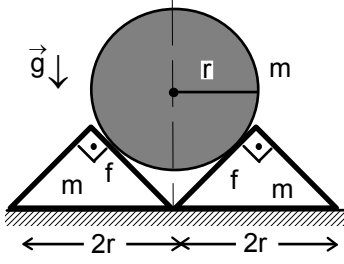
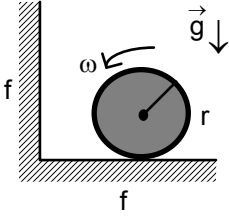


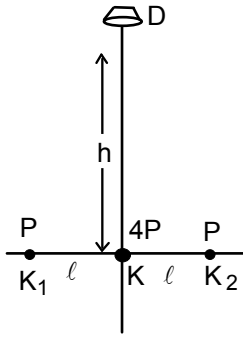
ŞUBAT KAMPI SINAVI -1998



1. Sürtünmesiz masa üzerinde bulunan ve yan yana konulmuş $2r$ taban uzunluklu dik ikizkenar prizmaların üzerine r yarıçaplı bir silindir yavaşça bırakıldıktan sonra cisimler harekete başlıyorlar. Silindir ile prizmaların yüzeyleri arasındaki sürtünme katsayısı f olduğuna göre silindir yere ulaştığında hızı ne olur? Bütün cisimlerin kütleleri eşittir. Yerçekimi ivmesi g olarak veriliyor.



2. Kütleli m ve yarıçapı r olan bir top dikey duvara doğru yatay ve sürtülmeli düzlem üzerinde kaymaksızın yuvarlanmaktadır. Top ile zemin ve dikey duvar arasındaki sürtünme katsayısı f olarak veriliyor. Top dikey duvardan hangi açı ile sıçrayacaktır? Tüm olası durumları irdeleyiniz.



3. Güçleri P , özdeş K_1 ve K_2 kaynaklarının ortasına gücü $4P$ olan K kaynağı, tüm kaynaklar bir doğru üzerinde ve aralarındaki uzaklıklar $l=0,25$ m olacak şekilde yerleştiriliyor. K_1 ve K_2 kaynakları aynı fazda, K ise bu kaynaklarla zıt fazda frekansı $\nu=200$ kHz olan ses dalgaları üretmektedir. Kaynakları birleştiren doğruya, K kaynağından geçen dik doğru üzerinde ve $h=10$ m uzakta ses dalgalarını algılayabilecek D detektörü yerleştiriliyor. Detektörle, 10 metreden daha uzak mesafelerde ses ölçümleri yapılmaktadır. Ses dalgalarının havadaki yayılma hızı $c=330$ m/s dir.

a) Detektörün algıladığı sinyalin maksimum ve minimum noktalarının K kaynağından olan uzaklıkları kaç metredir?

b) Sadece K_1 ve K_2 kaynakları, ya da sadece K kaynağı çalışırsa ilk bulunduğunuz maksimum noktada detektörün üzerine düşen güç sırasıyla kaç kat azalır?

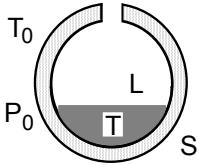
4. Sıvı üzerinde yayılan dalgaların hızı kütle çekimi ve yüzey gerilimden etkilenmektedir. Bu dalgaların faz hızı

$$v_f = \sqrt{\frac{g\lambda}{2\pi} + \frac{2\pi\sigma}{\lambda\rho}}$$

olarak verilmektedir. Burada g yerçekimi ivmesi, λ sıvı üzerinde yayılan dalgalarının dalga boyu, ρ sıvının özkütlesi, σ yüzey gerilimi olarak veriliyor.

a) Bu formülün doğru olup olamayacağını irdeleyiniz.

b) Faz hızının minimum değerini aldığı dalga boyunda dalganın grup hızı nedir?

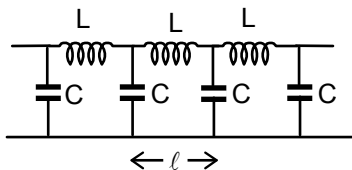


5. Dür tüpleri düşük sıcaklıklarda sıvı gazları muhafaza etmek için kullanılmaktadır. Böyle bir tüp iki küresel kabuktan oluşmaktadır. Bu kabuklar arasında bulunan çok seyrek helyum gazı atmosferden izole edilmiştir. Bu gazın ortamın bulunduğu T_0 sıcaklığında basıncı P_0 , Dür tüpün yüzey alanı S olarak veriliyor. Kabuklar arasındaki uzaklık moleküllerin ortalama serbest yollarından çok çok küçüktür. Kabin içine sıcaklığı T ve buharlaşma öz ısısı L olan sıvı bir gaz

dökülüyor.

