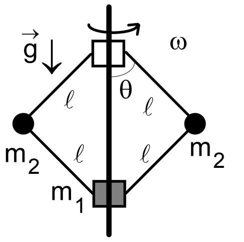
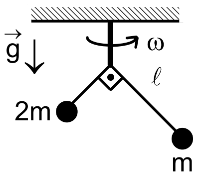
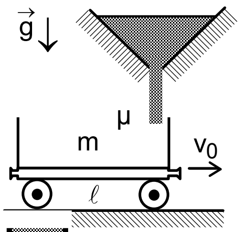
# EYLÜL KAMPI SINAVI-1995



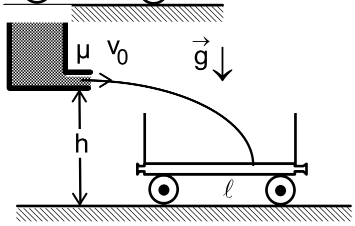

**1.** Sürtünmesiz düşey eksen etrafında serbestçe hareket eden $m_1$ kütleli bir cisim uzunlukları $\ell$ olan ince çubuklarla tutturulmuştur. Bu çubuklar diğer uçlarından eksene tutturulmuş olup, ortalarında kütleleri $m_2$ olan ufak cisimler bulunmaktadır.
a) Sistem eksen etrafında döndürülmeye başlıyor. $m_1$ kütlesinin ivmesini, $\theta$ açısına ve bu değişkenin zamana göre türevi cinsinden bulunuz.
b) Eksen ile çubuklar arasındaki denge açısının 30° olması için $m_2$ kütleli cisimlerin açısal hızı ne olmalıdır?




**2.** Kütleleri m ve 2m olan noktasal cisimler toplam uzunluğu $\ell$ olan bir ip ile birbirine bağlıdırlar. İp sürtünmesiz bir halkadan geçmiştir. Halkanın nasıl bir $\omega$ açısal hızıyla döndürülmesi gerekir ki ip 90° açı ile bükülü olsun? Yerçekimi ivmesi g veriliyor.

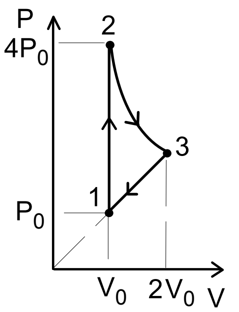



**3.** a) Yatay ve sürtünmesiz bir düzlem üzerinde boş halde iken kütlesi $m_0$ ve uzunluğu $\ell$ olan bir vagon, $v_0$ hızı ile hareket etmektedir. Bir kum deposundan düşen kum vagonun ucu depoya geldiği andan itibaren vagonu $\mu = \frac{dm}{dt}$ kütle hızı ile yüklemekte ve yüklenen kum vagonda kalır. Vagon kum deposunun yanından ne kadar zamanda geçer ve hızı nedir?




b) Yatay ve sürtünmesiz bir düzlem üzerinde boş halde iken kütlesi $m_0$ ve uzunluğu $\ell$ olan bir vagon durmaktadır. Vagona $v_0$ hızı ile h yüksekliğinden yatay olarak $\mu = \frac{dm}{dt}$ kütle hızı ile düşen kum tanecikleri vagonun zeminine yapışmakta ve vagon ile beraber hareket etmektedir. Vagonun hızını ve ivmesini zamanın fonksiyonu olarak bulunuz.

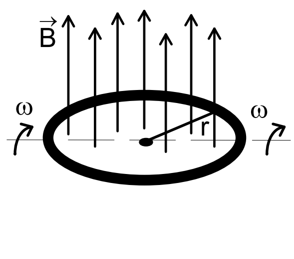
**4.** Sıcaklıkları $T_1$ ve $T_2$ ($T_2 < T_1$) olan iki özdeş cisim ısıca yalıtılmış bir kutunun içine konarak denge durumuna gelmeleri sağlanmaktadır. Denge sağlanıncaya kadar sıcak cisim soğuk cisme Q kadar ısı vermektedir. Isı kapasitelerinin sıcaklıktan bağımsız oldukları farz edilirse bu prosesteki entropi artışını bulunuz.



