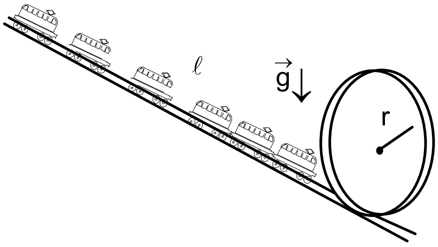
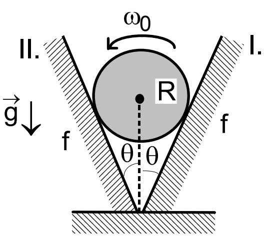
EYLÜL KAMPI SINAVI-1992



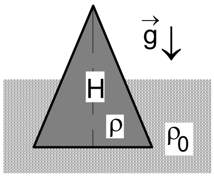
1. Yatay raylar üzerinde belli bir hızla oyuncak bir tren hareket etmektedir. Raylar düşey düzlemde bulunan r yarıçaplı bir çember çizdikten sonra yine yatay düzlem üzerinde devam etmektedirler. Oyuncak trenin uzunluğu $\ell>2\pi r$, yerçekimi ivmesi g olarak veriliyor. Trenin çemberden geçebilmesi için yatay düzlem üzerinde nasıl bir hız ile hareket etmesi gerekir?



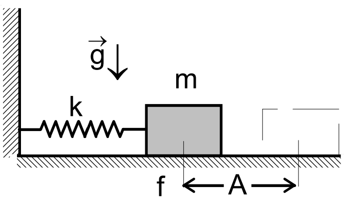
2. Yatay düzlem üzerinde yatay düzlemle eşit açılar yapan iki düzlem bulunuyor. İki düzlem arasındaki açı 2θ, yerçekimi ivmesi g olarak veriliyor. İki düzlem arasına ω_0 açısal hızıyla dönen, yarıçapı R ve kütlesi m olan bir disk yerleştiriliyor. Disk ile iki düzlem arasındaki sürtünme katsayısı f dir.

a) Sisteme etki eden sürtünme kuvvetler nelerdir?
b) Disk ne kadar zaman sonra durur?
c) Disk duruncaya kadar kaç devir yapar?
e) Birinci yüzeyde açığa çıkan Q_1, ikinci yüzeyde açığa çıkan ısı Q_2 ise aralarındaki oran nedir?

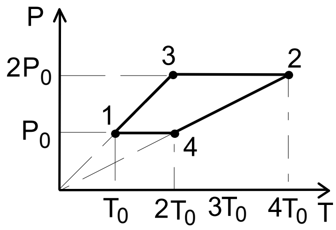
Not: Yerçekimi ivmesi g olarak veriliyor.



3. Yüksekliği H olan homojen bir koni yoğunluğu ρ olan maddeden yapılmış olup yoğunluğu $\rho_0>\rho$ olan bir sıvı içinde bulunmaktadır. Koninin denge durumunda bulunduğu derinliği ve koninin bu denge durumu etrafında yapacağı küçük titreşimlerin titreşim periyodunu bulunuz. Yerçekimi ivmesi g olarak veriliyor.



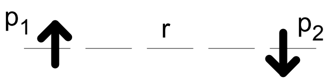
4. Kütlesi m olan bir cisim yatay ve sürtünmeli bir düzlem üzerinde bulunmaktadır. Cisim ile düzlem arasındaki sürtünme katsayısı f dir. Cisim bir tarafından yatay durumda bulunan ve yay sabiti k olan yaya tutturulmuştur. Yayın diğer ucu ise dikey duvara sabitlenmiştir. Cisim denge durumundan A kadar uzaklığa çekilip bırakılıyor. Cisim tamamen duruncaya kadar kaç tane titreşim yapacaktır? Yerçekimi ivmesi g olarak veriliyor.



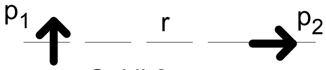
5. Tek atomlu bir mol ideal bir gazı P-T diyagramında 1. (P_0,T_0) durumdan 2. $(2P_0,4T_0)$ duruma geçirmek için iki farklı yol izlenebilir. 1-3-2 yolu izlendiğinde sisteme verilmesi gereken ısı Q_{11}, diğer 1-4-2 yolu izlendiğinde sisteme verilmesi gereken ısı Q_{12}, ise $\dfrac{Q_{11}}{Q_{12}}$ oranı nedir?

Birinci prosesin verimi η_1, ikinci prosesin verimi η_2 ise $\dfrac{\eta_1}{\eta_2}$ oranı nedir?