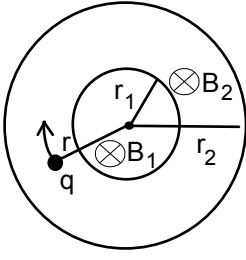
a) Dür tüpündeki gazın yeni basıncı nedir?

b) Buharlaşma esnasında tüpün patlamasının önlemek için tüpte küçük bir delik bulunmaktadır. Bu delikten t süresinde ile buharlaşan gazın kütlelerini değerlendiriniz.

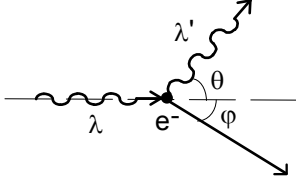


6. Sonsuz L-C devrede ilerleyen bir sinüs dalgası her iki hücre arasında sonlu hızdan dolayı faz farkı ϕ meydana getirmektedir. Her hücrenin boyu, yani iki kondansatör arasındaki uzaklık l , sinüs dalgasının açısal frekansı ω , kondansatörlerin sığası C , bobinlerin indüktansı L olarak veriliyor. Her hangi bir kondansatörün üzerindeki yükün zamanın fonksiyonu olarak nasıl değiştiğini ve dalgaların

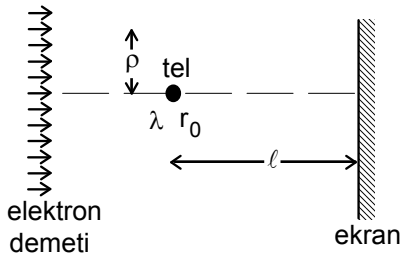
ilerleme hızını bulunuz.



7. Sayfaya dik yönde bir manyetik alan bulunmakta ve bu alan yarıçapı r_1 olan dairenin ucunda t' ye bağlı olarak $\xi_1 t$ şeklinde, bu yarıçapın dışında ise $\xi_2 t$ şeklinde artmaktadır. Herhangi bir yüklü parçacığın $t=0$ anında r_1 ' den büyük bir r yarıçapta ve sıfır hızla başlayarak, yörüngesinin yarıçapı değişmeden ivmelenebilmesi için $\frac{\xi_1}{\xi_2}$ oranı ne olmalıdır?



8. Dalga boyu λ olan bir foton durgun kütlesi m_0 olan bir elektrona çarpıp geliş doğrultu ile θ açısı yapacak şekilde saçılıyor.
a) Fotonun dalga boyundaki değişim nedir? Fotonun yeni dalga boyu ve saçılmadan sonraki enerjisi nedir?
b) Elektronun saçılmadan sonraki enerjisi nedir? Elektronun saçılma açısı nedir?

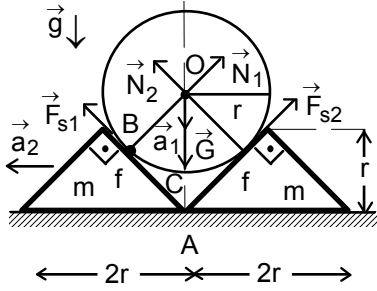


9. $U_0=2.10^4$ V potansiyel farkı ile hızlandırılan elektronlar homojen, çok uzun ve dar bir demet oluşturmaktadırlar. Bu demetteki elektronlar pozitif homojen ve birim uzunluktaki yükü $\lambda=4,4.10^{-11}$ C/m olan yüklü ve elektronların geliş yönüne dik olarak konulmuş ince ve uzun bir telin civarında geçmektedirler. Telin yarıçapı $r_0=10^{-6}$ m olarak veriliyor. Demetteki elektronlar telin ekseninden geçtikleri uzaklık ρ ile ifade edilmektedir. Elektronların telden geçtikleri maksimum mesafe $\rho_{\max}=10^{-4}$ m dir. Elektronlar telin civarından geçtikten sonra, telden $\ell=0,3$ m

mesafede bulunan bir ekran üzerine düşmektedirler.

- Telin yarattığı elektrik alanını telden olan uzaklığa bağlı olarak bulunuz ve grafiksel olarak çiziniz.
- Klasik fizik yaklaşımında elektronların tele çarpmayacağını kabul ederek sapma açısını bulunuz.
- Ekrana çarpan elektronların şiddet dağılımını bulunuz ve grafiksel olarak çiziniz.
- Klasik ve kuantum fiziği bu durumda çok farklı şiddet dağılımları öngörür. Kuantum fiziğine göre ekranda oluşması gereken şiddet dağılımının şeklini çiziniz ve girişimle ilgili hesapları yapınız.

