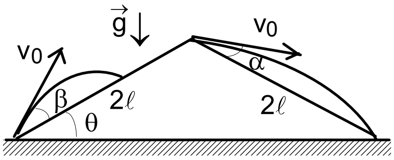
EYLÜL KAMPI SINAVI-1999 II. GRUP

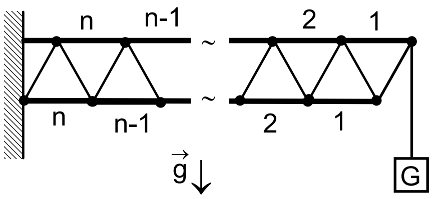


1. Taban açısı θ ve kenarı 2ℓ=60 m olan ikizkenar prizmanın en alt noktasından sabit v_0 hızı ile ve farklı açılarla mermiler fırlatılmaktadır. Mermilerin prizma üzerindeki menzilinin en fazla ℓ kadar olduğu ve bu menzile prizma ile belirli β açı yapan merminin ulaştığı gözlenmektedir. Mermiler prizmanın tepesinden aynı v_0 hızı ile ve farklı açılarla fırlatılırsa, bu durumda mermilerin prizma üzerindeki menzilin en fazla 2ℓ kadar olduğu ve bu menzile prizma ile belirli α açı yapan merminin ulaştığı gözlenmektedir. Yerçekimi ivmesi g veriliyor.

a) Taban açısı θ kaç derecedir?

b) Merminin fırlatılma hızı nedir?

c) Fırlatılan mermilerin prizmanın kenarı ile yaptığı β ve α açısı nedir?

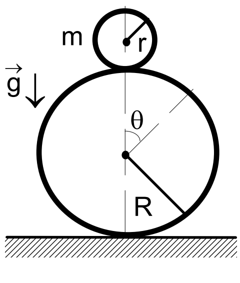


2. Art arda birbirine eklenerek n tane eş çubuktan oluşturulmuş sistemin ucuna ağırlığı G olan bir cisim asılmıştır. Yatay çubuklar arasında bulunan destek çubukları eşkenar üçgenler oluşturmaktadır. n'inci alt ve üst çubuklardaki gerilmeyi n'ye bağlı olarak bulunuz.

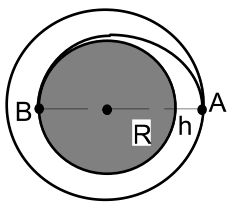
Not: Çubuklardaki sıkışma ve uzamalar şeklin geometrisini etkilemeyecek kadar küçüktür.

3. a) Uzunluğu ℓ olan bir ip düşey olarak alt ucu yatay düzleme dokunacak şekilde tutuluyor. İpin üst ucu serbest bırakılıyor. İp düşmeye başladıktan sonra düzleme uyguladığı kuvveti zamana ve düzleme olan mesafeye bağlı olarak bulunuz. Düzleme etki eden maksimum kuvvet nedir? Yerçekimi ivmesi g veriliyor.

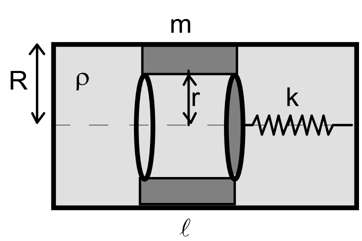
b) m kütleli ve ℓ uzunluğundaki esnek olmayan bir ip, iki ucu aynı hizada olacak şekilde asılmıştır. İpin bir ucu serbest bırakılıyor. Sistemdeki kuvvet denklemini bulunuz. İpin asılı olduğu uca etki eden maksimum kuvveti bulunuz. Düşüş sırasında son durumuna gelen ipin her ip parçasının orada hareketsiz kaldığını kabul edebilirsiniz.



4. Yarıçapı R olan bir küre yatay ve sürtünmesiz düzlem üzerinde bulunmakta olup sabitleştirilmiştir. Kütlesi m ve yarıçapı r (r<R) olan bir başka küre bu kürenin tam tepe noktasına yerleştiriliyor. Üstteki küreye az bir itme verilerek kaymadan yuvarlanması sağlanıyor. Üstteki kürenin merkezi düşeyle belirli bir θ açısı yaptığı anda alttaki küreyle teması kesiliyor. Bu θ açısını bulunuz.