6. Basıncı sabit P_0=760 mm Hg ve bağıl nem oranı %80 bir ortamda kapalı bir silindirden pompa ile sürekli hava boşaltılmaktadır. Bu işlem sonucunda silindirin içinde P=0,001 mm Hg sabit basınç elde ediliyor. Sistemin bulunduğu sıcaklıktaki doymuş buhar basıncı P_{bd}=17,5 mm Hg dir. Silindir içinde bulunan su buharının kısmi basıncı nedir? Havanın molar kütlesi μ_h=28,8 gr/mol, suyun molar kütlesi μ_s=18 gr/mol olarak veriliyor.

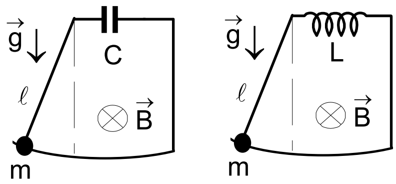


Şekil 1

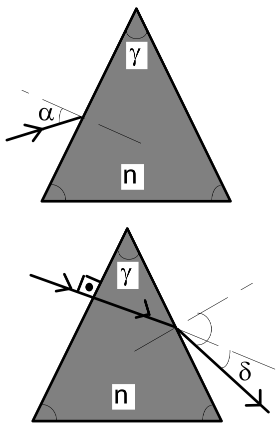


Şekil 2

7. Dipol momentleri p_1 ve p_2 olan iki dipol birbirinden r uzaklıkta olup, konumları Şekil 1. ve Şekil 2. deki gibidir. Dipoller arasında etki eden kuvveti ve etkileşme potansiyelini bulunuz.

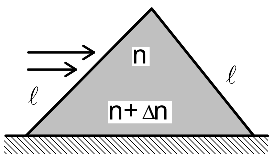


8. ℓ uzunluğunda, yatay eksen etrafında serbestçe dönebilen ağırlıksız bir çubuğun ucunda bulunan m kütleli metal bir bilye ℓ yarıçaplı dairesel bir tel üzerinde hareket edebilmektedir. Çubuk yatay homojen B manyetik alanı içinde bulunmaktadır. Devre C kapasitansı veya L indüktansı ile tamamlanabilir. Her devre için çubuğun yapacağı küçük titreşimlerin titreşim periyodunu bulunuz. Manyetik alanın yönü değişirse cevap nasıl değişir? Yerçekimi ivmesi g olarak veriliyor.



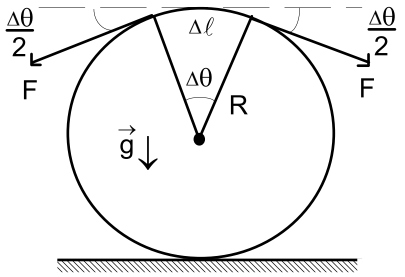
9. a) Camdan yapılmış, tepe açısı γ olan ikizkenar prizmanın bir yüzeyine, prizmanın normali ile α açısı yapacak şekilde bir ışın düşüyor. Camın kırıcılık indisi n olarak veriliyor. Işın prizmanın karşı yüzeyinden giriş doğrultusu ile δ açısı yapacak şekilde dışarı çıkmaktadır. δ açısı nedir? γ küçük açı ise δ nedir? Minimum sapma için şart nedir?

b) Camdan yapılmış, tepe açısı γ olan ikizkenar prizmanın bir yüzeyine dik olacak şekilde bir ışın düşmektedir. Işın prizmanın diğer yüzeyinden giriş doğrusu ile δ açısı yapacak şekilde çıkmaktadır. Camın kırıcılık indisi n ise prizmanın tepe açısı γ nedir?



10. Kenarları ℓ ikizkenar dik bir prizmanın tabanına paralel olarak iki farklı dalga boyundan oluşan bir ışık demeti düşmektedir. Prizmanın tabanı aynı zamanda tamamen yansıtıcı bir yüzeydir. Her ışık için prizmanın kırıcılık indisi n ve n+Δn (Δn <<n) olarak veriliyor. Prizmadan kırılıp çıkan iki ışın arasındaki uzaklığı bulunuz.

