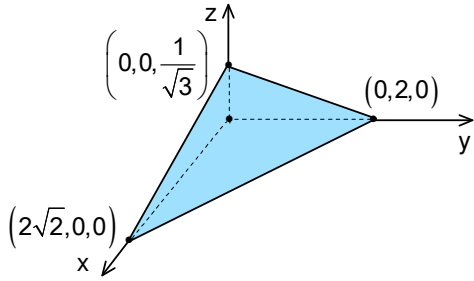


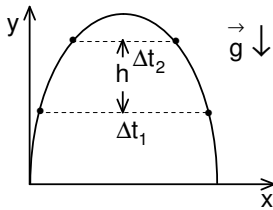
XXIII. ULUSAL FİZİK OLİMPİYATI BİRİNCİ AŞAMA SINAVI-2015



1. Sürtünmesiz bir eğik düzlem x eksenini $2\sqrt{2}$ m'de y eksenini 2 m'de z eksenini ise $\frac{1}{\sqrt{3}}$ m'de kesmektedir.

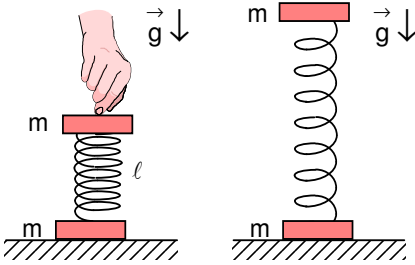
Yerçekimi ivmesi $-z$ yönünde $g=10$ m/s²'dir. Tepe noktasından $(0,0,\frac{1}{\sqrt{3}})$ bırakılan noktasal bir cisim kaç saniye sonra yere ($z=0$ m seviyesine) ulaşır?

- A) $\sqrt{5}$ B) $\sqrt{\frac{\sqrt{3}}{15}}$ C) $\sqrt{15}$ D) $\sqrt{\frac{6}{5}}$ E) $\sqrt{\frac{3\sqrt{3}}{5}}$



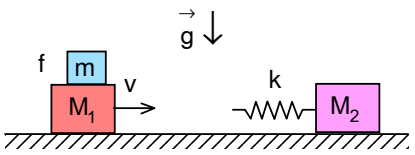
2. Yerçekimi ivmesini ölçmek için kullanılan düzeneklerden biri üst üste yerleştirilmiş iki tane fotoselli devreden oluşmaktadır. Bu devreler kendi seviyelerinden geçen objenin ilk geçişi ile (yukarı doğru), ikinci geçişi (aşağı doğru) arasındaki zaman farkını ölçmektedirler. İki devre arası düşey uzaklık h olarak verilmiştir. İlk hızı bilinmeyen bir nesne iki düzeneğin seviyesinden de geçecek şekilde atılıp Δt_1 ve Δt_2 olarak ölçülüyor. Bu değerleri kullanarak g nasıl elde edilebilir?

- A) $\frac{h}{\Delta t_1 \Delta t_2}$ B) $\frac{2h}{\Delta t_1 + \Delta t_2}$ C) $\frac{8h}{(\Delta t_1)^2 - (\Delta t_2)^2}$ D) $\frac{4h}{(\Delta t_1 - \Delta t_2)^2}$
E) İlk hız bilinmeden bulunamaz



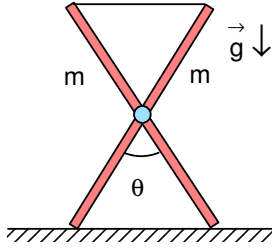
3. Bir oyuncak iki m kütleli diskin yay sabiti k sabiti ve serbest uzunluğu ℓ olan bir yayın birbirine bağlanması ile yapılmıştır. Oyuncak kütlelerden biri yatay zemin üzerine diğeri onun üzerinde olacak şekilde yerleştiriliyor. Üstteki diski bastırıp yayı sıkıştırıp aniden serbest bırakarak başlattığımız hareket sırasında iki kütlede yerden ayrılmasını istiyoruz. Bu durumda alttaki kütlede yerden ayrılabilmesi için bıraktığımız anda iki kütlede arasındaki mesafe en fazla ne kadar olabilir? Yerçekimi ivmesi g olup yay sabiti oyuncakçı zıplatabilecek kadar büyük seçilmiştir.

- A) $\frac{mg\sqrt{2}}{k}$ B) $\frac{m^2g^2}{2\ell k^2}$ C) $\ell - \frac{3mg}{k}$ D) $\ell - \frac{mg}{k}$ E) Alttaki kütle asla yeri terk edemez.



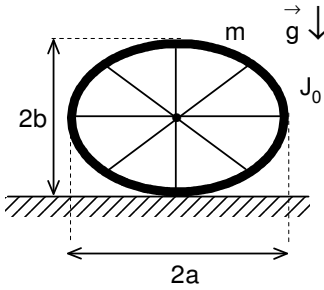
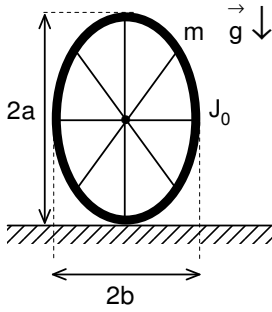
4. Yatay ve sürtünmesiz düzlem üzerinde kütlesi $M_1=1$ kg ve $M_2=1,5$ kg olan iki blok bulunmaktadır. M_1 kütleli bir bloğun üzerine kütlesi $m=0,5$ kg ikinci bir blok konulmuş olup bu sistem $v=2$ m/s hızı ile durgun halde bulunan M_2 kütleli bloğa doğru şekildeki gibi hareket etmektedir. m kütleli ile M_1 kütleli bloklar arasındaki statik sürtünme katsayısı $f=0,1$ 'dir. M_2 kütleli bloğa ise bir yay tutturulmuştur. Çarpışma boyunca m kütlede M_1 'in üzerinde kaymaması için yayın yay sabiti k nasıl seçilmelidir?

- A) $k \geq 0,75$ N/m B) $k \leq 0,75$ N/m C) $k \geq 1$ N/m D) $k \leq 0,5$ N/m E) $k \leq 1$ N/m



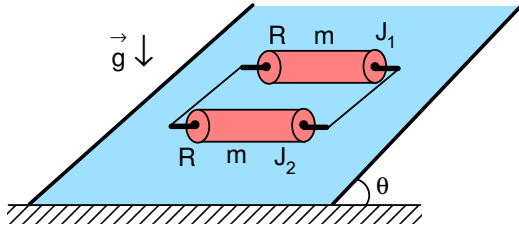
5. Her biri m kütleli iki homojen çubuk orta noktalarından birbirlerine vidalanmış olup vida etrafında sürtünmesiz olarak dönebilmektedirler. Bu çubuklar en üst noktalarından bir iple aralarındaki açı θ olacak şekilde bağlanmışlardır. Çubuklar sürtünmesiz bir yatay yüzeyin üzerinde düşey düzlemde denge durumdaysalar ipteki gerilime kuvveti nedir?

- A) $mg \tan \theta$ B) $D) mg(\sin^2 \theta - \cos^2 \theta)$
 C) $\frac{mg \sin \theta}{2 \cos^2 \frac{\theta}{2}}$ $\frac{mg \cos^2 \frac{\theta}{2}}{2 \sin \theta}$
 E) Çubukların uzunluğu verilmeden bulunamaz.



6. Kaza geçiren bir bisikletin tekerleği dairesel olmaktan çıkmış büyük yarım eksenini a , küçük yarım eksenini b olan bir elips halini almıştır. Bu haliyle tekerleğin merkezi etrafındaki eylemsizlik momenti J_0 toplam kütle ise m 'dir. Tekerlek büyük yarım eksenini ile yatay zemine değecek şekilde iken serbest bırakılıyor ve kaymadan yuvarlanıyor. Küçük yarım eksenini yatay zemine değdiği anda kütle merkezinin hızı nedir?

