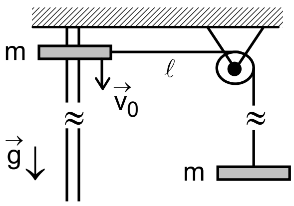
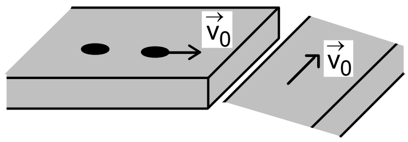
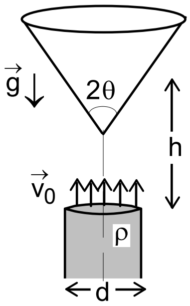
EYLÜL KAMPI SINAVI-1991



1. Kütleleri m olan iki özdeş cisim makaradan geçen iplerle birbirine bağlıdır. Soldaki cisim çok uzun ve düşey durumda olan çubuk üzerinde, sağdaki cisim ise çok uzun bir ipe bağlı olup, ikisi de düşey doğru üzerinde hareket edebilmektedir. Makaradan soldaki cisme kadar olan uzaklık ℓ, yerçekimi ivmesi g olarak veriliyor. Başlangıçta soldaki cisim ile makaradan geçen ip yatay durumdadır. Soldaki cisme düşey doğrultuda aşağıya doğru v_0 hızı veriliyor. Çok uzun süre sonra cisimlerin hızı nedir?



2. İki taşıyıcı bantta yedek parçalar taşınmaktadır. Sol bantla beraber v_0 hızı ile hareket eden yedek parçalar sağdaki yine v_0 hızı ile hareket eden ve birinci bantla aynı düzlemde ve ona dik olarak bulunan bandın ortasına gelebiliyorlar. Sağdaki bandın hızı n kat arttırılıyor. Yedek parçaların sağ bandın ortasına kadar gitmeleri için sol bandın yeni hızı ne olmalıdır?

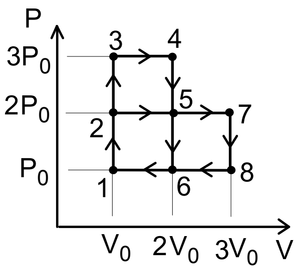


3. Tepe açısı 2θ olan içi boş bir koninin kütlesi m olup, d çapında dikey bir borudan v_0 hızı ile çıkan ve yoğunluğu ρ olan su fıskiyesi sayesinde havada bir h yüksekliğinde tutulmaktadır. Bu h yüksekliğini bulunuz. Yerçekimi ivmesi g olarak veriliyor.

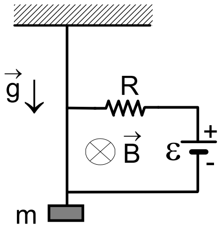
4. Bugün yıldızların toz ve gaz bulutlarında meydana gelen kütle çekimi dengesizlikler sonucu oluştuğu kabul edilmektedir. Toz ve gaz bulutlarından oluşan madde collepse (çökme) sonucu sıkışmaya başlar ve sıcaklığı devamlı artar. Toz ve gaz bulutlarının yoğunluğunun $\rho=2.10^{-29}$ g/cm^3 civarında olduğu gözlemler sonucu tespit edilmiştir. Füzyon reaksiyonları başlayıncaya kadar böyle bir oluşuma protoyıldız denir. Protoyıldızın oluşması için gereken zamanı değerlendirin.

5. Isıca yalıtılmış bir silindir içinde sürtünmesiz olarak hareket edebilen ağır bir piston bulunmaktadır. Silindirin içinde bulunan tek atomlu gaz için molekül çarpışmalarından yola çıkarak, gazın sıcaklığı, basıncı ve hacmi arasındaki bağıntıyı bulunuz.

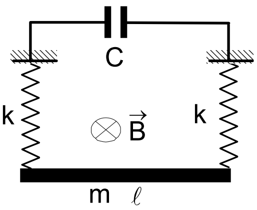
Not: Tüm çarpışmalar esnektir, moleküllerin toplam kütlesi pistonun kütlesinden çok çok küçüktür.