EYLÜL KAMPI SINAVI- 1992 SORULARIN ÇÖZÜMLERİ



1. Yatay raylar üzerinde trenin hızı v_0 olsun. Tren, düşey düzlemdeki R yarıçaplı çemberi tamamen sardıktan sonra hızı v oluyor ve oyuncak tren düşey çemberi terk etmeye başlayana kadar değişmiyor. Bu durumda enerji korunumu yasası

$$\frac{mv_0^2}{2}=\frac{mv^2}{2}+\frac{m2\pi R}{\ell}gR$$

şeklinde yazılabilir. Burada $m'=\frac{m2\pi R}{\ell}$ çember üzerindeki trenin kütlesidir. Newton yasaları sadece küçük noktasal cisimler için geçerli olduğundan dolayı en yüksek noktada küçük $\Delta\ell=R\Delta\theta$ uzunluğunda bir parça almalıyız. Bu parçaya etki eden kuvvetler ağırlık kuvveti ve gerilme kuvvetinin normal bileşenleridir.

$$\Delta mg+2F\sin\frac{\Delta\theta}{2}\approx\Delta mg+F\Delta\theta=\frac{\Delta mv^2}{R}\ ;\ \Delta m=\frac{mR\Delta\theta}{\ell}$$

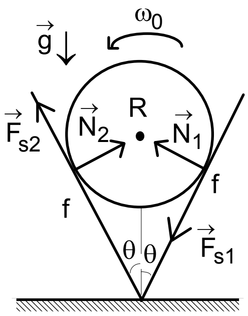
Trenin vagonlarını en üst noktaya kadar çıkaran kuvvet gerilme kuvvetidir. Bu gerilme kuvveti Δx uzunluktaki kütle çemberin en alt noktasından alıp en yüksek noktasına kadar çıkarmaktadır. Bu kuvvetin yaptığı iş için

$$F\Delta x=\frac{m\Delta x}{\ell}g2R$$

yazabiliriz. Bu denklemlerden ilk hız

$$v_0=\sqrt{gR\left(3+\frac{4\pi R}{\ell}\right)}$$

olarak bulunur. Gerilme kuvvetinin yaptığı iş hesaplanırken treni oluşturan diferansiyel parçacıkların katkıları toplanır. Çünkü küçük bir Δx uzunluktaki kütleyi en alt noktadan en üst noktaya kadar götürmek için yapılması gereken iş bulunmaktadır.



2. a) Disk olduğu yerde döndüğü için

$$\vec{G}+\vec{F}_{s1}+\vec{F}_{s2}+\vec{N}_1+\vec{N}_2=0$$

olmalıdır. Bu denklemi bileşenlere ayırabiliriz.

$$F_{s1}\sin\theta+N_1\cos\theta-N_2\cos\theta+F_{s2}\sin\theta=0;\ F_{s1}=fN_1;\ F_{s2}=fN_2$$
$$mg-N_1\sin\theta+F_{s1}\cos\theta-N_2\sin\theta-F_{s2}\cos\theta=0$$

Bu denklemelerden tepki ve sürtünme kuvvetleri

$$N_1=\frac{mg\ \ (1+f\mathrm{tg}\theta\ )}{2\ \ (1+f^2\ )\ \sin\theta};\ N_2=\frac{mg\ \ (1-f\mathrm{tg}\theta\ )}{2\ \ (1+f^2\ )\ \sin\theta}$$

$$F_{s1}=\frac{fmg(1+f\mathrm{tg}\theta)}{2(1+f^2)\sin\theta};\ F_{s2}=\frac{fmg(1-f\mathrm{tg}\theta)}{2(1+f^2)\sin\theta}$$

olarak bulunur.

b) Silindire etki eden moment ifadesinden açısal ivme

$$M=F_{s1}R+F_{s2}R=J\alpha;\ J=\frac{mR^2}{2}\ ;\ \alpha=\frac{2fg}{R(1+f^2)\sin\theta}$$

olarak bulunur. Diskin durma süresi

$$t=\frac{\omega_0}{\alpha}=\frac{R\omega_0(1+f^2)\sin\theta}{2fg}$$

olarak bulunur.

c) Diskin yaptığı devir sayısı

$$N=\frac{\varphi}{2\pi}=\frac{\omega_0^2}{4\pi\alpha}=\frac{R\omega_0^2(1+f^2)\sin\theta}{8\pi fg}$$

olarak bulunur.

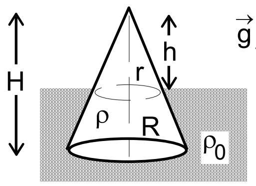
d) Disk ile prizma arasındaki sürtünme sonucu açığa çıkan toplam ısı

$$Q=\frac{J\omega_0^2}{2}=\frac{mr^2\omega_0^2}{4}=Q_1+Q_2$$

olur. Burada Q_1 I. yüzeyde, Q_2 ise II. yüzeyde açığa çıkan ısıdır. Yüzeylerde çıkan ısıların oranı

$$\frac{Q_1}{Q_2}=\frac{F_{s1}}{F_{s2}}=\frac{N_1}{N_2}=\frac{1+f\mathrm{tg}\theta}{1-f\mathrm{tg}\theta}$$

olarak bulunur.