ŞUBAT KAMPI SINAVI SORULARIN ÇÖZÜMLERİ-1998



1. Sürtünmesiz masa ile silindirin merkezi arasındaki uzaklık

$$OA = \sqrt{2} r$$

sürtünmesiz masa ile silindirin en alt noktası arasındaki uzaklık

$$h = AC = (\sqrt{2} - 1)r$$

olarak yazılabilir. Silindirin ve prizmalardan birisinin Newton denklemini

$$\vec{G} + \vec{N}_1 + \vec{F}_{s1} + \vec{N}_2 + \vec{F}_{s2} = m \vec{a}_1; \vec{G}_{pr} + \vec{N}_{2pr} + \vec{F}_{s1pr} + \vec{N}_3 = m \vec{a}_2$$

şeklinde yazabiliriz. Burada

$$N_1 = N_2 = N_{1pr} = N_{2pr} = N$$

olarak yazılabilir. İki ivme arasında kinematik bağıntı

$$\frac{x_1}{x_2} = \frac{a_1}{a_2} = \tan 45^\circ = 1; a_1 = a_2 = a$$

olarak yazılabilir. Yatay ve dikey bileşenlere göre Newton denklemlerini

$$mg - 2N \cos 45^\circ - 2F_s \sin 45^\circ = ma; \text{ silindir}$$

$$N \sin 45^\circ - F_s \cos 45^\circ = ma; \text{ prizma}$$

$$F_s = fN$$

olarak yazabiliriz. Buradan tepki kuvveti için

$$mg - 2N \cos 45^\circ - 2fN \sin 45^\circ = N \sin 45^\circ - fN \cos 45^\circ; N = \frac{\sqrt{2}mg}{3 + f}$$

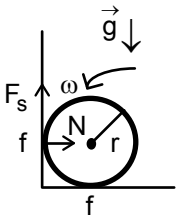
İvme için

$$ma = N \sin 45^\circ - fN \cos 45^\circ; a = \frac{(1 - f)g}{3 + f}$$

yazabiliriz. Silindirin ulaştığı hız

$$v = \sqrt{2ah} = \sqrt{\frac{2r(\sqrt{2} - 1)(1 - f)g}{3 + f}}$$

olarak bulunur.



2. Top ile duvar arasında çarpışma sonucu meydana gelen tepki kuvveti N, top ile duvar arasındaki sürtünme kuvveti F_s olsun. Topun dönmesi çarpışma esnasında tamamen bittiğini kabul edelim. Bu durumda kayma sonucu yatay ve dikey yöndeki momentum değişimleri

$$\Delta p_x = mv - (-mv) = 2mv = \int N dt; \Delta p_y = mv_y - 0 = mv_y = \int fN dt = f \Delta p_x = 2fmv$$

olur. Top duvardan

$$\tan \theta = \frac{v_y}{v} = 2f$$

açı ile sıçrayacaktır. İkinci durumda topun dönmesi çarpışmadan sonra da devam ettiğini kabul edelim. Bu durumda kayma sonucu yatay yöndeki momentum değişimi

$$\Delta p_x = \int N dt$$

dikey yöndeki momentum değişimi

$$\Delta p_y = mv_y - 0 = mv_y = \int fN dt$$

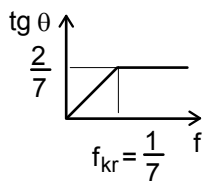
olur. Sürtünme kuvvetin etkisi ile topun açısal momentumu değişmektedir.

$$\Delta L = - \int fN dt \cdot r; J(\omega - \omega_0) = -mv_y \cdot r; \frac{2mr^2}{5} \left(\frac{v_y}{r} - \frac{v_0}{r} \right) = -mv_y \cdot r$$

Topun sıçrama hızı ve sıçrama açısı

$$v_y = \frac{2v_0}{7}; \tan \theta = \frac{v_y}{v} = \frac{2}{7}$$

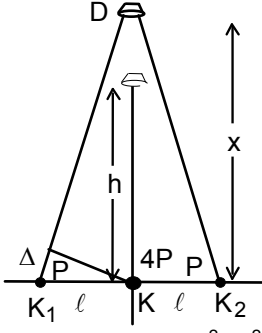
olarak bulunur.



Kaymanın bitmemesi ve bitmesi durumunda sürtünme katsayısının kritik değeri bulunur.

$$\tan \theta_{kr} = \frac{2}{7} = 2f; f_{kr} = \frac{1}{7}$$

olarak bulunur.



