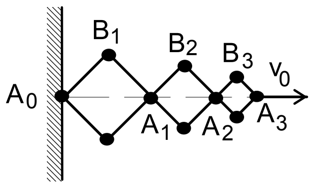
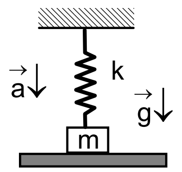
EYLÜL KAMPI SINAVI-1990



1. Başlangıçta kapalı olan ve açılabilen sistem A_3 ucundan v_0 hızı ile çekilerek açılmaktadır. Sistemin çubukları arası açı $\angle A_0B_1A_1=90°$ iken A_1, A_2, A_3, B_1, B_2 ve B_3 noktalarının hızlarını bulunuz. Sistemin kenarları arasındaki oran $A_0B_1:A_1B_2:A_2B_3=3:2:1$ olarak verilmektedir.



2. Başlangıçta hiç uzamamış ve dikey konumunda yay sabiti k olan yayın ucunda, destek üzerinde kütlesi m olan bir cisim bulunuyor. Destek a ivmesi ile aşağıya doğru hareket ettiriliyor. Yayın maksimum uzaması $a<g$ ve $a>g$ durumları için ayrı ayrı inceleyiniz. Cisim titreşim hareketi yaparsa titreşimin genliği nedir? Yerçekimi ivmesi g veriliyor.

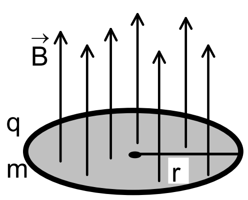
3. Kütlesi m ve kesit alanı S olan bir uydu dünya etrafında r_0 yarıçaplı bir dairesel yörüngede dönmektedir. Dünyanın kütlesi m_D, yarıçapı R, çekim sabiti γ, r_0 yükseklikteki atmosferin yoğunluğu ρ olarak veriliyor. Uyduya $F=kv^n$ etki ettiği kabul edilebilir. Bu kuvvetin etkisi ile yarıçapın değişimi $dr=-\xi dt$ şeklinde gerçekleşiyor. n ve ξ için bir ifade bulunuz.

4. Yarıçapı R ve kütlesi m olan bir top v_0 hızıyla dikey duvara çarpıyor. Topun içindeki hava ile dışarıdaki hava arasındaki basınç farkı ΔP dir. Topun ile duvar arasındaki çarpışma süresini değerlendiriniz. Topun duvar üzerinde bıraktığı izin çapı nedir?

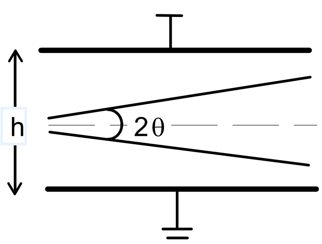
5. Yarıçapı r küresel bir kapta P_0 basınçta ve sabit T_0 sıcaklıkta çok seyrek gaz bulunmaktadır. Kap boşlukta bulunmakta olup gaz K musluğu sayesinde boşluğa yayılmaktadır. Musluğun açılmasından ne kadar zaman sonra gazın basıncı ilk basıncın yarısı kadar olur? Gazın molar kütlesi μ, gaz sabiti R, musluğun kesit alanı S olarak veriliyor.

Not: Maxwell dağılımı göz önüne alınız.

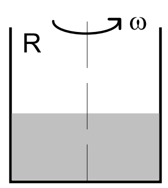
6. İki kompresör artarda çalışarak adyabatik katsayısı γ olan bir gazı adyabatik olarak sıkıştırılmaktadır. İlk olarak birinci kompresör çalışmakta ve gazı P_0 basıncından ve V_0 hacminden V_1, ara hacmine kadar sıkıştırmaktadır. Bu gaz ilk sıcaklığa kadar soğutulduktan sonra ikinci kompresör gazı V hacmine kadar sıkıştırırsa iki kompresörün yaptığı minimum işi bulunuz.



