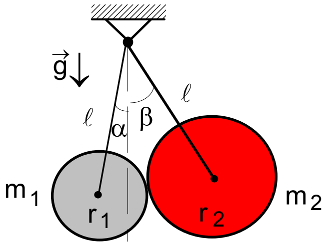
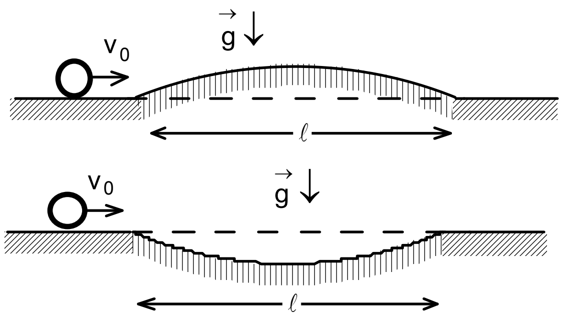
ŞUBAT KAMPI SINAVI-2003



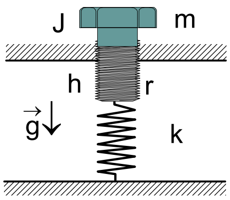
1. Yarıçapları r_1=r ve r_2=2r ve kütleleri m_1=2m ve m_2=m olan iki küre şekildeki gibi ℓ=4r uzunluklu özdeş iplerle asılı olup dengededir. İplerin düşeyle yaptığı α ve β açılarını ayrı ayrı bulunuz.



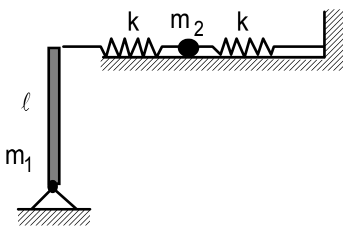
2. Yarıçapı r ve kütlesi m olan bir tekerlek kaymadan v_0 hızı ile yuvarlanmaktadır. Tekerlek uzunluğu ℓ ve yüksekliği bu uzunluktan çok çok küçük olan tümsek üzerinden kaymadan t sürede geçmektedir. Aynı tekerlek tümseğe simetrik olan çukurdan ne kadar sürede geçer?

3. a) Şiddetli patlamalarda ya da depremlerde yüksek bacalar tabandan devrilmeye başladıklarında, belirli yükseklikte kırıldıkları gözlenmektedir. Yüksekliği ℓ olan böyle bir baca düşmeye başlarsa kırılacağı yeri bulunuz.

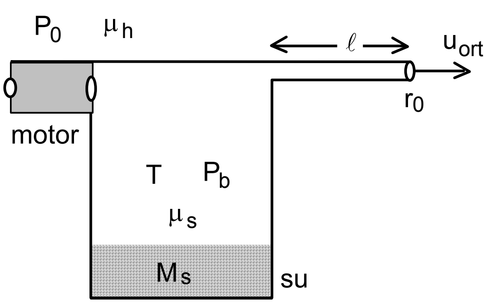
b) uzunluğu ℓ olan bir kalas yatayla küçük θ_0 açısı yapmaktadır. Bu kalas serbest bırakılırsa ne kadar zamanda yere düşer?



4. a) Şekildeki m kütleli cıvata kendi ağırlığı ve yanda oluşan gerilme kuvvetinin etkisiyle dönmek suretiyle düşey yönde basit harmonik hareket yapıyor. Yay sabiti k, vida adımı h, vidanın yarıçapı r, eylemsizlik momenti J ve yerçekimi ivmesi g olduğuna göre titreşim hareketin periyodu nedir?



b) Şekilde m_1 kütleli ℓ uzunluklu çubuk bir ucundan yere menteşeli, diğer ucundan ise yay-kütle-yay sistemi ile duvara bağlıdır. Yay sabitleri k, yaylar arasındaki kütle m_2 ise şekildeki konumdan küçük sapmalar için basit harmonik hareketin periyodu nedir? Yay-kütle-yay sistemi sürtünmesiz yatay zemin üzerindedir.



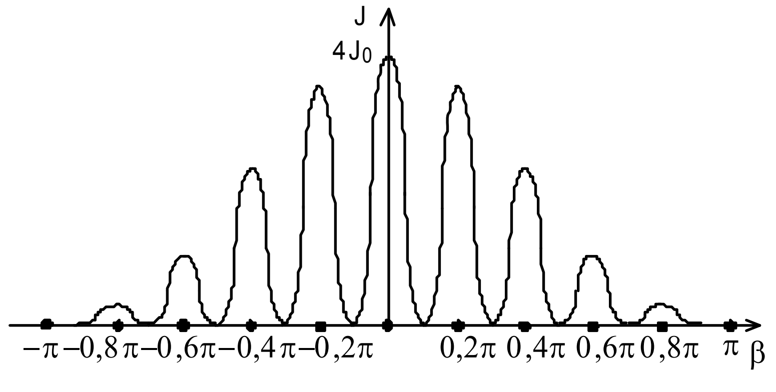
5. Şekildeki sistemde motor atmosferden aldığı havayı tankın içine üfleyerek çıkış borusundan küçük bir ortalama hızıyla hava çıkmasını sağlıyor. Bu sayede tankın içindeki suyun buharını dışarıya atıyor. Bu soruyu çözerken aşağıdaki kabulleri yapınız. Suyun hacmi tankın hacmi yanında ihmal edilebilir. Güç sadece ince borudaki viskoziteden doğan sürtünmeye harcanıyor. Borudan su buharı ve hava beraber çıkmaktadır. Bu karışımın viskozite sabiti η, borunun yarıçapı r_0, borunun uzunluğu ℓ, su tankında bulunan suyun kütlesi M_s olarak veriliyor.

a) Gazın akış hızı silindirik borunun merkezinden uzaklığa göre değişmektedir. Boru ile eşmerkezli herhangi bir silindir içinde kalan havanın denge şartını kullanarak akış hızını yarıçapa bağlı olarak veren ifadeyi türetiniz. Ortalama akış hızı u_{ort} olarak veriliyor.

b) Bu işlem için motorun gücü (sadece sürtünmeye gidiyor) ne olmalıdır?

c) Suyun tamamen buharlaşması için gereken süre nedir?

