

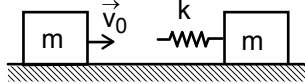
EYLÜL KAMPI SINAVI-1996

1. ℓ uzunluğunda bir ipe kütlesi m olan noktasal bir cisim bağlanıp, ip cisimle beraber düşeyle θ açısı yapacak şekilde denge durumundan saptırılıyor ve serbest bırakılıyor.

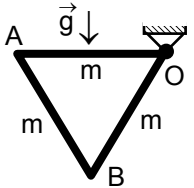
a) Cismin harekete başlamasından sonra belli bir φ açısında hızın düşey bileşeni maksimumdur. Bu açığı ve bu açıda cismin kazandığı hızı bulunuz. $\theta=90^\circ$ için bu hız ne olur?

b) Bu durum için ipteki gerilme kuvveti nedir?

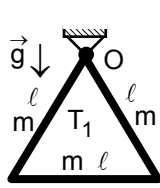
Not: Yerçekimi ivmesi g veriliyor.



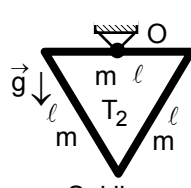
2. m kütleli, küp şeklindeki iki özdeş cisim yatay ve sürtünmesiz bir düzlem üzerinde bulunuyorlar. Cisimlerden birisi sabitleştirilmiş olup, ancak belli bir F kuvvetinin uygulanmasından sonra harekete geçmekte ve harekete geçtikten sonra F kuvveti ortadan kaldırılmaktadır. Bu cisme yay sabiti k olan bir yay tutturulmuştur. Diğer cisim bu cisme doğru v_0 hızı ile iki küpün merkezlerini birleştiren doğru üzerinde hareket etmektedir. Çarpışmadan sonra iki küpün hızlarını bulup tüm olası hareketlerini, ilk v_0 hızına ve F kuvvetine bağlı olarak inceleyiniz.



Şekil a



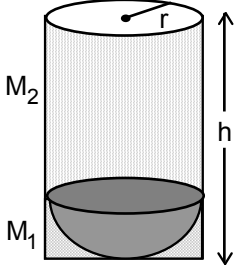
Şekil b



Şekil c

3. a) Kütleleri m ve uzunlukları ℓ olan üç özdeş çubuk eşkenar bir üçgen oluşturmaktadır. Üçgen O noktası etrafında serbestçe dönebilmektedir. Üçgen OA kenarı yatay duruma getirilinceye kadar denge durumundan saptırılıyor ve serbest bırakılıyor. (Şekil a) Üçgenin AB kenarı yatay konuma geldiğinde O noktasına etki eden tepki kuvvetini bulunuz. (Şekil b)

b) Sistemin denge durumu etrafındaki küçük titreşimlerinin birinci durumda titreşim periyodu T_1 , ikinci durumda T_2 ise, aralarındaki oran nedir? (Şekil c)

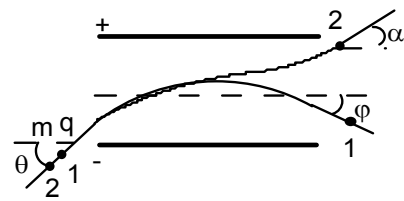


4. Yarıçapı r ve yüksekliği $4r$ olan bir silindirin içinde duran ağır, yarım küre şeklindeki bir pistonun iki tarafında farklı sıcaklıklarda hava bulunuyor. Pistonun düzlemsel yüzeyi daima silindirin eksenine dik kalmaktadır. Pistonun küresel yüzeyi tarafında bulunan havanın kütlesi M_1 , sıcaklığı T_1 , pistonun düzlemsel yüzeyi tarafında bulunan havanın kütlesi M_2 , sıcaklığı T_2 dir. Pistonun küresel yüzeyi aşağı doğru ise denge durumu silindirin dibine çok yakın bir noktada gerçekleşiyor. Silindir 180° çevrildiğinde yeni denge durumu pistonun düzlemsel yüzü silindirin tam ortasında olacak şekilde gerçekleşmektedir. Pistonun iki

tarafında bulunan havanın sıcaklıkları oranı sabit tutulup, $\frac{T_1}{T_2}=2$ olarak

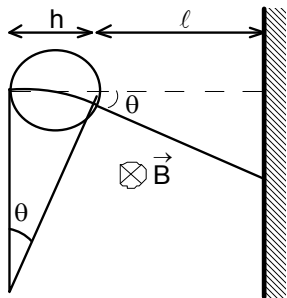
verilmektedir. Pistonun iki tarafında bulunan havalarının kütleleri oranı nedir?