3. Denge durumunda

$$G=F_A;\ \rho gV=\rho_0 gV_b$$

yazabiliriz. Burada V_b sıvı içinde batan kısmın hacmidir. Üçgen benzerliğinden

$$\frac{r}{R}=\frac{h}{H};\ r=\frac{hR}{H}$$

yazabiliriz. Denge şartından

$$\rho\frac{\pi R^2H}{3}=\rho_0\left(\frac{\pi R^2H}{3}-\frac{\pi r^2h}{3}\right)=\rho_0\frac{\pi R^2(H^3-h^3)}{3H^2};\ H\text{-}h=H\left(1-\sqrt[3]{\frac{\rho_0-\rho}{\rho_0}}\right)$$

olarak bulunur. Koni denge durumundan çıkarılırsa etki eden kuvvet

$$ma=\rho g\frac{\pi R^2H}{3}-\rho_0 g\frac{\pi R^2[H^3-(h+x)^3]}{3H^2};\ \rho\frac{\pi R^2H}{3}a=-\frac{3\rho_0 g\pi R^2h^2x}{3H^2}$$

$$a+\frac{3\rho_0 gh^2x}{\rho H^3}=0;\ \ddot{x}+\frac{3\rho_0 g}{\rho H}\sqrt[3]{\left(\frac{\rho_0-\rho}{\rho_0}\right)^2}x=0;\ T=2\pi\sqrt{\frac{\rho H}{3\rho_0 g}}\sqrt[3]{\left(\frac{\rho_0}{\rho_0-\rho}\right)^2}$$

olarak bulunur.

4. Sürtünme kuvveti fmg olup sabittir. Enerji korunumu yasasından F=fmg ise A= -ΔΠ olur.

$$-F(A+A_1)=-\left(\frac{kA_1^2}{2}-\frac{kA^2}{2}\right)=\frac{k(A-A_1)(A+A_1)}{2};\ A\text{-}A_1=\frac{2F}{k}$$

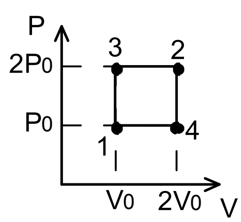
$$-F(A_1+A_2)=-\left(\frac{kA_2^2}{2}-\frac{kA_1^2}{2}\right)=-\frac{k(A_2-A_1)(A_2+A_1)}{2};\ A_1\text{-}A_2=\frac{2F}{k}$$

$$-F(A_2+A_3)=-\left(\frac{kA_3^2}{2}-\frac{kA_2^2}{2}\right)=-\frac{k(A_3-A_2)(A_3+A_2)}{2};\ A_2\text{-}A_3=\frac{2F}{k}$$

olarak yazılabilir. Bu işleme devam edersek ve taraf tarafa toplarsak

$$A\text{-}A_n=\frac{2nF}{k}$$

olarak bulunur. $n\to\infty$ durumunda $A_n=\frac{fmg}{k}$ olarak kabul edilebilir. Buradan $n=\frac{kA-fmg}{2fmg}$ olarak bulunur.



5. Her durum için hacimleri bulalım.

$$V_1=\frac{RT_0}{P_0}=V_0;\ V_2=\frac{R2T_0}{2P_0}=V_0;\ V_3=\frac{R4T_0}{2P_0}=2V_0;\ V_4=\frac{R2T_0}{P_0}=2V_0$$

Proses P-V diyagramında temsil edilebilir. Yapılan iş

$$A=(2P_0-P_0)(2V_0-V_0)=P_0V_0=RT_0$$

1-3-2-4-1 proseste verilen ısı

$$Q_{11}=\Delta U_{12}+A_{32}=c_V(T_3-T_1)+c_P(T_2-T_3)=\frac{3R}{2}(2T_0-T_0)+\frac{5R}{2}(4T_0-2T_0)=\frac{13RT_0}{2}=\frac{13P_0V_0}{2}$$

kapalı prosesin verimi η_1

$$\eta_1=\frac{A}{Q_{11}}=\frac{2}{13}$$

olarak bulunur. 1-4-2-3-1 proseste verilen ısı

$$Q_{12}=\Delta U_{142}+A_{41}=c_P(T_4-T_1)+c_V(T_2-T_4)=\frac{5R}{2}(2T_0-T_0)+\frac{3R}{2}(4T_0-2T_0)=7RT_0=11P_0V_0$$

kapalı prosesin verimi η_2

$$\eta_2=\frac{A}{Q_{12}}=\frac{2}{11}$$

olarak bulunur. Verilen ısıların oranları ve verimlerin oranı

$$\frac{Q_{11}}{Q_{12}}=\frac{13}{11};\ \frac{\eta_1}{\eta_2}=\frac{11}{13}$$

olarak bulunur.