Not: Ortamın sıcaklığı T, hava basıncı P_0, havanın molar kütlesi μ_h, gaz sabiti R olarak veriliyor.



6. Yarık genişliği b=0,1 mm olan bir çift yarık sisteminde λ=500 nm dalga boyunda elde edilen kırınıma ait aydınlanma şiddeti-açı (J-β) grafiği yukarıda verilmiştir. Yarıklarla ekran arasında kullanılan yakınsak merceğin odak uzaklığı f=1 m dir.

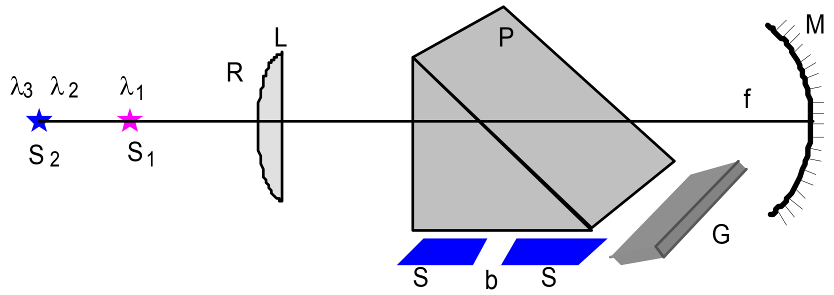
a) Bu grafikten yararlanarak merkezi aydınlık kırınım saçağının her iki yanındaki birinci minimumun ekran üzerindeki konumunu milimetre cinsinden bulunuz.

b) Yarıklar arasındaki uzaklığı bulunuz.

c) Merkezi aydınlık kırınım saçağının içindeki girişim saçaklarının minimum ve maksimumlarının ekran üzerindeki konumlarını milimetre cinsinden bulunuz.

d) Eğer varsa kaybolan mertebeleri bulunuz.

e) Ekran üzerinde sinθ=1,25.10^{-3} olan noktadaki aydınlanmayı J_0 cinsinden hesaplayınız. Bulduğunuz sonuç verilen grafikle uyumlumudur?



7. Bir optik sistem S_1: λ_1 (mor) dalga boylu tek renkli ve merceğin 20 cm önünde bulunan noktasal ışık kaynak, S_2: λ_2 (mavi) ve λ_3 (kırmızı) ($\lambda_3=2\lambda_2$) iki dalga boyu içeren ve merceğin $\frac{20}{\sqrt{2}-1}$=48,3 cm önünde bulunan noktasal ışık kaynak, L eğrisel yarıçapı R=20 cm olan konveks-düzlem mercek, P Dik açılı ikizkenar üçgen prizma, SS yarık aralığı b=0,1 mm olan tek yarık, G 500 çizik/mm lik kırınım ağı, M odak uzaklığı f=10 cm olan içbükey ayna elemanları içermektedir. (Mercek ve prizma, kırıcılık indis değerleri aşağıdaki tabloda verilen aynı cins malzeme-den yapılmışlardır.)

	λ_1	λ_2	$\lambda_3=2\lambda_2$
n	2	$\sqrt{2}$	$\sqrt{2}$

L, P, M, G ve SS de hangi fiziksel olaylar meydana gelir? Her bir elemanda meydan gelen fiziksel olayla ilgili hesaplanabilecek büyüklüklerin hepsini hesaplayınız. Ekran kullanarak ya da çıplak gözle bakarak gözlenen görüntünün şekli, renk dağılımı gibi özellikleri de belirtiniz.

8. m_1 ve m_2 durgun kütleli iki parçacık, laboratuar sisteminde $\vec{v}_1$ ve $\vec{v}_2$ hızlarıyla düzgün doğrusal hareket yapmaktadırlar. Bu hızların yönleri keyfidir.

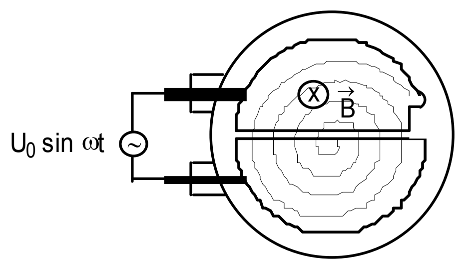
a) Bu parçacıklardan birinin diğerine göre hızının büyüklüğünü c, $\vec{v}_1$ ve $\vec{v}_2$ cinsinden bulunuz.

b) İkinci parçacığın kendi referans sisteminde bozunma süresi τ_0'dır. $\vec{v}_1 \perp \vec{v}_2$ durumunda bu parçacığın bozunana kadar birinci parçacığın referans sisteminde aldığı yolu bulunuz.

c) $|\vec{v}_1|=|\vec{v}_2|$ durumunda (hızların yönleri keyfidir) bu iki parçacıktan oluşan sistemin kütlesini c, m_1, m_2, $\vec{v}_1$ ve $\vec{v}_2$ cinsinden bulunuz.

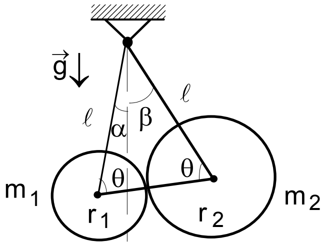
9. Paralel polarizasyon için Fresnel formüllerini çıkartınız. (Bir açı ile yansıyan ve kırılan elektromanyetik dalganın genliklerinin gelen elektromanyetik dalganın genliğine oranını bulunuz).