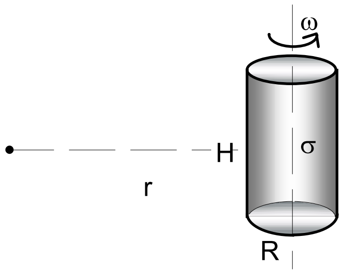


5. Kütlesi m olan bir uzay istasyonu Ayın etrafında h (h<<R) yükseklikte çember şeklindeki bir yörünge üzerinde hareket etmektedir. Aya inmek için istasyonun motorlarından çok kısa bir süre için u hızı ile yakıt fırlatılıyor. İstasyonun Ayın B noktasına inmesi için, fırlatılan yakıt kütlesi ne kadar olmalıdır? Ayın kütlesi m_A, yarıçapı R ve evrensel çekim sabiti γ olarak veriliyor.

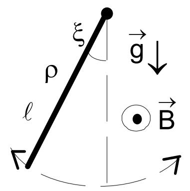


6. Yarıçapı R olan kapalı bir silindirin içinde özkütlesi ρ olan bir sıvı bulunmaktadır. Silindirin içinde kütlesi m, uzunluğu ℓ olan bir piston, silindir tabanlarının birine tutturulmuş ve yay sabiti k olan bir yaya bağlı olup, sürtünmesiz olarak hareket edebilmektedir. Pistonun ortasında yarıçapı r olan bir delik bulunmaktadır. Bu delik sayesinde sıvı her iki tarafa serbestçe hareket edebilmektedir. Pistonun titreşim periyodunu bulunuz.

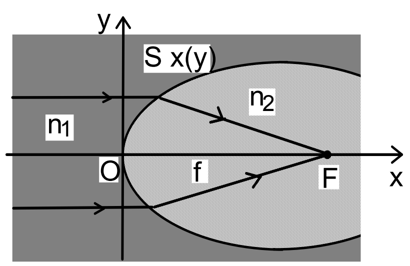
7. Sıcaklıkları 300 K, 300 K ve 100 K olan üç özdeş cisim verilmektedir. Bu cisimlerin arasında ideal ısı makineleriyle ısı alışverişi veya iş yapılarak cisimlerden birisinin ulaşabileceği maksimum sıcaklık ne kadardır.



8. Yarıçapı R ve yüksekliği H olan homojen ve yalıtkan bir silindir, ekseni etrafında sabit ω açısal hızı ile dönmektedir. Silindirin yan yüzeyinde birim alana düşen yük σ olarak veriliyor. Silindirin eksenine dik ve silin-dirin ortasından geçen doğru üzerinde r uzaklıktaki manyetik alanı bulu-nuz. r uzaklığı H yüksekliğinden oldukça büyük olup, r,H>>R, boşluğun manyetik geçirgenlik katsayısı μ_0 olarak veriliyor.

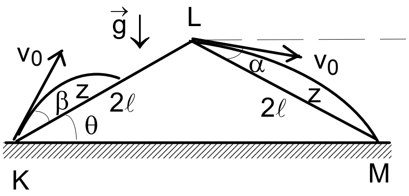


9. Sayfa düzleminden dışarı doğru dik ve homojen B manyetik alanı bulunmakta-dır. Bu alan içinde uzunluğu ℓ, özkütlesi ξ, özdirenci ρ olan bir çubuk düşey konumda asılmıştır. Çubuğun asıldığı ucundan geçen yatay eksen etrafında, yapacağı küçük titreşimlerin periyodunu bulunuz.



10. a) Bir x(y) eğrisinin x ekseni etrafında döndürülmesi sonucu oluşan S yüzeyi kırıcılık indisleri n_1 ve n_2 olan iki ortamı birbirinden ayırmaktadır. x simetri eksenine (optik eksene) para-lel gelen bütün ışınlar bu yüzeyde kırıldıktan sonra x ekseni üzerindeki tek bir noktada kesişirlerse S yüzeyine ideal yüzeyi denir. n_1, n_2, OF=f verilmek şartıyla ve ışınlar F noktasında odaklanıyorlarsa bu ideal yüzeyin analitik ifadesini bulunuz.
b) Odaklanabilen ışık demetinin maksimum genişliği ne kadar-dır?

