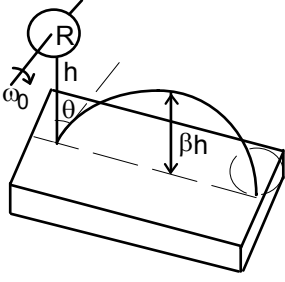


ŞUBAT KAMPI SINAVI-2000-II. Grup

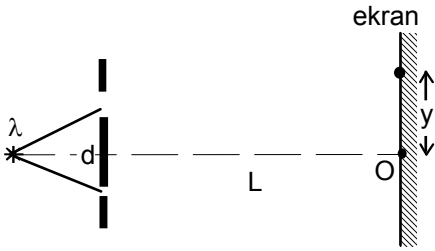


1. İçi dolu homojen R yarıçaplı bir top yatay bir eksen etrafında ω_0 açısal hızı ile döndürülüyor ve topun en alt noktası zeminden h yükseklikte iken serbest bırakılıyor. Top zeminden zıpladıktan sonra, eğik atış hareketi yapıyor ve topun en alt noktası βh ($0 < \beta < 1$) yüksekliğe çıkıyor. Top ile zemin arasındaki sürtünme katsayısı f ve yerçekimi ivmesi g olarak veriliyor. Hava direnci ihmal ediliyor. Topun yerle temas süresinin çok kısa ama sıfırdan farklı olduğu kabul edilebilir.

a) Topun zeminle tüm teması süresince kaydığını kabul edelim. Topun yukarıda konu edilen bu hareketi yapması için verilen açısal hız ω_0 en az ne

olmalıdır? Top zeminden nasıl bir açı ile zıplamaktadır? Birinci temastan ikinci temasa kadar topun aldığı yatay yol nedir?

b) Topun temas süresi sona ermeden kaymanın bittiğini kabul edelim. Topun yukarıda konu edilen bu hareketi yapması için verilen açısal hız ω_0 en az ne olmalıdır? Top zeminden nasıl bir açı ile zıplamaktadır? Birinci temastan ikinci temasa kadar topun aldığı yatay yol nedir?



2. Çift yarıkla yapılan girişim deneyinde tek renkli ışık kaynağının dalga boyu $\lambda_1 = \lambda$, yarıklar arası uzaklık d olup girişim deseni bir ekran üzerinde incelenmektedir. Yarıklardan biri diğerine göre daha geniştir. Ekranın merkezine geniş yarıkta gelen ışığın genliği, dar yarıkta gelenin üç katıdır.

a) Ekran üzerinde oluşan aydınlanmanın şiddeti J' 'yi, ekran merkezinden düşey yöndeki uzaklık y, ekran ile yarıklar arası uzaklık L, ışığın dalga boyu λ ve yarıklar arası uzaklık d'ye

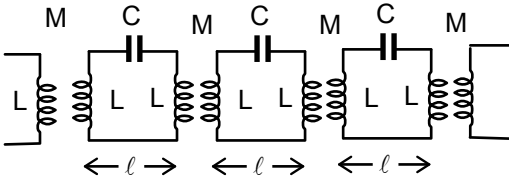
bağlı olarak dar yarıkta gelen ışığın ışık şiddeti J_0 cinsinden ifade ediniz.

b) Ekran üzerindeki minimum ve maksimum aydınlanmanın olduğu noktaları bulunuz.

c) J-y grafiğini maksimum ve minimumları belirterek çizin.

d) Gelen ışığa $\lambda_2 = 2\lambda$ olacak şekilde (aynı şiddette) ikinci bir dalga boyu daha katılırsa, yukarıdaki grafiğin üzerinde J-y grafiğini tekrar çizin.

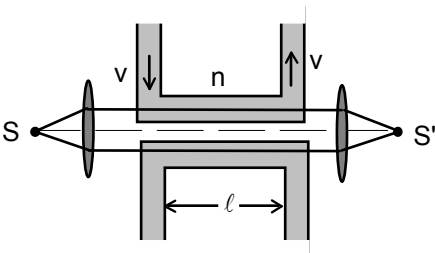
e) $\lambda_1 = 400$ nm, $\lambda_2 = 800$ nm birlikte kullanıldığında (b) şıkında bulduğunuz maksimum ve minimum noktalarında gözlenecek renkleri ve aydınlanma şiddetlerini tartışınız.