- A) $\frac{2mg(a^2 - b^2)b^2}{J_0 + m(a^2 + b^2)}$ B) $\sqrt{2g(a - b)}$ C) $\sqrt{\frac{2mg(a - b)b^2}{J_0 + mb^2}}$
 D) $\sqrt{\frac{2mg(a - b)b^2}{J_0 + mb^2}}$ E) $\sqrt{\frac{2mg(a^2 - b^2)}{J_0 + mb^2}}$

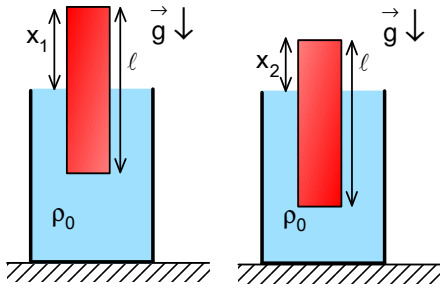


7. İki tane R yarıçaplı ve m kütleli silindirin merkezlerinden geçen eksenler iki telle tutturularak bir oyuncak araba yapılıyor. Silindirlerin içindeki yoğunluk dağılımı aynı olmadığından eksen etrafındaki eylemsizlik momentleri farklı olup J_1 ve J_2 olarak veriliyor. Bu oyuncak araba eğim açısı θ açılı eğik düzlemde aşağı inerken iki silindir de kaymadan yuvarlanıyorsa silindirleri tutturun tellerin her birinin üzerindeki gerilme kuvveti nedir?

- A) 0 B) $\frac{mg(J_1 - mR^2) \sin \theta}{J_2 - mR^2}$ C) $\frac{mg(J_1 - J_2) \sin \theta}{J_1 + J_2}$
 D) $\frac{mg(J_1 + mR^2) \sin \theta}{J_2 + mR^2}$ E) $\frac{mg(J_1 - J_2) \sin \theta}{2(2mR^2 + J_1 + J_2)}$

8. M kütleli bir uzay gemisi m kütleli bir uyduya 2ℓ uzunluğunda bir halatla bağlıdır. Bu sistem bütün kütle çekim kaynaklarından çok uzakta, ortak kütle merkezleri etrafında dönmektedir. Gemiler arası gravitasyonel çekim ve halatın kütlesi ihmal edilebilir. İlk anda halattaki gerilim kuvveti F ise geminin içindeki bir motorun halatı çekerek uyduyu kendisine ℓ mesafesi kadar yaklaştırabilmesi için ne kadar iş yapması gerekir?

- A) $F\ell$ B) $3F\ell$ C) $\frac{(M - m)F\ell}{M + m}$ D) $\frac{MmF\ell}{(M + m)^2}$ E) $\frac{\sqrt{Mm} F\ell}{M + m}$

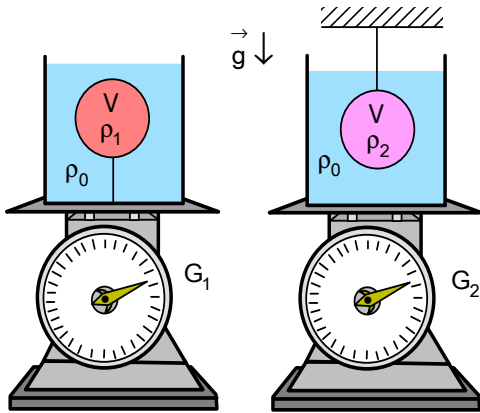


9. Uzunluğu ℓ olan bir silindir özkütleri ρ_1 ve ρ_2 iki maddenin bir birine karıştırılması ile yapılmıştır ve özkütlesi silindirin yüksekliği eksenine boyunca

$$\rho_x = \rho_1 + \frac{(\rho_2 - \rho_1)x}{\ell}$$

şeklinde değişmektedir. Bu silindir bir yönden özkütlesi ρ_1 olan sıvıya bırakıldığında x_1 kadarlık kısmı sıvının üstünde kalmaktadır, eğer 180° 'ye döndürülüp sıvıya bırakılırsa batmayan uzunluk x_2 kadarı olmaktadır. Bu durumda ρ_1 ve ρ_2 nedir?

A)	$\frac{\rho_0 x_1}{\ell}$	$\frac{\rho_0 x_2}{\ell}$
B)	$\frac{\rho_0 (2x_1 - x_2)}{2\ell}$	$\frac{\rho_0 (2x_2 - x_1)}{2\ell}$
C)	$\frac{\rho_0 (x_1 - x_2)x_1}{\ell^2}$	$\frac{\rho_0 (x_2 - x_1)x_2}{\ell^2}$
D)	$\frac{\rho_0 (x_1 + x_2)x_1}{\ell^2}$	$\frac{\rho_0 (x_1 + x_2)x_2}{\ell^2}$
E)	$x_1 = x_2$ olur ve bu yüzden ρ_1 ile ρ_2 ayrı ayrı bulunamaz.	



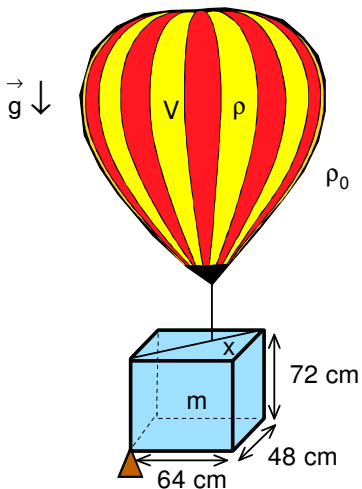
Şekil 1.

Şekil 2.

10. İki tane özdeş kap aynı yüksekliğe kadar özkütlesi ρ_0 olan sıvı ile dolduruluyor. İki kaptaki sıvının içine eşit V hacimli birer küre tamamen batacak şekilde yerleştiriliyor. Birinci kaptaki kürenin özkütlesi ρ_1 sıvının özkütlesinden az olduğundan kürenin yüzeye çıkmasını engellemek için küre bir ip ile kabın tabanına tutturuluyor. İkinci kaptaki kürenin özkütlesi ρ_2 sıvının özkütlesinden daha büyük olduğundan kürenin tabana değmesini engellemek için küre bir ip ile sıvının üstündeki sabit bir noktaya bağlanıyor. İki kap da bu şekilde tartıların üstüne konulup G_1 ve G_2 ağırlıkları ölçülüyor. Tartıların okuduğu değerlerin arasındaki fark nedir ve hangi tartı daha yüksek değer okur?

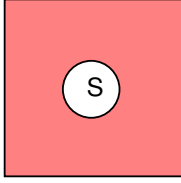
- A) $G_1 = G_2$
 C) $G_1 < G_2$ ama fark verilenlerle belirlenemez
 E) $G_1 < G_2$ fark ise $G_2 - G_1 = (\rho_2 - \rho_1)gV$

- B) $G_1 > G_2$ ama fark verilenlerle belirlenemez.
 D) $G_1 < G_2$ fark ise $G_2 - G_1 = (\rho_0 - \rho_1)gV$



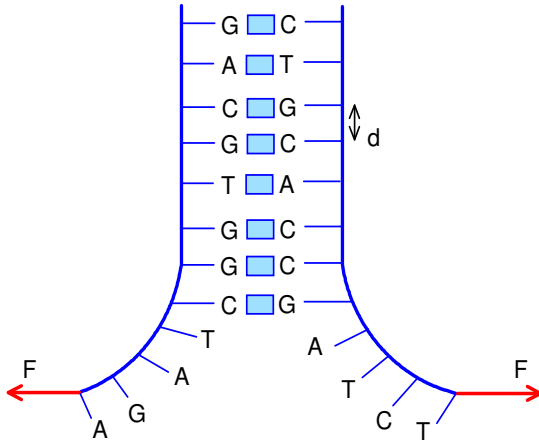
11. Kenar uzunlukları 64 cm, 48 cm, 72 cm ve kütlesi 10 kg dikdörtgen şeklinde olan bir prizma alt köşelerinden birisini şekildeki gibi destek üzerinde bulunmaktadır. Prizmanın üst köşegeni üzerinde ve köşeden x kadar uzaklıkta hacmi $V = 8 \text{ m}^3$ olan balon bağlıdır. Balon özkütlesi $\rho = 0,23 \text{ kg/m}^3$ olan He-Ne karışımı gaz ile doludur. Havanın özkütlesi $\rho_0 = 1,23 \text{ kg/m}^3$ ve prizmanın tabanları yatay konumunda ise desteğe etki eden kuvvet ve x uzaklığı nedir?