EYLÜL KAMPI SINAVI-1999 II. GRUBUN SORULARIN ÇÖZÜMLERİ



1. a) K noktasından fırlatılan mermilerin ilk hızın bileşenleri

$v_{0x}=v_0\cos(\theta+\beta)$; $v_{0y}=v_0\sin(\theta+\beta)$

cismin hareket yasaları

$$x=v_{ox}t;\ y=v_{0y}t-\frac{gt^2}{2}$$

olarak yazılabilir. Şeklin geometrisinden

$$\cos\theta=\frac{x}{z};\ \tan\theta=\frac{y}{x}=\frac{2v_0\sin(\theta+\beta)-gt}{2v_0\cos(\theta+\beta)}$$

Buradan $t=\dfrac{2v_0\sin\beta}{g\cos\theta}$ olarak bulunur. Menzil ifadesinden

$$x=z\cos\theta=v_0\cos(\theta+\beta)t=\frac{2v_0^2\sin\beta\cos(\theta+\beta)}{g\cos\theta}=\frac{v_0^2[\sin(\theta+2\beta)-\sin\theta]}{g\cos\theta}$$

$$z=\frac{v_0^2[\sin(\theta+2\beta)-\sin\theta]}{g\cos^2\theta}$$

olarak bulunur. Fırlatılan mermiler maksimum $z=\ell$ kadar uzaklaşmaları için $\sin(\theta+2\beta)=1$ olmalıdır. Buradan

$$\ell=\frac{v_0^2(1-\sin\theta)}{g\cos^2\theta}=\frac{v_0^2(1-\sin\theta)}{g(1-\sin^2\theta)}=\frac{v_0^2}{g(1+\sin\theta)}$$

olarak bulunur. L noktasından fırlatılan cismin ilk hızın bileşenleri

$v_{0x}=v_0\cos(\theta-\alpha)$; $v_{0y}=v_0\sin(\theta-\alpha)$

cismin hareket yasaları

$$x=v_{ox}t;\ y=v_{0y}t+\frac{gt^2}{2}$$

olarak yazılabilir. Şeklin geometrisinden

$$\cos\theta=\frac{x}{z};\ \tan\theta=\frac{y}{x}=\frac{2v_0\sin(\theta+\beta)+gt}{2v_0\cos(\theta+\beta)}$$

Buradan $t=\dfrac{2v_0\sin\alpha}{g\cos\theta}$ olarak bulunur. Menzil ifadesinden

$$x=z\cos\theta=v_0\cos(\theta-\alpha)t=\frac{2v_0^2\sin\alpha\cos(\theta-\alpha)}{g\cos\theta}=\frac{v_0^2[\sin\theta+\sin(2\alpha-\theta)]}{g\cos\theta}$$

$$z=\frac{v_0^2[\sin(2\alpha-\theta)+\sin\theta]}{g\cos^2\theta}$$

olarak bulunur. Fırlatılan mermiler maksimum $z=2\ell$ kadar uzaklaşmaları için $\sin(2\alpha-\theta)=1$ olmalıdır. Buradan

$$2\ell=\frac{v_0^2(1+\sin\theta)}{g\cos^2\theta}=\frac{v_0^2(1+\sin\theta)}{g(1-\sin^2\theta)}=\frac{v_0^2}{g(1-\sin\theta)}$$

olarak bulunur. İki ifadeyi karşılaştırdıktan sonra

$$\frac{v_0^2}{g(1-\sin\theta)}=2\frac{v_0^2}{g(1+\sin\theta)};\ \sin\theta=\frac{1}{3};\ \theta\approx 19{,}5°$$

olarak bulunur.