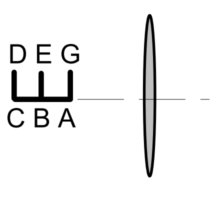
7. Yatay, yalıtkan ve sürtünmesiz düzlem üzerinde kütlesi m, yarıçapı r olan, homojen q yüklü bir disk bulunmaktadır. Diskin düzlemine dik olacak şekilde homojen B manyetik alan uygulanmaktadır. Belli bir zaman içinde manyetik alan sıfıra kadar azalmaktadır. Bu zamanın sonunda diskin kazanacağı kinetik enerji nedir?



8. U_h potansiyel farkında hızlandırılan yüklü taneciklerden oluşan demet, yüksek frekanslı alternatif alanda saptırılabilir. ℓ uzunlukta ve birbirinden h uzaklıkta bulunan iki paralel levhalı kondansatörün plakalarına, $U=U_0\sin\omega t$ $(U_h>>U_0)$alternatif gerilimi uygulandığında, plakalar arasındaki elektrik alan yön ve şiddet olarak çok yüksek hızla değişmektedir. Demetin sapma açısını bulunuz.

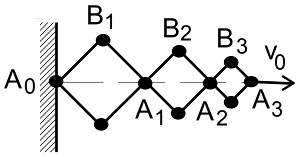


9. Yarıçapı R olan açık bir silindirin içinde cıva bulunmaktadır. Silindir merkezden geçen düşey eksene göre ω açısal hızı ile döndürülmektedir.
a) Civanın dönme sonucu alacağı şeklin denklemini bulunuz.
b) Dönme eksenine olan uzaklığa bağlı olarak basıncın nasıl değiştiğini bulunuz.
c) Böyle bir düzenek üstümüzde (zenitte) bulunan yıldızları gözlemek için kullanılabilir. Cıva teleskopunun odak uzaklığını dönme hızına bağlı olarak bulunuz.



10. Uzunlukları eşit olan beş çubuktan ikisi bir merceğin optik ekseninin üzerine yerleştirilmiştir. Diğer üç çubuk bu iki çubukların uçlarında optik eksene dik olacak şekilde yerleştirilmiştir. AG çubuğunun görüntüsü AG'nin 6 katı, CD çubuğun görüntüsü CD'nin 3 katı olarak veriliyor. AC ve BE çubukların büyütme oranı ne kadardır?

EYLÜL KAMPI SINAVI ÇÖZÜMLERİ-1990



1. Sistemin kenarları arasındaki oran

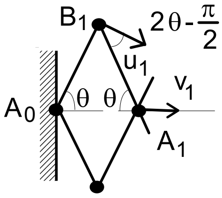
$$A_0B_1:A_1B_2:A_2B_3=3:2:1$$

olduğuna göre A_3 noktası çekilip, A_3A_2 köşegeni x kadar, A_2A_1 köşegeni 2x, A_1A_0 köşegeni 3x kadar uzar ise A_3 noktasının yer değiştirmesi 6x olur. Buradan zaman $\Delta t=\frac{6x}{v_0}$

A_1, A_2 ve A_3 noktaların hızları

$$v_1=\frac{3x}{\Delta t}=\frac{v_0}{2}\ ;v_2=\frac{3x+2x}{\Delta t}=\frac{5v_0}{6}\ ;v_3=\frac{3x+2x+x}{\Delta t}=v_0$$

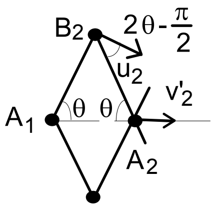
olarak bulunur.



B_1, B_2 ve B_3 noktalarının hızlarını bulmak için B_1 noktasının, yarıçapı A_0B_1 olan çember üzerinde hareket ettiğini göz önüne alalım. Çubuğun uzamama şartından $\theta=45°$ için

$$u_1\cos\left(\frac{\pi}{2}-(\pi-2\theta)\right)=v_1\cos\theta;\ u_1=\frac{v_1}{2\sin\theta}=\frac{\sqrt{2}v_0}{4}$$

olarak bulunur. B_2 noktasının hızı benzer yöntem ile bulunabilir. A_1 noktasına göre A_2 noktası



$$v'_2=v_2-v_1=\frac{v_0}{3}$$

hızı ile uzaklaşmaktadır. A_1 noktasının ile ilgili koordinat sistemine göre çubuğun uzamama şartı

$$u'_2\cos\left(\frac{\pi}{2}-(\pi-2\theta)\right)=v'_2\cos\theta$$

şeklinde yazılabilir. Buradan hız ve hızın bilenleri

$$u'_2=\frac{v'_2}{2\sin\theta}=\frac{v_0}{6\sin\theta}\ ;\ u'_{2x}=u'_2\cos\theta=\frac{v_0}{6}\ ;\ u_{2y}=u_2\sin\theta=\frac{v_0}{6}$$