- A) 20 N, 30 cm
 B) 50 N, 40 cm
 C) 20 N, 50 cm
 D) 80 N, 30 cm
 E) 50 N, 20 cm



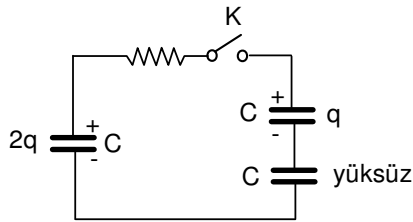
12. Bakırdan yapılaş olan bir çubuk T_0 sıcaklığında ℓ uzunluğundayken sıcaklık T_1 'e kadar yükseltildiğinde uzunluğu $\ell + \lambda \ell (T_1 - T_0)$ oluyor. Burada λ boyca genleşme katsayısıdır. Bakırdan kare şeklinde bir plaka üretiliyor ve bu kare plakanın tam ortasına küçük dairesel bir delik açılıyor. T_0 sıcaklığında bu deliğin alanı S ise sıcaklık T olduğunda deliğin alanı ne kadar olur? (Karenin kenar uzunluğu verilmemiştir ama kenarlar serbest bir şekilde genleşebilmektedir, genleşme küçüktür)

- A) Kenar uzunluğu verilmeden bilinemez.
B) Delik küçülür, alanı $S - \lambda S (T_1 - T_0)$ olur.
C) Delik büyür, alanı $S + \lambda S (T_1 - T_0)$ olur.
D) Delik bir yönde küçülür diğer yönde büyür, alan aynı kalır.
E) Delik büyür, alanı $S + 2\lambda S (T_1 - T_0)$ olur.



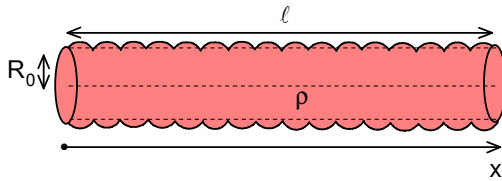
13. DNA molekülü iki iplikten oluşmaktadır. Bu ipliklerin her birinin üzerinde nükleik asitler birbirlerinden $d=0,33$ nm mesafe kadar uzak olacak şekilde dizilmişlerdir. Bir iplikteki nükleik asit diğer iplikteki nükleik asit karşılığını bulduğunda yaklaşık 300 meV enerji ile bağlanmaktadır. DNA ipliklerini iki uçtan tutup çekerek açmak için gereken minimum kuvvet yaklaşık kaç N'dur? Elektronun yükü $1.6 \cdot 10^{-19}$ C olarak veriliyor.

- A) 0,1 B) 10^{-3} C) 10^{-6}
D) 10^{-10} E) 10^{-13}



14. Kapasiteleri C olan üç özdeş kondansatörden ikisi şekildeki gibi $2q$ ve q yükleri ile yüklü olup üçüncüsü ise yüksüzdür. Bu kondansatörler bir rezistansa açık olan K anahtarı sayesinde bağlıdır. K anahtarı kapatılırsa devrede sistem dengeye gelene kadar geçen sürede rezistans üzerinde açığa çıkan ısı nedir?

- A) Direnç verilmediği için bulunamaz B) $\frac{q^2}{6C}$ C) $\frac{5q^2}{2C}$ D) $\frac{q^2}{4C}$ E) 0



15. Özdirenci ρ olan bir maddeden ℓ uzunluğunda bir tel imal edilmiştir. Tel üretilirken R_0 yarıçapında bir silindir olması amaçlanmış ama imalat hatası sonucu telin yarıçapında dalgalanmalar oluşmuştur. Telin uzunluğu boyunca yarıçapı

$$R(x) = R_0 + r \sin^2 \frac{2\pi x}{a}$$

olarak değişmektedir. İmalat hatalarının küçük olduğu ($r \ll R_0$, $a \ll \ell$) durumda bu telin direnci yaklaşık nedir?

- A) $\frac{\rho \ell}{\pi R_0^2}$ B) $\frac{\rho \ell}{\pi R_0^2} \left(1 - \frac{ra}{\ell R_0} \right)$ C) $\frac{\rho \ell}{\pi R_0^2} \left(1 + \frac{r^2}{R_0^2} \right)$
D) $\frac{\rho \ell}{\pi R_0^2} \left(1 + \frac{ra}{\ell R_0} \right)$ E) $\frac{\rho \ell}{\pi R_0^2} \left(1 - \frac{r}{R_0} \right)$

16. Küçük akımları ölçmek için kullanılan ve direnci 5Ω olan galvanometrenin iğnesi $0,1 \text{ mA}$ büyüklüğünde bir akım ölçtüğünde 50 bölümlük göstergesinin sonuna dayanmaktadır.

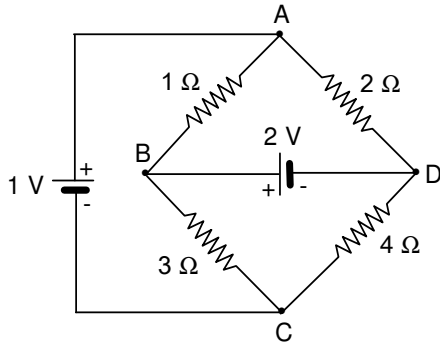
Galvanometreyi

(1) göstergesinin her bölmesi $0,2 \text{ A}$ akıma denk gelecek bir ampermetre,

(2) göstergesinin her bölmesi 1 V potansiyel farkına denk gelecek bir voltmetre

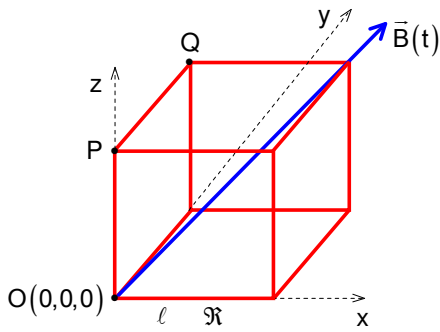
olarak kullanabilmek için galvanometreye bağlanacak \mathfrak{R} direncinin Ω cinsinden büyüklüğü nedir ve galvanometreye nasıl bağlanmalıdır?

	(1) Ampermetre	(2) Voltmetre
A)	$\frac{5}{10^5 - 1}$, paralel	$5(10^5 - 1)$, seri
B)	$\frac{5}{10^5 - 1}$, seri	$5(10^5 - 1)$, paralel
C)	$\frac{5}{10^5 - 1}$, seri	$5(10^5 - 1)$, seri
D)	$5(10^5 - 1)$, paralel	$\frac{5}{10^5 - 1}$, seri
E)	$5(10^5 - 1)$, paralel	$5(10^5 - 1)$, paralel



17. Şekilde verilen devrede 1Ω 'luk dirençten geçen akımın Amper cinsinden değeri ve yönü nedir?

- A) $\frac{5}{12}$, B'den A'ya
 B) $\frac{5}{12}$, A'dan B'ye
 C) $\frac{1}{4}$, A'dan B'ye
 D) $\frac{11}{25}$, B'den A'ya
 E) $\frac{2}{3}$, A'dan B'ye

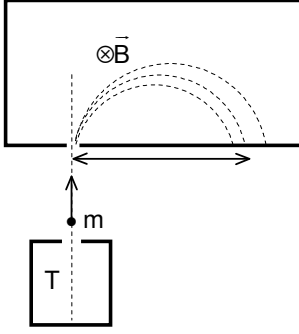


18. ℓ uzunluğunda ve her biri \mathfrak{R} direncine sahip 12 tane tel kullanılarak bir küp yapılmıştır. Bu küp bir köşesi merkezde üç kenarı da x, y ve z eksenleri doğrultusunda olacak şekilde yerleştiriliyor. Bu küpün üzerine

$$\vec{B}(t) = \alpha t (\vec{e}_x + \vec{e}_y + \vec{e}_z)$$

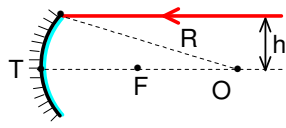
olarak ifade edilebilecek cisim köşegeni yönünde, uzayda homojen, zamana bağlı bir manyetik alan etki ediyorsa şekilde gösterilen P ($x=0, y=0, z=\ell$) ve Q ($x=0, y=\ell, z=\ell$) köşeleri arasındaki kenar üzerindeki akımın şiddeti ve yönü nedir? Burada $\alpha > 0$ bir sabit, \vec{e}_x , \vec{e}_y ve \vec{e}_z x, y ve z eksenleri boyunca olan birim vektörlerdir.