b) Merminin fırlatma hızı

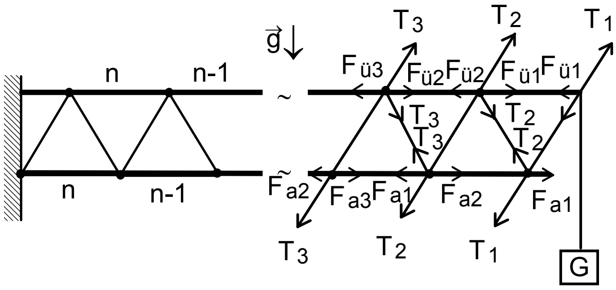
$$v_0=\sqrt{\ell g(1+\sin\theta)}=20\text{ m/s}$$

olarak bulunur.

c) Mermilerinin prizmanın kenarı ile yaptığı β ve α açısı

$\sin(\theta+2\beta)=1$; $\beta=35{,}2°$; $\sin(2\alpha-\theta)=1$; $\alpha=54{,}8°$

olarak bulunur.



2. G ağırlındaki cismin sayesinde üst çubuklar uzamış, alt çubuklar ise sıkıştırılmıştır. Sinüs teoreminden ise alt ve üst çubukların arasında bulunan çubuklardaki gerilmeler de eşit olur sonucuna varabiliriz. Üst noktaların ilki için

$$mg=T_1\sin 60^\circ;\ F_{ü1}=T_1\cos 60^\circ$$

yazabiliriz. Buradan

$$F_{ü1}=\frac{\sqrt{3}\,G}{3};\ T_1=2\frac{\sqrt{3}\,G}{3};$$

olarak bulunur. En üst ikinci nokta için

$$F_{ü2}=F_{ü1}+2T_2\cos 60^\circ$$

yazabiliriz. Buradan

$$F_{ü2}=3\frac{\sqrt{3}\,G}{3};\ T_2=2\frac{\sqrt{3}\,G}{3};$$

olarak bulunur. Bu şekilde devam edersek

$$F_{ün}=(2n-1)\frac{\sqrt{3}\,G}{3};\ T_1=T_2=T_3=.......=T_n$$

olarak bulunur. Alt noktaların ilki için

$$F_{a1}=2T_1\cos 60^\circ;\ F_{a1}=2\frac{\sqrt{3}\,G}{3}$$

yazabiliriz. En alt ikinci nokta için

$$F_{a1}=F_{a1}+2T_2\cos 60^\circ=4\frac{\sqrt{3}\,G}{3}$$

yazabiliriz. Bu şekilde devam edersek

$$F_{an}=2n\frac{\sqrt{3}\,G}{3}$$

olarak bulunur.

3. a) Düşme esnasında etki eden kuvvet için

$$N=\frac{mgh}{\ell}+\frac{dp}{dt}=\frac{mgh}{\ell}+\frac{dm}{dt}v;\ \frac{dm}{dt}=\frac{d}{dt}\left(\frac{mdx}{\ell}\right)=\mu v;\ \mu=\frac{m}{\ell}$$

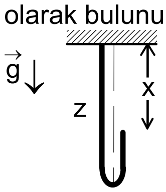
yazabiliriz. Seçtiğimiz küçük parça dikey yönde

$$h=\frac{gt^2}{2}=\ell\text{-}x$$

yol alırsa seçilen parçanın hızı $v^2=2gh$ olur. Buradan

$$N=3mg\left(1-\frac{x}{\ell}\right)=mg\left(1+\frac{gt^2}{\ell}\right);\ N_{mak}=3mg$$

olarak bulunur.



b) Her hangi bir an için en alt nokta ile asılma noktası arasındaki mesafe için

$$z=\frac{\ell+x}{2};\ x=\frac{gt^2}{2};\ v=\frac{dx}{dt}=\dot{x}=gt;\ \ddot{x}=g$$

yazabiliriz. Burada x serbest bırakılan ucun aldığı yoldur. Hareket eden ipin kütlesi

$$m_h=\frac{m(z-x)}{\ell}=\frac{m(\ell-x)}{2\ell}$$

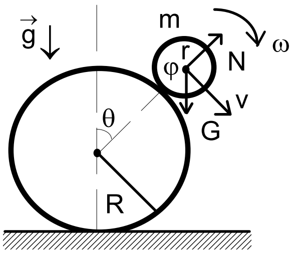
olur. Buradan düşme esnasında ipin asılma noktasına etki eden kuvvet için