3. a) Ses dalgalarının havadaki dalga boyları

$$\lambda = \frac{c}{v}$$

olur. Birden fazla kaynak olduğu durumda

$$E^2 = \sum_i E_i^2 + 2 \sum_{j>i} \sum_i E_i E_j \cos(\alpha_j - \alpha_i)$$

denklemini kullanılabilir. Bu problemde $E_1=A$, $E_2=2A$ ve $E_3=A$ dir. Çünkü kaynakların güçleri sırası ile P, 4P ve P olarak verilmiş olup ikinci (gücü 4P olan) kaynak diğerleri ile zıt fazda çalışmaktadır

$$E^2 = A^2 + 4A^2 + A^2 + 2[2A^2 \cos(180^\circ - k\Delta) + A^2 \cos 0^\circ + 2A^2 \cos(180^\circ - k\Delta)] = 8A^2 - 8A^2 \cos k\Delta$$

maksimum için $\cos k\Delta = -1$ olmalıdır;

$$\Delta = \sqrt{\ell^2 + x^2} - x \approx \frac{\ell^2}{2x}$$

$$\frac{2\pi}{\lambda} \frac{\ell^2}{2x} = (2n+1)\pi; x_{n,\text{mak}} = \frac{\ell^2}{2n+1} \frac{v}{c}$$

maksimum noktaları verir. Bu maksimumlar

$$n=0 \text{ için } x = 37,87 \text{ m}$$

$$n=1 \text{ için } 12,63 \text{ m}$$

olarak bulunur. Minimum durumu ise $\cos k\Delta = 1$ ile sağlanacaktır

$$\frac{2\pi}{\lambda} \frac{\ell^2}{2x} = 2n\pi; x_{n,\text{min}} = \frac{v\ell^2}{2nc}$$

eşitliğinden; $x = 18,93 \text{ m}$ bulunur. $n \geq 2$ değerleri için maksimum ve minimum noktaları $h < 10 \text{ m}$ uzaklıkta bulunur.

b) Güç genliğinin karesi ile doğru orantılıdır.

$$P_{K1} = P \sim A^2; P_{K2} = 4P \sim (2A)^2$$

K_1 ve K_2 kaynakların genlikleri A, K kaynağın genliği 2 A dir. Girişim olayında iki farklı A_1 ve A_2 genlikleri ile girişim yapılan noktalarda titreşimin genliği

$$A_t^2 = A_1^2 + A_2^2 + 2A_1 A_2 \cos \theta$$

olarak yazılabilir. Bu demektir ki güç

$$P_t = P_1 + P_2 + 2\sqrt{P_1 P_2} \cos \theta; \cos \theta = \frac{\ell}{\sqrt{\ell^2 + x^2}} \approx 1$$

olarak bulunur. Maksimum ve minimum olan noktalarda genlik

$$A_{\text{mak}} = A + A + 2A = 4A; A_{\text{min}} = A + A - 2A = 0$$

Maksimum olan noktalarda güç

$$P_{\text{mak}} \approx (4A)^2 = 16P$$

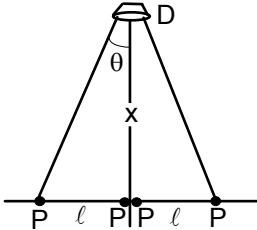
olarak bulunur. Sadece K_1 ve K_2 kaynakları çalışırsa titreşimin genliği ve güç

$$A' = A + A = 2A; P' \approx (2A)^2 = 4P$$

ve aralarındaki oran 4 olarak bulunur. Sadece K kaynağı çalışırsa titreşimin genliği ve maksimum gücü

$$A'' = A + A = 2A; P'' \approx (2A)^2 = 4P$$

ve aralarındaki oran yine 4 olarak bulunur.



Soruyu K kaynağın yerine gücü P olan iki kaynak koyarak çözebiliriz. Bu iki kaynak arasındaki faz farkı sıfır olduğundan

$$P_K = P + P + 2\sqrt{PP} \cos 0^\circ = 4P$$

değişmez. Bundan sonra çözüm aynı sonucu verir. Bunu kendiniz yapınız.

4. a) Dalganın hızı doğru olabileceğini boyut analizi yaparak gösterebiliriz. Kütle çekiminden kaynaklanan terim yerçekimi ivmesi ve dalganın dalga boyuna bağlıdır. Bu bağılılığı

$$v_f = g^\alpha \lambda^\beta$$

şeklinde yazabiliriz. Burada α ve β bulunması gereken sabitlerdir.

$$\frac{m}{s} = \left(\frac{m}{s^2} \right)^\alpha m^\beta ; m \Rightarrow 1 = \alpha + \beta ; s \Rightarrow -1 = -2\alpha$$