6. Kapalı kabın dışındaki basınç

$$P_0=P_{0h}+P_{0b};\ P_{0b}=\varphi P_{bd}$$

olarak yazılabilir. Burada P_h havanın kısmi basıncı, P_b ise buharın kısmi basıncıdır. Kapta denge oluştuğu için birim zamanda pompanın çektiği molekül sayısı kabın içine giren molekül sayısına eşittir. Kabın içinden çekilen hava molekülü sayısı

$$\Delta N_h=\frac{1}{6}n_{0h}Sv_h\Delta t=\frac{1}{6}\frac{P_{0h}}{kT}S\sqrt{\frac{3RT}{\mu_h}}\Delta t\sim\frac{P_{0h}}{\sqrt{\mu_h}}$$

olarak yazılabilir. Kabın içinden çekilen su buharı molekül sayısı

$$\Delta N_b=\frac{1}{6}n_{0b}Sv_b\Delta t=\frac{1}{6}\frac{P_{0b}}{kT}S\sqrt{\frac{3RT}{\mu_b}}\Delta t\sim\frac{P_{0b}}{\sqrt{\mu_b}}\sim\frac{\varphi P_{bd}}{\sqrt{\mu_b}}$$

olarak yazılabilir. Kaptaki basınç için

$$P=P_h+P_b;\ P_h\sim\Delta N_h\sim\frac{P_{0h}}{\sqrt{\mu_h}};\ P_b\sim\Delta N_b\sim\frac{P_{0b}}{\sqrt{\mu_b}}\sim\frac{\varphi P_{bd}}{\sqrt{\mu_b}}$$

yazabiliriz. İki kısmi basıncın oranı

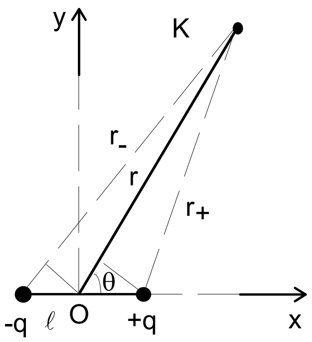
$$\frac{P_h}{P_b}=\frac{\varphi P_{bd}}{(P_0-\varphi P_{bd})}\sqrt{\frac{\mu_h}{\mu_b}};\ P_h=\frac{(P_0-\varphi P_{bd})P_b}{\varphi P_{bd}}\sqrt{\frac{\mu_b}{\mu_h}}$$

ve kaptaki basınç

$$P=P_b+\frac{\varphi(P_0-\varphi P_{bd})P_b}{\varphi P_{bd}}\sqrt{\frac{\mu_b}{\mu_h}}=\left(1+\frac{(P_0-\varphi P_{bd})}{\varphi P_{bd}}\sqrt{\frac{\mu_b}{\mu_h}}\right)P_b$$

$$P_b=\frac{P}{1+\dfrac{P_0-\varphi P_{bd}}{\varphi P_{bd}}\sqrt{\dfrac{\mu_b}{\mu_h}}}\approx\frac{\varphi P_{bd}P}{P_0}\sqrt{\frac{\mu_h}{\mu_b}}=23{,}3.10^{-6}\text{ mm Hg}=2{,}35\text{ Pa}$$

olarak bulunur.



7. Elektrik dipol birbirinden ℓ uzaklıkta bulunan +q ve -q noktasal yüklerden ibarettir. Elektrik dipolün merkezinin başlangıç noktası O olan bir koordinat sisteminde bulunduğunu farz edelim. Bu dipolden çok uzak bir K noktasında ($r>>\ell$) meydana gelen elektrik alanın bulunması için farklı yöntemler kullanılabilir. Bizim bu soruda izleyeceğimiz yol potansiyelin bulunması ve daha sonra x ve y yönündeki elektrik alan bileşenlerini bulmak olacaktır. O noktası ile K noktası arasındaki uzaklık r, bu iki noktayı birleştiren doğru ile x ekseni arasındaki açı θ, -q ile +q yüklerin K noktasına olan uzaklıklar r_- ve r_+ olarak veriliyor. Çözümde x küçük ise $(1\pm x)^n\approx1\pm nx$ ve $\dfrac{1}{1\pm x}=1\mp x$ yaklaşımı kullanılabilir. İlk olarak, elektrik dipolün K noktasındaki potansiyeli için

$$\varphi=\frac{q}{4\pi\varepsilon_0 r_+}-\frac{q}{4\pi\varepsilon_0 r_-}=\frac{q}{4\pi\varepsilon_0\left(r-\dfrac{\ell}{2}\cos\theta\right)}-\frac{q}{4\pi\varepsilon_0\left(r+\dfrac{\ell}{2}\cos\theta\right)}=$$