10. a) Bir proton, lineer hızlandırıcıda 5.10^5 V potansiyel farkında ivmelenmektedir. Hızlandırıcının uzunluğu 2 metre olduğuna göre protonun elektromanyetik ışıma ile kaybettiği enerjinin kazandığı enerjiye oranı nedir?



b) Bir proton yarıçapı r=0,92 metre olan dairesel hızlandırıcıda (Cyclotron) hızlandırılmaktadır. Bu hızlandırıcıyı oluşturan yarım daire şeklindeki içi boş plakalar arasına uygulanan elektrik potansiyelinin frekansı ν=1,5.10^7 Hz ve maksimum değeri U_0=20 000 V'tur. Bu protonun bir turda elektromanyetik ışıma ile kaybettiği enerjinin kazandığı enerjiye oranı nedir? Rölativistik etkileri ihmal ediniz.

ŞUBAT KAMPI SINAVI SORULARIN ÇÖZÜMLERİ-2003



1. Kütle merkezinin korunumu yasasından

$$m_1 g\ell \sin\alpha = m_2 g\ell \sin\beta$$

sinüs teoreminden

$$\frac{r_1 + r_2}{\sin(\alpha+\beta)} = \frac{\ell}{\sin\left(90^0 - \frac{(\alpha+\beta)}{2}\right)}$$

yazabiliriz. Buradan

$$2\sin\alpha = \sin\beta;\ \cos\beta = \sqrt{1 - 4\sin^2\alpha}$$

sinüs teoreminden

$$\frac{3r}{\sin(\alpha+\beta)} = \frac{4r}{\cos\frac{\alpha+\beta}{2}};\ 4.2\sin\frac{\alpha+\beta}{2}\cos\frac{\alpha+\beta}{2} = 3\cos\frac{\alpha+\beta}{2}$$

$$\sin\frac{\alpha+\beta}{2} = \frac{3}{8};\ \cos\frac{\alpha+\beta}{2} = \frac{\sqrt{55}}{8};\ \sin(\alpha+\beta) = \frac{3\sqrt{55}}{32};\ \cos(\alpha+\beta) = \frac{23}{32}$$

$$\gamma = \alpha+\beta;\ \beta = \gamma - \alpha;\ \sin\beta = 2\sin\alpha = \sin\gamma\cos\alpha - \cos\gamma\sin\alpha$$

$$\tan\alpha = \frac{\sin\gamma}{2+\cos\gamma} = \frac{3\sqrt{55}}{87} = 0{,}256;\ \alpha = 14{,}3°$$

$$\sin\alpha = 0{,}248;\ \sin\beta = 0{,}496;\ \beta = 29{,}7°$$

olarak bulunur.

2. Tekerleğin yatay düzlem üzerindeki enerji için

$$W = K_0 = \frac{mv_0^2}{2} + \frac{J\omega_0^2}{2};\ J = mr^2;\ \omega_0 = \frac{v_0}{r}$$

tümsek üzerindeki tekerlek üzerindeki enerji için

$$W = K + \Pi = \frac{mv^2}{2} + \frac{J\omega^2}{2} + mgh;\ \omega = \frac{v}{r}$$

yazabiliriz. Burada h tümseğin çok küçük olan ortalama yüksekliğidir. Buradan tümsek üzerindeki hız

$$v = \sqrt{v_0^2 - gh} = v_0\sqrt{1 - \frac{gh}{v_0^2}} \approx v_0\left(1 - \frac{gh}{2v_0^2}\right)$$

ve tümseği aşmak için gereken süre

$$t = \frac{\ell}{v} = \frac{\ell}{v_0\left(1 - \frac{gh}{2v_0^2}\right)} \approx \frac{\ell}{v_0}\left(1 + \frac{gh}{2v_0^2}\right)$$

olarak bulunur. Tekerlek çukurda hareket ederse enerji için

$$W = K + \Pi = \frac{mu^2}{2} + \frac{J\omega'^2}{2} - mgh;\ \omega' = \frac{u}{r}$$

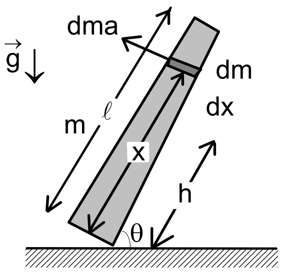
yazabiliriz. Burada h tümseğin çok küçük olan ortalama yüksekliğidir. Buradan tümsek üzerindeki hız

$$u = \sqrt{v_0^2 + gh} = v_0\sqrt{1 + \frac{gh}{v_0^2}} \approx v_0\left(1 + \frac{gh}{2v_0^2}\right)$$

ve tümseği aşmak için gereken süre

$$\tau = \frac{\ell}{u} = \frac{\ell}{v_0\left(1 + \frac{gh}{2v_0^2}\right)} \approx \frac{\ell}{v_0}\left(1 - \frac{gh}{2v_0^2}\right) = \frac{2\ell}{v_0} - t$$

olarak bulunur.



3. a) Baca bir çubuk gibi düşünülürse alt ucu etrafında dönmektedir.

$$mg\frac{\ell}{2}\cos\theta=J\alpha;\ J=\frac{m\ell^2}{3}$$

Buradan açısal ivme ve teğetsel ivme

$$\alpha=\frac{3g\cos\theta}{2\ell}$$

olarak bulunur. Baca tabandan h uzaktan bir noktada kırıldığını kabul edelim. Tabandan x>h uzakta dx kalınlıkta ve

$$dm=\mu dx=\frac{mdx}{\ell}$$

kütleli bir parçanın ivmesi

$$a=\alpha x$$

olur. Baca ile birlikte hareket eden ve başlangıç noktası bacanın kırılma noktasında olan koordinat sisteme göre seçtiğimiz parçaya etki eden moment

$$dM=dma(x-h)-dmg\cos\theta.(x-h)=\mu\alpha x(x-h)dx+\mu g\cos\theta.(x-h)dx=$$

$$=\frac{3\mu g\cos\theta.x(x-h)dx}{2\ell}+\mu g\cos\theta.(x-h)dx$$

olur. Kırılma noktasından daha uzakta bulunan baca kısmına etki eden toplam moment