Birimlerin eşitlemesinden $\alpha = \beta = \frac{1}{2}$ olarak bulunur. Yüzey geriliminden kaynaklanan terim dalganın dalga boyuna, yüzey gerilimine ve sıvının özkütlesine bağlıdır. Bu bağılılığı

$$v_f = \rho^\alpha \lambda^\beta \sigma^\gamma$$

şeklinde yazabiliriz. Burada α , β ve γ bulunması gereken sabitlerdir.

$$\frac{m}{s} = \left(\frac{kg}{m^3} \right)^\alpha m^\beta \left(\frac{N}{m} \right)^\gamma = \left(\frac{kg}{m^3} \right)^\alpha m^\beta \left(\frac{kg}{s^2} \right)^\gamma$$

$$m \Rightarrow 1 = -3\alpha + \beta$$

$$s \Rightarrow -1 = -2\gamma$$

$$kg \Rightarrow 0 = \alpha + \gamma$$

Birimlerin eşitlemesinden $\alpha = \beta = -\gamma = -\frac{1}{2}$ olarak bulunur.

b) Dalganın faz hızının dalga boyuna türevi alıp sıfıra eşitleyebiliriz

$$\frac{dv_f}{d\lambda} = 0; \frac{g}{2\pi} - \frac{2\pi\sigma}{\rho\lambda^2} = 0$$

Buradan faz hızını minimum aldığı dalga boyu ve k dalga sayısı

$$\lambda_{\min} = 2\pi \sqrt{\frac{\sigma}{g\rho}} ; k = \frac{2\pi}{\lambda} ; k_{\min} = \frac{2\pi}{\lambda_{\min}} = \sqrt{\frac{g\rho}{\sigma}}$$

olarak yazabiliriz. Faz hızını k cinsinden yazabiliriz.

$$v_f = \frac{\omega}{k} = \sqrt{\frac{g}{k} + \frac{k\sigma}{\rho}} ; \omega = \sqrt{gk + \frac{k^3\sigma}{\rho}}$$

olarak yazılabilir. Dalganın grup hızı

$$v_{gr} = \left(\frac{d\omega}{dk} \right)_{k_{\min}} = \frac{g + \frac{3k^2\sigma}{\rho}}{2\sqrt{gk + \frac{k^3\sigma}{\rho}}} = \frac{4g}{2\sqrt{2g\sqrt{\frac{g\rho}{\sigma}}}} = \sqrt[4]{\frac{4g\sigma}{\rho}}$$

olarak bulunur.

5. a) İki yüzey arasında belli yönde moleküllerin

$$\Delta N = \frac{n_0 S \ell}{3}$$

kadarı hareket etmektedir. Burada $n_0 = \frac{N}{V}$ taneciklerin konsantrasyonu, S moleküllerin geçtikleri alan, ℓ iki yüzey arasındaki uzaklıktır. Moleküller bir yüzeyden hareket başlayarak tekrar aynı yüzeye gelene kadar uğradıkları momentum değişimi

$$\Delta p_1 = mv - (-mv_0) = m(v + v_0)$$

ΔN molekülün momentum değişimi

$$\Delta p = \Delta N \Delta p_1 = \frac{n_0 S \ell m (v + v_0)}{3}$$

bu momentum değişimini gerçekleştirmek için gereken süre

$$\Delta t = \frac{\ell}{v_0} + \frac{\ell}{v}$$

Bu moleküllerin yüzeyde oluşturdukları basınç

$$P = \frac{F}{S} = \frac{1}{S} \frac{\Delta p}{\Delta t} = \frac{n_0 m v v_0}{3} = \frac{n_0 m v_0^2}{3} \frac{v}{v_0} = P_0 \sqrt{\frac{T}{T_0}}$$

olarak bulunur.

b) Dürar tüpünde ısı yüzeyler arasında bulunan helyum gazın sayesinde aktarılmaktadır. Bir yüzeyden başlayan hareket tekrar aynı yüzeye gelene kadar aktarılan ısı

$$\Delta Q_1 = \frac{3kT_0}{2} - \frac{3kT}{2}$$

olur. Δt sürede aktarılan ısı enerjisi

$$\Delta Q = \Delta N \Delta Q_1 = \frac{n_0 S \ell}{3} \frac{3k(T_0 - T)}{2}$$

olur. t sürede bir molekül iki yüzey arasında $\frac{t}{\Delta t}$ kere gidip gelir. Toplam aktarılan ısı

$$Q = \frac{t}{\Delta t} \Delta Q = \frac{tvv_0}{\ell(v_0 + v)} \frac{n_0 S \ell}{3} \frac{3k(T_0 - T)}{2} = \frac{tvv_0}{(v_0 + v)} \frac{P_0 S}{3kT_0} \frac{3k(T_0 - T)}{2} =$$

$$= \sqrt{\frac{3k}{2}} \frac{t\sqrt{TT_0}}{(\sqrt{T} + \sqrt{T_0})} \frac{P_0 S(T_0 - T)}{2T_0} = P_0 S \sqrt{\frac{3kTT_0}{8}} (\sqrt{T_0} - \sqrt{T})t$$