$$mg-T=\frac{dp}{dt};\ T=mg-\frac{dp}{dt}=mg-\frac{d}{dt}\left(\frac{m(\ell-x)}{2\ell}\dot{x}\right)=mg+\frac{m(\ell\ddot{x}-\dot{x}^2-x\ddot{x})}{2\ell}=$$

$$mg+\frac{mg}{2\ell}\left(\ell-\frac{3gt^2}{2}\right)=mg+\frac{mg}{2}\left(1-\frac{3x}{\ell}\right)=\frac{mg}{2}\left(1+\frac{3x}{\ell}\right)$$

$x=\ell$ için $T_{mak}=2mg$

olarak bulunur.



4. Küre dikeyle θ açısı yaptığında kuvvet analizinden

$$mg\cos\theta - N = \frac{mv^2}{R+r}$$

ve enerji korunumu yasasından

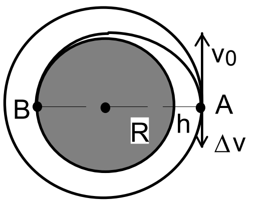
$$mg(2R+r) = mgR + mg(R+r)\cos\theta + \frac{mv^2}{2} + \frac{J\omega^2}{2}$$

yazabiliriz. Küçük küre yuvarlandığı için

$$v=(R+r)\dot{\theta} = r\dot{\varphi} = r\omega;\ \dot{\varphi} = \omega = \frac{(R+r)\dot{\theta}}{r};\ J = \frac{2mr^2}{5}$$

$$\dot{\theta}^2 = \frac{10g(1-\cos\theta)}{7(R+r)};\ v^2 = \frac{10g(1-\cos\theta)(R+r)}{7}$$

yazabiliriz. Temas kesildiğinde N=0 olur. Buradan $\cos\theta = \frac{10}{17}$; $\theta = 54^\circ$ olarak bulunur.



5. Uydunun dairesel yörünge üzerinde Ayın etrafında hareket ederken yörüngesel hız v_0 olsun. Bu hızı bulmak için merkezcil kuvvetin çekim kuvvetine eşit olması durumundan faydalanılabiliriz.

$$\frac{\gamma m_A m}{(R+h)^2} = \frac{m v_0^2}{R};\ v_0 = \sqrt{\frac{\gamma m_A}{R+h}} = \sqrt{\frac{\gamma m_A}{R}}\left(1 - \frac{h}{2R}\right)$$

Uydu A noktasından B noktasına eliptik yörünge izleyerek gitmektedir. Bu durumda enerji be açısal momentum korunumu yasaları geçerlidir. Buradan

$$-\frac{\gamma m_A m}{r_A} + \frac{m v_A^2}{2} = -\frac{\gamma m_A m}{r_B} + \frac{m v_B^2}{2}$$

$$r_A v_A = r_B v_B;\ r_A = R+h;\ r_B = R$$

$$v_A = \sqrt{\frac{2\gamma m_A R}{(R+h)(2R+h)}} = \sqrt{\frac{2\gamma m_A R}{(R+h)(2R+h)}} = \sqrt{\frac{\gamma m_A}{R}}\sqrt{\frac{1}{\left(1+\frac{h}{R}\right)\left(1+\frac{h}{2R}\right)}} \approx$$

$$\approx \sqrt{\frac{\gamma m_A}{R}}\sqrt{\frac{1}{1+\frac{3h}{2R}}} \approx \sqrt{\frac{\gamma m_A}{R}}\left(1 - \frac{3h}{4R}\right)$$

olarak bulunur. A noktasındaki momentum yasasını yazabiliriz. Buradan aranan kütle

$$m v_0 = (m - \Delta m) v_A + \Delta m (v_0 - u);\ \Delta m = \frac{m(v_0 - v_A)}{u + v_0 - v_A} \approx \frac{m(v_0 - v_A)}{u} = \frac{mh}{4uR}\sqrt{\frac{\gamma m_A}{R}}$$

olarak bulunur. Burada yaklaşımlarda v_0, v_a ve u aynı mertebeden ve $(v_0 - v_a) << u$ olduğundan faydalanabiliriz. Ya da momentum korunumu için

$$0 = \Delta m u - (m - \Delta m) v';\ v' = \frac{\Delta m u}{m - \Delta m} \approx \frac{\Delta m u}{m};\ v_A = v_0 - v'$$

Yazıp aynı sonuca varabiliriz.