$$M=\int_h^\ell\frac{3\mu g\cos\theta.x(x-h)dx}{2\ell}-\int_h^\ell\mu g\cos\theta.(x-h)dx=$$

$$=\frac{\mu g\ell(\ell-h)\cos\theta}{2}-\mu g\cos\theta.\left(\ell^2-\ell h+\frac{h^2}{2}\right)=\frac{\mu g\cos\theta}{2}(\ell^2+\ell h-h^2)$$

olarak bulunur. Bu moment maddenin oluşturduğu momentten küçük ise baca kırılmaz, büyük ise kırılır. Kırılma

$$\frac{dM}{dh}=0$$

şartı sağlanan nokta için gerçekleşmektedir. Buradan

$$h=\frac{\ell}{3}$$

olarak bulunur.

b) Kalasın hareket denklemi için

$$-J\alpha=mg\frac{\ell\cos\theta}{2};\ J=\frac{m\ell^2}{3};\ \alpha=\ddot{\theta}=\frac{d(\dot{\theta})}{dt}=\frac{d(\dot{\theta})}{d\theta}\frac{d\theta}{dt}=\frac{\dot{\theta}d(\dot{\theta})}{d\theta}$$

yazabiliriz. Burada (-) işareti kalas yatay denge konumuna geldikçe açısal ivmenin azalacağını göstermektedir. Buradan kalasın kazandığı açısal hız θ açısına bağlı olarak

$$-\frac{m\ell^2}{3}\frac{\dot{\theta}d(\dot{\theta})}{d\theta}=mg\frac{\ell\cos\theta}{2};\ \dot{\theta}d(\dot{\theta})=-\frac{3g\cos\theta d\theta}{2\ell}$$

$$\int_0^{\dot{\theta}}\dot{\theta}d(\dot{\theta})=-\int_{\theta_0}^{\theta}\frac{3g\cos\theta d\theta}{2\ell};\ \frac{\dot{\theta}^2}{2}=\frac{3g(\sin\theta_0-\sin\theta)}{2\ell}$$

şeklinde yazılır. Açılar küçük olduğunu göz önünde bulundurursak bu açısal hız

$$\dot{\theta}\approx\sqrt{\frac{3g(\theta_0-\theta)}{\ell}}=\frac{d\theta}{dt}$$

olarak yazılabilir. Buradan kalasına düşmesi için gereken süre

$$t=\sqrt{\frac{\ell}{3g}}\int_{\theta_0}^{0}\frac{d\theta}{\sqrt{\theta_0-\theta}}=-\sqrt{\frac{\ell}{3g}}\int_{\theta_0}^{0}\frac{d(\theta_0-\theta)}{\sqrt{\theta_0-\theta}}=-2\sqrt{\frac{\ell}{3g}}\sqrt{\theta_0-\theta}\Big|_{\theta_0}^{0}=2\sqrt{\frac{\ell\theta_0}{3g}}$$

olarak bulunur.

4. a) Somun h kadar indiğinde döndüğü açı 2π, x kadar indiğinde φ olsun. Buradan

$$x=\frac{\varphi h}{2\pi}$$

olarak bulunur. Türevlersek hız için

$$v=\frac{\omega h}{2\pi}$$

yazabiliriz. Ağırlık kuvveti geri çağıran kuvvet olmadığı için enerji korunumu yasasını

$$W=\frac{mv^2}{2}+\frac{J\omega^2}{2}+\frac{kx^2}{2}=\left(m+\frac{4\pi^2 J}{h^2}\right)\frac{v^2}{2}+\frac{kx^2}{2}$$

şeklinde yazabiliriz. Buradan titreşimin titreşim açısal frekansı ve periyodu

$$\Omega=\sqrt{\frac{k}{m+\frac{4\pi^2 J}{h^2}}}\ ;\ T=\frac{2\pi}{\Omega}=2\pi\sqrt{\frac{m+\frac{4\pi^2 J}{h^2}}{k}}$$

olarak bulunur.

b) Sol yayın uzaması x_1, sağ yayın uzaması x_2 olsun. Her cismin hareket denklemini yazabiliriz.

$$J_1\ddot{\theta}_1=-k(x_2-x_1);\ J_1=\frac{m_1\ell^2}{3}\ ;\ \ddot{\theta}_1=\frac{\ddot{x}_1}{\ell}$$

$$m_2\ddot{x}_2=-kx_2-k(x_2-x_1)$$

Bu denklemlerin çözümleri

$$x_1=A_1 e^{i\omega t}\ ;\ \ddot{x}_1=-\omega^2 A_1 e^{i\omega t}$$

$$x_2=A_2 e^{i\omega t}\ ;\ \ddot{x}_2=-\omega^2 A_2 e^{i\omega t}$$

şeklinde arayabiliriz. Buradan

$$(3k-m_1\omega^2)A_1+3kA_2=0$$
$$kA_1+(2k-m_2\omega^2)A_2=0$$

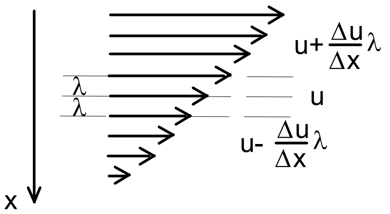
olarak yazabiliriz. Bu sistemin çözümü ya $A_1=A_2=0$ veya katsayılardan oluşan determinant sıfır olmalıdır. Buradan titreşim açısal frekansları

$$m_1m_2\omega^4-(2m_1+3m_2)k\omega^2+9k^2=0$$

denklemin kökleri

$$\omega_{1,2}{}^2=\frac{(2m_1+3m_2)k\pm\sqrt{(2m_1+3m_2)^2k^2-36m_1m_2k^2}}{2m_1m_2}$$

olarak bulunur.