- A) $\frac{\sqrt{3} \alpha \ell^2}{2 \mathfrak{R}}$, P'den Q'ya
 B) $\frac{\sqrt{3} \alpha \ell^2}{3 \mathfrak{R}}$, Q'dan P'ye
 C) $\frac{1 \alpha \ell^2}{2 \mathfrak{R}}$, P'den Q'ya
 D) $\frac{2\sqrt{3} \alpha \ell^2}{3 \mathfrak{R}}$, Q'dan P'ye
 E) 0



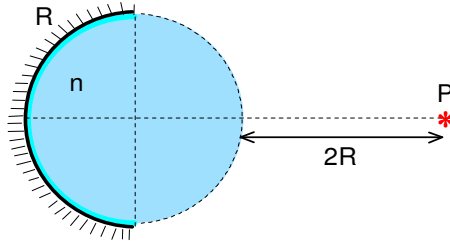
19. T sıcaklığında bir kaynaktan çıkan elektron demeti küçük bir delikten içinde sabit B manyetik alanı olan bölgeye girmektedir. Bu bölgede sapan elektronlar şekilde gösterildiği gibi fosforlu bir ekrana çarpılmaktadırlar. Ekranın üzerindeki bir noktanın parlaklığı o noktaya birim zamanda çarpan elektron sayısı ile orantılıdır. Bu durumda ekrandaki en parlak noktanın elektronların girdiği deliğe olan uzaklığı nedir? (Elektron kütlesi m , elektronun yükü q , Planck sabiti \hbar , Boltzmann sabiti k olarak veriliyor.

- A) $\frac{2\sqrt{kTm}}{qB}$ B) $\frac{\pi\sqrt{kTm}}{qB}$ C) $\frac{2\sqrt{\pi kTm}}{qB}$
D) $\frac{\pi\hbar m}{qBT}$ E) $\frac{q\sqrt{kTm}}{B}$



20. Gerçek görüntünün, basit bir teorinin tahmininden olan farkına aberasyon veya kusur adı verilir. Küresel bir aynanın aberasyonu, aynanın merkez eksenine yakın gelen ışınların odak uzunluğu f , ile aynanın kenarlarına gelen ışınların odak uzunluğu f' , arasındaki fark olarak tanımlanır. Küresel aynanın taban yarıçapı $h \ll R$ ve eğrilik yarıçapı R ise $f-f'$ aberasyonu yaklaşık olarak ne kadar verir?

- A) $\frac{h^2}{2R}$ B) $\frac{h^2}{4R}$ C) $\frac{h^3}{R^2}$ D) $\frac{h^3}{2R^2}$ E) $\frac{2h^2}{R}$

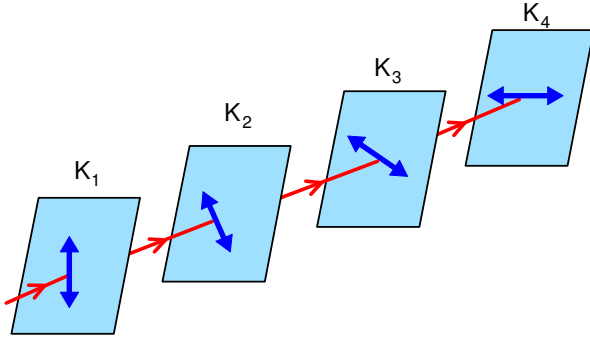


21. Yarıçapı R ve kırıcılık indisi $n=1,5$ olan cam yarı kürenin yarısı gümüş ile kaplanmıştır. Şekilde gösterildiği gibi cam kürenin kaplanmamış kutbundan eksenini doğrultusunda $2R$ uzaklıktaki P noktasına yerleştirilen küçük cismin görüntüsü bütün kırılma ve yansılardan sonra nerede oluşur? Havanın kırıcılık indisini $n_h=1$ olarak kabul ediniz.

- A) Aynanın çukurunda gümüş kaplanmış yüzeyin tepe noktasında.
B) Cam kürenin gümüş kaplanmamış tarafındaki yüzeyin tepe noktasında.
C) P noktasında.
D) Cam kürenin merkezinde.
E) Sonsuzda.

22. Yerden 200 km yüksekliğe bir casus uydusu yerleştirilecektir. Bu uydusu 1000 nanometre dalga boyundaki ışık ile görüntüleme yapacaktır. Yerde 0,5 m aralıkla yerleştirilmiş iki cisim birbirinden ayırt edilecek çözünürlüğe sahip fotoğraflar çekebilmesi için uyduya yerleştirilecek kameranın merceğinin çapı en az ne kadar olmalıdır?

- A) 5 cm B) 50 cm C) 5 m D) 50 m
E) Tek kamera ile bu çözünürlük mümkün değildir.



23. Kutuplanmamış (polarize olmayan) bir ışık kaynağı önüne art arda konulmuş dört kutuplayıcının (polarizator) eksenleri, düşey eksene göre sırayla 0°, 30°, 60° ve 90° derece açı yapmaktadır.

(1) Son kutuplayıcının arkasına geçen ışığın şiddetinin gelen ışık şiddetine oranı nedir?

Geçen ışığın şiddeti

(2) kutuplayıcılardan birini çıkartarak azaltılabilir mi? Öyle ise hangisi?

(3) kutuplayıcılardan bir ya da daha fazlasını çıkartarak sıfıra indirilebilir mi? Öyle ise hangileri?

	(1)	(2)	(3)
A)	$\frac{27}{128}$	2 veya 3	2 ve 3
B)	$\frac{27}{64}$	1 veya 4	1 ve 4
C)	$\frac{3\sqrt{3}}{8}$	2 veya 3	Hayır
D)	$\frac{3\sqrt{3}}{16}$	2 veya 3	1 ve 4
E)	$\frac{3\sqrt{3}}{16}$	1 veya 4	2 ve 3

24. Elektronun klasik (Compton) yarıçapı $r \approx 2,82$ fm (1 fm=1 femtometre= 10^{-15} m) hidrojen atomunun Bohr yarıçapına olan oranı nedir?

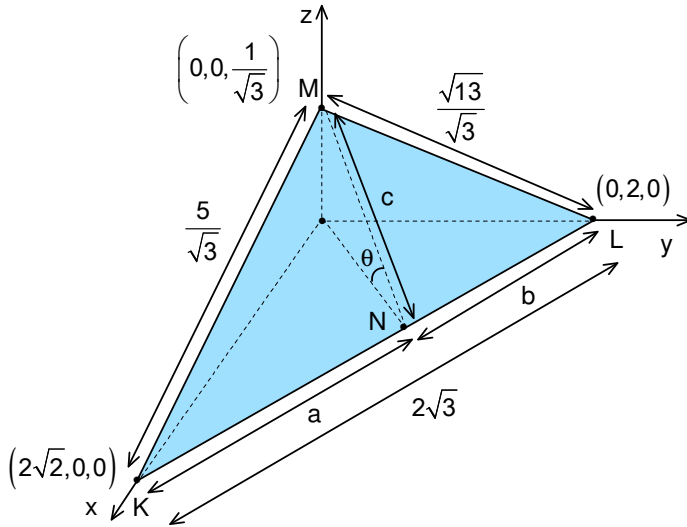
- A) Proton kütesinin elektron kütesine oranı yaklaşık 1800.
B) Elektronun yükü yaklaşık $1,6 \cdot 10^{-19}$ Coulomb
C) Hidrojen atomunun iyonizasyon enerjisi yaklaşık 13,6 eV.
D) 4

E) İnce yapı sabitinin karesi $\alpha^2 \approx \frac{1}{137^2}$

25. A elementi T yarılanma ömrü ile B elementine dönüşmektedir. B elementi ise 2T yarılanma ömrü ile radyoaktif olmayan C elementine dönüşmektedir. Tamamen A atomlarından oluşmuş olarak başlayan malzemede ne kadar süre sonra B atomu sayısı maksimum olur?