$$=\frac{q}{4\pi\varepsilon_0 r}\left(1+\frac{\ell}{2r}\cos\theta\right)-\frac{q}{4\pi\varepsilon_0 r}\left(1-\frac{\ell}{2r}\cos\theta\right)=\frac{q\ell\cos\theta}{4\pi\varepsilon_0 r^2}=\frac{p_E\cos\theta}{4\pi\varepsilon_0 r^2}$$

yazabiliriz. Elektrik alan hesaplanmasında

$$x=r\cos\theta;\ r=\sqrt{x^2+y^2}$$

kinematik bağıntısına ihtiyaç vardır. Potansiyeli

$$\varphi=\frac{p_E x}{4\pi\varepsilon_0 r^3}$$

şeklinde yazabiliriz. Kısmi türevlerde

$$\frac{\partial r}{\partial x}=\frac{\partial\sqrt{x^2+y^2}}{\partial x}=\frac{x}{r};\ \frac{\partial r}{\partial y}=\frac{\partial\sqrt{x^2+y^2}}{\partial y}=\frac{y}{r}$$

ifadelerine ihtiyaç vardır. Potansiyelden elektrik alana geçmek için türev almalıyız.

$$E_x= -\frac{\partial\varphi}{\partial x} = -\frac{\partial}{\partial x}\left(\frac{p_E x}{4\pi\,\varepsilon_0 r^3}\right) = -\frac{p_E}{4\pi\,\varepsilon_0\, r^3} + \frac{3p_E x^2}{4\pi\,\varepsilon_0\, r^5} = \frac{(3\cos^2\theta - 1)p_E}{4\pi\,\varepsilon_0\, r^3}$$

$$E_y= -\frac{\partial\varphi}{\partial y} = -\frac{\partial}{\partial y}\left(\frac{p_E x}{4\pi\,\varepsilon_0 r^3}\right) = \frac{3p_E xy}{4\pi\,\varepsilon_0\, r^5} = \frac{3\cos\theta\sin\theta p_E}{4\pi\,\varepsilon_0\, r^3}$$

Elektrik alanın büyüklüğü en genel durumda

$$E=\sqrt{E_x{}^2 + E_y{}^2} = \frac{p_E}{4\pi\,\varepsilon_0\, r^3}\sqrt{1+3\cos^2\theta}$$

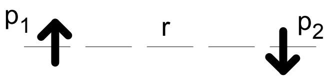
olarak bulunur. $\theta=0°$ için $\cos\theta=1$ ve dipolün eksen üzerindeki elektrik alanı $E_{\|}$, $\theta=90°$ için $\cos\theta=0$ ve dipolün eksene dik olan elektrik alanı $E_{\perp}$

$$E_{\|}=\frac{2p_E}{4\pi\,\varepsilon_0\, r^3}\ ;\ E_{\perp}=\frac{p_E}{4\pi\,\varepsilon_0\, r^3}$$

olarak yazılabilir. Dipolün elektrik alanındaki potansiyel enerjisi, dipole etki eden kuvvet ve dipole etki eden moment

$$\Pi= -\vec{p}_E.\vec{E} = -p_E E\cos\theta;\ F= -\frac{\partial\Pi}{\partial r} = p_E\frac{\partial E}{\partial r}\cos\theta;\ M= -\frac{\partial\Pi}{\partial\theta} = p_E E\sin\theta$$

olarak yazılabilir.



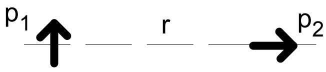
Verilen soruyu çözmek için her durumdaki potansiyel enerjiyi bulabiliriz. Her durumda dipollerden birinin diğer dipolün yarattığı elektrik alanda bulunduğunu kabul edebiliriz. Birinci durumda potansiyel enerji

$$\Pi= -\vec{p}_{E1}.\vec{E}_{d2} = -p_{E1}E_{d2}\cos180°=\frac{p_{E1}p_{E2}}{4\pi\,\varepsilon_0\, r^3}$$

olur. Dipoller arasında etki eden kuvvet

$$F= -\frac{\partial\Pi}{\partial r} = -\frac{3p_{E1}p_{E2}}{4\pi\,\varepsilon_0\, r^4}$$

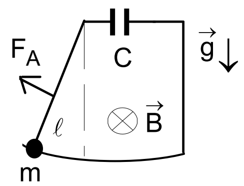
olarak bulunur.



İkinci durumda potansiyel enerji

$$\Pi= -\vec{p}_{E1}.\vec{E}_{d2} = -p_{E1}E_{d2}\cos90°=0$$

olur. Dipoller arasında etki eden kuvvet de sıfırdır.