3. Sonsuz L-C devresinde ilerleyen bir sinüs dalgası, ardışık iki hücre arasında sonlu hızdan dolayı bir ϕ faz farkı meydana getirmektedir. Her hücrenin boyu, yani iki bobin arasındaki uzaklık ℓ , harmonik dalganın açısal frekansı ω , kondansatörlerin sığası C, bobinlerin özindüktansı L ve aralarındaki karşılıklı indüktans katsayısı M

olarak veriliyor. Her hangi bir kondansatörün üzerindeki yükü, zamanın fonksiyonu olarak nasıl değiştiğini yazarak dalgaların ilerleme hızını bulunuz. Dalganın yayılabilmesi için L ve M arasındaki ilişki ne olmalıdır?

4. Kütlesi M olan bir diskin taban alanı S olup, disk eksenine boyunca gaz ortamında hareket etmektedir. Gazın molekül konsantrasyonu n_0 , ortamın sıcaklığı T, gaz moleküllerinin kütlesi m olarak veriliyor. Diskin hızı ne kadar süre sonra yarıya düşer?



5. Yatay uzunlukları ℓ ve birbirine paralel olan iki boru içinde kırıcılık indisi n olan sıvı bulunmaktadır. Borulardan birisinde sıvı v hızı ile akmaktadır. Yakınsak bir merceğin odak noktasında bulunan ve dalga boyu λ olan monokromatik S ışık kaynağından çıkan ışınlar iki borudan geçerek ikinci bir yakınsak merceğin odak noktasında odaklanmaktadır. Üstteki boruda akan sıvının hangi minimum hızı için görüntüde yok edici girişim gözlenir?

6. Yüklü taneciklerin hızlandırılması ve yönlendirilmesi en iyi şekilde elektron mikroskopunda gerçekleşir. Elektron mikroskopunda kullanılan elektrostatik veya daha çok kullanılan manyetik mercekler değişken odak mesafelerine sahiptir. Odak mesafelerinin değişmesi manyetik indüksiyonun değişmesi ile, manyetik indüksiyonun değişmesi ise elektrik akımının değişmesi ile kontrol edilir. Optik mikroskopta oluşan görüntünün kalitesi farklı maddelerin ışığı farklı soğurması ile ilgilidir. Elektron mikroskopunda elde edilen görüntünün kalitesi araştırılan maddenin küçük elementlerinden kaynaklanan saçılma ile ilgilidir. Elektron mikroskopunda sadece cansız örnekler çok ince zar şeklinde araştırılabilir. Bunun sebebi canlı hücrelerde çok sayıda elektron için bariyer teşkil eden su bulunmasından kaynaklanmaktadır. Elektron mikroskopunun diğer çok önemli zayıf yönü, tüm görüntülerinin iki boyutlu olmasından kaynaklanmaktadır. Uzaysal bir görüntünün elde edilmesi için çok sayıda iki boyutlu görüntüye ihtiyaç vardır. Bir elektron mikroskopunun ayırma gücü taneciklerin dalga özelliklerinden kaynaklanır. İki noktanın bir birinden ayrılması için gerekli olan en küçük mesafe δx 'i, mikroskopun objektifinin yarıçapı r , objektif ile araştırılan örneğin arasındaki uzaklık ℓ , elektronların kütlesi m ve hızı v cinsinden bulunuz.

a) Kırınım olayından kaynaklanan mikroskopun ayırma gücünü bulunuz.

Maddenin, de Broglie dalgası $\lambda = \frac{h}{mv}$ olduğundan proton mikroskopunun daha yüksek ayırma gücü

vereceği anlaşılabilir. Mikroskopun ayırma gücü yalnızca maddenin dalga karakterine bağlı olduğu, hızlandırılmadan önce elektronların ve protonların hızlarının sıfır olduğu, elektronların ve protonların manyetik momentleri ile manyetik alan arasında etkileşim olmadığı kabul edebiliriz. Hareketli parçacıklar tarafından yayılan elektromanyetik radyasyon ihmal edilebilir. Elektronların durgun enerjisi 511 KeV olduğuna göre 511 KV luk bir potansiyel farkında hızlandırılması rölativistik enerjiye ulaşması için yeterlidir. Bir elektron mikroskopundaki elektron demeti $U=511$ KV luk bir potansiyel farkıyla hızlandırılınsın ve L_1, L_2, \dots, L_n sarımlarının ürettiği homojen olmayan bir manyetik alana gönderilsin. Her bir sarımdan geçen akım sırası ile I_1, I_2, \dots, I_n olsun. Bu manyetik alanda elektronlar belirli bir yörünge izlemektedirler. Bu mikroskopta aynı U potansiyel farkı uygulayıp elektron demeti yerine proton demeti kullanabiliriz.

