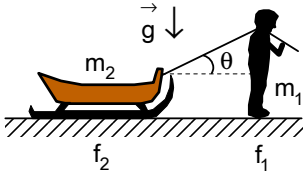
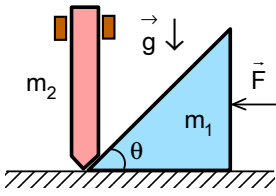


BİRİNCİ AŞAMA SINAVI-1987

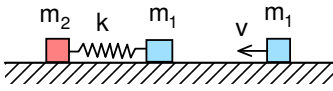
1. Kenarların uzunluğu eşit ve ℓ olan bir n-genin köşelerinde birer koşucu bulunuyor. Koşucular aynı anda daima birbirlerine doğru sabit v hızı ile hareket edecek şekilde koşmaya başlıyorlar. Koşucular nerede ve ne kadar zaman sonra buluşurlar?



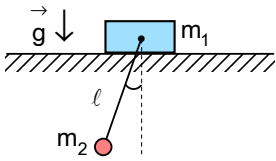
2. Kütleli m_1 bir insan kütleli m_2 ($m_2 > m_1$) olan bir kızıağı çekmektedir. İnsan ile yol arasındaki sürtünme katsayısı f_1 , kızıak ile yol arasındaki sürtünme katsayısı f_2 olarak veriliyor. Kızıağın hareket edebilmesi için uygulanan kuvvet nedir?



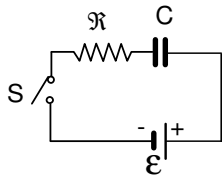
3. Kütleli m_1 olan dik üçgen şeklindeki sürtünmesiz bir prizmaya sabit yatay F kuvveti şekildeki gibi etki etmektedir. m_2 kütleli kalas sınırlayıcılarla belirlenmiş dikey bir oluk içerisinde sürtünmesiz olarak yukarıya doğru hareket edebilmektedir. m_1 ve m_2 kütlelerinin ivmeleri ve aralarındaki tepki kuvveti nedir?



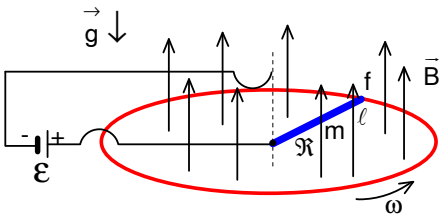
4. Yatay ve sürtünmesiz düzlem üzerinde yay sabiti k yayın uçlarında kütleleri m_1 ve m_2 olan cisimler bulunuyor. Yayın eksenini boyunca kütleli m_1 olan cisim sisteme doğru yaklaşmaktadır. Gelen cisim ile sistem arasında esnek çarpışma gerçekleşiyor. Çarpışmadan sonra sistemin hareket denklemi nedir?



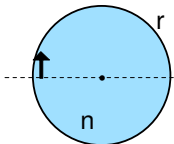
5. Kütleli m_1 olan bir blok yatay ve sürtünmesiz masa üzerinde bulunmaktadır. Bloğa uzunluğu ℓ ip sayesinde kütleli m_2 olan noktasal bir cisim asılıdır. Bu cisim ile ip masaya temas etmeden salınım hareketi yapabilmektedir. Cisim ip ile beraber denge durumundan küçük bir açığa saptırılıp serbest bırakılıyor. Sistemin titreşim periyodu nedir?



6. E.m.k. sı \mathcal{E} olan ideal bir üreteç, direnci \mathcal{R} olan bir rezistans, sığası C olan bir kondansatörden ve S anahtardan oluşan devrede kondansatör başlangıçta yüksüzdür. S anahtar kapatılıyor. Kondansatörün yüklemesi bitene kadar rezistansta açığa çıkan ısı nedir?

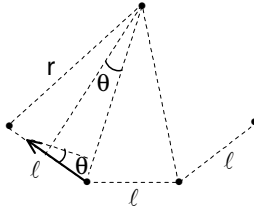


7. Uzunluğu ℓ , kütleli m ve direnci R olan bir çubuk, ucundan geçen O dikey eksen etrafında, diğer ucu ileten ve yatay konumunda bulunan bir halka ile temas edecek şekilde dönebilmektedir. Çubuğun döndüğü düzleme dik yönde sabit ve homojen B manyetik indüksiyon alanı uygulanmaktadır. Çubuğun iki ucuna değeri \mathcal{E} olan sabit e.m.k. uygulanmaktadır. Çubuk ile halka arasındaki sürtünme katsayısı f 'dir. Çubuğun döndüğü sabit ω açısal hızı nedir?



8. Yarıçapı r ve kırıcılık indisi n olan bir cam kürenin yüzeyine çok yakınında bulunan bir cismin görüntüsü ile cisim arasındaki uzaklığı küreye yakından bakan bir gözlemci ne kadar uzakta görür?