6. Sistemin enerjisi için

$$W = \frac{mv^2}{2} + \frac{m_s u^2}{2} + \frac{kx^2}{2}$$

yazabiliriz. Burada m cismin kütlesi, m_s harekete geçen su kütlesi, v cismin hızı, u ise harekete geçen su kütlesinin hızıdır. Pistondan harekete geçen su kütlesi ifadesinden

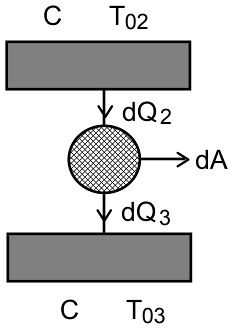
$$m_s = \rho\pi r^2 \ell;\ \pi r^2 u \Delta t = \pi(R^2 - r^2) v \Delta t;\ u = \frac{(R^2 - r^2)v}{r^2}$$

olarak bulunur. Enerji ifadesinden titreşimin açısal frekansı ve periyodu

$$W = \left(m + \frac{\rho\pi\ell(R^2 - r^2)^2}{r^2}\right)\frac{v^2}{2} + \frac{kx^2}{2}$$

$$\omega = \sqrt{\frac{k}{m + \frac{\rho\pi\ell(R^2 - r^2)^2}{r^2}}};\ T = 2\pi\sqrt{\frac{m + \frac{\rho\pi\ell(R^2 - r^2)^2}{r^2}}{k}}$$

olarak bulunur.



7. Özdeş olan üç cismin ısı kapasiteleri C, cisimlerin sıcaklıkları $T_{01}=T_{02}=300$ K ve $T_{03}=100$ K olsun. İlk olarak ikinci cisim ısıtıcı ve üçüncü cisim soğutucu gibi kullanıp aralarında konulan bir ısı makinesi sayesinde iş yapılsın. Isıtıcının ve soğutucunun ısı kapasiteleri sonlu olduklarından bunların sıcaklıkları sürekli olarak değişmektedir. Maksimum işi bulabilmek için ısıtıcıdan sonsuz küçük dQ_2 ısısı aldığımızda ısı makinesi ile sonsuz küçük dA işi yapıp soğutucuya sonsuz küçük miktarda dQ_3 ısısı verdiğimizde ısıtıcının ve soğutucunun sıcaklıkları T_2 ve T_3 küçük bir süre için, yani bir proses için sabit kaldığını kabul edebiliriz. Bu yapılan sonsuz küçük kapalı proseslerin Carnot prosesleri olduğunu kabul edebiliriz. Carnot prosesinin verimi η

$$\eta=\frac{T_2-T_3}{T_2}$$

olarak veriliyor. Bu verimi ısıtıcıdan sisteme verilen ısı ve sistemden soğutucuya verilen ısılar cinsinden de yazabiliriz.

$$\eta=\frac{dA}{dQ_2}=\frac{dQ_2-dQ_3}{dQ_2};\ \frac{dQ_2}{T_2}=\frac{dQ_3}{T_3}$$

Isıtıcının sıcaklığı sürekli azaldığı için $dQ_2=-CdT_2$, soğutucunun sıcaklığı sürekli arttığı için $dQ_3=CdT_3$ olarak yazılabilir. Buradan

$$\frac{CdT_2}{T_2}+\frac{CdT_3}{T_3}=0;\ \int\frac{dT_2}{T_2}+\int\frac{dT_3}{T_3}=\text{sabit};\ T_2T_3=\text{sabit}$$