b) Protonların aynı yörüngeyi izlemesi için L_1, L_2, \dots, L_n sarımlarından geçmesi gereken yeni I'_1, I'_2, \dots, I'_n akımları bulunuz. $m_p = 1836m_e$ olarak veriliyor.

ŞUBAT KAMPI SINAVI-2000-II. Grup

1. a) Topun yere çarpma hızı

$$v_0 = \sqrt{2gh}$$

sıçrama hızı

$$v_y = \sqrt{2g\beta h} = \xi v; \xi = \sqrt{\beta}$$

olur. Top ile zemin arasında çarpışma sonucu meydana gelen tepki kuvveti N, topa etkiyen sürtünme kuvveti F_s olsun. Topun dönmesinin çarpışma esnasında devam ettiğini kabul edelim. Bu durumda kayma sonucu düşey yöndeki momentum değişimleri

$$\Delta p_y = mv_y - (-mv_0) = mv(1 + \xi) = \int N dt$$

yatay yöndeki momentum değişimi

$$\Delta p_x = mv_x = \int f N dt$$

açısal momentum değişimi

$$\Delta L = J(\omega - \omega_0) = -F_s R = -R \int f N dt; J = \frac{2mR^2}{5}$$

olur. Bu denklemlerden yatay hız ve açısal hız

$$v_x = f(1 + \xi) \sqrt{2gh}$$

$$\omega = \omega_0 - \frac{fmR(1 + \xi)\sqrt{2gh}}{J} = \omega_0 - \frac{5f(1 + \xi)\sqrt{2gh}}{2R}$$

olarak bulunur. Verilen çözüm

$$\omega R > v_x$$

durumunda geçerlidir. Buradan

$$\omega_0 R - \frac{5f(1 + \xi)\sqrt{2gh}}{2} > f(1 + \xi)\sqrt{2gh}; \omega_0 > \frac{7f(1 + \xi)\sqrt{2gh}}{2R}$$

olmalıdır. Top zeminden

$$\tan \theta = \frac{v_x}{v_y} = \frac{f(1 + \xi)}{\xi}$$

olan bir açı ile sıçrayacaktır. Bir sonraki çarpışmaya kadar geçen süre ve yatay yönde alınan yol

$$t = \frac{2v_y}{g}; x = v_x t = 4f(1 + \xi)\xi h$$

olarak bulunur ve ω_0 dan bağımsızdır.

b) İkinci durumda topun temas süresi sona ermeden önce kaymanın bittiğini kabul edelim. Bu durumda

$$\omega R = v_x$$

olmalıdır. Dikey ve yatay yöndeki momentum değişimi ilk durumdaki formüllerle verilir. Açısal momentum değişiminden

$$\Delta L = J(\omega - \omega_0) = -F_s R = -R \int f N dt; \frac{2mR^2}{5}(\omega - \omega_0) = -mv_x R$$

yatay hız ve açısal hız

$$v_x = \frac{2\omega_0 R}{7}; \omega = \frac{2\omega_0}{7}$$

olarak bulunur. Top zeminden

$$\tan \theta = \frac{v_x}{v_y} = \frac{2\omega_0 R}{7\xi\sqrt{2gh}}$$

olan bir açı ile sıçrayacaktır. Bir sonraki çarpışmaya kadar geçen süre

$$t = \frac{2v_y}{g}$$

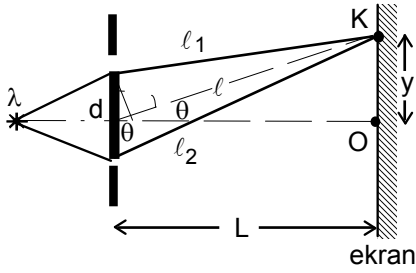
yatay yönde alınan yol

$$x = v_x t = \frac{4\xi R \omega_0}{7} \sqrt{\frac{2h}{g}}$$

olarak bulunur. Görüldüğü gibi ω_0 'ın artması ile $\tan \theta$ lineer artmaktadır. Bu durum

$$\omega_0 < \omega_{\min} = \frac{7f(1 + \xi)\sqrt{2gh}}{2R}$$

için geçerlidir.