8. Titreşim esnasında indükte edilmiş e.m.k. ve kondansatör üzerinde biriken yük

$$\varepsilon = -\frac{d\Phi}{dt} = -\frac{B\ell^2\dot{\theta}}{2};\ q=C|\varepsilon|=\frac{CB\ell^2\dot{\theta}}{2}$$

devrede akan akım ve çubuğa etki eden Amper kuvveti

$$I=\frac{dq}{dt} = \frac{CB\ell^2\ddot{\theta}}{2};\ F_A=IB\ell=\frac{CB^2\ell^3\ddot{\theta}}{2}$$

olur. Çubuk ağırlık ve Amper kuvvetlerinin oluşturduğu momentler ile hareket etmektedir. Çubuğun hareket denklemi

$$J\alpha=J\ddot{\theta} = -mg\ell\sin\theta - F_A\frac{\ell}{2} \approx -mg\ell\theta - \frac{CB^2\ell^4\ddot{\theta}}{4};\ J=m\ell^2$$

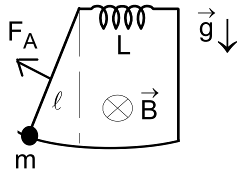
olarak yazılabilir. + çözüm manyetik alanın ilk verilen yönü için, - çözüm ise manyetik alanın ikinci, yani ters yönü için geçerlidir. Buradan

$$\left(m\ell^2 + \frac{CB^2\ell^4}{4}\right)\ddot{\theta} + mg\ell\theta=0$$

olarak yazılabilir. Çubuğun titreşim açısal frekansı ve titreşim periyodu

$$\Omega=\sqrt{\frac{4mg}{4m\ell + CB^2\ell^3}}\ ;\ T=2\pi\sqrt{\frac{4m\ell + CB^2\ell^3}{4mg}}$$

olarak bulunur.



İndüktans bağlandığında titreşim esnasında indükte edilmiş e.m.k. ve integasyon sonucu devrede akan akım

$$\varepsilon = -\frac{d\Phi}{dt} = -\frac{B\ell^2\dot{\theta}}{2} = -L\frac{dI}{dt}\;;\; I=\frac{B\ell^2\theta}{2L}$$

olarak yazabiliriz. Çubuğa etki eden Amper kuvveti

$$FA=IB\ell=\frac{B^2\ell^3\theta}{2L}$$

olur. Çubuk ağırlık ve Amper kuvvetlerinin oluşturduğu momentler ile hareket etmektedir. Çubuğun hareket denklemi

$$J\alpha=J\ddot{\theta} = -mg\ell\sin\theta-F_A\frac{\ell}{2} \approx -mg\ell\theta-\frac{B^2\ell^4\theta}{4L}\;;\; J=m\ell^2$$

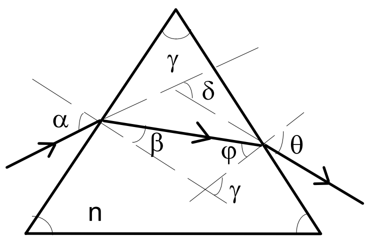
olarak yazılabilir. (+) çözüm manyetik alanın ilk verilen yön için, (-) çözüm ise manyetik alanın ikinci , yani ters yön için geçerlidir. Buradan

$$m\ell^2\ddot{\theta}+\frac{4mgL+B^2\ell^3}{4m\ell L}\theta=0$$

olarak yazılabilir. Çubuğun titreşim açısal frekansı ve titreşim periyodu

$$\Omega=\sqrt{\frac{4mgL+B^2\ell^3}{4m\ell L}}\;;\; T=2\pi\sqrt{\frac{4mL\ell}{4mgL+B^2\ell^3}}$$

olarak bulunur.



9. a) İlk kırılma yüzeyi için

$$\frac{\sin\alpha}{\sin\beta}=n$$

yazabiliriz. Şeklin geometrisinden

$$\gamma=\beta+\varphi$$
$$\delta=\alpha-\beta+\theta-\varphi=\alpha+\theta-\gamma$$

olarak yazılabilir. İkinci kırılma yüzeyi için

$$\frac{\sin\varphi}{\sin\theta}=\frac{1}{n}$$

yazabiliriz. Buradan

$$n=\frac{\sin(\delta+\gamma-\alpha)}{\sin(\gamma-\beta)}$$

olarak bulunur. Minimum sapma, prizma içinde kırılan ışın prizma tabanına paralel gittiğinde gerçekleşmektedir. Bu durumda

$$\alpha=\theta;\; \beta=\varphi=\frac{\gamma}{2}\;;\; \delta=2(\alpha-\beta);\; \alpha=\frac{\delta}{2}+\beta=\frac{\gamma+\delta}{2}$$