5. a) Direniş yada viskozite kuvveti moleküllerin yönlendirilmiş momentum aktarımından kaynaklanmaktadır. Akışkan içinde hareket ettirilen bir cisim, akışkanda tabakalar halinde harekete sebep olacaktır. Tabakaların bir nevi birbirine göre kaymaktadırlar. Bu kaymanın dik yönünde hareket eden moleküllerin taşıdığı momentumlardan dolayı hızlı olan bantlar yavaşlamaktadır, yavaş olan ise hızlanmaktadır. Tabakların dik yönünde geçen molekül sayısı

$$\Delta N=\frac{n_0 S v\Delta t}{6}$$

olarak yazılabilir. Burada

$$n_0=\frac{N}{V}$$

taneciklerin konsantrasyonu, S moleküllerin geçtikleri alan, v moleküllerin hızı, Δt ise geçiş süresidir. S alandan geçen bandın yönlendirilmiş hızı u olsun. S alandan λ ortalama serbest yolu kadar uzakta bulunan bantların hızları

$$u\pm\frac{\Delta u}{\Delta x}\lambda$$

her molekülden taşınan momentumlar

$$p=m\left(u\pm\frac{\Delta u}{\Delta x}\lambda\right)$$

olur. Toplam taşınılan momentum

$$\Delta p=\frac{n_0 S v \Delta t}{6} m\left(u+\frac{\Delta u}{\Delta x}\lambda\right)-\frac{n_0 S v \Delta t}{6} m\left(u-\frac{\Delta u}{\Delta x}\lambda\right)$$

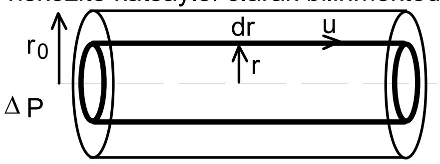
etki eden kuvvet

$$F=\frac{\Delta p}{\Delta t}=\frac{n_0 S v m \lambda}{3}\frac{\Delta u}{\Delta x}=\eta S\frac{\Delta u}{\Delta x}$$

olarak yazılabilir. Burada

$$\eta=\frac{n_0 v m \lambda}{3}$$

viskozite katsayısı olarak bilinmektedir.



Bir boru içinde akan akışkan incelemek için yarıçapı $r<r_0$ bir silindir seçelim. Bu silindir ΔP basınç farkı altında sabit hızla hareket ettiğini kabul edelim. Silindirin hızı sabit olması için direniş kuvveti basınç kuvvetine eşit olmalıdır. Direniş kuvveti dr kalınlıktaki silindirik kabuk içinde sabit kabul edilebilir. Bu eşitlik

$$F=\Delta P.\pi r^2=\eta 2\pi r\ell\frac{du}{dr}$$

olarak yazılabilir. Buradan dr kalınlıktaki silindirik kabuk içindeki hız değişimi

$$du=\frac{\Delta P r\,dr}{2\eta\ell}$$

olur. Bu kabuktaki hız dış kabuklardan kaynaklanmaktadır. Aranan hız

$$u(r)=\int_r^{r_0}\frac{\Delta P r\,dr}{2\eta\ell}=\left.\frac{\Delta P r^2}{2\eta\ell}\right|_r^{r_0}=\frac{\Delta P r_0^2}{4\eta\ell}\left(1-\frac{r^2}{r_0^2}\right)$$

olarak bulunur.

b) Silindirik kabuktan birim zamanda geçen hacim $dV=2\pi r dr u(r)$ olur. Birim zamanda akan hacim

$$V=\int_0^{r_0}\frac{2\pi\Delta P r_0^2}{4\eta\ell}\left(r-\frac{r^3}{r_0^2}\right)dr=\frac{\Delta P r_0^4}{8\eta\ell}=\pi r_0^2 u_{ort}$$

olur. Buradan basınç farkı

$$\Delta P=\frac{8\eta\ell u_{ort}}{r_0^2}$$

pompanın çalışabilmesi için gereken güç

$$q=\Delta F u_{ort}=\Delta P\pi r_0^2 u_{ort}=8\eta\pi\ell u_{ort}^2$$

olarak bulunur.

c) Diğer taraftan bu güç birim zamanda kazanılan kinetik enerjiye eşittir.

$$K=\int_0^{r_0}\frac{dmu(r)^2}{2}=\frac{\rho 2\pi r u(r) dr.u^2(r)}{2}=\rho\pi\int_0^{r_0}\left(\frac{\Delta P r_0^2}{4\eta\ell}\right)^3\left(1-\frac{r^2}{r_0^2}\right)^3 r dr=4\rho\pi r_0^2 u_{ort}^3$$

Buradan boruda akan karışımın özkütlesi

$$\rho=\frac{2\eta\ell}{r_0^2 u_{ort}}$$

olarak bulunur. Sadece havanın özkütlesi

$$\rho_h=\frac{\mu_h P_0}{RT}$$

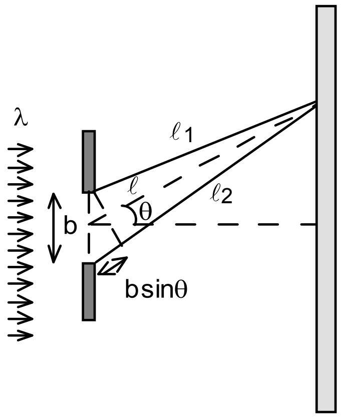
su buharın özkütlesi

$$\rho_b=\rho-\rho_h=\frac{2\eta\ell}{r_0^2 u_{ort}}-\frac{\mu_h P_0}{RT}$$

olur. Suyun buharlaşma süresi

$$t=\frac{M_s}{\rho_b\pi r_0^2 u_{ort}}=\frac{M_s}{\pi r_0^2 u_{ort}\left(\frac{2\eta\ell}{r_0^2 u_{ort}}-\frac{\mu_h P_0}{RT}\right)}$$

olarak bulunur.