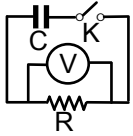
Not: Pistonun kütlesi gazların kütlelerinden çok çok büyüktür.



5. a) Paralel levhalı ve yüklü bir kondansatörün arasına levhalarla θ açısı yapacak şekilde artarda hareket eden kütleleri m ve yükleri q olan iki tanecik girmektedir. Birinci taneciğin ilk hızı v_1 , ikinci taneciğin ilk hızı v_2 dir. İki tanecik kondansatörü yatayla α ve φ açıları yaparak terk etmektedir. Bu iki taneciğin ilk hızları arasındaki oran nedir?

b) Yüklü taneciklerin hareket yönü manyetik alan ile saptırılabilir. U_0 potansiyel farkı altında hızlandırılan yüklü tanecikler, boyutu h olan lokal bir bölgedeki düzgün B manyetik alanına girdiğinde, bir eğri üzerinde hareket etmektedirler. Bu bölgeden çıktıktan sonra tanecikler bölgeden $\ell \gg h$ uzaklıkta bulunan bir ekran üzerinde y sapması ile düşmektedir. Aynı sapma paralel levhalı kondansatörde yaratılan sabit elektrik alanla da yapılabilir. Her iki alandaki sapmaları karşılaştırınız. Hangi alanda sapma, yüklü tanecikleri hızlandırmak için daha yüksek bir potansiyel farkı uygulanması gerekir?

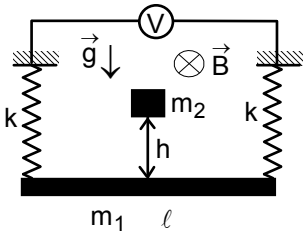




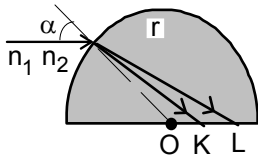
6. a) Sığası C olan bir kondansatör e.m.k. sı U_0 olan bir üretece bağlanıp şarj edilmektedir. Daha sonra değeri R olan bir direnç üzerinden K anahtarının kapatılması ile kondansatörün deşarjı sağlanmaktadır. Deşarj sırasında kondansatörün levhaları arasındaki potansiyel farkının ve yükün zamana göre nasıl değiştiğini bulunuz.

b) Deşarj olayında akan akımın ne kadar zaman sonra sıfır olacağını bilmek önemlidir. Bu süreye τ deşarj süresi deniliyor. Bazı durumlarda levhalar arasındaki potansiyel farkının azalışı uygun bir yaklaşımla bir doğru ile temsil edilebilir. Böyle bir durum için kondansatörün levhaları arasındaki potansiyel farkı eşit zaman aralıkları ile ölçülmektedir. Kondansatör deşarj olurken t zaman sonra direnç üzerindeki potansiyel farkı U olarak ölçülüyor. Plakalar arasındaki potansiyel farkının düzgün olarak azaldığını varsayarak potansiyel farkının ne kadar zaman sonra sıfır olacağını bulunuz.

c) Kondansatörün levhaları sabit bir gerilim kaynağıyla yüklendikten sonra, levhalara etki eden kuvvet F_1 dir. Kondansatör aynı kaynağa bağlıyken levhaların arasına bağıl dielektrik geçirgenlik katsayısı ϵ ve kalınlığı levhalar arasındaki uzaklığın yarısı kadar olan dielektrik bir levha yerleştirilirse kondansatörün levhalarına etki eden kuvvet F_2 oluyor. Bu iki kuvvetin birbirine oranı nedir?

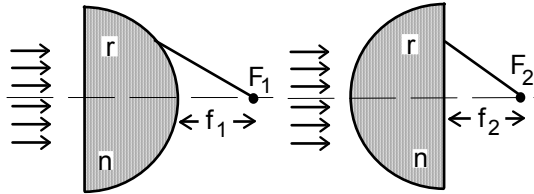


7. Yay sabitleri k olan iki ideal, iletken ve özdeş yay arasında asılı bulunan m_1 kütleli bir metal çubuk yatay yönde uygulanmış sabit ve homojen B manyetik alanında denge durumunda bulunmaktadır. h yüksekliğinde bulunan m_2 kütleli bir cisim çubukla tam inelastik bir çarpışma yapmaktadır. Çarpışmadan sonra sistem titreşim hareketi yapmaya başlanmaktadır. Yayların diğer uçları ideal bir voltmetreye bağlıdır. Titreşim esnasında voltmetrenin ölçebileceği maksimum e.m.k nedir? Yerçekimi ivmesi g veriliyor.