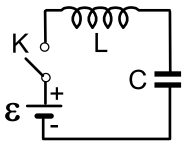

**5.** Tek atomlu bir gaz ile şekildeki gibi P-V diyagramında kapalı olan 1-2-3-1 proses gerçekleştirilmektedir. Kapalı proseste 1-2 izokorik, 2-3 izotermal, 3-1 ise koordinat sistemin merkezinden geçen bir doğru üzerindedir.
a) Bu prosesin verimi nedir?
b) 3-1 prosesi için ısı kapasitesi nedir?
c) 1-2, 2-3 ve 3-1 prosesleri için entropi değişimlerini ayrı ayrı bulunuz.

Not: Tek atomlu gaz için $c_V = \frac{3R}{2}$ dir.

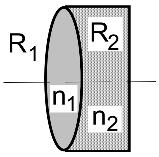
**6.** Yarıçapı $R_1$ ve bağıl dielektrik geçirgenlik katsayısı $\varepsilon$ olan bir yalıtkan küre, U potansiyelinde tutulan ve yarıçapı $R_2$ olan iletken bir küreden r ($r >> R_{1,2}$) kadar uzağa konulmuştur. İletken küreye etki eden kuvveti bulunuz.




**7.** Yatay eksen etrafında serbestçe dönebilen özkütlesi $\rho$, yarıçapı r ve iletkenlik katsayısı $\sigma$ olan telden yapılan bir çember bulunmaktadır. Çembere başlangıçta $\omega_0$ açısal hızı veriliyor ve dikey yönde sabit ve homojen B manyetik alanı yaratılıyor. Başlangıç hızının (e) kat azalması için gereken zamanı bulunuz.

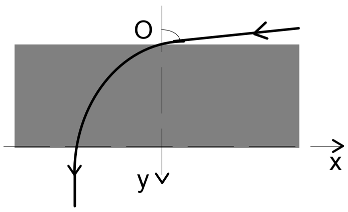



**8.** E.m.k. sı $\varepsilon$ olan bir üreteç ve indüktansı L olan bir bobin ile sığası C olan bir kondansatörden oluşan devrede K anahtarı t=0 anında kapatılıyor. Kondansatör üzerindeki gerilim maksimuma eriştiğinde kondansatör patlayıp kısa devre durumuna geliyor. Devreden geçen akımın zamana göre nasıl değiştiğini analitik olarak gösterip, bu akımın grafiğini önemli değerleri belirterek çiziniz.



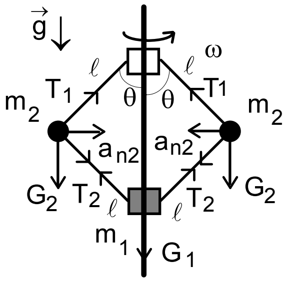

**9.** a) Yüzeylerinin yarıçapları $R_1$ ve $R_2$ ve kırıcılık indisi $n_1$ olan bir yakınsak mercek ile bir yüzünün yarıçapı $R_2$, diğer yüzü ise düzlem ve kırıcılık indisi $n_2$ olan ıraksak bir mercek birbirine yapıştırılmıştır. Mercekler farklı tip camlardan yapılmış olup her bir camın kırıcılık indisinin Cauchy denklemindeki ilk iki terimle ifade edildiği varsayılmaktadır. Bu mercek çiftinin akromatik (renklenme kusursuz) olması için $n_1$ ve $n_2$ kırıcılık indislerinin Cauchy denklemindeki sabit terimleri arasında nasıl bir ilişki olmalıdır?

b) $|R_1|=|R_2|$ için bu mercek çiftinin ıraksak davranması için gerekli koşulu bulunuz.