- A) $T \cdot \ln 2$ B) 4T C) $T\sqrt{5}$ D) 2T E) $e^2 T$

XXIII. ULUSAL FİZİK OLİMPİYATI BİRİNCİ AŞAMA SINAVI ÇÖZÜMLERİ-2015



1. Şeklin geometrisinden K ve L noktaları arasındaki uzaklık

$$\sqrt{(2\sqrt{2})^2 + 2^2} = 2\sqrt{3} \text{ m}$$

K ve M noktaları arasındaki uzaklık

$$\sqrt{(2\sqrt{2})^2 + \left(\frac{1}{\sqrt{3}}\right)^2} = \frac{5}{\sqrt{3}} \text{ m}$$

L ve M noktaları arasındaki uzaklık

$$\sqrt{2^2 + \left(\frac{1}{\sqrt{3}}\right)^2} = \frac{\sqrt{13}}{\sqrt{3}} \text{ m}$$

olur. a, b ve c uzaklıkları için

$$a+b=2\sqrt{3}$$

$$\left(\frac{5}{\sqrt{3}}\right)^2 - a^2 = \left(\frac{\sqrt{13}}{\sqrt{3}}\right)^2 - b^2$$

yazabiliriz. Buradan

$$a = \frac{4}{\sqrt{3}}; b = \frac{2}{\sqrt{3}}; c = \sqrt{3}; \sin\theta = \frac{1}{\sqrt{3}} = \frac{1}{3}; c = \frac{at^2}{2} = \frac{g \sin\theta t^2}{2}; \sqrt{3} = \frac{10}{3} t^2; t = \sqrt{\frac{3\sqrt{3}}{5}} \text{ s}$$

olarak bulunur.

2. Dikey yönde cismin aldığı yol için

$$y = v_{0y}t - \frac{gt^2}{2}$$

yazabiliriz. Buradan

$$t^2 - \frac{2v_{0y}t}{g} - \frac{2y}{g} = 0, t_{1,2} = \frac{2v_{0y} \pm \sqrt{4v_{0y}^2 + 8y}}{2g}, \Delta t = t_2 - t_1 = \sqrt{\frac{4v_{0y}^2 + 8y}{g^2}}; (\Delta t)^2 - \frac{8y}{g} = \frac{4v_{0y}^2}{g^2}$$

elde edilir.

$$(\Delta t_1)^2 - \frac{8y_1}{g} = (\Delta t_2)^2 - \frac{8y_2}{g}, (\Delta t_1)^2 - (\Delta t_2)^2 = \frac{8(y_2 - y_1)}{g} = \frac{8h}{g}$$

$$g = \frac{8h}{(\Delta t_1)^2 - (\Delta t_2)^2}$$

olarak bulunur.

3. İlk durumda yay x_1 kadar sıkıştırıldığını kabul edelim. Alt disk ile yatay zemin arasında temas kesilirse yaydaki uzama

$$x_2 = \frac{mg}{k}$$

olur. Enerji korunumu yasasından

$$\frac{kx_1^2}{2} = \frac{kx_2^2}{2} + mg(x_1 + x_2)$$

yazabiliriz. Buradan ilk sıkışma miktarı

$$x_1^2 - \frac{2mg}{k}x_1 - \frac{3m^2g^2}{2k^2} = 0; x_1 = \frac{3mg}{k}$$

aranan uzaklık

$$\ell - x_1 = \ell - \frac{3mg}{k}$$

olarak bulunur.

4. Momentum korunumu yasasından sistemin yay maksimum sıkıştığındaki hızı
 $(M_1+m)v=(M_1+m+M_2)u$; $(1+0,5).2v=(1+0,5+1,5)u$; $u=1$ m/s
 bu durumda yaydaki deformasyon enerjisi

$$\frac{kx^2}{2} = \frac{(M_1+m)v^2}{2} - \frac{(M_1+m+M_2)u^2}{2} = \frac{(1+0,5).2^2}{2} - \frac{(1+0,5+1,5).1^2}{2} = \frac{3}{2}$$

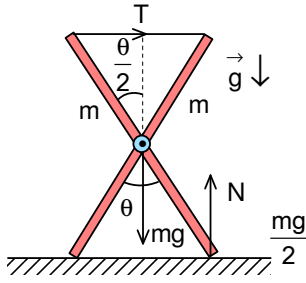
yaydaki maksimum kuvvet gerçekleştiğinde sistemin ivmesi

$$kx=(M_1+m)a; a = \frac{kx}{M_1+m} = fg$$

olur. Buradan

$$x = \frac{0,1 \cdot (1+0,5) \cdot 10}{k}; \frac{k \left(\frac{1,5}{k} \right)^2}{2} = \frac{3}{2}; k=0,75 \text{ N/m}$$

olarak bulunur. Yay sabiti daha büyük değerde ise cisim harekete geçer.



5. Vidaya göre

$$N \cdot \frac{l}{2} \sin \frac{\theta}{2} = T \cdot \frac{l}{2} \cos \frac{\theta}{2}; N=mg$$

yazabiliriz. Buradan

$$T = mg \tan \frac{\theta}{2} = \frac{mg}{2} \frac{2 \sin \frac{\theta}{2} \cos \frac{\theta}{2}}{\cos^2 \frac{\theta}{2}} = \frac{mg \sin \theta}{2 \cos^2 \frac{\theta}{2}}$$

olarak bulunur.

6. Tekerleğin yatay zemin ile temas ettiği noktaya göre tekerleğin açısal hızı enerji korunumu yasasından

$$mga = mgb + \frac{(J_0 + mb^2) \omega^2}{2}; \omega = \sqrt{\frac{2mg(a-b)}{J_0 + mb^2}}$$

tekerleğin kütle merkezinin hızı

$$v = \omega b = \sqrt{\frac{2mg(a-b)b^2}{J_0 + mb^2}}$$

olarak bulunur.

7. Sistemin eğik düzlem üzerinde hareketi için

$$2mgsin\theta - F_{s1} - F_{s2} = 2ma$$

her bir silindirin dönmesi için

$$F_{s1} \cdot R = J_1 \alpha = J_1 \cdot \frac{a}{R}; F_{s1} = \frac{J_1 a}{R^2}$$

$$F_{s2} \cdot R = J_2 \alpha = J_2 \cdot \frac{a}{R}; F_{s2} = \frac{J_2 a}{R^2}$$

yazabiliriz. Buradan sistemin ivmesi

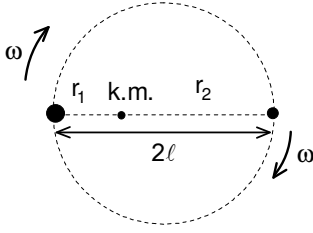
$$2mgsin\theta - \frac{J_1 a}{R^2} - \frac{J_2 a}{R^2} = 2ma; a = \frac{2mgR^2 sin\theta}{2mR^2 + J_1 + J_2}$$

aranan gerilme kuvveti

$$mgsin\theta - F_{s2} - 2T = ma; a = \frac{2mgR^2 sin\theta}{2mR^2 + J_1 + J_2}$$

$$T = \frac{1}{2} \left(mgsin\theta - \frac{J_2 a}{R^2} - ma \right) = \frac{1}{2R^2} \left[mgR^2 sin\theta - (mR^2 + J_2) \frac{2mgR^2 sin\theta}{2mR^2 + J_1 + J_2} \right] = \frac{mg(J_1 - J_2) sin\theta}{2(2mR^2 + J_1 + J_2)}$$

olarak bulunur.