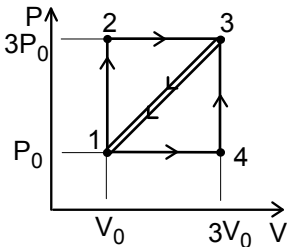
8. Yarıçapı r olan saydam bir yarıküreye normale α açısı yapacak şekilde kırmızı ve mor renkli paralel ışık demeti düşmektedir. Yarıkürenin kırıcılık indisi, kırmızı ışık için $n_1=n$ ve mor ışık için $n_2=n+\Delta n$ ($\Delta n \ll n$) olarak verilmektedir. Farklı kırıcılık indislerinden dolayı bu iki ışının yarıküre içerisinde birbirlerinden ayrılmasına renk ayrımı olayı adı verilir. Yarıküreye düşen ışık demeti yarıkürenin düzlemsel tarafındaki K ve L noktalarından çıkmaktadır. Bir

insan birbirinden ayrı iki noktaya 25 cm uzaklıktan baktığında, noktaları algılayabilmesi için noktalar arasındaki uzaklık en az 0,5 mm olmalıdır. Bu ayrımı gözleyebilmek için yarıkürenin yarıçapı r ne olmalıdır?



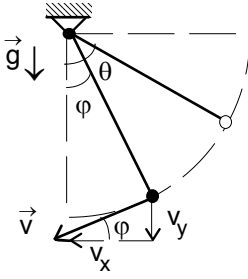
9. Yarıçapı r ve kırıcılık indisi n olan camdan yapılmış bir yarı silindirik merceğin düzlemsel tarafından paralel ışık demeti gönderildiğinde demet yarı silindirden f_1 uzaklıkta odaklanıyor. Paralel ışık demeti yarı silindirin tümsek tarafından gönderildiğinde, demet yarı silindirden f_2 uzaklıkta odaklanıyor. Yarı silindirin r yarıçapını ve n kırıcılık indisini Snell yasasını kullanarak bulunuz.

Not: Paraaksiyel optik yaklaşımını kullanabilirsiniz.



10. Bir mol tek atomlu gaz ile P-V koordinat sisteminde kapalı olan 1-2-3-1 ve 1-4-3-1 prosesleri gerçekleştiriliyor. Birinci kapalı prosesin verimi η_1 , ikinci kapalı prosesin verimi η_2 ise verimlerin birbirine oranı nedir?

EYLÜL KAMPI SINAVI-1996 SORULARIN ÇÖZÜMLERİ



1. a) Enerjinin korunumu yasasından

$$\frac{mv^2}{2} = mg\ell(\cos\varphi - \cos\theta)$$

cismin hızını bulabiliriz.

$$v = \sqrt{2g\ell(\cos\varphi - \cos\theta)}$$

Hızın yatay ve dikey olan bileşenleri için

$$v_y = v\sin\varphi = \sqrt{2g\ell(\cos\varphi - \cos\theta)}\sin^2\varphi$$

$$v_x = v\cos\varphi = \sqrt{2g\ell(\cos\varphi - \cos\theta)}\cos^2\varphi$$

yazabiliriz. Hızın dikey bileşenin maksimum olması için

$$(\cos\varphi - \cos\theta)\sin^2\varphi = (\cos\varphi - \cos\theta)(1 - \cos^2\varphi)$$

ifadesinin $\cos\varphi$ 'ye göre türevini alıp sıfıra eşitlemeliyiz. Elde edilen denklem

$$3\cos^2\varphi - 2\cos\theta\cos\varphi - 1 = 0$$

dir. Çözümü ise

$$\cos\varphi = \frac{\cos\theta \pm \sqrt{\cos^2\theta + 3}}{3}$$

olarak bulunur. Buradan hız

$$v = \sqrt{2g\ell \left(\frac{\sqrt{3 + \cos^2\theta} - 2\cos\theta}{3} \right)}$$

olarak bulunur. $\theta = 90^\circ$ için $\cos 90^\circ = 0$

$$\cos\varphi = \frac{\sqrt{3}}{3}$$

ve hız

$$v = \sqrt{v_x^2 + v_y^2} = \sqrt{2g\ell\cos\varphi} = \sqrt{\frac{2g\ell\sqrt{3}}{3}}$$

olarak bulunur.