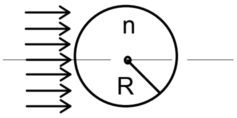
6. Bir mol tek atomlu gaz ile P-V koordinat sis-teminde kapalı olan 1-2-3-4-5-6-1 ve 1-2-5-7-8-6-1 prosesler gerçekleşiyor. Birinci kapalı prosesin verimi η_1, ikinci kapalı prosesin verimi η_2 ise, aralarındaki oran nedir?



7. Kolayca bükülebilen ince iletken bir telin ucunda kütlesi m olan bir cisim asılıdır. Telden e.m.k. sı ε olan bir üreteç ile bir R direnci üzerinden akım geçmektedir. Bütün sistem yatay yöndeki homojen bir B manyetik alanında bulunmaktadır. İletken telin bükülme yarıçapını ve gerilme kuvvetini bulunuz. q yüklü bir taneciğin telin bu durumda alacağı şekil gibi bir yörüngeyi takip edebilmesi için momentumu ne olmalıdır?

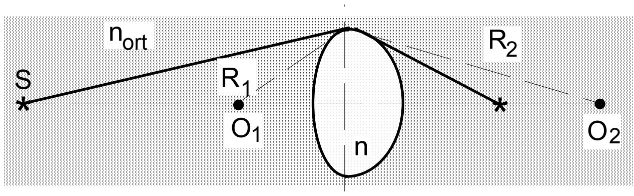


8. Yay sabitleri k olan iki ideal ve özdeş yayın alt uçlarında kütlesi m ve uzunluğu ℓ olan bir metal çubuk yatay yönde uygulanmış B manyetik alanında asılı olup denge durumunda bulunmaktadır. Yayların üst taraftaki uçları ise sığası C olan bir kondansatöre bağlıdır. Çubuk küçük bir itme ile denge durumundan çıkarılıyor. Sistemin yapacağı titreşim hareketinin periyodunu bulunuz.



9. Yarıçapı R ve kırıcılık indisi n olan bir saydam küreye düşen paralel ışık demeti kürenin merkezinden 2R uzaklıkta odaklanmaktadır. Snell kırılma yasasını kullanarak camın kırıcılık indisini bulunuz.

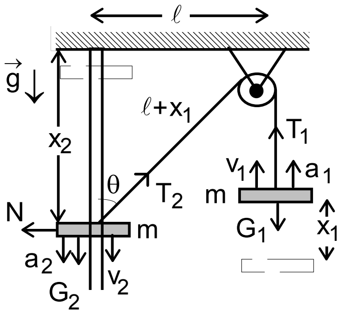
Not: Paraksiyel optik yaklaşımını kullanabilirsiniz.



10. Eğrilik yarıçapları R_1 ve R_2 olan iki küresel yüzey arasında kırıcılık indisi n olan saydam bir madde bulunuyor. Yarıçapı R_2 olan yüzeyden a uzaklıkta noktasal ışık kaynağı bulunmaktadır. Bu kaynağın görüntüsü yarıçapı R_1 olan yüzeyden b uzaklıkta bulunmaktadır. Fermat prensibini kullanarak oluşturulan merceğin odak uzaklığını bulunuz. Ortamın kırıcılık indisi n_{ort} olarak veriliyor.

Not: Paraaksiyal optik yaklaşımını kullanabilirsiniz.

EYLÜL KAMPI SINAVI-1991 SORULARIN ÇÖZÜMLERİ



1. Her cisim için Newton yasalarını yazalım.

$mg-T= -ma_1$

$mg-T\cos\theta=ma_2$; $-N+T\sin\theta=0$

Bu denklemde dört tane bilinmeyen bulunduğundan kinematik bağıntılar kullanmalıyız. Birinci cisim x_1 kadar yukarıya doğru çıkarsa, ikinci cisim x_2 kadar aşağıya doğru iner

$$x_2=\ell.\cot\theta;\ \sin\theta=\frac{\ell}{\ell+x_1};\ x_1=\frac{\ell(1-\sin\theta)}{\sin\theta}$$