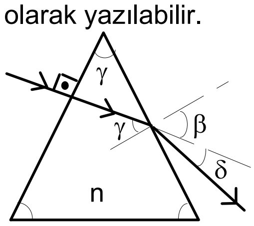
olur. Buradan

$$n=\frac{\sin\alpha}{\sin\beta}=\frac{\sin\frac{\delta+\gamma}{2}}{\sin\frac{\gamma}{2}}$$

olarak bulunur. Küçük tepe açıları için

$$n\approx\frac{\delta+\gamma}{\gamma}\;;\; \delta=(n-1)\gamma$$

olarak yazılabilir.



b) İlk yüzeyde ışın dik düştüğü için kırılma yoktur. İkinci yüzey için

$$\frac{\sin\gamma}{\sin\beta}=\frac{1}{n}$$

yazabiliriz. Şeklin geometrisinden

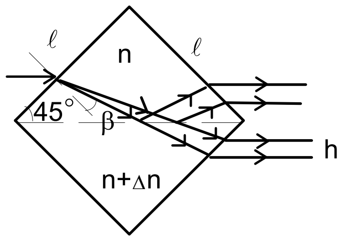
$$\beta=\gamma+\delta$$

yazabiliriz. Buradan

$$n\sin\gamma=\sin\beta=\sin\gamma\cos\delta+\cos\gamma\sin\delta$$

$$\tan\gamma=\frac{\sin\delta}{n-\cos\delta}$$

olarak bulunur.



10. Verilen dik ikizkenar prizmaya ikinci özdeş bir prizma ilave edersek elde edilen optik sistemdeki ayrışma tek prizmanın tabanından yansıması ile sağlanan ayrışmanın aynıdır. Kırılma yasasını

$$\frac{\sin 45°}{\sin\beta}=n;\ \sin\beta=\frac{\sqrt{2}}{2n};\ \cos\beta=\frac{\sqrt{2n^2-1}}{\sqrt{2}n}$$

$$\frac{\sin 45°}{\sin(\beta-\Delta\beta)}=n+\Delta n;\ \sin(\beta-\Delta\beta)=\frac{\sqrt{2}}{2(n+\Delta n)}$$

$$\cos(\beta-\Delta\beta)=\frac{\sqrt{2(n+\Delta n)^2-1}}{\sqrt{2}(n+\Delta n)}$$

olarak yazabiliriz. Küp şeklindeki prizmanın içindeki iki ışının birbirinden uzaklaşma miktarı

$$\Delta\ell=\ell\tan\beta-\ell\tan(\beta-\Delta\beta)=\frac{\ell}{\sqrt{2n^2-1}}\left(1-\sqrt{\frac{2n^2-1}{2(n+\Delta n)^2-1}}\right)$$

olur. Bu ifadeyi daha sade hale getirebiliriz.

$$1-\sqrt{\frac{2n^2-1}{2(n+\Delta n)^2-1}}=1-\sqrt{\frac{2n^2-1}{2n^2-1+4n\Delta n}}=1-\sqrt{\frac{2n^2-1}{(2n^2-1)\left(1+\frac{4n\Delta n}{2n^2-1}\right)}}=$$

$$=1-\sqrt{\frac{1}{1+\frac{4n\Delta n}{2n^2-1}}}=1-\sqrt{1-\frac{4n\Delta n}{2n^2-1}}=1-1+\frac{4n\Delta n}{2(2n^2-1)}=\frac{2n\Delta n}{(2n^2-1)}$$

Bu ifadeyi kullanarak küp içindeki ayrışma miktarı

$$\Delta\ell=\frac{2\ell n\Delta n}{\sqrt{(2n^2-1)^3}}$$

olarak yazılabilir. Küpten çıktıktan sonra iki ışın arasındaki uzaklık

$$h=\Delta\ell\cos 45°=\frac{\sqrt{2}\ell n\Delta n}{\sqrt{(2n^2-1)^3}}$$

olarak bulunur. Ayrıca $\Delta\beta$ küçük açı olduğundan dolayı

$$\tan\beta=\frac{1}{\sqrt{2n^2-1}};\ d(\tan\beta)=-\frac{2ndn}{\sqrt{(2n^2-1)^3}}=-\frac{2n\Delta n}{\sqrt{(2n^2-1)^3}}$$

$$\Delta\ell=\ell d(\tan\beta)=\frac{2\ell n\Delta n}{\sqrt{(2n^2-1)^3}}$$

olarak bulunur. Görüldüğü gibi aynı sonuç çıkar.