b) İpteki gerilme kuvvetini bulmak için dinamik prensiplerini kullanabiliriz.

$$T - mg\cos\varphi = \frac{mv^2}{\ell}; T = mg\frac{\sqrt{3}}{3} + \frac{m2g\ell\sqrt{3}}{3\ell} = \sqrt{3}mg$$

olarak bulunur.

2. Gelen cisim yayı sıkıştırmaktadır. Yay F kuvvetiyle sıkıştırılıncaya kadar ikinci cisim hareket etmez. Enerjinin korunumu yasasından hız

$$\frac{mv_0^2}{2} = \frac{mv^2}{2} + \frac{F^2}{2k}; v = \sqrt{v_0^2 - \frac{F^2}{km}}$$

olarak bulunur. İkinci cismin harekete başlamasından sonra yayda depo edilen enerji cisimlere geri iade edilir. Bu durumda momentum ve enerji korunum yasaları uygulandığında

$$mv = -mv_1 + mv_2; \frac{mv_0^2}{2} = \frac{mv_1^2}{2} + \frac{mv_2^2}{2}$$

Buradan iki cismin hızları

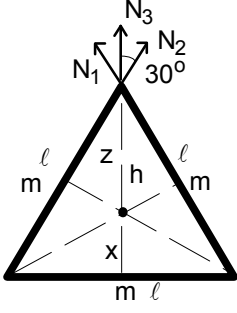
$$v_1 = \frac{1}{2} \left(\sqrt{v_0^2 + \frac{F^2}{km}} - \sqrt{v_0^2 - \frac{F^2}{km}} \right); v_2 = \frac{1}{2} \left(\sqrt{v_0^2 + \frac{F^2}{km}} + \sqrt{v_0^2 - \frac{F^2}{km}} \right)$$

olarak bulunur. Eğer

1) $\frac{mv_0^2}{2} < \frac{F^2}{2k}$ ise ikinci cisim harekete geçmez ve birinci cisim aynı hız ile geri döner.

2) $\frac{mv_0^2}{2} = \frac{F^2}{2k}$ ise iki cisim $v = \frac{\sqrt{2}v_0}{2}$ hızı ile harekete devam ederler.

3) $\frac{mv_0^2}{2} >> \frac{F^2}{2k}$ ise birinci cisim durur ikinci cisim ise $v_2 = v_0$ hızı ile harekete devam eder.



3. İlk olarak sistemin eylemsizlik momentini bulalım. Bir çubuğun orta noktasından geçen eksene göre eylemsizlik momenti

$$J_{000} = \frac{m\ell^2}{12}$$

Üçgendeki yükseklik

$$h = \ell \sin 60^\circ = \frac{\sqrt{3}\ell}{2}$$

olarak bulunur. Eşkenar üçgenin geometrik merkezi aynı zamanda ağırlık merkezidir. Geometrik merkez ise yükseklikleri 1:2 oranında bölmektedir. Buradan

$$x = \frac{\sqrt{3}\ell}{6}; z = \frac{\sqrt{3}\ell}{3}$$

olarak bulunur. Geometrik merkeze göre bir çubuğun eylemsizlik momenti

$$J_{00} = \frac{m\ell^2}{12} + mx^2 = \frac{m\ell^2}{6}$$

üç çubuğun kütle merkezine göre eylemsizlik momenti

$$J_0 = 3J_{00} = \frac{m\ell^2}{2}$$

olarak bulunur. Üçgenin asma noktasına göre eylemsizlik momenti

$$J = J_0 + 3mz^2 = \frac{3m\ell^2}{2}$$

olarak hesaplanır. Üçgen O noktasının etrafında katı bir cisim gibi dönmektedir. Enerjinin korunumu yasasından

$$K_1 + \Pi_1 = K_2 + \Pi_2$$

$$0 - 2mg \frac{\ell}{2} \sin 60^\circ = \frac{J\omega^2}{2} - 2mg \frac{\ell}{2} \sin 60^\circ - mgh$$

açısal hız için

$$\omega^2 = \frac{2g\sqrt{3}}{3\ell}$$

bulunur. Tepki kuvvet için

$$N = 3G + N_1 \cos 30^\circ + N_2 \cos 30^\circ + N_{13} = 3mg + 2m\omega^2 \frac{\ell}{2} \cos 30^\circ + m\omega^2 h = 5mg$$

bulunur.