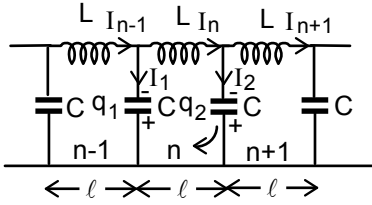
olarak bulunur. Bu ısı sıvılaştırılan gazın buharlaşması için gitmektedir.

$$Q = ML$$

Buradan

$$M = \frac{P_0 S}{L} \sqrt{\frac{3kTT_0}{8}} (\sqrt{T_0} - \sqrt{T})t$$

olarak bulunur.



6. Sonsuz L-C devresinin n . ci hücre için birinci Kirchhoff yasasını

$$I_{n-1} = I_n + I_1; I_1 = I_{n-1} - I_n$$

$$I_n = I_{n+1} + I_2; I_2 = I_n - I_{n+1}$$

ve ikinci Kirchhoff yasasını

$$-L \frac{dI_n}{dt} = \frac{q_2}{C} - \frac{q_1}{C}$$

yazabiliriz. Bu ifadenin türevini alırsak

$$-LC \frac{d^2 I_n}{dt^2} = \frac{dq_2}{dt} - \frac{dq_1}{dt} = I_2 - I_1 = 2I_n - I_{n-1} - I_{n+1}$$

denklemini elde ederiz. Bu denklemin zm

$$I_n = I_0 \cos(\omega t - kx + \varphi_0)$$

şeklinde arayabiliriz.

$$kx = kn\ell = \frac{\omega}{v} n\ell = n\varphi; \varphi = \frac{\omega\ell}{v}$$

iki komşu hcre arasında sinyalin sonlu hıza sahip olmasından meydana gelen faz farkıdır. Bu durumda

$$I_n = I_0 \cos(\omega t - n\varphi + \varphi_0); \frac{d^2 I_n}{dt^2} = -\omega^2 I_n \cos(\omega t - n\varphi + \varphi_0)$$

$$I_{n-1} = I_0 \cos[(\omega t - (n-1)\varphi + \varphi_0)]; I_{n+1} = I_0 \cos[(\omega t - (n+1)\varphi + \varphi_0)]$$

olur. Bu ifadeleri denkleme koyduđumuzda

$$LC\omega^2 I_0 \cos(\omega t - n\varphi + \varphi_0) = 2I_0 \cos(\omega t - n\varphi + \varphi_0) - \cos[(\omega t - (n-1)\varphi + \varphi_0)] - \cos[(\omega t - (n+1)\varphi + \varphi_0)] =$$

$$= 2I_0 \cos(\omega t - n\varphi + \varphi_0) (1 - \cos\varphi) = 4I_0 \cos(\omega t - n\varphi + \varphi_0) \sin^2 \frac{\varphi}{2}$$

$$\frac{\omega^2}{4\omega_0^2} = \sin^2 \frac{\varphi}{2}; \frac{\omega}{2\omega_0} = \sin \frac{\varphi}{2}; \omega_0^2 = \frac{1}{LC}$$

denklemini elde edilir. Buradan yayılma hızı

$$\varphi = \frac{\omega\ell}{v} = 2 \arcsin \frac{\omega}{2\omega_0}; v = \frac{\omega\ell}{2 \arcsin \frac{\omega}{2\omega_0}}$$

olarak bulunur. Yayılma hızı büyük, faz farkı kk iŐe

$$\frac{\omega}{2\omega_0} \approx \frac{\varphi}{2} = \frac{\omega\ell}{2v}$$

$$v = \omega_0 \ell$$

olarak bulunur.

7. Yarıçapı r_2 olan dairenin içinden geçen toplam manyetik akı

$$\Phi = \pi r_1^2 B_1 + \pi(r_2^2 - r_1^2) B_2 = \pi r_1^2 \xi_1 t + \pi(r_2^2 - r_1^2) \xi_2 t$$

olarak yazılabilir. İndükte edilmiş e.m.k.