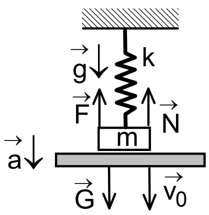
Hareketsiz koordinat sistemine göre B_2 noktasının hızını x ve y bileşenleri

$$u_{2x}=v_1+u'_{2x}=\frac{4v_0}{6}\ ;u_{2y}=u'_{2y}=\frac{v_0}{6}$$

olarak yazılabilir. B_2 noktasının hızı

$$u_2=\sqrt{u_x^{\,2}+u_y^{\,2}}=\frac{\sqrt{17}v_0}{6}$$

olarak bulunur. B_3 noktasının hızını kendiniz bulunuz.



2. a>g ise temas anında kesilir. Bu durumda yayın maksimum uzaması enerji korunumu yasasından

$$\frac{kx_m^{\,2}}{2}=mgx_m;\ x_m=\frac{2mg}{k}$$

olarak bulunur. a<g ise temas bir süre sonra kesilir. Cisme etki eden kuvvetler için

$$mg-N-F=ma$$

yazabiliriz. Temasın kesilme anında tepki kuvveti N=0, esneklik kuvveti ise $F=kx_0$ olur. Burada

$$x_0=\frac{v_0^{\,2}}{2a}$$

cismin v_0 kadar hız kazandığı yoldur. Cismin enerjisi

$$W_0=-mgx_0+\frac{kx_0^{\,2}}{2}+\frac{mv_0^{\,2}}{2}=-mgx_m+\frac{kx_m^{\,2}}{2}$$

şeklinde yazılabilir. Burada x_m yayın maksimum uzamasıdır. x_m için ikinci dereceden bir denklem elde ediliyor. Buradan çözüm

$$x_m^{\,2}+\frac{2mgx_m}{k}-\frac{m^2(g-a)^2}{k^2}=0;\ x_m=\frac{m}{k}\left(g+\sqrt{a(g-2a)}\right)$$

olarak bulunur. Titreşimin genliği

$$A=x-\frac{mg}{k}=\frac{m\sqrt{a(g-2a)}}{k}$$

olur.

3. Kısa bir süre için uydunun yarıçapı sabit olarak kabul edilir. Merkezcil kuvvet çekimden kaynaklanıyor.

$$\frac{mv_0^{\,2}}{r_0} = \frac{\gamma\ m_D m}{r_0^{\,2}}\ ;\ v_0 = \sqrt{\frac{\gamma\ m_D}{r_0}}$$

Uydu için enerji korunumu yasasını

$$W = \frac{mv_0^{\,2}}{2} - \frac{\gamma\ m_D m}{r_0} = -\frac{\gamma\ m_D m}{2r_0}$$

şeklinde yazabiliriz. Direniş kuvvetin etkisi ile uydunun hızı ve yörüngenin yarıçapı azalmaktadır. Enerji değişimi

$$dW = \left(\frac{\gamma\ m_D m}{2r^2}\right)_{r=r_0} dr$$

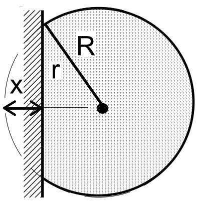
direniş kuvvetinin yaptığı iş

$$dA = -Fd\ell = -Fv_0dt = -kv_0^{\,n+1}dt = \frac{\gamma\ m_D m dr}{2r_0^{\,2}} = \frac{\gamma\ m_D m\xi dt}{2r_0^{\,2}}$$

olarak yazılabilir. Buradan

$$k\left(\frac{\gamma\ m_D}{r_0}\right)^{\frac{n+1}{2}} = \frac{\gamma\,\xi\ m_D m}{2r_0^{\,2}}\ ;\ n=3;\ k = \frac{\xi\, m}{2\gamma\, m_D}$$

olarak bulunur.