b) Sistemin birinci durumdaki eylemsizlik momenti ve kütle merkezi ile dönme eksenini arasındaki uzaklık bulunmuştur. Titreşim periyodu

$$T_1 = 2\pi \sqrt{\frac{J}{3mgz}} = 2\pi \sqrt{\frac{\sqrt{3}\ell}{2g}}$$

olarak bulunur. İkinci durumda durumdaki eylemsizlik momenti ve kütle merkezi ile dönme eksenini arasındaki uzaklığı bulursanız titreşim periyodu

$$T_2 = T_1$$

olarak bulunur.

4. Her durum için ideal gaz hal denklemini yazalım

$$P_0 V_0 = RT_1; 3P_0 V_0 = RT_2; T_2 = 3T_1$$

$$3P_0 3V_0 = RT_3; T_3 = 9T_1; P_0 2V_0 = RT_4; T_4 = 3T_1$$

Birinci proste verilen ısı

$$Q'_1 = Q_{12} + Q_{23} = c_V(T_2 - T_1) + c_P(T_3 - T_2) = 18RT_1$$

İkinci proste verilen ısı

$$Q''_1 = Q_{14} + Q_{43} = c_P(T_4 - T_1) + c_V(T_3 - T_4) = 14RT_1$$

İki durumda yapılan iş

$$A = \frac{(3P_0 - P_0)(3V_0 - V_0)}{2} = 2P_0 V_0$$

İki prosesin verimi ve verimlerin oranı

$$\eta_1 = \frac{A}{Q'_1} = \frac{1}{9}; \eta_2 = \frac{A}{Q''_1} = \frac{1}{7}; \frac{\eta_1}{\eta_2} = \frac{7}{9}$$

olarak bulunur.

5. a)Yüklü taneciklerin ilk hızlarının yatay ve dikey bileşeni

$$v_{0x}=v_0\cos\theta ; v_{0y}=v_0\sin\theta$$

olarak yazılabilir. Taneciklerin kazandıkları ivme ve uçuş süreleri

$$a_y=\frac{qE}{m} ; t=\frac{\ell}{v_0\cos\theta}$$

dikey yöndeki hız

$$v_y=v_{0y}-a_y t=v_0\sin\theta-\frac{qE\ell}{mv_0\cos\theta}$$

olur. Birinci tanecik y eksenine göre ilk yönüne zıt yönde plakaları terk etmektedir. İkinci tanecik ise aynı yönde terk etmektedir. Buradan

$$\tan\alpha=-\frac{v_y}{v_x}=-\frac{v_{01}\sin\theta-\frac{qE\ell}{mv_{01}\cos\theta}}{v_{01}\cos\theta} ; \tan\varphi=\frac{v_y}{v_x}=\frac{v_{02}\sin\theta-\frac{qE\ell}{mv_{02}\cos\theta}}{v_{02}\cos\theta}$$

yazabiliriz. Buradan ilk hızlar

$$v_{01}=\sqrt{\frac{qE\ell}{m\cos^2\theta(\tan\theta+\tan\alpha)}} ; v_{02}=\sqrt{\frac{qE\ell}{m\cos^2\theta(\tan\theta-\tan\beta)}}$$

ilk hızların oranı

$$\frac{v_{01}}{v_{02}}=\sqrt{\frac{\tan\theta-\tan\varphi}{\tan\theta+\tan\beta}}$$

olarak bulunur.

b) Manyetik alanda yüklü taneciklere Lorentz kuvveti etki ettiğinden dolayı tanecikler çember üzerinde hareket etmektedir.

$$\frac{mv_0^2}{r}=qv_0B ; \frac{mv_0^2}{2}=qU_0$$

Sapma açısı ve sapma

$$\tan\theta=\frac{h}{r}=\frac{y}{\ell} ; y=\ell hB\sqrt{\frac{q}{2mU_0}}$$

olarak bulunur. Paralel levhali kondansatör yatay olarak gelen yüklü taneciklere dikey yönde hız kazandırmaktadır.