**10.** Yüzeyi y=sabit olan bir düzlemde bulunan bir ortamda kırıcılık indisi n=n(x) olarak değişmektedir. Eğer ışık x eksenine hemen hemen paralel olarak ortama girip bu ortamda $x=py^2$ parabolü çizerse ortamın kırıcılık indisini x koordinatına nasıl bağlı olduğunu bulunuz. Işının ortama girdiği x=0 noktasında kırıcılık indisi $n_0$ dır.

**EYLÜL KAMPI SINAVI-1995 SORULARIN ÇÖZÜMLERİ**




**1.** a) Kütlelere etki eden bütün kuvvetler şekilde gösterilmiştir.

b) $m_1$ kütlesinin koordinatı, y eksenini aşağıya doğru kabul edersek

$$y_1=2\ell\cos\theta$$

hızı

$$v_{y1}=\frac{dy_1}{dt}=-2\ell\sin\theta\,\dot{\theta}$$

ivmesi de

$$a_{y1}=\frac{dv_{y1}}{dt}=-2\ell\cos\theta\,\dot{\theta}^2-2\ell\sin\theta\,\ddot{\theta}$$

olarak bulunur.

b) Eksen ile çubuklar arasındaki denge açısının $\theta$ olması için $m_1$ kütlesinin eksen boyunca artık hareket etmemesi gerekir. Bu durumda

$$T_1\cos\theta=m_2g+T_2\cos\theta$$

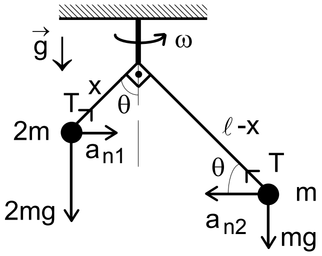
$$T_1\sin\theta+T_2\sin\theta=m_2\omega^2r_2;\ r_2=\ell\sin\theta$$

$$2T_2\cos\theta=m_1g$$

yazabiliriz. Buradan

$$\cos\theta=\frac{(m_1+m_2)g}{m_2\omega^2\ell};\ \omega=\sqrt{\frac{2\sqrt{3}(m_1+m_2)g}{3m_2\ell}}$$

olarak bulunur.




**2.** Halka $\omega$ açısal hızıyla döndürülürse kütlesi 2m olan noktasal cisme bağlı olan ip dikeyle $\theta$ açısı yapmaktadır. Bu durumda

$$T\cos\theta=2mg;\ T\sin\theta=2m\omega^2r_1;\ r_1=x\sin\theta$$

yazabiliriz. Kütlesi m olan noktasal cisme bağlı olan ip dikeyle 90°-$\theta$ açısı yapmaktadır. Bu durumda

$$T\sin\theta=mg;\ T\cos\theta=m\omega^2r_2;\ r_2=(\ell-x)\cos\theta$$

yazabiliriz. Her cismin birinci denklemlerinden

$$\tan\theta=\frac{1}{2};\ \sin\theta=\frac{\tan\theta}{\sqrt{1+\tan^2\theta}}=\frac{\sqrt{5}}{5};\ \cos\theta=\frac{1}{\sqrt{1+\tan^2\theta}}=\frac{2\sqrt{5}}{5}$$

ikinci denklemlerden ise $x=\frac{\ell}{3}$ olarak bulunur. Buradan

$$2m\omega^2\frac{\ell}{3}\frac{\sqrt{5}}{5}=mg;\ \omega=\sqrt{\frac{3\sqrt{5}\,g}{2\ell}}$$

olarak bulunur.

**3.** a) Momentum korunumu yasasından

$$m_0v_0=(m_0+\mu t)v;$$

t zaman sonra vagonun hızı

$$v=\frac{m_0v_0}{m_0+\mu t}$$

vagonun aldığı yol

$$\ell=\int_0^t v\,dt=\int_0^t\frac{m_0v_0\,dt}{m_0+\mu t}=\frac{m_0v_0}{\mu}\ln\frac{m_0+\mu t}{m_0}$$

bunun için gereken zaman ve son hızı

$$t=\frac{m_0}{\mu}\left(e^{\frac{\mu\ell}{m_0v_0}}-1\right);\ v=\frac{m_0v_0}{m_0+\mu t}=v_0\,e^{-\frac{\mu\ell}{m_0v_0}}$$

olarak bulunur.