6. a) Ekran üzerindeki bir noktası ile yarığın merkezinden ekrana doğru geçirilen dik doğru arasındaki açı θ olsun. Yarıktan kırınıma uğrayan ışınların arasındaki yol farkı

$$\Delta_k = b\sin\theta = \ell_2 - \ell_1 = \frac{bx}{\ell}$$

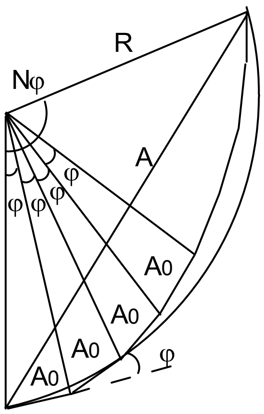
faz farkı

$$\varphi_b = \omega t = \frac{\omega\Delta_k}{v} = \frac{2\pi\Delta_k}{Tv} = \frac{2\pi b\sin\theta}{\lambda} = kb\sin\theta$$

olarak yazılabilir. Burada

$$k = \frac{2\pi}{\lambda}$$

dalga vektörüdür.



Yarığın içinde N çok büyük sayı olmak koşulu ile N tane kaynak olduğunu varsayalım. Her artarda yerleştirilen iki kaynak arasında

$$\varphi = \frac{\varphi_b}{N}$$

faz farkı meydana gelmektedir. Bu kaynaklardan yayılan dalgaların genliklerinin vektörel toplamı

$$A = 2R\sin\frac{N\varphi}{2}\;;\; R = 2A_0\sin\frac{\varphi}{2}$$

$$A = A_0\frac{\sin\frac{N\varphi}{2}}{\sin\frac{\varphi}{2}} = A_0\frac{\sin\frac{\varphi_b}{2}}{\frac{\varphi_b}{2N}} = NA_0\frac{\sin\frac{\varphi_b}{2}}{\frac{\varphi_b}{2}} = NA_0\frac{\sin\beta}{\beta}$$

$\theta = 0°$ ise N tane bir birine paralel olan titreşimi toplamalıyız. Bu durumda

$$A = NA_0$$

olur. Işık şiddeti $J \sim A^2$ olduğu için merkezdeki ışık şiddeti

$$J_0 \sim N^2 A_0^2$$

olarak yazılabilir. $\theta \neq 0°$ ise

$$J = J_0\frac{\sin^2\beta}{\beta^2}\;;\; \beta = \frac{\varphi_b}{2} = \frac{kb\sin\theta}{2}$$

olarak bulunur. Verilen soru için kırınım minimum şartından birinci minimumların merkezi doğrudan olan uzaklıklar

$$b\sin\theta = k\lambda;\; k=1 \text{ için; } \sin\theta = \pm\frac{\lambda}{b},\; \sin\theta = \tan\theta = \frac{y}{f},\; y = \pm f\frac{\lambda}{b} = \pm 1\frac{500.10^{-9}}{10^{-4}} = \pm 5 \text{ mm}$$

olarak bulunur.

b) Yarıklar arasındaki uzaklık a olsun. Her iki yarık arasında meydana gelen faz farkı girişim şartı olarak yazılabilir.

$$\Delta_g = a\sin\theta = \ell_2 - \ell_1 = \frac{ax}{\ell}$$

faz farkı

$$\varphi_a = \omega t = \frac{\omega\Delta_g}{v} = \frac{2\pi\Delta_g}{Tv} = \frac{2\pi a\sin\theta}{\lambda} = ka\sin\theta;\; \alpha = \frac{ka\sin\theta}{2}$$

olarak yazılabilir. Çift yarıklı sitemde ışık şiddeti

$$J = J_0\frac{\sin^2\beta}{\beta^2}\cos^2\alpha$$

ile verilir. Verilen soru için girişimin faz farkı π, kırınımın faz farkı $0{,}2\pi$ olur. Buradan

$$\frac{\varphi_g}{\varphi_k} = \frac{ka\sin\theta}{kb\sin\theta}\;;\; \frac{\pi}{0{,}2\pi} = \frac{a}{b}\;;\; a = 5b = 0{,}5 \text{ mm}$$

olarak bulunur. Aynı sonuca girişim deseni içinde kırınım saçak sayısını kullanarak bulabiliriz. Girişim deseni içinde 9 tane kırınım saçağı bulunmaktadır. Bu sayı

$$N = 2\frac{a}{b} - 1$$

ile verilir. Buradan aynı sonuç çıkar.

c) Girişim maksimumların konumları

$$\varphi_{gmak}= \pm k\pi;\ \sin\theta= \pm k\frac{\lambda}{a},\ \sin\theta=\tan\theta=\frac{y}{f}$$

$$y= \pm f\frac{\lambda}{a}k= \pm 1\frac{500.10^{-9}}{5.10^{-4}}k= \pm k\ mm=0;\ 1;\ 2;\ 3;\ 4\ .....mm$$

olarak bulunur. Girişim minimumların konumları

$$\varphi_{gmin}= \pm\frac{(2k+1)\pi}{2};\ \sin\theta= \pm\frac{2k+1}{2}\frac{\lambda}{a},\ \sin\theta=\tan\theta=\frac{y}{f}$$

$$y= \pm f\frac{\lambda}{a}\frac{2k+1}{2}= \pm 1\frac{500.10^{-9}}{5.10^{-4}}\frac{2k+1}{2}= \pm\frac{2k+1}{2}\ mm=0,5;\ 1,5;\ 2,5;.......\ mm$$

olarak bulunur.

d) $\frac{a}{b}$=5 tam sayı olduğundan, 5k(p= ±1, 2, 3…) girişim maksimumları kırınım minimumları ile çakışır.Bu mertebeler kaybolur.

e) $\sin\theta=1,25.10^{-3}$ oluğunda

$$\beta=\frac{1}{2}\frac{2\pi}{500.10^{-9}}0,1.10^{-3}(1,25.10^{-3})=\frac{\pi}{4}$$

$$\alpha=\frac{1}{2}\frac{2\pi}{500.10^{-9}}0,5.10^{-3}(1,25.10^{-3})=\frac{5\pi}{4}$$

Çift yarıklı sistem için şiddet ifadesi

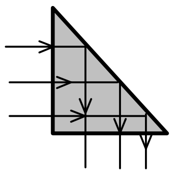
$$J=J_0\frac{\sin^2(\frac{\pi}{4})}{(\frac{\pi}{4})^2}\cos^2(\frac{5\pi}{4})=1,62I_0$$

$\beta=\pi\frac{\pi}{4}$ değeri ile uyumludur.