olarak bulunur. Limit durumda

$$T_2=T_3=T_{023}$$

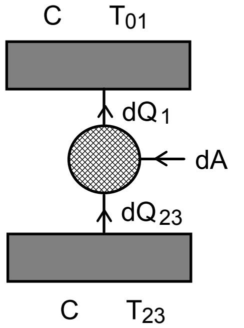
olur. Buradan sıcaklı

$$T_{023}^2=T_{02}T_{03};T_{023}=\sqrt{T_{02}T_{03}}=173\text{ K}$$

yapılan maksimum iş

$$A_{mak}=|\Delta Q_2|-|\Delta Q_3|=C(T_{02}-T_{023})-C(T_{23}-T_{023})=C(\sqrt{T_{02}}-\sqrt{T_{03}})^2=53{,}6C$$

olarak bulunur. Bundan sonra T sıcaklığına kadar soğumuş olan iki cisim soğutucu, birinci cisim ise ısıtıcı gibi kullanarak depo edilen A_{mak} iş sayesinde bir buzdolabı çalıştırabiliriz. Bu durumda soğutucudan ısı alıp ısıtıcıya aktarabiliriz.



Isıtıcıya verilen maksimum işi bulabilmek için ısı makinesi ile sonsuz küçük dA iş yaparak soğutucudan sonsuz küçük dQ_{23} ısı alarak ısıtıcıya sonsuz küçük miktarda dQ_1 ısı verdiğimizde ısıtıcının ve soğutucunun sıcaklıkları T_1 ve T_{23} küçük bir süre için, yani bir proses için sabit kaldığını kabul edebiliriz. Bu yapılan sonsuz küçük kapalı proseslerin Carnot prosesleri olduğunu kabul edebiliriz. Carnot prosesinin verimi η

$$\eta=\frac{T_1-T_{23}}{T_1}$$

olarak veriliyor. Bu verimi ısıtıcıdan sisteme verilen ısı ve sistemden soğutucuya verilen ısılar cinsinden de yazabiliriz.

$$\eta=\frac{dA}{dQ_1}=\frac{dQ_1-dQ_{23}}{dQ_2};\ \frac{dQ_1}{T_1}=\frac{dQ_{23}}{T_{23}}$$

olarak yazabiliriz. Isıtıcının sıcaklığı sürekli arttığı için $dQ_1=CdT_1$, soğutucunun sıcaklığı sürekli azaldığı için

$$dQ_{23}=-CdT_{23}$$

olarak yazılabilir. Buradan

$$\frac{CdT_1}{T_1}+\frac{2CdT_{23}}{T_{23}}=0;\ \int\frac{dT_1}{T_1}+2\int\frac{dT_{23}}{T_{23}}=\text{sabit};\ T_1T_{23}^2=\text{sabit}$$

olarak bulunur. İlk durumda

$$T_1=T_{01};\ T_{23}^2=T_{023}^2$$

olur. Buradan

$$T_1T_{23}^2=T_{01}T_{023}^2=T_{01}T_{02}T_{03}=9.10^6$$

olarak yazılabilir. Yapılan maksimum iş için

$$A_{mak}=|\Delta Q_1|-|\Delta Q_{23}|=C(T_1-T_{01})-2C(T_{023}-T_{23})$$

$$54C=C(T_1-300)-2C(173-T_{23})=C(T_1+2T_{23}-646);\ 700=T_1+2T_{23}$$

yazabiliriz. Bu denklemden

$$T_1=700-2T_{23}$$

olur. Bu denklemin sayesinde

$$(700-2T_{23})T_{23}^2=9.10^6;\ 700T_{23}-2T_{23}^3=9.10^6;\ T_{23}=150\text{ K}$$

$$T_1=400\text{ K}$$

olarak bulunur.

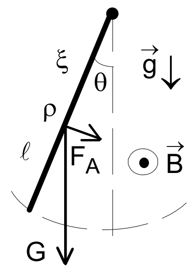
8. Silindirin yüzeyinde dönme sonucu yüzeysel akım oluşmaktadır. Akan akım ve manyetik bir dipol

$$I=\frac{q}{T}=\frac{\sigma H2\pi R}{\frac{2\pi}{\omega}}=\sigma HR\omega; \qquad p_m=I\pi R^2=\sigma H\omega\pi R^3$$

olur. Bu dipolün manyetik alanı

$$B=\frac{\mu_0 p_m}{4\pi z^3}=\frac{\mu_0\sigma\omega\pi HR^3}{4\pi\left(r^2+\frac{H^2}{4}\right)^{\frac{3}{2}}}=\frac{\mu_0\sigma\omega HR^3}{4\left(r^2+\frac{H^2}{4}\right)^{\frac{3}{2}}}$$

olarak bulunur.