4. Çarpışma anında top deforme oluyor. Duvara yaslanan dairenin yarıçapı r, kürenin tepe noktasından bu daireye kadar olan uzaklık x olsun. Pisagor teoreminden (x<<R göz önüne alarak)

$$r^2 = R^2-(R-x)^2 \approx 2Rx$$

bulunur. Çarpışma esnasında meydana gelen kuvvet için

$$F = ma = -\Delta P\pi r^2 = -2\pi R\Delta Px;\quad \ddot{x} + \frac{2\pi\ \Delta PRx}{m} = 0$$

yazabiliriz. Bu titreşimin frekansı ve çarpışma süresi

$$\omega = \sqrt{\frac{k}{m}} = \sqrt{\frac{2\pi\ R\,\Delta P}{m}}\ ;\ k = 2\pi R\Delta P;\ t = \frac{T}{2} = \sqrt{\frac{\pi\ m}{2R\,\Delta P}}$$

olarak bulunur. Maksimum sıkışmada

$$\frac{mv_0^{\,2}}{2} = \frac{kx_{mak}^{\,2}}{2}\ ;\ x_{mak} = \sqrt{\frac{mv_0^{\,2}}{2\pi\ R\,\Delta P}}$$

yazabiliriz. Topun bıraktığı izin çapı

$$d = 2r_{mak} = \sqrt{8Rx_{mak}} = \sqrt[4]{\frac{32mRv_0^{\,2}}{\pi\ \Delta P}}$$

olarak bulunur.

5. Musluktan geçen moleküllerin sayısı küçük dt zamanda

$$dN = -\frac{n_0 Svdt}{6} = -\frac{NvSdt}{6V}$$

olarak yazılabilir. Burada

$$v = \sqrt{\frac{3kT}{m}} = \sqrt{\frac{3RT}{\mu}}$$

moleküllerin hızıdır. İntegrasyon sonucu

$$\int_{N_0}^{N}\frac{dN}{N} = -\int_0^t \frac{Svdt}{8\pi r^3}\quad ;\ t = \frac{8\pi\ r^3}{Sv}\ln\frac{N_0}{N} = \frac{8\pi\ r^3}{Sv}\ln\frac{P_0}{P} = \frac{8\pi\ r^3}{Sv}\ln 2$$

olarak bulunur. Maxwell dağılımını dikkate alarak musluktan geçen moleküllerin sayısı

$$dN = -\frac{n_0 S\,\bar{v}\,dt}{4} = -\frac{NS\,\bar{v}\,dt}{4V}$$

olarak yazılabilir. Burada

$$\bar{v} = \sqrt{\frac{8RT_0}{\pi\,\mu}}$$

$\bar{v}$ moleküllerin aritmetik ortalama hızıdır. İntegrasyon sonucu

$$\int_{N_0}^{N}\frac{dN}{N}=-\int_0^t\frac{3S\bar{v}\,dt}{16\pi r^3}\,;\ \ln\frac{N_0}{N}=-\frac{3S\bar{v}\,t}{16\pi r^3}$$

zaman

$$t=\frac{16\pi r^3}{3S\bar{v}}\ln\frac{N_0}{N}=\frac{16\pi r^3}{3S\bar{v}}\ln\frac{P_0}{P}=\frac{16\pi r^3}{3S\bar{v}}\ln 2$$

olarak bulunur.