Enerjinin korunumu yasasından

$$\frac{mv_0^2}{2}+mgH=\frac{mv_1^2}{2}+\frac{mv_2^2}{2}+mg(H-x_2)+mgx_1$$

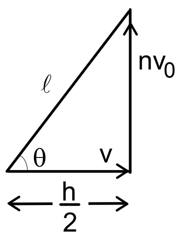
olarak bulunur. Yukarıda yazılan ifadeler yerlerine konulduğunda

$$v_0^2=v_1^2+v_2^2+2g(x_1-x_2)=v_1^2+v_2^2+\frac{2g\ell(1-\sin\theta-\cos\theta)}{\sin\theta}$$

bulunur. Çok uzun süre sonra

$$\theta\to 0;\ \lim_{\theta\to 0}\frac{1-\sin\theta-\cos\theta}{\sin\theta}=\frac{1-\theta-1}{\theta}=-1;\ v_1\approx v_2=v_\infty=\sqrt{\frac{v_0^2+2g\ell}{2}}$$

olarak bulunur.



2. İlk durumda cisim sağ banda göre 45° ile hareket etmektedir. Bu banda göre cismin hızı , banda göre aldığı yol ve iş için

$$u_1=\sqrt{v_0^2+v_0^2}=\sqrt{2}\,v_0;\ \ell_1=\frac{h}{2\cos 45^o};\ A_1=-fmg\ell_1=\Delta K_1=-\frac{mu_1^2}{2}$$

yazabiliriz. İkinci durumda banda göre cismin hızı, banda göre aldığı yol ve iş

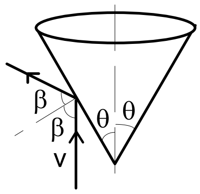
$$u_2=\sqrt{(nv_0)^2+v^2};\ \ell_2=\frac{h}{2\cos\theta};\ \cos\theta=\frac{v}{\sqrt{(nv_0)^2+v^2}}$$

$$A_2=-fmg\ell_2=\Delta K_2=-\frac{mu_2^2}{2}$$

olarak yazılabilir. Bu ifadelerden bandın hızı

$$v=v_0\sqrt{\sqrt{\frac{n^4}{4}+2}-\frac{n^2}{2}}$$

olarak bulunur.



3. Koni kendisine çarpan su sayesinde kalmaktadır. Bu durumda

$$mg=-\frac{\Delta p_y}{\Delta t}=-\frac{\Delta m}{\Delta t}(v_{2y}-v_1);\ \frac{\Delta m}{\Delta t}=\rho Sv=\rho S_0v_0$$

olarak yazılabilir. $\frac{\Delta m}{\Delta t}$ birim zamanda koniye çarpan su miktarı, v suyun çarpma anındaki hızı, S çarpma anında suyun kesit alanı, S_0 dikey borunun kesit alanı, v_0 suyun ilk hızıdır. Yansıyan suyun yatayla yaptığı açı 90°-2θ , dikey hız bileşeni

$v_1=v$; $v_{2y}=v\sin(90°-2\theta)$

olarak yazılabilir. Buradan suyun çarpma anındaki hız

$$mg=-\rho S_0v_0[v\sin(90°-2\theta)-v]=\rho S_0v_0v(1-\cos 2\theta);\ v=\frac{4mg}{\rho\pi d^2v_0(1-\cos 2\theta)}=\frac{2mg}{\rho\pi d^2v_0\sin^2\theta}$$

olarak yazılabilir. Koninin dengede kaldığı yükseklik

$$h=\frac{v_0^2-v^2}{2g}=\frac{v_0^2}{2g}-\frac{2m^2g}{\rho^2\pi^2d^4v_0^2\sin^4\theta}$$

olarak bulunur.

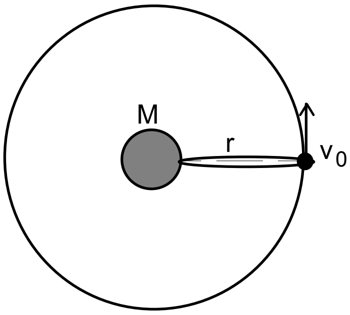
4. Oluşumun merkezinden r uzakta bulunan bir tanecik gravitasyonel kuvvetin etkisi altında merkeze doğru düşmeye başlamaktadır. Eğer protoyıldızının kütlesi M ise bu kütle

$$M=\rho V=\frac{\rho\ 4\pi r^3}{3}$$

olarak yazılabilir. Taneciğin merkeze olan hareket süresi aslında özkütlesi bilinen bir bölgede protoyıldızın oluşum süresini vermektedir. Bu süreyi bulmak için aslında oldukça zor olan bir diferansiyel denklemin çözülmesi gereklidir.

$$ma_r=m\ddot{r}=-\frac{\gamma Mm}{r^2};\quad \ddot{r}+\frac{\gamma M}{r^2}=0$$

Bu denklemin çözümlenmesi yerine protoyıldızının oluşumunu zaman açısından değerlendirmek için basit bir model ele alalım.



