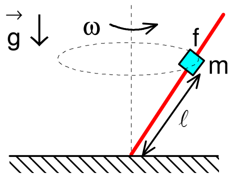
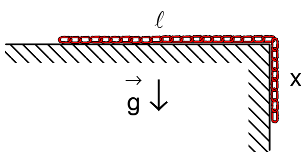
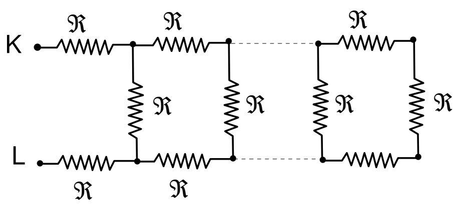
BİRİNCİ AŞAMA SINAVI-1991



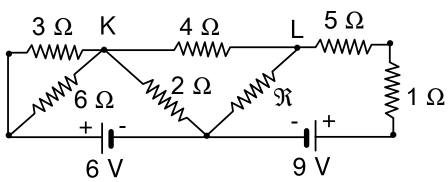
1. Düşey eksenle θ açısı yapan ℓ uzunluğunda bir çubuk, düşey eksen etrafında sabit bir ω açısal hızı ile dönmektedir. Çubuktan geçen m kütleli cisim ile çubuk arasındaki sürtünme katsayısı f olarak veriliyor. Cismin kararlı dengede bulunacağı yükseklikleri bulunuz.



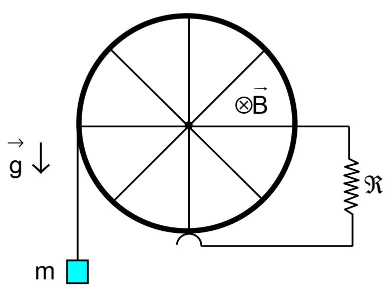
2. Kütlesi m ve uzunluğu ℓ olan bir zincir yatay ve sürtünmesiz masa üzerinde bulunuyor. Zincirin x kadar kısmı aşağıya doğru sarkmaktadır. Bu durumdan harekete geçen zincirin masadan ayrıldığındaki hızını bulunuz.



3. Şekildeki gibi düzenlenmiş sonsuz sayıdaki özdeş $\Re$ dirençlerinden oluşturulan devrenin K ve L uçları arasındaki eşdeğer direnç nedir?



4. Verilen devrede K ve L noktalarının potansiyeli aynı olduğuna göre $\Re$ direnci kaç Ω'dur?



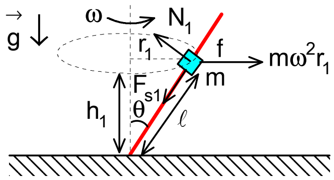
5. Bakır telden yarıçapı r olan bir halka yapılmıştır. Halka, ağırlıksız çubuklarla tutturulmuş bir merkezden geçen eksen etrafında dönebilmektedir. Halkanın üzerine yeterince uzun bir ip sarılmıştır. İpin ucunda kütlesi m olan bir cisim bulunuyor. Değeri $\Re$ olan bir direnç halkanın merkezi ile ucu arasında bağlıdır. Sistem, halka düzlemine dik yönde uygulanan B manyetik indüksiyon alanı içinde bulunmaktadır. Cismin hızı nedir? Yerçekimi ivmesi g olarak veriliyor.

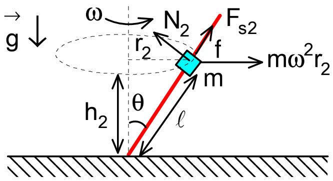
6. Park etmiş bir arabada oturup yan dikiz aynasından aynaya doğru yaklaşmakta olan bir koşucuyu izliyorsunuz. Koşucu 4 m/s hızla koşmakta ise aynadan 10 m ve 2 m uzakta iken size, hangi hızla koşuyormuş gibi gözükür? (Ayna dışbükey olup, eğrilik yarıçapı 4 m'dir.)