7. İnce kenarlı mercek formülünden odak uzaklık için

$$\frac{1}{f}=(n-1)\left(\frac{1}{R}-\frac{1}{\infty}\right);\ f=\frac{R}{n-1}$$

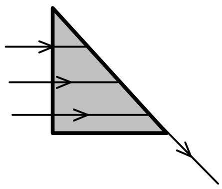
yazabiliriz. Buradan λ_1 için n=2 ve R=20 cm olduğundan f=20 cm olarak bulunur. λ_2 için n=$\sqrt{2}$ ve R=20 cm olduğundan f=$\frac{20}{\sqrt{2}-1}$ cm olarak bulunur. Her iki kaynak da merceğin kendi dalga boylarına karşı gelen odaklarındadır.



Mercekten çıkan ışınlar optik eksene paraleldir. bu durumda prizmanın ilk yüzünde geliş açısı sıfırdır. İkinci yüzeye 45° ile gelirler. Sınır açısı λ_1 için

$$\frac{\sin\alpha}{\sin 90^o}=\frac{1}{n_1};\ \sin\alpha=\frac{1}{2};\ \alpha=30°$$

olarak bulunur. Işınların gelme açısı kritik açıdan büyük olduğu için bu ışınlar iç yansımaya uğramaktadır.



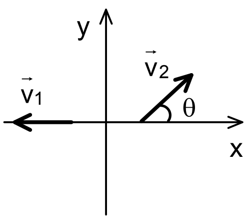
λ_2 ve λ_3 dalga boyları için kritik açı

$$\frac{\sin\beta}{\sin 90^o}=\frac{1}{n_2};\ \sin\beta=\frac{\sqrt{2}}{2};\ \beta=45°$$

olarak bulunur. Bu durumda çıkan ışınlar prizmanın tabanına paralel olarak çıkmaktadır. Prizmadan çıkan λ_1 dalga boylu ışınlar SS'e, λ_2 dalga boylu ışınlar ise G'ye gelir. Aynaya hiçbir ışık gelmez. Sırası ile L'de kırılma, P'de kırılma ve yansıma, M'de hiç bir olay olmaz, SS'de kırınım, G'de kırınım gerçekleşiyor. SS'ye sadece λ_1 geldiği için tek yarık girişimi olur. Merkezi saçak geniş ve çok aydınlıktır, Bütün mertebeler mor renklidir. Merkezi saçak açısal genişliği

$$\Delta\theta=\frac{2\lambda_1}{b}=\frac{2.380.10^{-6}\ mm}{0,1\ mm}=7,6.10^{-3}\ rad$$

olarak bulunur. G'de λ_2 ve d λ_3 kırınım ağına dik olarak gelir. Saçaklar aynı kalınlıkta ve aydınlıktadır. $m\lambda=d\sin\theta$ kullanılarak $\sin\theta$ hesaplanabilir.



8. Birinci parçacığa bağlı koordinat sisteme diğer parçacığın hızı için

$$u_x=\frac{v_2\cos\theta+v_1}{1+\frac{v_1v_2\cos\theta}{c^2}}\ ;\ u_y=\frac{v_2\sin\theta\sqrt{1-\frac{v_1^2}{c^2}}}{1+\frac{v_1v_2\cos\theta}{c^2}}\ ;\ u_z=0$$

yazabiliriz. Bu durumda büyüklüğü için

$$u=\sqrt{u_x^2+u_y^2}=\frac{\sqrt{v_1^2+v_2^2+2v_1v_2\cos\theta-\frac{v_1^2v_2^2\sin^2\theta}{c^2}}}{1+\frac{v_1v_2\cos\theta}{c^2}}=\frac{\sqrt{(\vec{v}_1+\vec{v}_2)^2-\frac{(\vec{v}_1\mathrm{x}\vec{v}_2)^2}{c^2}}}{1+\frac{\vec{v}_1.\vec{v}_2}{c^2}}$$

yazabiliriz.

b) Bağıl hız ve izafi hız için

$$u_x=v_1;\ u_y=\frac{dy}{dt}\ \frac{\frac{dy'}{dt'}}{\sqrt{1-\frac{v_2^2}{c^2}}}=v_2\sqrt{1-\frac{v_1^2}{c^2}}$$

$$u=\sqrt{u_x^2+u_y^2}=\sqrt{v_1^2+v_2^2\left(1-\frac{v_1^2}{c^2}\right)}\ ;\ \beta=\sqrt{\beta_1^2+\frac{\beta_2^2}{\gamma_1^2}}=\sqrt{\beta_1^2+\beta_1^2(1-\beta_1^2)}$$

olarak bulunur. Cismin enerjisi için

$$W_e=K+m_0c^2=\frac{m_0c^2}{\sqrt{1-\beta^2}}\ ;\ \beta=\frac{v}{c}\ ;\ \gamma=\frac{W}{W_0}\ ;\ \beta=\frac{\sqrt{\gamma^2-1}}{\gamma}$$

izafi hızlar için

$$\beta_1=\frac{\sqrt{\gamma_1^2-1}}{\gamma_1}\ ;\ \beta_2=\frac{\sqrt{\gamma_2^2-1}}{\gamma_2}$$