Bu modelde bir tanecik dairesel yörünge üzerinde oluşumun merkezinden r uzakta hareket ettiğinde merkezcil kuvvet gravitasyonel kuvvete eşittir. (γ evrensel çekim sabiti)

$$\frac{mv_0^2}{r}=\frac{\gamma Mm}{r^2}$$

Bu şarttan taneciğin yörünge üzerindeki periyodu

$$T_0=\frac{2\pi r}{v_0}=\sqrt{\frac{3\pi}{\gamma\rho}}$$

olarak bulunur. Toz taneciklerinin düşme süresini değerlendirmek için üçüncü Kepler yasasından faydalanabiliriz. Eğer tanecik aniden durursa çekim merkezine doğru düşmeye başlayacaktır. Bu düşme tanecik sanki çok dar bir elips üzerinde hareket ediyor gibi düşünülebilir. Kepler yasasını

$$\frac{T^2}{T_0^2}=\frac{a^3}{r^3}\quad;\ a=\frac{r_0}{2}$$

olarak yazabiliriz. Burada a dar elipsin büyük yarım eksenidir. Tanecik sadece merkeze doğru hareket edip geri dönememektedir. Buradan taneciklerin merkeze düşme süreleri

$$t=\frac{T}{2}=\sqrt{\frac{3\pi}{32\gamma\rho}}\approx 10^{10}\ \text{yıl}$$

olarak bulunur. Bunun yerine hızı korunumu yasasını kullanabiliriz. r uzaktan R uzaklığa gelene kadar kazanılan hız v ise

$$-\frac{\gamma Mm}{r}=-\frac{\gamma Mm}{R}+\frac{mv^2}{2}$$

denkleminden

$$v=\frac{dR}{dt}=\sqrt{\frac{2\gamma M(r-R)}{rR}}$$

olarak yazılabilir. Buradan

$$\frac{\sqrt{rR}\,dR}{\sqrt{r-R}}=\sqrt{2\gamma M}\,dt;\ M=\frac{4\rho\pi r^3}{3}$$

yazabiliriz. $R=r\sin^2\theta$ dönüşümü yapabiliriz. Buradan türevlersek

$$dR=2r\sin\theta\cos\theta d\theta$$

elde edebiliriz. Dönüşümü kullanarak

$$2r^{\frac{3}{2}}\sin^2\theta d\theta=\sqrt{2\gamma M}\,dt$$

denklemini integre ederek

$$2r^{\frac{3}{2}}\int_0^{\frac{\pi}{2}}\sin^2\theta d\theta=\sqrt{2\gamma M}\int_0^t dt\ ;\ \int_0^{\frac{\pi}{2}}\frac{(1-\cos 2\theta)d\theta}{2}=\left.\frac{(\theta-0{,}5\sin 2\theta)}{2}\right|_0^{\frac{\pi}{2}}=\frac{\pi}{4}$$

düşme süresi yine

$$t=\sqrt{\frac{3\pi}{32\gamma\rho}}$$

olarak bulunur.