$$v_y=a_y t_h=\frac{qE}{m}\frac{h}{v_0}$$

olarak yazılabilir. Burada h levhalarının genişliğidir. Tanecikler ekrana kadar artık bu sabit hız ile hareket ederler. Sapma

$$y=v_y t_\ell=\frac{qEh}{mv_0}\cdot\frac{\ell}{v_0}=\frac{qEh\ell}{mv_0^2}=\frac{U_s h\ell}{2dU_0} ; t_\ell=\frac{\ell}{v_0}$$

olarak bulunur. Burada U_s saptırıcı potansiyel, d levhalar arasındaki mesafedir. Manyetik ve elektrik alandaki sapmaları karşılaştırdıktan sonra manyetik alanda sapmanın daha elverişli olduğu görülmektedir.

6. a) Kapalı devre için ikinci Kirchhoff kuralı

$$\frac{q}{C}+IR=\frac{q}{C}+\frac{Rdq}{dt}=0$$

şeklinde yazılabilir. İntegral alınarak

$$\int_{q_0}^q \frac{dq}{q}=-\int_0^t \frac{dt}{RC} ; q=q_0 e^{-\frac{t}{RC}}$$

olarak bulunur. Akan akım ve direnç üzerinde ölçülen potansiyel farkı

$$I=\frac{dq}{dt}=-\frac{q_0}{RC}e^{-\frac{t}{RC}} ; U=IR=-\frac{q_0}{C}e^{-\frac{t}{RC}}$$

olarak bulunur.

b) Kondansatörün deşarjı düzgün kabul edilmiştir. Kondansatörün ilk yükü q_0 , ilk anda akan akım I_0 , τ ise deşarj süresi olsun. Bu fiziksel büyüklükler

$$q_0 = C_0 U_0 = \frac{I_0 \tau}{2}$$

denklemleri ile birbirine bağılıdır. Akan akım

$$I = I_0 - \alpha t = I_0 \left(1 - \frac{t}{\tau}\right)$$

şeklinde yazılabilir. Burada α bir sabittir. τ zaman sonra akım sıfırdır.

$$0 = I_0 - \alpha \tau$$

t zaman sonra direnç üzerindeki potansiyel farkı

$$U = IR = \frac{2C_0 U_0 R}{\tau} \left(1 - \frac{t}{\tau}\right)$$

olarak yazılabilir. Buradan τ ikinci dereceden denklem çözülerek bulunur.

c) Birinci durumda levhalar arasındaki elektrik alan ve levhalara etki eden kuvvet için

$$E_1 = \frac{U}{h} = \frac{CU}{Ch} = \frac{q}{\epsilon_0 S}; F_1 = \frac{qE_1}{2} = \frac{q^2}{2\epsilon_0 S} = \frac{\epsilon_0 U^2 S}{2h^2}$$

yazabiliriz. İkinci durumda kondansatörün toplam kapasitesi

$$C_t = \frac{C_1 C_2}{C_1 + C_2}; C_1 = \frac{2\epsilon_0 S}{h}; C_2 = \frac{2\epsilon_0 \epsilon S}{h}$$

olarak yazılabilir. Bu durumda kondansatör üzerindeki toplam yük

$$q_t = C_t U = \frac{2\epsilon_0 \epsilon S U}{h(1 + \epsilon)}$$

Buradan ikinci durumdaki kuvvet ve iki kuvvetin oranı

$$F_2 = \frac{q_t^2}{2\epsilon_0 S} = \frac{4\epsilon_0 \epsilon^2 U^2 S}{2h^2(1 + \epsilon)^2}; \frac{F_2}{F_1} = \frac{4\epsilon^2}{(1 + \epsilon)^2}$$

olarak bulunur. Aynı sonuca farklı yoldan da varabiliriz. Uygulanan potansiyel ifadesinden hava kısmı içeren kondansatörün içindeki potansiyel fark

$$U = U_1 + U_2; q = U_1 C_1 = U_2 C_2; \frac{2\epsilon_0 S U_1}{h} = \frac{2\epsilon_0 \epsilon S U_2}{h}; U_1 = \frac{\epsilon U}{1 + \epsilon}$$

olarak bulunur. Bu durumda etki eden kuvvet

$$F_2 = \frac{\epsilon_0 U_1^2 S}{2\left(\frac{h}{2}\right)^2} = \frac{4\epsilon_0 S}{2h^2} \left(\frac{\epsilon U}{1 + \epsilon}\right)^2 = \frac{4\epsilon^2 F_1}{(1 + \epsilon)^2}$$

olarak bulunur.