b) t zaman sonra vagona $\mu t$ kadar kütle düştüğünü, vagonun toplam kütlesinin $m_0+\mu t$, hızının da v olduğunu kabul edelim. Küçük dt zamanda $\mu dt$ kadar kütle vagona düşmektedir. Momentum korunum yasasından

$$(m_0+\mu t)v+\mu dt v_0=[m_0+\mu(t+dt)](v+dv)$$

şeklinde yazılabilir. Buradan

$$(m_0+\mu t)v+\mu dt v_0=(m_0+\mu t)v+(m_0+\mu t)dv+\mu v dt+\mu dv dt$$

$$(m_0+\mu t)dv=\mu(v_0-v)dt;\quad \frac{dv}{(v_0-v)}=\frac{\mu dt}{m_0+\mu t}$$

olarak yazılabilir. Burada $\mu dv dt$ terimi ihmal ediyoruz. İntegrasyon sonucu vagonun hızı ve ivmesi

$$\int_0^v \frac{dv}{v_0-v}=\int_0^t \frac{\mu dt}{m_0+\mu t};\quad -\ln\frac{v_0-v}{v_0}=\ln\frac{m_0+\mu t}{m_0}$$

$$v=v_0\left(1-\frac{m_0}{m_0+\mu t}\right);\quad a=\frac{dv}{dt}=\frac{m_0 v_0 \mu}{(m_0+\mu t)^2}$$

olarak bulunur.

**4.** İki özdeş cismin ulaştıkları ortak sıcaklık

$$T_0=\frac{T_1+T_2}{2}$$

verdikleri veya aldıkları elementer ısı

$$dQ=CdT$$

sıcak cisimden soğuk cisme verilen ya da alınan ısı

$$Q=C(T_1-T_0)=C(T_0-T_2);\quad C=\frac{2Q}{T_1-T_2}$$

entropi değişimi

$$\Delta\Sigma=\int_{T_1}^{T_0}\frac{dQ}{T}+\int_{T_2}^{T_0}\frac{dQ}{T}=\int_{T_1}^{T_0}\frac{CdT}{T}+\int_{T_2}^{T_0}\frac{CdT}{T}=2C\left(\ln\frac{T_0}{T_1}+\ln\frac{T_0}{T_2}\right)==\frac{2Q}{T_1-T_2}\ln\frac{(T_1+T_2)^2}{4T_1T_2}$$

olarak bulunur.

**5.** a) Bir kapalı prosesin verimi

$$\eta=\frac{Q_1-Q_2}{Q_1}=\frac{A}{Q_1}$$

olarak tanımlanır. Burada $Q_1$ ısıtıcıdan sisteme verilen ısı, $Q_2$ ise sistemden soğutucuya verilen ısı miktarı, A ise sistemin yaptığı iştir. Verilen noktalardaki gaz denklemlerini yazalım.

$$P_1V_1=P_0V_0=RT_1;\quad T_1=T_0=\frac{P_0V_0}{R}$$

$$P_2V_2=4P_0V_0=RT_2;\quad T_2=\frac{4P_0V_0}{R}=4T_0$$

2-3 noktaları arasındaki proses izotermal prosestir.

$$P_2V_2=P_3 2V_0\ ;\ P_3=2P_0\ ;\ T_2=T_3=4T_0$$

Basıncın hacme bağlı ifadesi

$$P=\frac{4P_0V_0}{V}$$

olarak bulunur. 1-2 proseste verilen ısı

$$Q_{12}=\Delta U_{12}=c_V\,(T_2-T_1)=\frac{3R}{2}(4T_0-T_0)=\frac{9RT_0}{2}=\frac{9P_0V_0}{2}$$