5. Gazın genleşmesi sırasında pistona doğru v hızı ile gelen bir molekül pistondan v-2u hızı ile geri dönmektedir. Burada u pistonun hızı olup u<<v olarak kabul edilebilir. Bir molekülün çarpışmada kaybettiği kinetik enerji

$$dK_1=\frac{m(v-2u)^2}{2}-\frac{mv^2}{2}\approx -2mvu$$

pistona çarpan molekül sayısı

$$dN=\frac{n_0 Svdt}{6}$$

hacim değişimi

$$dV=Sudt$$

olarak yazılabilir. Gazın iç enerjisi

$$U=\frac{n_0 Vmv^2}{2}$$

gazın iç enerji değişimi

$$dU=dN.dK_1=-\frac{n_0 Smv^2udt}{3}=-\frac{2}{3}.\frac{n_0 Vmv^2}{2}.\frac{Sudt}{V}=-\frac{2UdV}{3V}\ ;\ \frac{dU}{U}+\frac{2dV}{3V}=0$$

ve integrasyondan sonra

$$UV^{\frac{2}{3}}=\text{sabit};\ TV^{\frac{2}{3}}=\text{sabit};\ PV^{\frac{5}{3}}=\text{sabit}$$

olarak bulunur.

6. Kapalı prosesin verimi η

$$\eta=\frac{A}{Q_1}=\frac{Q_1-Q_2}{Q_1}$$

olarak veriliyor. Burada Q_1 sisteme verilen ısı, Q_2 sistemden soğutucuya verilen ısı, A ise sistemin yaptığı iş. Her iki kapalı proses için P-V diyagramında iş kapalı prosesin çevrelediği alan olup yapılan iş aynıdır.

$$A=(3P_0-P_0)(2V_0-V_0)=(2P_0-P_0)(3V_0-V_0)=2P_0V_0$$

1-2-3-4-5-6-1 prosesinde verilen ısı

$$Q'_1=\Delta U_{13}+Q_{34}=c_V(T_3-T_1)+c_P(T_4-T_3)$$

1-2-3-4-5-6-1 prosesinde verilen ısı

$$Q''_1=\Delta U_{12}+Q_{27}=c_V(T_2-T_1)+c_P(T_7-T_2)$$

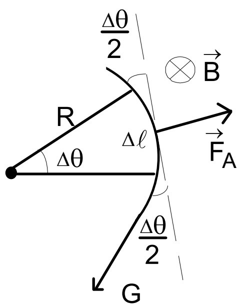
olarak verilir. Gaz denklemi her durum için yazılabilir.

$$P_1V_0=RT_1;\ 2P_0V_0=RT_2;\ 3P_0V_0=RT_3;\ 3P_02V_0=RT_4;\ 2P_03V_0=RT_7$$

Buradan verilen ısı ve verimlerin oranı

$$Q'_1=\frac{21P_0V_0}{2}\ ;\ Q''_1=\frac{23P_0V_0}{2}\ ;\ \frac{\eta_1}{\eta_2}=\frac{23}{21}$$

olarak bulunur.



7. Manyetik alanda tel bükülüyor ve eğrisel şekil alıyor. Eğrinin yerel yarıçapını bulmak için telden küçük

$$\Delta\ell=R\Delta\theta$$

kadarlık bir parça aldığımızda bu parçaya etki eden manyetik kuvvet gerilme kuvvetinin normal bileşeni ile dengelenmektedir. Buradan

$$\Delta F_A=IB\Delta\ell=IBR\Delta\theta=2mg\sin\frac{\Delta\theta}{2}=mg\Delta\theta;\ R=\frac{mg}{IB}$$

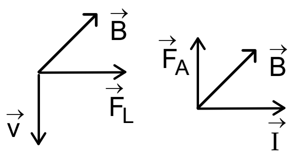
olarak bulunur. Bu yörüngeyi takip edebilmek için bir taneciğin hızının

$$\frac{m_tv^2}{R}=qvB,\ v=\frac{qBR}{m_t}$$

ve momentumunun

$$p=m_tv=qBR=\frac{mgq}{I}$$

olması gerekir.