8. Kütle merkezine göre

$$M_1 r_1 = m r_2; r_2 = \frac{M r_1}{m}$$

$$2l = r_1 + r_2 = r_1 \left(1 + \frac{M r_1}{m} \right); r_1 = \frac{2m\ell}{M+m}; r_2 = \frac{2M\ell}{M+m}$$

yazabiliriz. Sistemin ilk açısai hızı

$$F = m\omega^2 r_2 = \frac{2Mm\omega^2 \ell}{M+m}; \omega = \sqrt{\frac{(M+m)F}{2Mm\ell}}$$

sistemin ilk eylemsizlik momneti

$$J = M r_1^2 + m r_2^2 = \frac{4Mm^2 \ell^2}{(M+m)^2} + \frac{4M^2 m \ell^2}{(M+m)^2} = \frac{4Mm\ell^2}{M+m}$$

sistemin ilk açısai momentumu

$$L = J\omega = \frac{4Mm\ell^2}{M+m} \sqrt{\frac{(M+m)F}{2Mm\ell}}$$

sistemin ilk enerjisi

$$K = \frac{J\omega^2}{2} = \frac{1}{2} \frac{4Mm\ell^2}{M+m} \frac{(M+m)F}{2Mm\ell} = F\ell$$

ile verilir. Sistemin son eylemsizlik momentini bulmak için ℓ yerine $\frac{\ell}{2}$ alabiliriz. Buradan

$$J_s = \frac{4Mm \left(\frac{\ell}{2} \right)^2}{M+m} = \frac{Mm\ell^2}{M+m}$$

sistemin son açısai hızı momentum korunumu yasasından

$$J\omega = J_s \omega_s; \frac{4Mm\ell^2}{M+m} \sqrt{\frac{(M+m)F}{2Mm\ell}} = \frac{Mm\ell^2}{M+m} \omega_s; \omega_s = 4 \sqrt{\frac{(M+m)F}{2Mm\ell}}$$

sistemin son enerjisi

$$K_s = \frac{J_s \omega_s^2}{2} = \frac{1}{2} \frac{Mm\ell^2}{M+m} \cdot 16 \cdot \frac{(M+m)F}{2Mm\ell} = 4F\ell$$

yapılan iş

$$A = K_s - K = 4F\ell - F\ell = 3F\ell$$

olarak bulunur.

9. Yüzen bir cisme etki eden kaldırma kuvveti cismin ağırlığı kadardır. Cismin ağırlığı ve sıvının özkütlesi sabit oldukları için $x_1 = x_2$ olur ve bu yüzden ρ_1 ile ρ_2 ayrı ayrı bulunamaz.

10. Her iki durumda da kaplardaki yeni sıvı seviyeleri yine eşit olur. Birinci tartıda sıvı basınç kuvvetin dışında bir de T ip gerilmesi katkıda bulunmaktadır. Bu durumda

$$G_1 + T = G_2$$

yazabiliriz. İpteki gerilme kuvveti

$$T = (\rho_0 - \rho_1)gV$$

ile verilir. Buradan

$$G_2 - G_1 = (\rho_0 - \rho_1)gV$$

olarak bulunur.

11. Tabanların köşegen uzunluğu

$$y = \sqrt{64^2 + 48^2} = 80 \text{ cm}$$

olur. Desteğe göre moment dengesi yazabiliriz. Buradan aranan uzaklık

$$mg \cdot 40 = (\rho_0 - \rho)gV(80 - x); 10 \cdot 10 \cdot 40 = (1,23 - 0,23) \cdot 10 \cdot 8 \cdot (80 - x); x = 30 \text{ cm}$$

desteğe etki eden kuvvet

$$N = mg - (\rho_0 - \rho)gV = 10 \cdot 10 - (1,23 - 0,23) \cdot 10 \cdot 8 = 20 \text{ N}$$

olarak bulunur.

12. Deliğin ilk yarıçapı r ise deliğin alanı

$$S = \pi r^2$$

olur. Plaka ısıtılırsa her yönde genişler. Yeni alan

$$S' = \pi[r + \lambda r(T_1 - T_0)]^2 = \pi r^2[1 + 2\lambda(T_1 - T_0)] = S + 2\lambda S(T_1 - T_0)$$

olarak bulunur.

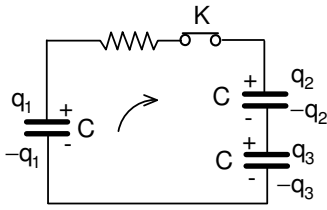
13. Yapılan iş için

$$F \cdot 2d = eU \text{ ya da } F \cdot 2d = eU$$

yazabiliriz. Buradan

$$F = \frac{eU}{2d} = \frac{1,6 \cdot 10^{-19} \cdot 300 \cdot 10^{-3}}{2 \cdot 0,33 \cdot 10^{-9}} \approx 0,7 \cdot 10^{-10} \text{ N} \sim 10^{-10} \text{ N}$$

olarak bulunur.



14. Kondansatörlerin son yükleri q_1 , q_2 ve q_3 olsun. Bu durumda

$$q_1 + q_2 = 3q$$

$$q_1 + q_3 = 2q$$

$$\frac{q_1}{C} - \frac{q_2}{C} - \frac{q_3}{C} = 0$$

yazabiliriz. Buradan yükler

$$q_1 = \frac{5q}{3}; q_2 = \frac{4q}{3}; q_3 = \frac{q}{3}$$

açığa çıkan ısı

$$Q = \frac{(2q)^2}{2C} + \frac{q^2}{2C} - \frac{\left(\frac{5q}{3}\right)^2}{2C} - \frac{\left(\frac{4q}{3}\right)^2}{2C} - \frac{\left(\frac{q}{3}\right)^2}{2C} = \frac{q^2}{6C}$$

olarak bulunur.

15. Sol tabandan x uzaklıkta ince bir disk alalım. Bu diskin direnci için

$$\begin{aligned} d\mathfrak{R} &= \rho \frac{d\ell}{\pi \left(R_0 + r \sin^2 \frac{2\pi x}{a} \right)^2} = \frac{\rho dx}{\pi R_0^2 \left(1 + \frac{r}{R_0} \sin^2 \frac{2\pi x}{a} \right)^2} \approx \frac{\rho dx}{\pi R_0^2 \left(1 + \frac{2r}{R_0} \sin^2 \frac{2\pi x}{a} \right)} \\ &\approx \frac{\rho dx}{\pi R_0^2} \left(1 - \frac{2r}{R_0} \sin^2 \frac{2\pi x}{a} \right) = \frac{\rho dx}{\pi R_0^2} \left(1 - \frac{2r}{R_0} \sin^2 \frac{2\pi x}{a} \right) = \frac{\rho dx}{\pi R_0^2} \left[1 - \frac{r}{R_0} \left(1 - \cos \frac{4\pi x}{a} \right) \right] \\ &= \frac{\rho dx}{\pi R_0^2} \left(1 - \frac{r}{R_0} + \frac{r}{R_0} \cos \frac{4\pi x}{a} \right) \end{aligned}$$

yazabiliriz. Tüm silindirin direnci

$$\begin{aligned} \mathfrak{R} &= \int_0^\ell \frac{\rho}{\pi R_0^2} \left(1 - \frac{r}{R_0} + \frac{r}{R_0} \cos \frac{4\pi x}{a} \right) dx = \frac{\rho}{\pi R_0^2} \left(1 - \frac{r}{R_0} \right) x \Big|_0^\ell + \frac{ar}{4\pi R_0} \sin \frac{4\pi x}{a} \Big|_0^\ell \\ &= \frac{\rho \ell}{\pi R_0^2} \left(1 - \frac{r}{R_0} \right) \end{aligned}$$

olarak bulunur.

16. Ampermetrenin ölçülmesi gereken akım değeri

$$I_A = 0,2.50 = 10 \text{ A}$$

galvanometrenin ölçtüğü değerin

$$n_1 = \frac{10}{0,1.10^{-3}} = 10^5$$

katı büyüktür. Bunun için galvanometreye ilave bir rezistans paralel olarak bağlanmalıdır. Bağlanan rezistansın direnci \mathfrak{R}_p olsun. Eşdeğer direnç

$$\frac{1}{\mathfrak{R}_1} = \frac{1}{\mathfrak{R}_G} + \frac{1}{\mathfrak{R}_p}; \mathfrak{R}_1 = \frac{\mathfrak{R}_G \mathfrak{R}_p}{\mathfrak{R}_G + \mathfrak{R}_p}$$

olur. Galvanometrede normalde akım aktığında galvanometre üzerindeki potansiyel fark ile paralel olarak bağlanan rezistans üzerindeki potansiyel fark aynı olmalıdır. Bu durumda nI akım gelip I kadar galvanometreden geçmelidir. Buradan

$$I \mathfrak{R}_G = n_1 I \frac{\mathfrak{R}_G \mathfrak{R}_p}{\mathfrak{R}_G + \mathfrak{R}_p}; \mathfrak{R}_p = \frac{\mathfrak{R}_G}{n_1 - 1} = \frac{5}{10^5 - 1} \Omega$$