BİRİNCİ AŞAMA SINAVI ÇÖZÜMLERİ -1987



1. Koşucular n-genin merkezinde buluşur. n-genin köşeleri bir çember üzerinde bulunur. n-genin merkezinden kenar

$$2\theta = \frac{2\pi}{n}$$

açı ile görünür. n-genin kenarlarının üzerinde bulunduğu çemberin yarıçapı

$$r = \frac{\frac{l}{2}}{\sin\theta} = \frac{l}{2\sin\frac{\pi}{n}}$$

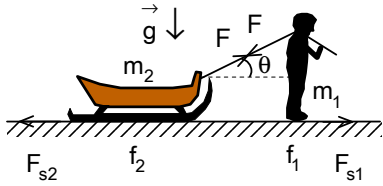
bu yöndeki hızları

$$v_r = v \sin\theta = v \sin\frac{\pi}{n}$$

hareket süreleri

$$t = \frac{r}{v_r} = \frac{l}{2v \sin^2\frac{\pi}{n}}$$

olarak bulunur.



2. İkinci Newton yasasını insan ve kızak için yazabiliriz.

$$F \cos\theta = F_{s1}; F_{s1} = f_1 N_1; N_1 = f_1 (m_1 g + F \sin\theta)$$

$$F \cos\theta = F_{s2}; F_{s2} = f_2 N_2; N_2 = f_2 (m_2 g - F \sin\theta)$$

Buradan

$$F \sin\theta = \frac{(f_2 m_2 - f_1 m_1) g}{f_1 + f_2}$$

$$F \cos\theta = \frac{f_1 f_2 (m_1 + m_2) g}{f_1 + f_2}$$

$$\tan\theta = \frac{f_2 m_2 - f_1 m_1}{f_1 f_2 (m_1 + m_2)}$$

$$F = \frac{f_1 f_2 (m_1 + m_2) g}{f_1 + f_2} \sqrt{1 + \left(\frac{m_2 f_2 - m_1 f_1}{f_1 f_2 (m_1 + m_2)} \right)^2}$$

olarak bulunur.

3. Her cisim için dinamik denklemlerinden

$$F - N \sin\theta = m_1 a_1$$

$$N \cos\theta - m_2 g = m_2 a_2$$

kinematik bağıntıdan

$$\tan\theta = \frac{a_2}{a_1}$$

yazabiliriz. Buradan

$$a_1 = \frac{F - m_2 g \tan\theta}{m_1 + m_2 \tan^2\theta}, a_2 = \frac{(F - m_2 g \tan\theta) \tan\theta}{m_1 + m_2 \tan^2\theta}$$

$$N = \frac{m_2 \left[g + \left(\frac{F - m_2 g \tan\theta}{m_1 + m_2 \tan^2\theta} \right) \tan\theta \right]}{\cos\theta}$$

olarak bulunur.

4. Gelen cisim ile sistemin m_1 kütleli cisim arasında gerçekleşen esnek çarpışmada gelen cisim duruyor, sistemin m_1 kütleli cisim ise aynı hız ile hareketine devam ediyor. Bundan sonra yay sıkışmaya başlıyor. Momentum korunumu yasasından yayın maksimum sıkıştığı anda sistemin hızı

$$m_1 v = (m_1 + m_2) v_s; v_s = \frac{m_1 v}{m_1 + m_2}$$

bu anda yayda depo edilen enerji

$$\frac{kA^2}{2} = \frac{m_1 v^2}{2} - \frac{(m_1 + m_2) v_s^2}{2} = \frac{m_1 m_2 v^2}{2(m_1 + m_2)}$$

sistemde başlayan titreşimlerin genliği

$$A = v \sqrt{\frac{m_1 m_2}{k(m_1 + m_2)}}$$

olarak bulunur. Bundan sonra sistemin hareketini kütle merkezine göre incelersek

$$W = K + \Pi = \frac{m_1 v_1^2}{2} + \frac{m_2 v_2^2}{2} + \frac{kx^2}{2}; x = x_1 + x_2$$

yazabiliriz. Momentumun korunumu yasasından

$$m_1 v_1 = m_2 v_2$$

$$m_1 x_1 = m_2 x_2$$

yazılabilir. Buradan

$$W = K + \Pi = \frac{m_1 v_1^2}{2} + \frac{m_1^2 v_1^2}{2m_2} + \frac{k \left(x_1 + \frac{m_1 x_1}{m_2} \right)^2}{2} = \frac{m_1 (m_1 + m_2) v_1^2}{2} + \frac{k (m_1 + m_2)^2 x_1^2}{2m_2^2}$$

olarak yazılabilir. Titreşimin açısal frekansı ve periyodu

$$\Omega = \sqrt{\frac{k(m_1 + m_2)}{m_1 m_2}}; T = \frac{2\pi}{\Omega} = 2\pi \sqrt{\frac{m_1 m_2}{k(m_1 + m_2)}}$$

olarak bulunur. Aynı sonuca dinamik yöntemi ile varabiliriz. Disklerden birisinin hareketi için

$$m_2 a_2 = -kx; x = x_1 + x_2$$

Momentumun korunumu yasasından

$$m_1 v_1 = m_2 v_2$$

$$m_1 x_1 = m_2 x_2$$

yazılabilir. Buradan

$$m_2 a_2 = -\frac{k(m_1 + m_2)x_2}{m_1}; x_2 + \frac{k(m_1 + m_2)x_2}{m_1 m_2} = 0$$

yazabiliriz. Yani aynı sonuç çıkar. Sistem sabit hızla gider ve kütle merkezi etrafında titreşim yapar. Hareket denklemi

$$x = A \sin \Omega t = v \frac{m_1 m_2}{k(m_1 + m_2)} \sin \left(\sqrt{\frac{k(m_1 + m_2)}{m_1 m_2}} t \right)$$

olarak bulunur.