6. İdeal gazlar için iç enerji sadece sıcaklığa bağlı olup

$$U=c_V T$$

şeklinde yazılabilir. Birinci termodinamik yasası için

$$\Delta Q=\Delta A+\Delta U=dA+dU$$

yazabiliriz. Burada

$$dA=PdV$$

yapılan iş ve sistemin bir molünün iç enerji değişimi,

$$dU=c_V dT$$

$$c_V=\left(\frac{dQ}{dT}\right)_V=\left(\frac{dU}{dT}\right)_V=\frac{iR}{2}$$

sabit hacimde molar kapasitesi,

$$c_P=\left(\frac{dQ}{dT}\right)_P=\left(\frac{dA}{dT}\right)_P+\left(\frac{dU}{dT}\right)_P=R+\frac{iR}{2}=\frac{(i+2)R}{2}=R+c_V$$

sabit basınçta molar kapasitesi olarak yazılabilir. İki molar kapasitenin oranı

$$\gamma=\frac{c_P}{c_V}=\frac{i+2}{i}$$

olur. Burada i serbestlik derecesi, R ise gaz sabiti olarak bilinmektedir. Adyabatik prosesler için sisteme verilen ısı sıfırdır.

$$pdV+c_V dT=0$$

Bir mol gaz için

$$PV=RT$$

yazılabilir. Birinci termodinamik yasasına bu ifadeleri koyduğumuzda

$$\frac{RTdV}{V}+c_V dT=0;\ \frac{(c_P-c_V)dV}{V}+\frac{c_V dT}{T}=0;\ \frac{(\gamma-1)dV}{V}+\frac{dT}{T}=0$$

denklemi elde edilir. İntegrasyondan sonra

$$TV^{\gamma-1}=\text{sabit};\ PV^{\gamma}=\text{sabit}\ ;\ T^{\gamma}P^{1-\gamma}=\text{sabit}$$

olarak bulunur. Yapılan iş için

$$\Delta A=-\Delta U=-nc_V\Delta T=-nc_V(T-T_0)=\frac{nR(T_0-T)}{\gamma-1}=\frac{1}{\gamma-1}(P_0V_0-PV)=\frac{P_0V_0}{\gamma-1}\left[\left(1-\frac{P}{P_0}\right)^{\frac{\gamma-1}{\gamma}}\right]=$$

$$=\frac{P_0V_0}{\gamma-1}\left[1-\left(\frac{V_0}{V}\right)^{\gamma-1}\right]$$

olarak bulunur. İki aşamalı kompresör için yapılan iş

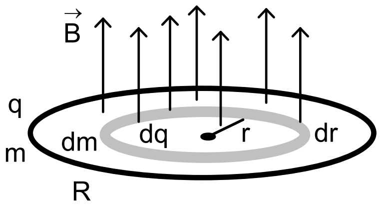
$$\Delta A=\frac{P_0V_0}{\gamma-1}\left[2-\left(\frac{V_0}{V_1}\right)^{\gamma-1}-\left(\frac{V_1}{V}\right)^{\gamma-1}\right]$$

bu işin minimum değeri için ara hacim ve minimum iş

$$V_1=\sqrt{V.V_0}$$

$$\Delta A_{min}=\frac{2P_0V_0}{\gamma-1}\left[1-\left(\frac{V_0}{V}\right)^{\frac{\gamma-1}{2}}\right]$$

olarak bulunur.



7. r yarıçapında ve dr genişliğinde bir halka seçtiğimizde bu halkanın alanı

$$dS=2\pi rdr$$

yükü

$$dq=\frac{qdS}{\pi R^2}=\frac{2qrdr}{R^2}$$

olarak verilir. Yarıçapı r<R bir daire içinde manyetik alanın değişimi sonucu bir e.m.k. indükte ediliyor. Bu indükte edilmiş e.m.k. rotasyonel elektrik alan yaratmaktadır. Rotasyonel elektrik alan diskin dönmesini sağlamaktadır. İndükte edilmiş e.m.k.

$$\varepsilon_{in}=\frac{d\Phi}{dt}=-\frac{d(\pi r^2B)}{dt}=-\pi r^2\frac{dB}{dt}=\pi r^2\frac{B}{\tau}$$

olarak bulunur. Burada τ B manyetik alanın sıfıra kadar düşmesi için geçen süredir. Diğer taraftan

$$\varepsilon_{in}=E.2\pi r$$

olur. Buradan rotasyonel elektrik alan

$$E=\frac{rB}{2\tau}$$

bu alanın yarattığı moment

$$dM=dF.r=dq.E.r=-\frac{q.2rdr}{R^2}.\frac{rB}{2\tau}.r$$

toplam moment

$$M=\int_0^R\frac{qBr^3dr}{R^2\tau}=\frac{qBR^2}{4\tau}$$

olur. Bu momentin etkisi ile disk dönmektedir. Bu durumda

$$M=J\alpha=\frac{mR^2}{2}.\frac{d\omega}{dt}=\frac{mR^2}{2}.\frac{\omega_0}{\tau}\ ;\ J=\frac{mR^2}{2}$$