7. Denge durumunda iki yay x kadar gerilmiştir. Bu durumda

$$m_1 g = 2kx$$

yazabiliriz. İnelastik çarpışmada

$$m_2 v_2 = (m_1 + m_2)v; v_2 = \sqrt{2gh}$$

Genlik enerji korunumu yasasından

$$\frac{2kA^2}{2} = \frac{2kx^2}{2} + (m_1 + m_2)\frac{v^2}{2} + (m_1 + m_2)g(A - x); A = \frac{(m_1 + m_2)g}{k} + \sqrt{\frac{m_2^2 g^2}{k^2} + \frac{4m_2^2 gh}{k(m_1 + m_2)}}$$

olarak bulunur. Titreşim hareketinin frekansı

$$\omega = \sqrt{\frac{2k}{m_1 + m_2}}$$

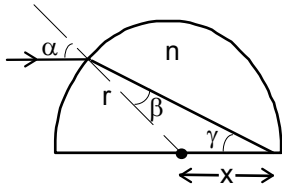
olur. Titreşim yeni denge durumu etrafında gerçekleşmektedir. Yeni denge durumu için

$$m_1 g + m_2 g = 2kx_0$$

Bu denge durumu etrafındaki titreşimin genliği $A_0 = A - x_0$ oluşan maksimum indükte edilmiş e.m.k.

$$\begin{aligned} \mathcal{E} &= -B\ell v_{\max} = -B\ell \omega A_0 = -B\ell \sqrt{\frac{2k}{m_1 + m_2}} \sqrt{\frac{m_2^2 g^2}{4k^2} + \frac{m_2^2 gh}{k(m_1 + m_2)}} \\ &= -B\ell \sqrt{\frac{m_2^2 g^2}{2k(m_1 + m_2)} + \frac{2m_2^2 gh}{(m_1 + m_2)^2}} \end{aligned}$$

olarak bulunur.



8. Kırılma yasası

$$\frac{\sin \alpha}{\sin \beta} = n$$

şeklinde yazılabilir. Üçgendeki açılar için

$$\gamma = 180^\circ - (180^\circ - \alpha) - \beta = \alpha - \beta$$

yazabiliriz. Sinüs teoreminden

$$\frac{\sin \gamma}{r} = \frac{\sin \beta}{x}; \frac{\sin \alpha \cos \beta - \cos \alpha \sin \beta}{r} = \frac{\sin \beta}{x}$$

eşitliği elde edilir. Buradan

$$x = \frac{r}{\sqrt{n^2 - \sin^2 \alpha} - \cos \alpha}$$

olarak bulunur. Kırıcılık indisine göre türev alalım.

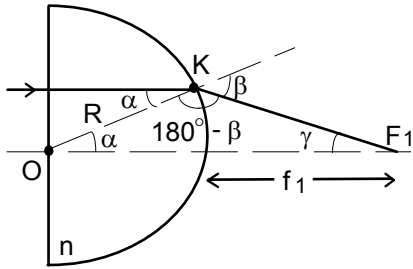
$$dx = - \frac{nr dn}{\left(\sqrt{n^2 - \sin^2 \alpha} - \cos \alpha\right)^2 \sqrt{n^2 - \sin^2 \alpha}}$$

$$n = \frac{n_1 + n_2}{2}; dn = \Delta n = n_2 - n_1$$

olarak alınabilir. Buradan yarıçap

$$r = - \frac{\left(\sqrt{n^2 - \sin^2 \alpha} - \cos \alpha\right)^2 \sqrt{n^2 - \sin^2 \alpha} \Delta x}{n \Delta n}$$

olarak bulunur. $\Delta x = 0,5$ mm olmalıdır.