2-3 proseste verilen ısı

$$Q_{23}=A_{23}=\int_{V_2}^{V_3}PdV=\int_{V_0}^{2V_0}\frac{4P_0V_0dV}{V}=4P_0V_0\ln\frac{2V_0}{V_0}=4P_0V_0\ln 2$$

sisteme verilen tüm ısı

$$Q_1=Q_{12}+Q_{23}=\frac{9P_0V_0}{2}+4P_0V_0\ln 2$$

3-1 proseste sistemden alınan ısı

$$Q_{31}=\Delta U_{31}+A_{31}=c_V\,(T_3-T_1)+\frac{(P_0+2P_0)(2V_0-V_0)}{2}=\frac{3R}{2}(4T_0-T_0)+\frac{3P_0V_0}{2}=$$

$$=\frac{9RT_0}{2}+\frac{3P_0V_0}{2}=\frac{9P_0V_0}{2}+\frac{3P_0V_0}{2}=6P_0V_0$$

prosesin verimi

$$\eta=\frac{Q_1-Q_2}{Q_1}=\frac{\frac{9P_0V_0}{2}+4P_0V_0\ln 2-6P_0V_0}{\frac{9P_0V_0}{2}+4P_0V_0\ln 2}=\frac{8\ln 2-3}{8\ln 2+9}\approx\%17{,}5$$

olarak bulunur.

b) Adyabatik prosesler için

$$dQ=dA+dU=PdV+c_VdT=0$$

yazabiliriz.

$$PV=RT;\ R=c_P-c_V$$

denklemlerini kullanarak

$$\frac{RTdV}{V}+c_VdT=0;\ \frac{(c_P-c_V)dV}{V}+\frac{c_VdT}{T}=0;\ \frac{(\gamma-1)dV}{V}+\frac{dT}{T}=0;\ \gamma=\frac{c_P}{c_V}$$

İntegrasyon sonucu

$$TV^{\gamma-1}=\text{sabit};\ PV^{\gamma}=\text{sabit};\ TP^{\frac{1-\gamma}{\gamma}}=\text{sabit}$$

olarak bulunur. Herhangi bir proses için

$$dQ=cdT=dA+dU=PdV+c_VdT$$

yazabiliriz. Bu denklemi yukarıda yazılanlara benzetebiliriz. Buradan

$$\frac{RTdV}{V}+(c_V-c)dT=0;\ \frac{(c_P-c_V)dV}{V}+\frac{(c_V-c)dT}{T}=0;\ \frac{(c_V-c)dV}{(c_P-c_V)V}+\frac{dT}{T}=0$$

$$n-1=\frac{(c_V-c)}{(c_P-c_V)};\ c=c_V-\frac{c_P-c_V}{n-1}=c_V-\frac{R}{n-1}$$

olduğunu yazarsak

$$\frac{(n-1)dV}{V}+\frac{dT}{T}=0$$

elde ederiz. İntegrasyon sonucu

$$TV^{n-1}=\text{sabit};\ PV^{n}=\text{sabit};\ TP^{\frac{1-n}{n}}=\text{sabit}$$

olarak bulunur. Bu tip prosesler politrop prosesler olarak bilinmektedir. 3-1 proses için

$$\frac{P}{V}=\frac{P_0}{V_0};\ P.V^{-1}=\frac{P_0}{V_0}=\text{sabit}$$

yazabiliriz. Bu ifadeyi politrop ifadesi ile karşılaştırabiliriz.

$$P.V^{n}=\text{sabit}$$

Buradan n= -1 olarak bulunur. Bu prosesteki ısı kapasitesi

$$c=c_V-\frac{R}{n-1}=\frac{3R}{2}-\frac{R}{-1-1}=2R$$

olarak bulunur. Ya da başka bir yoldan da yapabiliriz. Isı kapasitesi

$$C=\frac{dQ}{dT}=\frac{dU+PdV}{dT}$$

olarak verilir. Gaz denklemini türevlersek

$$PV=nRT$$

$$dP.V+P.dV=nRdT$$

yazabiliriz. 3-1 proses için

$$\frac{P}{V}=\frac{P_0}{V_0};\ P=\frac{P_0V}{V_0};\ dP=\frac{P_0dV}{V_0}$$

yazabiliriz. Buradan

$$2\frac{P_0VdV}{V_0}=nRdT;\ PdV=\frac{nRdT}{2}$$

olarak yazılabilir. Isı kapasitesi

$$C=\frac{c_VdT+PdV}{dT}=\frac{\frac{3RdT}{2}+\frac{RdT}{2}}{dT}=2R$$

olarak bulunur.