yazabiliriz. Buradan rölativistik faktörü

$$\gamma=\frac{1}{\sqrt{1-\beta^2}}=\frac{1}{\sqrt{1-\beta_1^2-\frac{\beta_2^2}{\gamma_1^2}}}=\frac{1}{\sqrt{1-\beta_1^2-\beta_2^2(1-\beta_1^2)}}=\frac{1}{\sqrt{1-\beta_1^2}\sqrt{1-\beta_2^2}}=\gamma_1\gamma_2$$

olarak bulunur. İkinci parçacığın bozunma süresi birinci parçacığa bağlı koordinat sisteminde bu süre

$$\tau=\frac{\tau_2}{\sqrt{1-\beta^2}}=\frac{\tau_0}{\sqrt{1-\frac{v_1^2}{c^2}}\sqrt{1-\frac{v_2^2}{c^2}}}$$

olur. $\vec{v}_1\perp\vec{v}_2$ durumunda bu parçacığın bozunana kadar birinci parçacığın referans sisteminde aldığı yol

$$\ell=u\tau=\tau_0\sqrt{\frac{v_1^2+v_2^2-\frac{v_1^2v_2^2}{c^2}}{\left(1-\frac{v_1^2}{c^2}\right)\left(1-\frac{v_2^2}{c^2}\right)}}$$

olarak bulunur.

c) Sistemin enerjisi için

$$W=\frac{m_{01}c^2}{\sqrt{1-\frac{v^2}{c^2}}}+\frac{m_{02}c^2}{\sqrt{1-\frac{v^2}{c^2}}}=\frac{(m_{01}+m_{02})c^2}{\sqrt{1-\frac{v^2}{c^2}}}$$

ve kütle merkezinin momentumu için

$$\vec{p}=\frac{m_{01}\vec{v}_1+m_{02}\vec{v}_2}{\sqrt{1-\frac{v^2}{c^2}}}$$

yazabiliriz. Sistemin kütlesi m_0 olsun. Rölativistik enerji invariantı

$$W^2-p^2c^2=m_0^2c^4$$

şeklinde yazılabilir. Buradan sistemin durgun kütlesi

$$m_0^2c^4=\frac{c^2}{1-\frac{v^2}{c^2}}[(m_{01}+m_{02})^2c^2-(m_{01}\vec{v}_1+m_{02}\vec{v}_2)^2]=$$

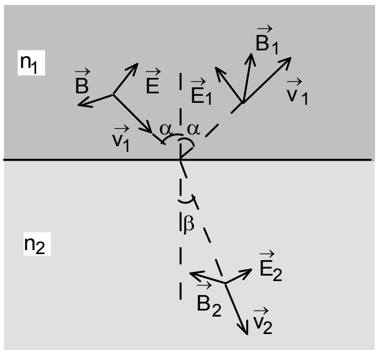
$$=\frac{c^2}{1-\frac{v^2}{c^2}}[m_{01}^2(c^2-v^2)+m_{02}^2(c^2-v^2)+2m_{01}m_{02}(c^2-\vec{v}_1\,\vec{v}_2)]=$$

$$=\frac{c^4}{1-\frac{v^2}{c^2}}\left[m_{01}^2\left(1-\frac{v^2}{c^2}\right)+m_{02}^2\left(1-\frac{v^2}{c^2}\right)+2m_{01}m_{02}\left(1-\frac{\vec{v}_1\,\vec{v}_2}{c^2}\right)\right]=$$

$$=c^4\left[m_{01}^2+m_{02}^2+\frac{2m_{01}m_{02}\left(1-\frac{\vec{v}_1.\vec{v}_2}{c^2}\right)}{1-\frac{v^2}{c^2}}\right]$$

$$m_0=\sqrt{m_{01}^2+m_{02}^2+\frac{2m_{01}m_{02}\left(1-\frac{\vec{v}_1.\vec{v}_2}{c^2}\right)}{1-\frac{v^2}{c^2}}}$$

olarak bulunur.



9. Yansıyan ve kırılan düzlemsel bir elektromanyetik dalganın genlikleri arasındaki ilişkiyi bulmak için basit bir model ele alalım. Düzlemsel elektromanyetik dalga kırıcılık indisleri n_1 ve n_2 olan iki farklı olan dielektrik ortamın düz bir sınırına normal olarak düştüğünü kabul edelim. Gelen ve yansıyan dalgaların açısı α, kırılan dalganın açısı β olsun. Elektrik alan dolanım teoreminden

$$\oint\vec{E}.\vec{d\ell}=0;\ (E+E_1)\cos\alpha.d\ell-E_2\cos\beta.d\ell=0$$

$$(E+E_1)\cos\alpha=E_2\cos\beta$$

manyetik alan dolanım teoreminden

$$\oint\vec{B}.\vec{d\ell}=0$$

$$B-B_1=B_2$$

yazabiliriz. Elektromanyetik dalgalarda birim hacimdeki elektrik ve manyetik alan enerjileri bir birine eşittir. Buradan manyetik alan ile elektrik alan vektörleri arasındaki ilişki

$$w_E=\frac{\varepsilon\varepsilon_0E^2}{2}=w_M=\frac{B^2}{2\mu_0};\ v=\frac{c}{n};\ c=\frac{1}{\sqrt{\varepsilon_0\mu_0}};\ n=\sqrt{\varepsilon}$$

$$E=vB;\ B=\frac{nE}{c}$$

olarak bulunur. Buradan

$$\frac{n_1(E-E_1)}{c}=\frac{n_2E_2}{c}$$

$$E_1=\frac{2n_1\cos\beta E}{n_1\cos\beta+n_2\cos\alpha};\ E_2=\frac{(n_1\cos\beta-n_2\cos\alpha)E}{n_1\cos\beta+n_2\cos\alpha}$$

olarak bulunur.