olarak bulunur. Galvanometrenin ölçtüğü potansiyel fark

$$U = 0,1.10^{-3}.5 = 5.10^{-4} \text{ V}$$

olur. Voltmetrenin ölçtüğü potansiyel fark

$$U_V = 1.50 = 50 \text{ V}$$

galvanometrenin ölçtüğü potansiyel farkının

$$n_2 = \frac{50}{5.10^{-4}} = 10^5$$

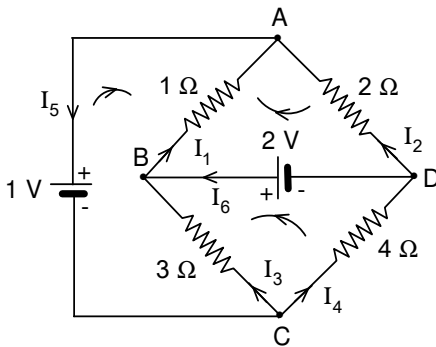
katı büyüktür. Galvanometrede normalde akım aktığında galvanometreden ve seri paralel olarak bağlanan rezistans üzerindeki akım aynı olmalıdır. Bu durumda nU kadar potansiyel fark uygulanırsa U kadar potansiyel fark galvanometre üzerinde olmalıdır. Seri olarak bağlanacak rezistansın direnci \mathfrak{R}_s olsun. Eşdeğer direnç

$$\mathfrak{R}_2 = \mathfrak{R}_G + \mathfrak{R}_s$$

olur. Galvanometreden normalde potansiyel fark ölçtüğünde galvanometreden akan akım iki durumda da aynı olmalıdır. Buradan

$$I = \frac{U}{\mathfrak{R}_G} = \frac{nU}{\mathfrak{R}_G + \mathfrak{R}_s}; \mathfrak{R}_s = (n-1)\mathfrak{R}_G = 5(10^5-1) \Omega$$

olarak bulunur.



17. Akım yönlerini şekildeki gibi seçelim. Bu birinci durumda Kirchhoff yasasından

$$I_1 + I_2 = I_5$$

$$I_3 + I_4 = I_5$$

$$I_3 + I_6 = I_1$$

$$I_2 + I_6 = I_4$$

ikinci Kirchhoff yasasından

$$1 = -I_1 - 3I_3$$

$$2 = I_1 - 2I_2$$

$$2 = -3I_3 + 4I_4$$

yazabiliriz. Buradan

$$I_4 = I_1 + I_2 - I_3$$

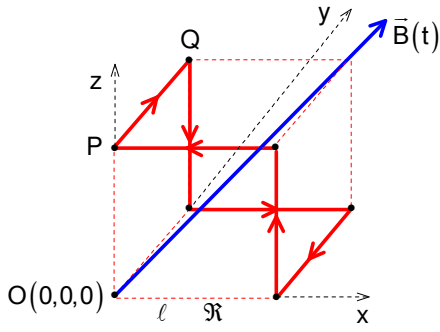
$$I_3 = -\frac{1 + I_1}{3}$$

$$2 = -3I_3 + 4(I_1 + I_2 - I_3) = 4I_1 + 4I_2 - 7I_3 = 4I_1 + 4I_2 + 7\frac{1 + I_1}{3}$$

$$1 = 19I_1 + 12I_2$$

$$2 = I_1 - 2I_2; 12 = 6I_1 - 12I_2; I_1 = \frac{11}{25}, \text{ B'den A'ya}$$

olarak bulunur.



18. Simetriden dolayı küpün kenarları boyunca akım şekil-deki gibi akmalıdır. Bir yüzden geçen manyetik akı

$$\Phi = B l^2 = \alpha l^2 t$$

3 yüzeyden geçen akı

$$\Phi_i = B l^2 = 3 \alpha l^2 t$$

akan akım

$$I = \frac{1}{6\mathfrak{R}} \frac{d\Phi_t}{dt} = \frac{1}{2} \frac{\alpha l^2}{\mathfrak{R}}$$

olarak bulunur. Akımın yönü ise P'den Q'ya doğrudur.

19. Elektronların manyetik indüksiyon alanı içinde çizdikleri yörüngelerin yarıçapı

$$qvB = \frac{mv^2}{r}; r = \frac{mv}{qB}$$

giriş noktadan olan uzaklık ifadesinden hız

$$x = 2r = \frac{2mv}{qB}; v = \frac{qBx}{2m}$$

olarak bulunur. T sıcaklığında elektron kaynağından çıkan elektronların sayısı Boltzmann faktörü ve hızın çarpımı ile orantılıdır. Bu durumda parlaklık için

$$P \sim v e^{-\frac{mv^2}{2kT}} \sim x e^{-\frac{mq^2B^2x^2}{2kT}}$$

yazabiliriz. Parlaklığın maksimum olması için

$$\frac{dP}{dx} = 0; e^{-\frac{mq^2B^2x^2}{2kT}} - x \cdot \frac{2mq^2B^2x}{2kT} e^{-\frac{mq^2B^2x^2}{2kT}} = 0; x = \frac{2\sqrt{kTm}}{qB}$$

olarak bulunur. Farklı bir çözüm de elektronların tek boyutta yayılan bir demet oluşturduklarını ve Boltzmann dağılımını ihmal ederek bulabiliriz. Tek boyutta hareket için

$$\frac{mv^2}{2} = \frac{kT}{2}; v = \sqrt{\frac{kT}{m}}$$

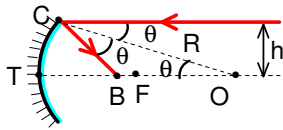
yazabiliriz. Elektronların manyetik indüksiyon alanı içinde çizdikleri yörüngelerin yarıçapı

$$qvB = \frac{mv^2}{r}; r = \frac{mv}{qB} = \frac{\sqrt{kTm}}{qB}$$

ve aranan uzaklık

$$x = 2r = \frac{2\sqrt{kTm}}{qB}$$

olarak bulunur.



20. Şeklin geometrisinden

$$\sin\theta = \frac{h}{R}; \cos\theta = \sqrt{1 - \sin^2\theta} = \sqrt{1 - \frac{h^2}{R^2}} = 1 - \frac{h^2}{2R^2}$$

$$|OB| = |BC| = \frac{R}{2\cos\theta} = \frac{R}{2\left(1 - \frac{h^2}{2R^2}\right)} = \frac{R}{2} \left(1 + \frac{h^2}{2R^2}\right) = \frac{R}{2} + \frac{h^2}{4R}$$

$$|BF| = |BO| - |FO| = \frac{R}{2} + \frac{h^2}{4R} - \frac{R}{2} = \frac{h^2}{4R}$$

olarak bulunur.

21. Cisim ilk kırılma düzlemsel yüzeyden $a=2R$ uzaklıktadır. Cismin görüntüsü bu yüzeyden

$$\frac{1}{a} + \frac{n}{b_1} = \frac{n-1}{R}; \frac{1}{2R} + \frac{1,5}{b_1} = \frac{1,5-1}{R}; 0; b_1 = \infty$$

uzaklıkta oluşur. Bu görüntü küresel yüzeyin tepe noktasından

$$a_2 = \infty$$

uzaklıktadır. Küresel yüzeyde oluşan görüntü küresel yüzeyin tepe noktasından

$$b_2 = f = \frac{R}{2}$$

uzaklıkta oluşur. Bu görüntü küresel yüzeyden

$$a_3 = 2R - b_2 = 2R - \frac{R}{2} = \frac{3R}{2}$$

uzaklıktadır. Cismin görüntüsü bu yüzeyden

$$\frac{n}{a_3} + \frac{1}{b_3} = \frac{1-n}{-R}; \frac{1,5}{\frac{3R}{2}} + \frac{1}{b_3} = \frac{1,5-1}{R}; b_3 = -2R$$

uzaklıkta ve aynanın çukurunda gümüş kaplanmış yüzeyin tepe noktasında oluşur.

22. Çözme gücü

$$\theta \approx \frac{1,22\lambda}{D} = \frac{x}{\ell}$$

ile verilir. Buradan

$$D = \frac{1,22\lambda\ell}{x} = \frac{1,22 \cdot 1000 \cdot 10^{-9} \cdot 200 \cdot 10^3}{0,5} \approx 0,5 \text{ m} = 50 \text{ cm}$$

olarak bulunur.