c) 1-2 proseste entropi değişimi

$$\Delta\Sigma_{12}=\int\frac{\delta Q}{T}=\int_{T_1}^{T_2}\frac{C_V dT}{T}=\frac{3R}{2}\ln\frac{T_2}{T_1}=\frac{3R}{2}\ln 4=3R\ln 2$$

2-3 proseste entropi değişimi

$$\Delta\Sigma_{23}=\int\frac{\delta Q}{T}=\int_{T_2}^{T_3}\frac{PdV}{T}=\int_{V_2}^{V_3}\frac{RdV}{V}=R\ln\frac{V_3}{V_2}=R\ln 2$$

3-1 proseste entropi değişimi

$$\Delta\Sigma_{31}=\int\frac{\delta Q}{T}=\int_{T_3}^{T_1}\frac{C_V dT}{T}+\int_{T_3}^{T_1}\frac{PdV}{T}=\int_{T_3}^{T_1}\frac{C_V dT}{T}+\int_{V_3}^{V_1}\frac{RdV}{V}=\frac{3R}{2}\ln\frac{T_1}{T_3}+R\ln\frac{V_1}{V_3}=$$

$$=-3R\ln 2-R\ln 2=-4R\ln 2$$

olarak bulunur. Toplam entropi değişimi

$$\Delta\Sigma_{1231}=\Delta\Sigma_{12}+\Delta\Sigma_{23}+\Delta\Sigma_{31}=0$$

olarak bulunur.

**6.** İletken kürenin üzerindeki potansiyel ve uzaklıkta iletken kürenin oluşturduğu elektrik alan için

$$U=\frac{q}{4\pi\varepsilon_0 R_2};\ E=\frac{q}{4\pi\varepsilon\varepsilon_0 r^2}=\frac{UR_2}{r^2}$$

yazabiliriz. Bu elektrik alanın etkisi ile dielektrik kürede dipol oluşur. Oluşan dipol momenti

$$p=\varepsilon_0\alpha E=\varepsilon_0(\varepsilon-1)E=\frac{\varepsilon_0(\varepsilon-1)UR_2}{\varepsilon r^2}$$

küredeki toplam dipol momenti

$$p_d=pV=\frac{\varepsilon_0(\varepsilon-1)UR_2}{\varepsilon r^2}\frac{4\pi R_1^3}{3}$$

olur. Dielektrik kürenin oluşturduğu elektrik alan

$$E_d=\frac{2p_d}{4\pi\varepsilon_0 r^3}=\frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{2\varepsilon_0(\varepsilon-1)UR_2}{\varepsilon r^5}\frac{4\pi R_1^3}{3}$$

etki eden kuvvet

$$F=qE_d=\frac{2\varepsilon_0(\varepsilon-1)U^2R_2^2}{\varepsilon r^5}\frac{4\pi R_1^3}{3}$$

olarak bulunur.

**7.** Dönme esnasında halkadan geçen manyetik akı

$$\Phi_B=\vec{B}.\vec{S}=B\pi r^2\cos\omega t$$

halkada indükte edilmiş e.m.k. ve akan akım

$$\varepsilon=-\frac{d\Phi_B}{dt}=B\pi r^2\omega\sin\omega t;\ I=\frac{\varepsilon}{R}=\frac{B\pi r^2\omega\sin\omega t}{\frac{1}{\sigma}\frac{2\pi r}{S}}=\frac{Br\omega\sigma S\sin\omega t}{2}$$

olarak yazılabilir. Burada S halkanın yapıldığı telin kesitidir. Açığa çıkan ısı gücünün ortalama değeri