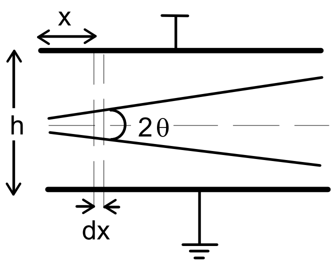
yazabiliriz. Diskin kazandığı açısal hız

$$\omega_0=\frac{qB}{2m}$$

diskin kazandığı kinetik enerji

$$K=\frac{J\omega_0^2}{2}=\frac{q^2B^2R^2}{16m}$$

olarak bulunur.



8. Sapma açısını bulmak için sabit elektrik alanda yüklü taneciklerin sapmasını bulmada kullandığımız yöntemi kullanılabiliriz. Bu yöntemde elektronların $t=\frac{\ell}{v_0}$ süre ile $E=\frac{U}{h}$ elektrik alanında dik yönde kazanılan ivme $a_y=\frac{qE}{m}$ hız $v_y=a_yt$ taneciğin hareket yönündeki hızı

$$v_0=\sqrt{\frac{2qU_h}{m}}$$

ve taneciğin sapma açısı

$$\tan\theta=\frac{v_y}{v_x}=\frac{U\ell}{2hU_h}$$

olarak bulunur. Bu yöntem sadece sabit elektrik alan için geçerlidir. Uygulanan gerilim alternatif ise yüklü taneciklerin kondansatörün giriş noktasından x uzakta bulunan çok küçük dx uzunlukta çok kısa bir paralel levhalı eleman kondansatör seçebiliriz. Bu küçük elemanı geçme süresi $dt=\frac{dx}{v_0}$ olur. Yüklü taneciğin kondansatöre girişi her hangi bir τ zamanında ise x uzaklıktaki dx uzunluktaki parçaya gelene kadar geçen zaman $t=\frac{x}{v_0}$ seçilen küçük parçada taneciğin sapma açısı

$$d(\tan\theta)=\frac{Udx}{2hU_h}=\frac{U_0\sin\frac{\omega x}{v_0}dx}{2hU_h}$$

olarak yazılabilir. Toplam sapma açısı için

$$\tan\theta=\int d(\tan\theta)=\int_0^{\ell}\frac{U_0\sin\frac{\omega x}{v_0}dx}{2hU_h}=-\frac{U_0v_0}{2h\omega U_h}\cos\frac{\omega x}{v_0}\Bigg|_0^{\ell}=$$

$$=-\frac{U_0v_0}{2h\omega U_h}\left(\cos\frac{\omega\ell}{v_0}-1\right)=\frac{U_0}{h\omega}\sqrt{\frac{q}{2mU_h}}\left(1-\cos\omega\ell\sqrt{\frac{m}{2qU_h}}\right)$$

toplam sapma

$$\delta=2\arctan\frac{U_0}{h\omega}\sqrt{\frac{q}{2mU_h}}\left(1-\cos\omega\ell\sqrt{\frac{m}{2qU_h}}\right)$$

olarak bulunur. Bu yöntemle elektron tüplerde elektronlar saptırılabilir veya duyarlı kütle spektrometrelerde kullanılabilir. Demetteki taneciklerin sapmaması için

$$\omega\ell\sqrt{\frac{m}{2qU_h}}=2n\pi$$

olmalıdır. Burada n=1, 2, 3 .... tam sayılardır. Yüklü taneciklerin yüksek frekanslı alternatif alanındaki sapma artık uygulanan alanının frekansına bağlıdır. Aynı sonuca daha kolay yoldan da ulaşabiliriz. Dikey yönde kazanılan hız

$$v_y=\int_o^t a_y dt=\int_0^t\frac{qU_0\sin\omega t dt}{mh}=-\frac{qU_0}{mh\omega}\cos\omega t\Big|_0^t=\frac{qU_0(1-\cos\omega t)}{mh\omega}$$