23. Işık şiddeti elektrik alanın karesi ile orantılıdır.

$$J \sim E^2$$

Polarizatörden geçen elektromanyetik dalganın elektrik alan vektörü

$$E = E_0 \cos\theta$$

polarizatörden geçen demetin ışık şiddeti

$$J = J_0 \cos^2\theta$$

ile verilir. Soruda dört polarizatör söz konusu. Birinci polarizatör için $\theta=0^\circ$ olduğu için polarizatörden ışığın yarısı geçer.

$$J_1 = \frac{J_0}{2}$$

İkinci polarizatör birinciye göre elektrik alan vektörünü 30° 'lik açığa döndürmektedir. Bu polarizatörden geçen ışık şiddeti

$$J_2 = J_1 \cos^2 30^\circ = \frac{3J_0}{8}$$

olur. Üçüncü polarizatör ikinciye göre elektrik alan vektörünü 30° 'lik açığa döndürmektedir. Bu polarizatörden geçen ışık şiddeti

$$J_3 = J_2 \cos^2 30^\circ = \frac{9J_0}{32}$$

olur. Dördüncü polarizatör üçüncüye göre elektrik alan vektörünü 30° 'lik açığa döndürmektedir. Bu polarizatörden geçen ışık şiddeti

$$J_4 = J_3 \cos^2 30^\circ = \frac{27J_0}{128}$$

olarak bulunur. Bir polarizatör ışık şiddetini

$$\cos^2 30^\circ = \frac{3}{4}$$

iki polarizatör ise

$$(\cos^2 30^\circ)^2 = \frac{9}{16}$$

kat azaltır. 2. ya da 3. polarizatör çıkarılırsa bir sonraki polarizatöre gelen ışık polarizatöre 60° 'lik açıyla gelir. Bu durumda azalma

$$\cos^2 60^\circ = \frac{1}{4} = \frac{4}{16} < \frac{9}{16}$$

olur. Yani ışık şiddeti daha da azalır. 2. ve 3. polarizatör aynı anda çıkarılırsa birinci polarizatörden çıkan ışık dördüncü polarizatöre 90°'lik açıyla gelir. Bu durumda

$$\cos^2 90^\circ = 0$$

olduğu için sistemden ışık geçmez.

24. Elektronun kütlesi m , yükü Q , yarıçapı R , ışık hızı c olsun. Elektronun sahip olduğu potansiyel enerjii bulmak için kürenin içinde $r < R$ yarıçaplı bir küre alıp kalınlığı dr olan ince küresel bir kabukla etkileşme enerjisini bulup integre edebiliriz. Buradan bu enerji

$$d\Pi = \frac{q dq}{4\pi\epsilon_0 r}, \quad q = \frac{4\rho\pi r^3}{3}; \quad dq = 4\rho\pi r^2 dr; \quad \rho = \frac{Q}{\frac{4\pi r^3}{3}}$$

$$d\Pi = \frac{\frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{4\rho\pi r^3}{3} 4\rho\pi r^2 dr}{r} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{(4\rho\pi)^2 r^4 dr}{3}$$

$$\Pi = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{(4\rho\pi)^2}{3} \int_0^R r^4 dr = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{(4\rho\pi)^2}{3} \frac{r^5}{5} \Big|_0^R = \frac{3}{5} \frac{Q^2}{4\pi\epsilon_0 R}$$

olarak bulunur. Bu enerjiyi elektronun durgun enerjisine eşitlersek elektronun yarıçapı

$$mc^2 = \frac{3}{5} \frac{Q^2}{4\pi\epsilon_0 R}; \quad R_e = \frac{3}{5} \frac{Q^2}{4\pi\epsilon_0 mc^2}$$

olarak bulunur. Elektronun hareket denklemi için ve enerji korunumu yasası için

$$\frac{mv^2}{r} = \frac{Q^2}{4\pi\epsilon_0 r^2}; \quad W = K + \Pi = \frac{mv^2}{2} - \frac{Q^2}{4\pi\epsilon_0 r}$$

açısız momentum için

$$L = mvr = n\hbar$$

yazabiliriz. Buradan elektronun yörüngesinin yarıçapı

$$r_n = \frac{4\pi\epsilon_0 \hbar^2}{mQ^2} n^2$$

birinci yörünge için

$$r_1 = \frac{4\pi\epsilon_0 \hbar^2}{mQ^2}$$

aralarındaki oran

$$\frac{R_e}{r_1} = \frac{3}{5} \frac{Q^4}{(4\pi\epsilon_0) \hbar^2 c^2} \sim \frac{Q^4}{(4\pi\epsilon_0) \hbar^2 c^2} = \alpha^2$$

olarak bulunur. Diğer çözüm ise

$$r_1 \approx 0,53 \text{ \AA} = 0,53 \cdot 10^{-10} \text{ m}$$
$$\frac{R_e}{r_1} \approx \frac{2,82 \cdot 10^{-15}}{0,53 \cdot 10^{-10}} = 5,32 \cdot 10^{-5}; \quad \alpha^2 \approx \frac{1}{137^2} = 5,238 \cdot 10^{-5}$$

olur.

25. Radyoaktif bozunma için

$$N=N_0 e^{-\lambda t}$$

yazabiliriz. Burada λ radyoaktif bozunma katsayısı olarak bilinir. T süre sonra çekirdeklerin yarısı bozunmuştur. Buradan radyoaktif bozunma katsayısı ile yarılanma ömrü arasındaki ilişki

$$\frac{N_0}{2}=N_0 e^{-\lambda T}; \ln 2=\lambda T; \lambda=\frac{\ln 2}{T}$$

olur. Soruda verilen için

$$\lambda_A=\frac{\ln 2}{T}=2\lambda; \lambda_B=\frac{\ln 2}{2T}=\lambda$$

yazabiliriz. A maddesinin radyoaktif bozunması için

$$\frac{dN_A}{dt} = -2\lambda N_A; N_A=N_0 e^{-2\lambda t}$$

B maddesinin radyoaktif bozunması için

$$\frac{dN_B}{dt} = 2\lambda N_A - \lambda N_B; \frac{dN_B}{dt} + \lambda N_B = 2\lambda N_0 e^{-2\lambda t}$$

yazılabilir. Bu denklemde A maddesinden kaynaklanan bozunmalar B maddesi için katkıda bulunmakta ve B maddesinin çekirdek sayısını arttırmakta, B maddesindeki bozunmalar ise B maddesinin çekirdek sayısını azalttığı ifade edilmiştir. Elde edilen denklem homojen olmayan bir diferansiyel denklemdir. Bu denklemin çözümü homojen olan denklemin çözümü ile homojen olmayan diferansiyel denklemin kısmi bir çözümünün toplamı ile verilir. Homojen diferansiyel denklemin çözümü

$$\frac{dN_B}{dt} + \lambda N_B = 0; N_{B1}=N_{0B} e^{-\lambda t}$$

ile verilir. Burada N_{0B} bulunması gereken bir sabittir. Kısmi diferansiyel denklemin çözümü

$$N_{B2}=D e^{-2\lambda t}$$

şeklinde aranılabilir. Buradan

$$\frac{dN_{B2}}{dt} = -2\lambda D e^{-2\lambda t}$$

$$-2\lambda D e^{-2\lambda t} + \lambda D e^{-2\lambda t} = 2\lambda N_0 e^{-2\lambda t}; D = -2N_0$$

olarak bulunur. Genel çözüm

$$N_B = N_{B1} + N_{B2} = N_{0B} e^{-\lambda t} - 2N_0 e^{-2\lambda t}$$

ile verilir. $t=0$ anında $N_B=0$ olur. Bu durumda N_{0B} sabiti

$$N_{0B} = 2N_0$$

denklemin tam çözümü

$$N_B = 2N_0 (e^{-\lambda t} - e^{-2\lambda t})$$

olarak bulunur. C elementin aktivitesi maksimum olması için

$$\frac{dN_B}{dt} = 0; (-\lambda e^{-\lambda t} + 2\lambda e^{-2\lambda t}) = 0; t = \frac{\ln 2}{\lambda} = 2T$$

olarak bulunur.