$$P=I^2R=\frac{B^2\pi r^3\sigma\omega^2 S}{4};\ <\sin^2\omega t>=\frac{1}{2}$$

Halkanın kinetik enerji değişimi

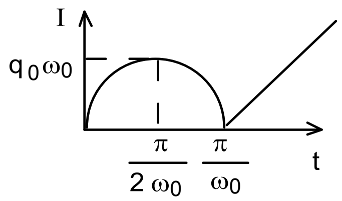
$$dK=\frac{d}{dt}\left(\frac{J\omega^2}{2}\right)=J\omega\frac{d\omega}{dt}=-P;\ J=\frac{mr^2}{2};\ m=\rho 2\pi rS;\ \frac{2\rho\pi r^3 S\omega}{2}\frac{d\omega}{dt}=-\frac{B^2\pi r^2\omega^2 S}{4\rho}$$

olarak yazılabilir. Buradan

$$\frac{d\omega}{\omega}=-\frac{B^2\sigma dt}{4\rho};\ \int_{\omega_0}^{\omega}\frac{d\omega}{\omega}=-\int_0^t\frac{B^2\sigma dt}{4\rho};\ \ln\frac{\omega}{\omega_0}=-\frac{B^2\sigma t}{4\rho};\ \omega=\omega_0 e^{-\frac{B^2\sigma t}{4\rho}}$$

$$\omega=0{,}5\omega_0 \text{ için } t=\frac{4\rho\ln 2}{B^2\sigma}$$

olarak bulunur.




**8.** K anahtarının t=0 anında kapatılması ile oluşan devre için ikinci Kirshhoff yasasını yazabiliriz.

$$\varepsilon - L\frac{dI}{dt} = \frac{q}{C};\ \frac{d^2q}{dt^2} + \frac{1}{LC}q = \frac{\varepsilon}{L};\ \omega_0{}^2 = \frac{1}{LC}$$

Bu denklemin çözümü

$$q(t)=q_1(t)+q_2(t)$$

olarak yazılabilir. Burada $q_1(t)$ homojen denklemin çözümü, $q_2(t)$ ise homojen olmayan denklemin çözümüdür. Bu çözümler

$$q_1(t)=q_{01}\sin\omega_0 t+q_{02}\cos\omega_0 t;\ q_2(t)=q_{03}$$

şeklinde aranabilir. Buradan

$$q_{03}=\frac{\varepsilon}{\omega_0{}^2 L}=C\varepsilon$$

olarak bulunur. Tam çözüm

$$q(t)=q_{01}\sin\omega_0 t+q_{02}\cos\omega_0 t+C\varepsilon$$

şeklinde yazılabilir. Akan akım

$$I=\dot{q}=q_{01}\omega_0\cos\omega_0 t-q_{02}\omega_0\sin\omega_0 t$$

olur. İlk anda q(0)=0 ve I(0)=0 olur. Buradan

$$0=q_{02}+C\varepsilon;\ q_{02}=-C\varepsilon$$
$$0=q_{01}\omega_0;\ q_{01}=0$$

ve çözüm

$$q(t)=C\varepsilon(1-\cos\omega_0 t)$$

olarak bulunur. Maksimum yük

$$q_{mak}=2C\varepsilon$$

olur. Bundan sonra kondansatör iptal olduğu için

$$\varepsilon - L\frac{dI}{dt}=0;\ I=\frac{\varepsilon t}{L}$$

akım doğrusal olarak artar.