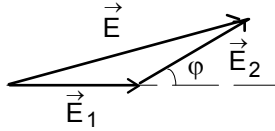
2. a) Ekran üzerindeki bir K noktası ile yarığın merkezinden ekrana doğru çizilen dik doğru arasındaki açı θ olsun. Yarıktan kırınıma uğrayan ışınların arasındaki yol farkı

$$\Delta = d \sin \theta = l_2 - l_1 = \frac{dy}{\ell}$$

faz farkı

$$\varphi = \omega t = \frac{\omega \Delta}{c} = \frac{2\pi \Delta}{Tc} = \frac{2\pi \Delta}{\lambda} = \frac{2\pi d \sin \theta}{\lambda} = \frac{2\pi dy}{\lambda \ell}$$

olarak yazılabilir. Küçük açılar için $\ell \approx L$ olur.



İki yarıktan gelen elektromanyetik dalganın elektrik alan vektörü

$$E_1 = E_0 \sin \omega t; E_2 = 3E_0 \sin(\omega t + \varphi)$$

İki vektörün süperpozisyonu alınarak elektrik alan vektörü K noktasında

$$E^2 = E_1^2 + E_2^2 - 2E_1 E_2 \cos(180^\circ - \varphi) = 10E_0^2 + 6E_0^2 \cos \varphi$$

olarak bulunur. Işık şiddeti

$$J \sim E^2; J_0 \sim E_0^2$$

$$J \sim E^2 \sim (10E_0^2 + 6E_0^2 \cos \varphi) = 2J_0(5 + 3 \cos \varphi) = 2J_0 \left(5 + 3 \cos \frac{2\pi dx}{\lambda \ell} \right)$$

olarak bulunur.

b) Minimum aydınlanma şartı

$$\Delta = \left(k + \frac{1}{2} \right) \lambda; \frac{dy}{\ell} = \left(k + \frac{1}{2} \right) \lambda$$

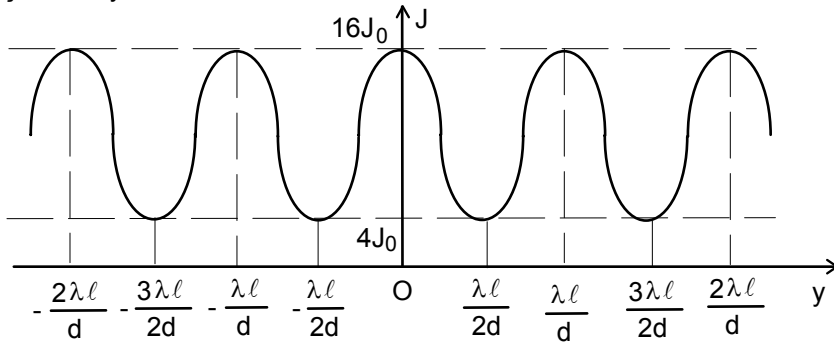
$$y_{\text{kmin}} = \frac{(2k+1)\lambda \ell}{2d}; k=0, 1, 2, 3, \dots$$

maksimum aydınlanma şartı ise

$$\Delta = k\lambda; \frac{dy}{\ell} = k\lambda$$

$$y_{\text{kmak}} = \frac{k\lambda \ell}{d}; k=1, 2, 3, \dots$$

şeklinde yazılabilir.



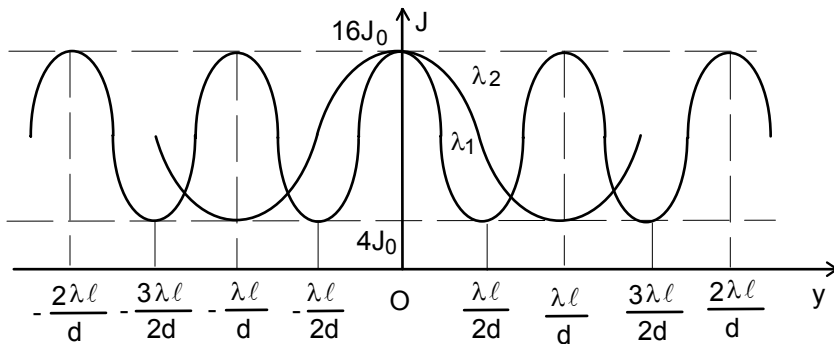
c) Işık şiddeti maksimum

$$J_{\text{mak}} = 16J_0$$

ve minimum

$$J_{\text{min}} = 4J_0$$

olur. Bu dağılımı yandaki grafikte verilmiştir.