$$\mathcal{E}_{in} = -\frac{d\Phi}{dt} = -\pi[r_1^2 \xi_1 + (r_2^2 - r_1^2) \xi_2]$$

olur. Meydana gelen rotasyonel elektrik alan

$$E = \frac{|\mathcal{E}_{in}|}{2\pi r_2}$$

olarak yazılabilir. Yüklü tanecikleri dairesel yörünge üzerinde ivmelendirmektedir. Yüklü taneciklerin kazandıkları ivme

$$a = \frac{qE}{m}$$

olur. Taneciklerin hızları

$$v = at$$

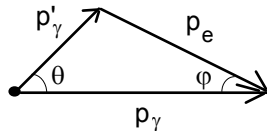
izledikleri dairesel yörüngeler için

$$qvB_2 = \frac{mv^2}{r_2}; qB_2 r_2 = mv = mat; q\xi_2 t r_2 = qEt$$

yazabiliriz. Buradan

$$\frac{\xi_1}{\xi_2} = \frac{r_1^2 + r_2^2}{r_1^2}$$

olarak bulunur.



8. a) Bir fotonun durgun elektrondan saçılması fizikte Compton olayı olarak bilinmektedir. Bu saçılmasını bir çarpışma gibi modelleyebiliriz. Bu çarpışmada rölativistik enerji ve momentum korunumu yasaları geçerlidir.

$$W_\gamma + W_0 = W'_\gamma + W_e$$

$$p_\gamma = p'_\gamma \cos\theta + p_e \cos\phi$$

$$0 = p'_\gamma \sin\theta - p_e \sin\phi$$

Gelen foton, saçılan foton, durgun ve hareketli elektron için

$$W_0 = m_0 c^2; W_e = mc^2 = \frac{m_0 c^2}{\sqrt{1-\beta^2}}; \beta = \frac{v}{c}; W_\gamma = \hbar\omega; W'_\gamma = \hbar\omega'; p_\gamma = \frac{\hbar\omega}{c}; p'_\gamma = \frac{\hbar\omega'}{c}$$

yazabiliriz. Enerji korunumu yasasından

$$\frac{1}{\sqrt{1-\beta^2}} = \frac{\hbar(\omega - \omega')}{m_0 c^2} - 1; \frac{1}{1-\beta^2} = \frac{\hbar^2(\omega - \omega')^2}{m_0^2 c^4} - \frac{2\hbar(\omega - \omega')}{m_0 c^2} + 1$$

$$\frac{1}{1-\beta^2} - 1 = \frac{\beta^2}{1-\beta^2} = \frac{\hbar^2(\omega - \omega')^2}{m_0^2 c^4} - \frac{2\hbar(\omega - \omega')}{m_0 c^2}$$

elde edilir. Momentum korunumu yasasında sadece elektronu ilgilendiren terimler sol tarafında bırakıp karesini aldıktan sonra

$$\frac{\hbar^2 \omega^2}{c^2} - \frac{2\hbar^2 \omega \omega' \cos\theta}{c^2} + \frac{\hbar^2 \omega'^2}{c^2} = \frac{m_0^2 v^2}{1-\beta^2} = \frac{m_0^2 c^2 \beta^2}{(1-\beta^2)} = \frac{\hbar^2(\omega - \omega')^2}{c^2} - 2\hbar m_0(\omega - \omega')$$

elde edilir. Buradan

$$\omega \omega' (1 - \cos\theta) = \frac{m_0 c^2 (\omega - \omega')}{\hbar}; \frac{2\pi c}{\lambda} \frac{2\pi c}{\lambda'} (1 - \cos\theta) = \frac{m_0 c^2}{\hbar} \left(\frac{2\pi c}{\lambda} - \frac{2\pi c}{\lambda'} \right)$$

$$\lambda' - \lambda = \Delta\lambda = \frac{2\pi\hbar}{m_0 c} (1 - \cos\theta)$$

olarak bulunur. Saçılmadan sonraki fotonun dalga boyu ve enerjisi

$$\lambda' = \lambda + \Delta\lambda = \lambda + \frac{2\pi\hbar}{m_0 c} (1 - \cos\theta) = \lambda \left(1 + \frac{2\pi\hbar c}{\lambda m_0 c^2} (1 - \cos\theta) \right) = \lambda \left(1 + \frac{W_\gamma}{W_0} (1 - \cos\theta) \right)$$

$$W'_\gamma = \frac{2\pi\hbar c}{\lambda'} = \frac{W_\gamma}{1 + \frac{W_\gamma}{W_0} (1 - \cos\theta)}$$

olur.