9. Demet yarı silindirin düzlemsel tarafından düştüğünde düzlemsel yüzeyde kırılmaz. Işın silindirik yüzeyin K noktasına düştüğünde ise kırılır. Bu durumda

$$\frac{\sin \alpha}{\sin \beta} = \frac{1}{n}$$

yazılabilir. Küçük açılar için

$$\sin \alpha \approx \tan \alpha \approx \alpha; \sin \beta \approx \tan \beta \approx \beta$$

yaklaşımını kullanabiliriz. Buradan

$$\beta = n\alpha$$

olarak bulunur. Sinüs teoreminden

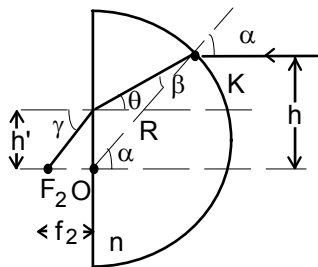
$$\frac{\sin(180^\circ - \beta)}{R + f_1} = \frac{\sin \gamma}{R}$$

$$\gamma = 180^\circ - (180^\circ - \beta) - \alpha = \beta - \alpha = (n-1)\alpha$$

olarak yazılabilir. Eşitlikleri yerine koyduktan sonra

$$f_1 = \frac{R}{n-1}$$

olarak bulunur.



Demet yarı silindirin silindirik tarafından düştüğünde kırılıyor. Küçük açılar için

$$n = \frac{\sin \alpha}{\sin \beta}; \alpha = n\beta$$

olarak bulunur. Işın yarı silindirin düzlemsel yüzeyine θ açısı ile düşmektedir. Bu açı

$$\theta = 180^\circ - (90^\circ - \alpha) - 90^\circ - \beta = \alpha - \beta = (n-1)\beta$$

olarak bulunur. Başlangıçta ışın

$$h = R \sin \alpha \approx R \alpha = R n \beta$$

yükseklikte hareket etmektedir. Işın kırıldıktan sonra yüksekliği

$$\Delta h = R \sin \theta \approx R \theta = (n-1)\beta R$$

kadar azalmaktadır. Işın düzlemsel yüzeyden

$$h' = h - \Delta h = R \beta$$

kadar yükseklikte çıkmaktadır. Kırılma yasası küçük açılar için

$$\frac{\sin \theta}{\sin \gamma} = \frac{1}{n}; \gamma \approx n \theta = n(n-1)\beta$$

yazılabilir. Ayrıca

$$\tan\gamma = \frac{h}{f_2} \approx \gamma$$

bağıntısından

$$f_2 = \frac{R}{n(n-1)} = \frac{f_1}{n}$$

olarak bulunur. Buradan kırıcılık indisi ve yarıçap

$$n = \frac{f_1}{f_2}; R = \frac{f_1(f_1 - f_2)}{f_2}$$

olarak bulunur.

10. Her durum için ideal gaz denklemini

$$P_1 V_1 = \frac{M_1}{\mu} R T_1; P_2 V_2 = \frac{M_2}{\mu} R T_2$$

olarak yazabiliriz. Pistonun ağırlığından dolayı bir P basıncı meydana gelecektir. Bu basınç iki durumda da aynı olacaktır. Birinci durum için

$$P_1 = P_2 + P$$

geçerlidir. Alt ve üst kısmın hacimleri

$$V_1 = \pi r^2 r - \frac{1}{2} \frac{4\pi r^3}{3} = \frac{\pi r^3}{3}; V_2 = \pi r^2 \cdot 3r$$

olarak bulunur. Buradan basınç P için

$$P = \frac{M_1 R T_1}{\mu V_1} - \frac{M_2 R T_2}{\mu V_2} = \frac{R}{\mu 3\pi r^3} (9M_1 T_1 - M_2 T_2)$$

yazabiliriz. İkinci durum için

$$P'_2 = P'_1 + P$$

geçerlidir. Alt ve üst kısmın hacimleri

$$V'_1 = \pi r^2 2r - \frac{1}{2} \frac{4\pi r^3}{3} = \frac{4\pi r^3}{3}; V'_2 = \pi r^2 2r = 2\pi r^3$$

olarak bulunur. Buradan basınç P için

$$P = \frac{M_2 R T_2}{\mu V'_2} - \frac{M_1 R T_1}{\mu V'_1} = \frac{R}{\mu 4\pi r^3} (2M_2 T_2 - 3M_1 T_1)$$

yazabiliriz. P basıncı için iki ifadeyi karşılaştırdıktan ve sıcaklıklar arasındaki ilişkiyi kullanarak

$$4(9M_1 T_1 - M_2 T_2) = 3(2M_2 T_2 - 3M_1 T_1); M_2 = 9M_1$$

olarak bulunur.