r}; \quad b_4 = f = -\frac{14r}{3}$$

olarak bulunur. Bu sonuç aynı zamanda optik sistemin odak uzaklığını vermektedir.