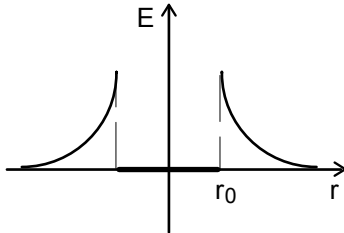
b) Saçılmadan sonra elektronun kinetik enerjisi

$$K_e = W_\gamma - W'_\gamma = \frac{W_\gamma^2}{W_0} (1 - \cos \theta) = \frac{W_\gamma}{1 + \frac{W_\gamma}{W_0} (1 - \cos \theta)}$$

saçıldığı açı

$$\begin{aligned} \text{ctg} \varphi &= \frac{p_\gamma - p'_\gamma \cos \theta}{p'_\gamma \sin \theta} = \frac{p_\gamma}{p'_\gamma} \frac{1 - \cos \theta}{\sin \theta} = \frac{\frac{h}{\lambda} - \cos \theta}{\frac{h}{\lambda'} - \cos \theta} = \frac{1 + \frac{W_\gamma}{W_0} (1 - \cos \theta) - \cos \theta}{\sin \theta} = \\ &= \frac{(1 - \cos \theta) \left(1 + \frac{W_\gamma}{W_0}\right)}{\sin \theta} = \frac{2 \sin^2 \frac{\theta}{2} \left(1 + \frac{W_\gamma}{W_0}\right)}{2 \sin \frac{\theta}{2} \cos \frac{\theta}{2}} = \left(1 + \frac{W_\gamma}{W_0}\right) \tan \frac{\theta}{2} \end{aligned}$$

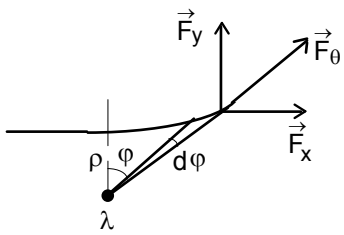
olarak bulunur.



9. a) Birim uzunluktaki yükü λ olan çok uzun bir telden meydana gelen elektrik alan Gauss teoremi sonucu

$$E = \frac{\lambda}{2\pi \epsilon_0 r}; r > r_0; E = 0; r < r_0$$

olarak yazılabilir.



b) Yüke etki eden kuvvet

$$F = qE = \frac{q\lambda}{2\pi \epsilon_0 r}$$

olarak yazılabilir. F kuvvetinin y eksenine göre bileşeni

$$F_y = F \cos \varphi = ma_y$$

x eksenine göre hızın bileşeni

$$v_x = \frac{dx}{dt}; dx = \frac{d\ell}{\cos \varphi}, d\ell = r d\varphi$$

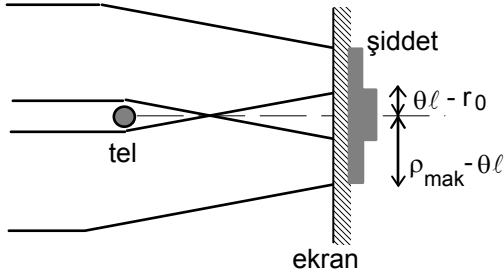
olarak yazılabilir. y eksene göre hız değişimi ve kazandığı hız

$$dv_y = \frac{F_y dt}{m} = \frac{q\lambda d\varphi}{2\pi \epsilon_0 m v_x}; v_y = \int_{-\frac{\pi}{2}}^{\frac{\pi}{2}} \frac{q\lambda d\varphi}{2\pi \epsilon_0 m v_x} = \frac{q\lambda}{2\epsilon_0 m v_x}$$

saçılma açısı

$$\tan \theta = \frac{v_x}{v_y} = \frac{q\lambda}{2\epsilon_0 m v_x^2} = \frac{\lambda}{4\epsilon_0 U} = 6,21 \cdot 10^{-5}; \theta = 6,21 \cdot 10^{-5} \text{ rad}$$

olarak bulunur.



c) Ekranı çarpan elektronlar sadece telin çok yakınında geçtiklerinde etkilenmekte ve yön değiştirmektedir. Her elektronun yörüngesini telin civarında θ açısı ile kesişen iki doğru ile temsil edilebilir. Ekran üzerinde üst üste binen bölgenin genişliği

$$x = 2(\theta \ell - r_0) = 36 \cdot 10^{-6} \text{ m}$$

olur. Bölgenin genişliği ise

$$z = 2(r_{\text{mak}} - \theta \ell) = 81 \cdot 10^{-6} \text{ m}$$

olarak bulunur.

d) Elektronların De Broglie dalga boyu

$$\lambda_B = \frac{h}{mv_0} = 8,68 \cdot 10^{-12} \text{ m} \ll r_0$$

olur. Bu durumda kırınım olayları ihmal edebiliriz. Ekran üzerinde girişim deseni gözlenmektedir. Girişim saçaklarının genişliği ve girişim saçaklarının sayısı

$$\Delta x = \frac{\lambda_B}{2\theta} = 7 \cdot 10^{-8} \text{ m}; N = \frac{x}{\Delta x} = 514$$

olarak bulunur.