5. Momentum korunumu yasasından

$$m_1 v_1 + m_2 (v_1 - v_2) = 0; v_1 = \frac{m_2 v_2}{m_1 + m_2}$$

enerji korunumu yasasından

$$W = K + \Pi = \frac{m_1 v_1^2}{2} + \frac{m_2 (v_1 - v_2)^2}{2} + m_2 g \ell (1 - \cos \theta) = \frac{m_1 m_2}{m_1 + m_2} \frac{v_2^2}{2} + \frac{m_2 g x^2}{\ell}$$

$$h = \ell (1 - \cos \theta) = \ell \cdot 2 \sin^2 \frac{\theta}{2} \approx \ell \cdot \frac{\theta^2}{2} = \frac{1}{\ell} \frac{x^2}{2}; x = \ell \theta$$

titreşimin açısal frekansı ve periyodu

$$\omega = \sqrt{\frac{(m_1 + m_2)g}{m_1 \ell}}; T = \frac{2\pi}{\omega} = 2\pi \sqrt{\frac{m_1 \ell}{(m_1 + m_2)g}}$$

olarak bulunur.

6. Devre için ikinci Kirchoff yasası

$$\frac{q}{C} + I\mathfrak{R} = \mathcal{E} ; I = \frac{dq}{dt}$$

şeklinde yazılabilir. Buradan

$$\frac{dq}{\mathcal{E} - \frac{q}{C}} = \frac{dt}{\mathfrak{R}} ; -C \int_0^q \frac{d\left(\mathcal{E} - \frac{q}{C}\right)}{\mathcal{E} - \frac{q}{C}} = \int_0^t \frac{dt}{\mathfrak{R}} ; \ln\left(\mathcal{E} - \frac{q}{C}\right)_0^q = -\frac{t}{\mathfrak{R}C} ; q = \mathcal{E} C \left(1 - e^{-\frac{t}{\mathfrak{R}C}}\right) ; I = \frac{\mathcal{E}}{\mathfrak{R}} e^{-\frac{t}{\mathfrak{R}C}}$$

Açığa çıkan ısı

$$Q = \int_0^{\infty} I^2 \mathfrak{R} dt = \int_0^{\infty} \frac{\mathcal{E}^2}{\mathfrak{R}} e^{-\frac{2t}{\mathfrak{R}C}} dt = \int_0^{\infty} \frac{\mathcal{E}^2}{\mathfrak{R}} \frac{C\mathfrak{R}}{2} e^{-\frac{2t}{\mathfrak{R}C}} d\left(\frac{2t}{\mathfrak{R}C}\right) = -\frac{C\mathcal{E}^2}{2} e^{-\frac{2t}{\mathfrak{R}C}} \Big|_0^{\infty} = \frac{C\mathcal{E}^2}{2}$$

olarak bulunur. Aynı ifadeye integral hesabı yapmadan da ulaşabiliriz. Yükleme süresince üreteçten geçen yük

$$q = C\mathcal{E}$$

üretecin yaptığı iş

$$A = q\mathcal{E} = C\mathcal{E}^2$$

kondansatörde depo edilen elektrik potansiyel enerjisi ve açığa çıkan ısı olarak harcanır. Buradan açığa çıkan ısı

$$A = \frac{C\mathcal{E}^2}{2} + Q ; Q = \frac{C\mathcal{E}^2}{2}$$

olarak bulunur.

7. Çubuk sabit hızla döndüğünde

$$fmg\ell = F_A \frac{\ell}{2} ; F_A = IB\ell$$

yazabiliriz. İkinci Kirchoff yasasından

$$\mathcal{E} + \mathcal{E}_{in} = I\mathfrak{R} ; \mathcal{E}_{in} = -\frac{d\Phi}{dt} = -\frac{B\ell^2\omega}{2}$$

akan akım ve açısal hız

$$I = \frac{2\mathcal{E} - B\ell^2\omega}{2\mathfrak{R}} ; \omega = \frac{2\mathcal{E}B\ell - 4fmg\mathfrak{R}}{B^2\ell^3}$$

olarak bulunur.

8. Cisim birinci kırılma yüzeyinden $a=2r$ uzaktadır. Bu durumda

$$\frac{n}{a} + \frac{1}{b} = \frac{1-n}{(-r)} ; \frac{n}{2r} + \frac{1}{b} = \frac{n-1}{r} ; b = \frac{2r}{n-2}$$

olarak bulunur. Aranan uzaklık

$$x = b - a = \frac{2r}{2-n} - 2r = \frac{2(3-n)r}{n-2}$$

olarak bulunur.