**9.** a) Sistemin odak uzaklığını bulabilmek için $a=\infty$, $n_h=1$ kabul edebiliriz. Birinci kırılma yüzeyi için

$$\frac{1}{a}+\frac{n_1}{b_1}=\frac{n_1-1}{R_1};\ \frac{1}{\infty}+\frac{n_1}{b_1}=\frac{n_1-1}{R_1};\ \frac{n_1}{b_1}=\frac{n_1-1}{R_1}$$

yazabiliriz. İnce kenarlı mercek çok ince olduğu için ikinci kırılma yüzeyine olan uzaklık

$$a_2=-b_1$$

olur. İkinci kırılma yüzeyi için

$$\frac{n_1}{a_2}+\frac{n_2}{b_2}=\frac{n_2-n_1}{-R_2};\ -\frac{n_1}{b_1}+\frac{n_2}{b_2}=-\frac{n_2-n_1}{R_2}$$

yazabiliriz. İki denklemi taraf tarafa toplarsak

$$\frac{n_2}{b_2}=\frac{n_1-1}{R_1}-\frac{n_2-n_1}{R_2}$$

denklemini elde ederiz. Kalın kenarlı mercek çok ince olduğu için üçüncü kırılma yüzeyine olan uzaklık

$$a_3=-b_2$$

olarak bulunur. Üçüncü kırılma yüzeyi düzlem olduğu için

$$\frac{n_2}{a_3}+\frac{1}{b_3}=0;\ -\frac{n_2}{b_2}+\frac{1}{f}=0$$

yazabiliriz. Buradan sistemin odak uzaklığı

$$\frac{1}{f}=\frac{n_1-1}{R_1}-\frac{n_2-n_1}{R_2}$$

olarak bulunur. Kırılma indisleri

$$n_1=A_1+\frac{B_1}{\lambda^2};\ n_2=A_2+\frac{B_2}{\lambda^2}$$

şeklinde yazılabilir. Buradan sistemin odak uzaklığı

$$\frac{1}{f}=\left(A_1+\frac{B_1}{\lambda^2}\right)\frac{1}{R_1}-\frac{1}{R_1}-\left(A_2+\frac{B_2}{\lambda^2}\right)\frac{1}{R_2}+\left(A_1+\frac{B_1}{\lambda^2}\right)\frac{1}{R_2}$$

şeklinde yazılabilir. Bu mercek sisteminin akromatik (kusursuz renklenme) olması için

$$\frac{d}{d\lambda}\frac{1}{f}=0$$

olmalıdır. Buradan

$$-\frac{2B_1}{\lambda^3 R_1}+\frac{2B_2}{\lambda^3 R_2}-\frac{2B_1}{\lambda^3 R_2}=0;\quad \frac{B_1}{B_2}=\frac{R_1}{R_1+R_2}$$

olarak bulunur.

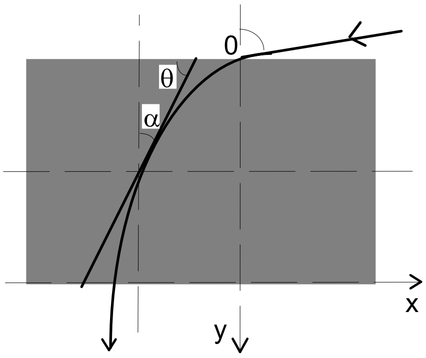
b) $|R_1|=|R_2|$ durumunda bu mercek çiftinin ıraksak davranması için

$$\frac{n_1-1}{R}-\frac{n_2-n_1}{R}<0$$

olmalıdır. Buradan gerekli koşul

$$2n_1-1<n_2$$

olarak bulunur.




**10.** Işının çizdiği yörünge parabol olduğu için parabol denklemi

$$x=py^2;\ y=\sqrt{\frac{x}{p}}$$

olarak yazılabilir. Bir noktadan geçirilen teğetin eğim açısı

$$\tan\theta=\frac{dx}{dy}=2py=2\sqrt{px}$$

Kırılma yasasından

$$n_0\sin 90°=n(x)\sin\alpha;\ \alpha=90°-\theta;\ \sin\alpha=\cos\theta$$

$$n(x)=\frac{n_0}{\cos\theta};\ \cos\theta=\frac{1}{\sqrt{1+\tan^2\theta}}=\frac{1}{\sqrt{1+4px}}$$

olarak yazılabilir. Buradan aradığımız bağıntı

$$n(x)=n_0\sqrt{1+4px}$$

olarak bulunur.