d) $\lambda_2 = 2\lambda$ için

$$y'_{\text{kmin}} = \frac{(2k+1)\lambda \ell}{d}$$

$$y'_{\text{kmak}} = \frac{2k\lambda \ell}{d}$$

olur. İki dalga boyu için aydınlanmanın ekran üzerindeki dağılımı yandaki grafikte verilmiştir.

e) $\lambda_1=400$ nm yani mavi renkte bir ışık söz konusudur. $\lambda_2=800$ nm yani kırmızı ışık söz konusudur. Mavi ışık için gözlenen merkeze en yakın birinci minimum merkezden

$$y_{1\min} = \frac{\lambda \ell}{2d}$$

uzakta bulunmakta olup bu noktadaki şiddet $J_m=4J_0$ dir. Bu noktada kırmızı ışık tarafından oluşturulan aydınlanma $4J_0 < J_k < 16J_0$ olur. Değeri

$$J_k = 2J_0 \left(5 + 3 \cos \frac{2\pi dy}{\lambda_2 \ell} \right) = 2J_0 \left(5 + 3 \cos \frac{2\pi d \lambda \ell}{2\lambda \ell 2d} \right) = 10J_0$$

olarak bulunur. Bu noktadaki toplam aydınlanma

$$J_t = J_m + J_k = 14J_0$$

olur. Bu aydınlanma içinde mavi renk $\frac{4}{14}$, kırmızı renk ise $\frac{10}{14}$ oranında olduğundan, görünen renk kırmızıya yakındır. Mavi ışık için gözlenen merkeze en yakın birinci maksimum merkezden

$$y_{1\max} = \frac{\lambda \ell}{d}$$

uzakta bulunmakta olup bu noktadaki şiddet $J_m=16J_0$ dir. Bu noktada kırmızı ışık tarafından oluşturulan aydınlanma $J_k=4J_0$ olur. Değeri

$$J_k = 2J_0 \left(5 + 3 \cos \frac{2\pi dy}{\lambda_2 \ell} \right) = 2J_0 \left(5 + 3 \cos \frac{2\pi d \lambda \ell}{2\lambda \ell d} \right) = 4J_0$$

olarak bulunur. Bu noktadaki toplam aydınlanma

$$J_t = J_m + J_k = 20J_0$$

olur. Bu aydınlanma içinde mavi renk $\frac{16}{20}$, kırmızı renk ise $\frac{4}{20}$ oranında olduğundan, görünen renk maviye yakındır.

3. Sonsuz L-C devresinin n'ninci hücresi için Kirchhoff yasasını yazabiliriz.

$$\begin{aligned} -2L \frac{dI_n}{dt} - M \frac{dI_{n+1}}{dt} - M \frac{dI_{n-1}}{dt} &= \frac{q_n}{C}; I_n = \frac{dq_n}{dt}; I_{n-1} = \frac{dq_{n-1}}{dt}; I_{n+1} = \frac{dq_{n+1}}{dt} \\ -2L \frac{d^2q_n}{dt^2} - M \left(\frac{d^2q_{n-1}}{dt^2} + \frac{d^2q_{n+1}}{dt^2} \right) &= \frac{q_n}{C} \end{aligned}$$

Bu denklemin çözümünü

$$q_n = q_0 \cos(\omega t - kx + \varphi_0)$$

şeklinde arayabiliriz.