9. İndüktans bağlandığında titreşim esnasında indükte edilmiş e.m.k. ve devrede akan akım

$$\varepsilon=-\frac{d\Phi}{dt}=-\frac{B\ell^2\dot\theta}{2};\ I=\frac{|\varepsilon|}{R}=\frac{B\ell^2\dot\theta}{2R}=\frac{B\ell^2\dot\theta}{2\rho\frac{\ell}{S}}=\frac{B\ell S\dot\theta}{2\rho}$$

olarak yazabiliriz. Çubuğa etki eden Amper kuvveti

$$F_A=IB\ell=\frac{B^2\ell^2S\dot\theta}{2\rho}$$

bu kuvvetin uyguladığı moment iki kere sağ el kuralını uygulayarak geri döndüren etki yaratır ve

$$M_A=F_A\frac{\ell}{2}=\frac{B^2\ell^3S\dot\theta}{4\rho}$$

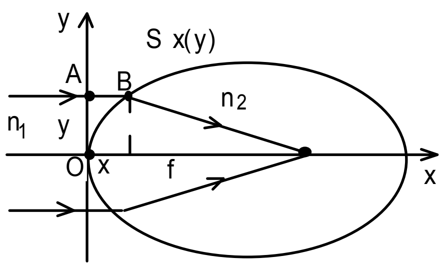
olarak yazılabilir. Çubuk ağırlık ve Amper kuvvetlerinin etkisi altında hareket etmektedir. Çubuğun hareket denklemi

$$J\alpha=J\ddot\theta=-mg\frac{\ell}{2}\sin\theta-F_A\frac{\ell}{2};\ J=\frac{m\ell^2}{3};\ m=\xi\ell S;\ \ddot\theta+\frac{3B^2\dot\theta}{4\rho\xi}+\frac{3g\theta}{2\ell}=0$$

olarak yazılabilir. Bu denklem sönümlü titreşimlerin diferansiyel denklemidir. Titreşim açısal frekansı

$$\omega=\sqrt{\omega_0^2-\frac{\gamma^2}{4}}=\sqrt{\frac{3g}{2\ell}-\left(\frac{3B^2}{8\rho\xi}\right)^2}$$

olarak bulunur.



10 a) x(y) eğrisinin üzerine düşen ve kırılan ışınlar için Fermat prensibi uygulanabilir. Aynı OA doğrusundan geçen ışınların F noktasında odaklanması için iki farklı ışının optik yolları eşit olmalıdır. Birinci ışın B(x,y) noktasında, ikincisi ise O noktasında kırılmaktadır.

$$n_1AB+n_2BF=n_2OF$$

$$n_1x+n_2\sqrt{(f-x)^2+y^2}=n_2f;\ n_2\sqrt{(f-x)^2+y^2}=n_2f-n_1x$$

Bu ifadenin karesini aldıktan sonra

$$(n_2^2-n_1^2)x^2+n_2^2y^2-2n_2(n_2-n_1)fx=0;\ x^2+\frac{n_2^2y^2}{n_2^2-n_1^2}-\frac{2n_2fx}{n_2+n_1}=0$$

ifadesini elde edebiliriz. Buradan

$$\left(x-\frac{n_2f}{n_2+n_1}\right)^2+\frac{n_2^2y^2}{n_2^2-n_1^2}=\frac{n_2^2f^2}{(n_2+n_1)^2};\ \frac{\left(x-\frac{n_2f}{n_2+n_1}\right)^2}{\left(\frac{n_2f}{n_2+n_1}\right)^2}+\frac{y^2}{\left(\sqrt{\frac{n_2-n_1}{n_2+n_1}}f\right)^2}=1$$

elde edilir. Bu denklem bir elipsin denklemidir.

b) S yüzeyine

$$H=2b=2\sqrt{\frac{n_2-n_1}{n_2+n_1}}f$$

genişliğinde düşen ışık demeti odaklanır.