7. Odak uzaklığı f olan parabolik bir ayna, yatay düzlem üzerine optik ekseni düşey yukarı olacak şekilde yerleştiriliyor. Aynanın içine, kırıcılık indisi n olan bir sıvı dökülüyor. Sıvının maksimum derinliği h ise optik sistemin yeni odak uzaklığı nedir?

Not: Paraksiyel optik yaklaşımını kullanabilirsiniz.

BİRİNCİ AŞAMA SINAVI ÇÖZÜMLERİ -1991





1. Cismin kararlı dengede bulunacağı iki durum vardır. Birinci durumda cisim öyle bir yükseklikte bulunmaktadır ki cisim her an çubuğa göre yukarıya doğru harekete geçebilir. Bu durumda sürtünme kuvveti, çubuk doğrultusunda ve aşağıya doğrudur. Çubuk doğrultusundaki hareket denklemi

$$m\omega^2 r_1\sin\theta = mg\cos\theta + F_{s1};\ F_{s1} = fN_1 = f(mg\sin\theta + m\omega^2 r_1\cos\theta)$$

$$r_1 = \frac{(1+f\tan\theta)g}{(\tan\theta - f)\omega^2} = h_1\tan\theta;\ h_1 = \frac{(1+f\tan\theta)g}{\tan\theta(\tan\theta - f)\omega^2}$$

olarak bulunur. İkinci durumda cisim öyle bir yükseklikte bulunmaktadır ki her an çubuk doğrultusunda aşağıya doğru harekete geçebilir. Bu durumda sürtünme kuvveti, çubuğa göre yukarıya doğrudur. Çubuk doğrultusundaki hareket denklemi

$$mg\cos\theta = m\omega^2 r_2\sin\theta + F_{s2};\ F_s = fN_2 = f(mg\sin\theta + m\omega^2 r_2\cos\theta)$$

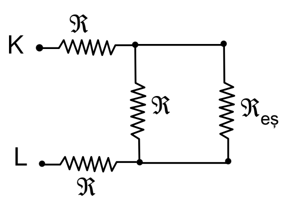
$$r_2 = \frac{(1-f\tan\theta)g}{(\tan\theta + f)\omega^2} = h_2\tan\theta;\ h_2 = \frac{(1-f\tan\theta)g}{\tan\theta(\tan\theta + f)\omega^2}$$

olarak bulunur.

2. Zincirin hızı, masanın yatay kısmına göre yazılan enerjinin korunumu yasasından

$$-\left(\frac{mx}{\ell}\right)g\left(\frac{x}{2}\right) = \frac{mv^2}{2} - mg\left(\frac{\ell}{2}\right);\ v = \sqrt{\frac{g\left(\ell^2 - x^2\right)}{\ell}}$$

olarak bulunur.



3. K ve L noktalarının arasındaki eşdeğer direnci bulmak için birinci hücreden sonraki tüm devrenin direncinin yine aynı kalmasının gerekli oluşundan faydalanabiliriz. Yani bir hücrenin ilave edilmesi devrenin direncini çok fazla değiştirmemektedir. Bu durumda eşdeğer direnç

$$\Re_{eş} = 2\Re + \frac{\Re\Re_{eş}}{\Re + \Re_{eş}};\ \Re_{eş}^2 - 2\Re\Re_{eş} - 2\Re^2 = 0;\ \Re_{eş} = \left(\sqrt{3}+1\right)\Re$$

olarak bulunur.

4. K ve L noktalarının aynı potansiyele sahip olması, 4 Ω'luk dirençten akım geçmediği anlamına gelmektedir. Sol devrenin direnci ve akan akım

$$\Re_1 = 2 + \frac{3.6}{3+6} = 4\ \Omega;\ I_1 = \frac{\varepsilon_1}{\Re_1} = \frac{6}{4} = 1{,}5\ \text{A}$$

olarak yazılabilir. 2 Ω'luk direnç üzerindeki potansiyel farkı

$$U = 2.1{,}5 = 3\ \text{V}$$

olur. Sağ devrede akan akım

$$I_2 = \frac{\varepsilon_1 - U}{\Re_2 + \Re} = \frac{9-3}{5+1} = 1\ \text{A}$$

olur. Bilinmeyen $\Re$ direnci

$$\Re = \frac{U}{I_2} = \frac{3}{1} = 3\ \Omega$$

olarak bulunur.