$$kx = kn\ell = \frac{\omega}{v} n\ell = n\varphi; \varphi = \frac{\omega \ell}{v}$$

iki komşu hücre arasında sinyalin sonlu hıza sahip olmasından meydana gelen faz farkıdır. Bu durumda

$$q_n = q_0 \cos(\omega t - n\varphi + \varphi_0)$$

$$\frac{d^2q_n}{dt^2} = -\omega^2 q_0 \cos(\omega t - n\varphi + \varphi_0)$$

$$\frac{d^2q_{n-1}}{dt^2} = -\omega^2 q_0 \cos[(\omega t - (n-1)\varphi + \varphi_0)]$$

$$\frac{d^2q_{n+1}}{dt^2} = -\omega^2 q_0 \cos[(\omega t - (n+1)\varphi + \varphi_0)]$$

olur. Bu ifadeleri denkleme koyduğumuzda

$$\begin{aligned} 2L\omega^2 q_0 \cos(\omega t - n\varphi + \varphi_0) + M\omega^2 q_0 \cos[(\omega t - (n-1)\varphi + \varphi_0)] + M\omega^2 q_0 \cos[(\omega t - (n+1)\varphi + \varphi_0)] &= \\ = \frac{q_0 \cos(\omega t - n\varphi + \varphi_0)}{C} \end{aligned}$$

veya

$$2L\omega^2 + 2M\omega^2 \cos\varphi = \frac{1}{C}; \omega^2 + \frac{M}{L} \omega^2 \cos\varphi = \frac{1}{2LC}; \frac{M}{L} = \xi; \frac{1}{2LC} = \omega_0^2$$

$$\omega^2 + \xi \omega^2 \cos\varphi = \omega_0^2; \cos\varphi = \cos \frac{\omega \ell}{v} = \frac{\omega_0^2 - \omega^2}{\xi \omega^2}; v = \frac{\omega \ell}{\arccos \frac{\omega_0^2 - \omega^2}{\xi \omega^2}}$$

olarak bulunur. Aranılan şartları bulmak için

$$|\cos\varphi| \leq 1; -1 \leq \frac{\omega_0^2 - \omega^2}{\xi \omega^2} \leq 1; \frac{\omega_0^2 - \omega^2}{\xi \omega^2} \leq 1; \omega_0^2 \leq (1+\xi)\omega^2$$

$$\omega > \frac{\omega_0}{\sqrt{1+\xi}} = \frac{1}{\sqrt{2LC} \sqrt{1+\frac{M}{L}}}$$

$$-1 \leq \frac{\omega_0^2 - \omega^2}{\xi \omega^2} < 1; \omega_0^2 \geq (1-\xi)\omega^2; \omega \leq \frac{\omega_0}{\sqrt{1-\xi}} = \frac{1}{\sqrt{2LC} \sqrt{1-\frac{M}{L}}}$$

olması gerekir. Yani dalga'nın yayılması için $L > M$ olmalıdır.

4. Tüm moleküllerin hızlarının eşit ve u olduğunu ve belli yönde moleküllerin

$$\Delta N = \frac{n_0 S v \Delta t}{6}$$

gittiğini kabul edebiliriz Burada $n_0 = \frac{N}{V}$ taneciklerin konsantrasyonu, S moleküllerin geçtikleri alan,

$v = \sqrt{\frac{3kT}{m}}$ moleküllerin hızı, Δt ise S alanından moleküllerin geçiş süreleridir. Bu formül cisim hareketsiz ise doğrudur. Disk hareket ettiği için diske karşı gelen ve dolayısıyla diskle çarpan moleküllerin sayısı daha büyük olur. Diskle çarpışan tanecik sayısı

$$\Delta N_1 = \frac{n_0 S(u+v)\Delta t}{6}$$

olarak yazılabilir. Burada v diskin hızıdır. Bu moleküllerin diske göre hızları $u+v$, momentumları $m(u+v)$, momentum değişimleri $2m(u+v)$ olur. Bu moleküllerden diske aktarılan momentum

$$\Delta p_1 = \frac{n_0 S(u+v)\Delta t 2m(u+v)}{6}$$

olur. Diskle aynı yönde hareket eden moleküller diskle daha az sayıda çarpışma yaptıkları için, diske çarpan tanecik sayısı

$$\Delta N_2 = \frac{n_0 S(u-v)\Delta t}{6}$$

olarak yazılabilir. Bu moleküllerin diske göre hızları $u-v$, momentumları $m(u-v)$, momentum değişimleri $2m(u-v)$ olur. Bu moleküllerden diske aktarılan momentum

$$\Delta p_2 = \frac{n_0 S(u-v)\Delta t 2m(u-v)}{6}$$

olur. Diske aktarılan toplam momentum

$$\Delta p = \Delta p_1 - \Delta p_2 = \frac{mn_0 S(u+v)^2 \Delta t}{3} - \frac{mn_0 S(u-v)^2 \Delta t}{3} = \frac{4mn_0 Suv \Delta t}{3}$$