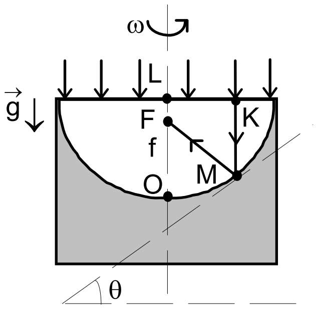
sapma açısı

$$\tan\theta=\frac{v_y}{v_0}=\frac{qU_0(1-\cos\omega t)}{mh\omega v_0}=\frac{U_0}{h\omega}\sqrt{\frac{q}{2mU_h}}\left(1-\cos\omega\ell\sqrt{\frac{m}{2qU_h}}\right)$$

ve demetin dağılma açısı

$$\delta=2\arctan\frac{U_0}{h\omega}\sqrt{\frac{q}{2mU_h}}\left(1-\cos\omega\ell\sqrt{\frac{m}{2qU_h}}\right)$$

olarak bulunur.



9. a) Sıvının en üst tabakasından alınan her hangi küçük bir parçaya etki eden kuvvetler tepki kuvveti ve ağırlık kuvvetidir.

$$N\sin\theta=m\omega^2x;\ N\cos\theta=mg;\ \tan\theta=\frac{\omega^2x}{g}=\frac{dy}{dx}$$

Sıvının şekli integasyondan sonra

$$y=\frac{\omega^2x^2}{2g}$$

olarak bulunur. Bu bir paraboldür. Maksimum yükselme x=R de olur.

$$y_{mak}=\frac{\omega^2R^2}{2g}$$

b) Basınç

$$P=\rho gh=\rho g(y_{mak}-y)=\frac{\rho\omega^2(R^2-x^2)}{2}$$

olarak bulunur.

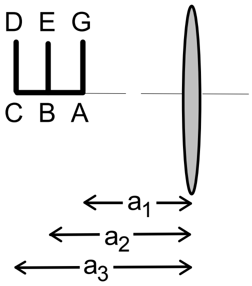
c) Fermat prensibine göre gönderilen ışık için

$$KM+MF=LO+OF;\ KM+\sqrt{x^2+(f-y)^2}=KM+y+f;\ y=\frac{x^2}{4f}$$

yazabiliriz. Buradan aynanın odak uzaklığı

$$f=\frac{g}{2\omega^2}$$

olarak bulunur.



10. Mercek formülünü üç durum için yazabiliriz.

$$\frac{1}{a_1}+\frac{1}{b_1}=\frac{1}{a_2}+\frac{1}{b_2}=\frac{1}{a_3}+\frac{1}{b_3}=\frac{1}{f}$$

Her durumda büyütme oranı için,

$$k_1=\frac{b_1}{a_1}\ ,\ k_2=\frac{b_2}{a_2}\ ,\ k_3=\frac{b_3}{a_3}$$

her iki nokta arasındaki uzaklık için,

$$\frac{b_1 - b_2}{a_2 - a_1}=\frac{b_1 b_2}{a_1 a_2}=k_1k_2\ ;\ b_1-b_2=k_1k_2(a_2-a_1)$$

$$\frac{b_2 - b_3}{a_3 - a_2}=\frac{b_2 b_3}{a_2 a_3}=k_2k_3;\ b_2-b_3=k_2k_3(a_3-a_2)$$

yazabiliriz. AC çubuğunun büyütme oranı

$$k=\frac{b_1 - b_3}{a_3 - a_1}=\frac{b_1 b_3}{a_1 a_3}=k_1k_3=18$$

BE çubuğunun büyütme oranı

$$k=k_1k_3=\frac{A'C'}{AC}=\frac{(b_2-b_3)+(b_1-b_2)}{(a_3-a_2)+(a_2-a_1)}=\frac{(k_1+k_3)k_2}{2}$$

$$k_2=\frac{2k_1k_3}{k_1+k_3}=4$$

olarak bulunur.