5. İndükte edilmiş e.m.k.

$$\varepsilon_{in} = -\frac{d\Phi}{dt} = -\frac{Br^2\omega}{2}$$

olarak bulunur. Dirençten geçen akımın ısı olarak açığa çıkardığı güç inen ağırlığın yerçekimi alanında sarf ettiği güce eşittir. Buradan

$$P = \frac{\varepsilon^2}{\Re} = mgv;\ \frac{B^2r^4\omega^2}{4\Re} = mgr\omega;\ \omega = \frac{4mg\Re}{B^2r^3};\ v = \omega r = \frac{4mg\Re}{B^2r^2}$$

olarak bulunur.

6. Tümsek ayna için ilk durumda

$$\frac{1}{a_1} - \frac{1}{b_1} = -\frac{1}{f};\ \frac{1}{10} - \frac{1}{b_1} = -\frac{1}{2};\ b_1 = \frac{5}{3}$$

olarak bulunur. Büyütme oranını

$$k_1 = \frac{b_1}{a_1} = \frac{v_1}{v}$$

şeklinde yazabiliriz. Buradan görüntünün hızı

$$v_1 = \frac{vb_1}{a_1} = \frac{4.5}{3.10} = \frac{2}{3}\ \text{m/s}$$

olarak bulunur. İkinci durumda

$$\frac{1}{a_2} - \frac{1}{b_2} = -\frac{1}{f};\ \frac{1}{2} - \frac{1}{b_2} = -\frac{1}{2};\ b_2 = 1$$

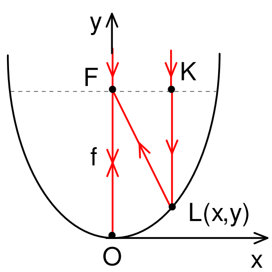
olarak bulunur. Büyütme oranını

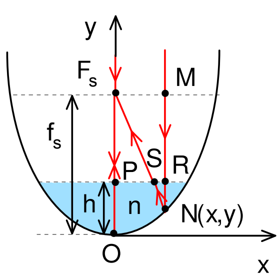
$$k_2 = \frac{b_2}{a_2} = \frac{v_2}{v}$$

şeklinde yazabiliriz. Buradan görüntünün hızı

$$v_2 = \frac{vb_2}{a_2} = \frac{4.1}{2} = 2\ \text{m/s}$$

olarak bulunur.





7. İlk olarak parabolik yüzeyin denklemi ile odak uzaklığı arasındaki ilişkiyi bulalım. F ve K noktalarından geçerek düşey yönde gelen ışınların F noktasında odaklanması için iki farklı ışının optik yolları eşit olmalıdır. Bu koşuldan

$$2FO = KL + LF;\ 2f = f - y + \sqrt{x^2 + (f-y)^2}$$

$$(f+y)^2 = x^2 + (f-y)^2;\ y = \frac{x^2}{4f}$$

olarak bulunur. Aynanın içine sıvı döküldükten sonra optik sistemin yeni odak uzaklığı f_s, odak noktası F_s olsun. F_s ve M noktalardan geçerek düşey yönde gelen ışınların F_s noktasında odaklanması için iki farklı ışının optik yolları eşit olmalıdır.

$$2F_sP + 2nPO = MR + nRN + nNS + SF_s$$

Burada $RN \approx NS = h - y$; $PS \approx x$ olarak kabul edilebilir.

$$2(f_s - h) + 2nh = f_s - h + 2n(h-y) + \sqrt{x^2 + (f_s - h)^2}$$

$$(f_s - h + 2ny)^2 = x^2 + (f_s - h)^2;\ 4n^2y^2 + 4f_sny - 4hny = x^2$$

olarak bulunur. Paraksiyel optik yaklaşımında y küçük olduğu için y^2'li terimi ihmal edebiliriz. Buradan

$$4ny(f_s - h) = 4fy;\ f_s = h + \frac{f}{n}$$

olarak bulunur.