diske etki eden kuvvet

$$F = \frac{\Delta p}{\Delta t} = \frac{4mn_0 Suv}{3}$$

olarak bulunur. Bu kuvvetlerin etkisi ile diskin hareket denklemi

$$Ma = M \frac{du}{dt} = - \frac{4mn_0 Suv}{3}$$

$$\frac{du}{u} = - \frac{4mn_0 Sv dt}{3M}; \int_{u_0}^u \frac{du}{u} = - \int_0^t \frac{4mn_0 Sv dt}{3M};$$

olarak yazılabilir. Bu denklemin çözümü

$$u = u_0 e^{-\frac{4mn_0 Sv t}{3M}}$$

olur. Hızın yarı değerine düşmesi için gereken süre

$$u = \frac{u_0}{2} = u_0 e^{-\frac{4mn_0 Sv t}{3M}}$$

$$t = \frac{3M \ln 2}{4mn_0 Sv} = \frac{3M \ln 2}{4n_0 S \sqrt{3kTm}}$$

olarak bulunur.

5. Yol farkı sadece ℓ mesafesi boyunca sıvının farklı akmasından kaynaklanmaktadır. Sıvıda ışık hızı

$$u_1 = u = \frac{c}{n}$$

durgun sıvıda hareket süresi

$$t_1 = \frac{\ell}{u_1} = \frac{n\ell}{c}$$

akan sıvıda hız

$$u_2 = \frac{u - v}{1 - \frac{vu}{c^2}} = \frac{\frac{c}{n} - v}{1 - \frac{vu}{nc}} \approx \left(\frac{c}{n} - v \right) \left(1 + \frac{vu}{nc} \right) \approx \frac{c}{n} - v \left(1 - \frac{1}{n^2} \right)$$

hareketli sudaki hareket süresi

$$t_2 = \frac{\ell}{u_2} = \frac{\ell}{\frac{c}{n} - v \left(1 - \frac{1}{n^2} \right)} \approx \frac{n\ell}{c} \left(1 + \frac{(n^2 - 1)v}{nc} \right)$$

olarak yazılabilir. İki ışının zaman farkı

$$\Delta t = t_2 - t_1 = \frac{(n^2 - 1)v\ell}{c^2}$$

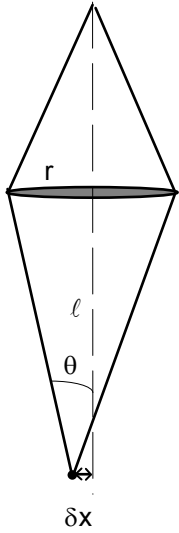
olur. Optik yol farkı

$$\delta = c\Delta t = \frac{(n^2 - 1)v\ell}{c} = \left(k - \frac{1}{2} \right) \lambda; k=1$$

olarak yazılabilir. Buradan

$$v = \frac{\lambda c}{2(n^2 - 1)\ell}$$

olarak bulunur.



6. a) Bir elektron mikroskobunun ayırma gücü taneciklerin dalga özelliklerinden kaynaklanmaktadır. İki noktanın birbirinden ayrılması için gerekli olan en küçük mesafe δx , mikroskobun objektifinin yarıçapı r , objektiften araştırılan örneğe kadar mesafe ℓ olsun. İki noktanın ayrılması için kırınım şartı

$$n\sqrt{\ell^2 + (r + \delta x)^2} - n\sqrt{\ell^2 + (r - \delta x)^2} = \lambda$$

yazılabilir. Burada n ortamın kırılma indisidir. Geometrik olarak

$$\sin\theta = \frac{r}{\sqrt{\ell^2 + r^2}}$$

yazabiliriz. Buradan ayırma gücü için

$$\delta x = \frac{\lambda}{2n\sin\theta}$$

olarak bulunur. Hava için $n=1$ ve

$$\delta x = \frac{\lambda}{2\sin\theta} = \frac{\lambda\sqrt{\ell^2 + r^2}}{2r} = \frac{h\sqrt{\ell^2 + r^2}}{2mvr}; \lambda = \frac{h}{mv}$$

olarak bulunur. Burada λ maddenin de Broglie dalga boyudur. Bu yüzden proton mikroskobunun ayırma gücü daha büyük olur.

b) Elektronlar manyetik alanda belirli bir yörünge izlemektedirler. Elektronlara etki eden manyetik kuvvet hızı diktir.