8. Çubuk denge durumundan aşağıya doğru hareket ettiğinde çubuk içindeki her pozitif yüke sağ el kuralına göre, sağ yönde Lorentz kuvveti etki edecek ve pozitif yükleri hareket ettirerek bir akım akmasına sebep olacaktır. Akan akım için sağ el kuralını Amper yasasına göre uyguladığımızda, çubuğa yukarıya doğru bir kuvvet etki etmektedir. Hareket denklemleri

$$ma= -2kx-F_A$$

çubuğa etki eden Amper kuvveti

$$F_A=IB\ell$$

çubukta akan akım

$$I=\frac{dq}{dt}$$

kondansatör üzerinde depolanan yük

$$q=CU$$

hareket esnasına indükte edilmiş e.m.k.

$$\varepsilon = -Bv\ell$$

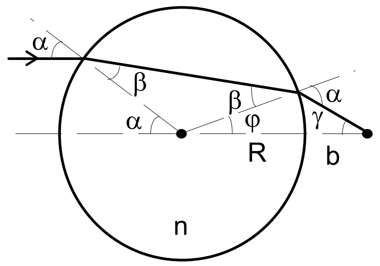
olarak yazılabilir. Bu denklemlerden hareket denklemi

$$ma= -2kx-B^2\ell^2Ca;\ (m+B^2\ell^2C)a= -2kx$$

titreşim açısal frekansı ve periyodu

$$\omega=\sqrt{\frac{2k}{m+B^2\ell^2C}};\ T=\frac{2\pi}{\omega}=2\pi\sqrt{\frac{m+B^2\ell^2C}{2k}}$$

olarak bulunur.



9. Işın birinci küresel yüzeye düştüğünde kırılıyor. Bu durumda

$$\frac{\sin\alpha}{\sin\beta}=n$$

yazılabilir. Küçük açılar için $\sin\alpha\approx\tan\alpha\approx\alpha$; $\sin\beta\approx\tan\beta\approx\beta$ yaklaşımını kullanabiliriz. Buradan $\alpha=n\beta$ olarak bulunur. Işın ikinci küresel yüzeye düştüğünde β açısı ile gelip α açısı ile kırılıyor. Sinüs teoreminden

$$\frac{\sin(180^\circ-\alpha)}{R+b}=\frac{\sin\gamma}{R}$$

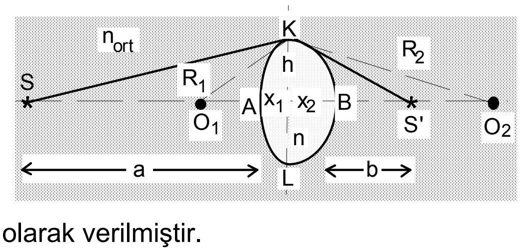
eşitliği elde edilir. Burada

$$\gamma=180°-(180°-\alpha)-\varphi=\alpha-[180°-(180°-\alpha-2\beta)=2\alpha-2\beta=2(n-1)\beta$$

olarak yazılabilir. Buradan

$$b=\frac{(2-n)R}{2(n-1)}=2R-R=R;\ n=\frac{4}{3}$$

olarak bulunur.



10. S noktasından çıkan ışınlar S' noktasında odaklanmaktadır. S noktasından çıkan iki farklı ışının optik yolları eşit olmalıdır.

$$n_{ort}(SK+KS')=n_{ort}SA+n(x_1+x_2)+n_{ort}BS'$$

Burada SA=a cisim ile mercek arasındaki uzaklık, BS'=b mercek ile görüntü arasındaki uzaklık, $d=x_1+x_2$ merceğin kalınlığı, h merceğin optik eksenin üzerindeki yüksekliği olarak verilmiştir.

$$SK\approx(a+x_1)\left(1+\frac{h^2}{2(a+x_1)^2}\right);KS'\approx(b+x_2)\left(1+\frac{h^2}{2(b+x_2)^2}\right)$$

$$x_2=R_1-\sqrt{R_1^2-h^2}\approx\frac{h^2}{2R_1};\ x_1=R_2-\sqrt{R_2^2-h^2}\approx\frac{h^2}{2R_2}$$

Optik yoldaki formüllerine bulduklarımızı koyduktan sonra

$$\left(\frac{n}{n_{ort}}-1\right)\frac{h^2}{2}.\left(\frac{1}{R_1}+\frac{1}{R_2}\right)=\frac{h^2}{2}.\left(\frac{1}{a}+\frac{1}{b}\right)$$

elde edilir. Mercek formülünden

$$\frac{1}{a}+\frac{1}{b}=\frac{1}{f};\ \frac{1}{f}=\left(\frac{n}{n_{ort}}-1\right)\left(\frac{1}{R_1}+\frac{1}{R_2}\right)$$

olarak bulunur.