$$\vec{F} = q\vec{v} \times \vec{B}; \vec{F} \perp \vec{v} \text{ ve } \vec{F} \cdot \vec{v} = \vec{F} \cdot \vec{p} = 0$$

Momentum için

$$p = \frac{m_0 v}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}} = \gamma m_0 v; p \frac{dp}{dt} = \frac{1}{2} \frac{d(p^2)}{dt}$$

yazabiliriz. Yörünge üzerinde doğal s parametresi kullandığımızda

$$\vec{F} = \frac{d\vec{p}}{dt} = \frac{d\vec{p}}{ds} \frac{ds}{dt} = v \frac{d\vec{p}}{ds}; \quad \vec{\tau} = \frac{d\vec{p}}{ds} = \frac{\vec{F}}{\left(\begin{matrix} \vec{p} \cdot \vec{v} \end{matrix} \right)}$$

yazabiliriz. Burada $\vec{\tau}$ teğet birim vektör olarak tanımlanabilir ve bu birim vektör her yörünge için aynıdır. Bu demektir ki iki farklı tanecik için

$$\frac{q\vec{v} \times \vec{B}}{\vec{p} \cdot \vec{v}} = \frac{q'\vec{v}' \times \vec{B}'}{\vec{p}' \cdot \vec{v}'}; \quad B' = \frac{qp'B}{q'p} = -\frac{p'B}{p}$$

yazabiliriz. Bu mikroskopta aynı U potansiyel farkı uygulayıp elektron demeti yerine proton demeti kullanabiliriz. Protonların aynı yörüngeyi izlemesi için L_1, L_2, \dots, L_n sarımlarından geçmesi gereken yeni akımlar I'_1, I'_2, \dots, I'_n için

$$I_n' = -\frac{p'I_n}{p}$$

yazılabilir. 511 KV gerilim altında hızlandırılan elektronlar rölativistik, protonlar ise rölativistik olmayan enerjiye sahip olurlar. Elektronlar için kazanılan kinetik enerji K ise enerji

$$W_e = \sqrt{W_{0e}^2 + p^2 c^2} = K + W_{0e} = 2W_{0e}$$

momentum

$$p = \frac{\sqrt{3}W_{0e}}{c}$$

protonlar için enerji

$$W_p = (W_{0p} + W_{0e}) = \sqrt{W_{0p}^2 + p'^2 c^2}$$

momentum ise

$$p' = W_{0e} \sqrt{\left(\frac{W_{0p}^2}{W_{0e}^2} + 1 \right)^2 - \frac{W_{0p}^2}{W_{0e}^2}}$$

olarak yazılabilir. Buradan iki momentumun oranı

$$\frac{p'}{p} = \frac{\sqrt{3}}{3} \sqrt{\left(\frac{W_{0p}^2}{W_{0e}^2} + 1 \right)^2 - \frac{W_{0p}^2}{W_{0e}^2}} = 35$$

ve aradığımız akımlar

$$I_n' = -35I_n$$

olarak bulunur. Soruyu özel durumu için de çözelim. Bu durumda elektronlar için

$$W_e = K + W_{0e} = 2W_{0e}; \quad \gamma m_{0e} c^2 = 2m_{0e} c^2$$

$$\gamma = 2 = \frac{1}{\sqrt{1 - \beta^2}}; \quad \beta = \frac{v}{c}; \quad v = \frac{c\sqrt{3}}{2}$$

$$K = eU = m_{0e} c^2$$

yazabiliriz. Protonların hızı

$$v_p = \sqrt{\frac{2eU}{m_p}} = \sqrt{\frac{2m_{0e} c^2}{1836m_{0e}}} = \frac{c}{\sqrt{918}}$$

olarak bulunur. Manyetik alanda taneciklerin çizdikleri yörünge için

$$evB = \frac{mv^2}{r}; \quad r = \frac{mv}{eB}$$

yazabiliriz. İki tanecik için

$$\frac{2m_{0e} c\sqrt{3}}{2eB_1} = \frac{1836m_{0e} c}{\sqrt{918}eB_2}; \quad \frac{B_2}{B_1} = \frac{I'}{I} = \sqrt{1224} = 35$$

olarak bulunur. Protonun yükü zıt olduğu için

$$I_n' = -35I_n$$

yazabiliriz.