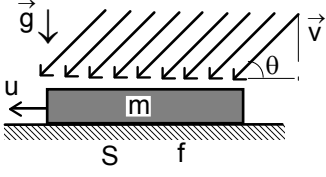
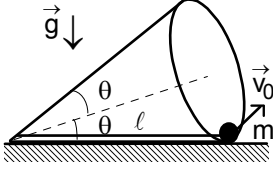


ŞUBAT KAMPI SINAVI-1996

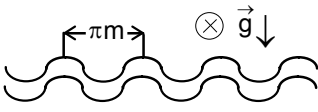


1. a) Düşey kesiti S, kütlesi m olan takoz ile yatay düzlem arasındaki sürtünme katsayısı f olarak veriliyor. Özkütlesi ρ ve hızı v, olan kum tanecikleri yatayla θ açısı yapacak şekilde takozun üzerine homojen olarak düşmektedirler. Takoza düşen kum tanecikleri takoz üzerinde birikmeden yatay yönde yavaşça kaymakta olup yere düşmektedirler. Yerçekimi ivmesi g veriliyor. Takozun u hızını bulunuz.

b) Jet motorlu bir kayık su üzerinde hareket etmektedir. Su bu kayığa alanı S_1 olan yarıktan girip, bir motor sayesinde hızlandırıldıktan sonra, alanı $S_2 < S_1$ olan yarıktan fırlatılıyor. Jet kayığının motorunun verimi nedir?



2. a) Tepe açısı 2θ olan bir koni, eksenini yatayla θ açısı yapacak şekilde yatay düzlem üzerine yerleştirilmiştir. Koninin tepesine tutturulmuş ve iç tarafında uzunluğu l olan bir sarkaç bulunuyor. Sarkacın kütlesi m, yerçekimi ivmesi g olarak veriliyor. Sarkaca yatay yönde nasıl bir minimum v_0 hız verilmesi gerekir ki koninin iç kısmından hiç ayrılmadan kapalı bir yörünge çizebilsin?

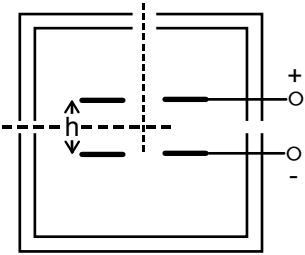


b) Yatay düzlem üzerinde genliği 2 m ve dalga boyu $\lambda = \pi$ m olan sinüs eğrisi şeklinde bir yol bulunmaktadır. Sürtünme katsayısı f ise, uzaktan kumandalı bir araba hangi maksimum hız ile sinüzoidal yoldan çıkmadan hareket edebilir? Yerçekimi ivmesi g veriliyor. Yolun genişliği, genlik ve dalga boyundan çok çok küçüktür.

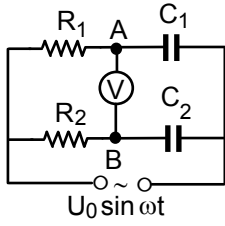
3. Ekvator üzerindeki bir havaalanında A,B,C uçakları ve her uçağın içinde birer basit sarkaçlı saat bulunuyor. A,B,C uçaklarındaki saatler 00:00 anını gösterirken B uçağı batıdan doğuya doğru sabit v hızıyla, C uçağı doğudan batıya doğru sabit v hızıyla hareket ediyor ve A uçağı havaalanında kalıyor. B ve C uçakları ekvator üzerinde dünyanın etrafında tam bir dönüş yaptıktan sonra aynı anda havaalanına kalkıştan yerdeki uçağı göre 24 saat sonra iniyorlar. Uçaklardaki basit sarkaçlı saatlerin saat farkları ne kadar olur? Bunu hangi fiziksel nedenlere bağlayabilirsiniz?

4. Kuşlar havada kalabilmeleri için kanatlarını çırpmak zorundadırlar. Kuşların kanat çırpmalarının birim zamandaki sayısı çok geniş bir aralıkta değerler almaktadır. Örneğin kolibri denilen çok küçük kuşlar saniyede binlerce kere kanat çırpmakta olup, kartallar gibi büyük kuşlar bir kaç saniyede bir kere kanat çırpar. Kuşların kütlesine bağlı olarak kanatları çırpma frekansını değerlendiriniz.

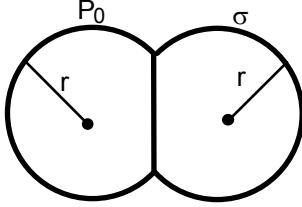
5. Dairesel kesitli bir toroidin üzerine simetrik olarak üç tane özdeş bobin sarılmıştır. Bobinlerden birisine alternatif gerilim uygulanmaktadır. İkinci bobinin uçları açık ise üçüncü bobinin uçlarında ölçülen e.m.k., uygulanan e.m.k. nin yarısı kadardır. İkinci bobinin uçları kısa devre yapıldığında, üçüncü bobin üzerinde ölçülebilen e.m.k., uygulanan e.m.k.'nin ne kadardır?



6. Elektronların yükü direkt olarak ilk defa Millikan deneyi ile ölçülmüştür. Bu deneyde yüklenmiş sıvı yağ damlalarının elektrik alanında hareketi görsel olarak mikroskop ile incelenmektedirler. Damlaların yükleri radyoaktif kaynaktan çıkan ışınlar ile bombardıman edilip iyonizasyon ile değiştirilmektedirler. Damlaların özkütlesi ρ , havanın özkütlesi ρ_0 , viskozitesi η , iki plaka arasındaki uzaklık h, uygulanan potansiyel farkı U olarak veriliyor. Damlalara ağırlık, kaldırma, sürtünme ve elektrik kuvvetleri etki ediyorlar. Damlalar paralel levhali kondansatörün iki plakası arasında düşmektedirler. Elektrik alanı olmadığında damlalar aşağıya doğru sabit v_0 hızı, elektrik alanı uygulandığında damlalar yukarıya doğru sabit v_1 hızı ile hareket etmektedirler. Sonra radyoaktif kaynaktan çıkan ışınlar ile damlalarının yükü değiştiriliyor ve başka bir v_2 hız ile yukarıya doğru hareket ettiriliyorlar. Bu şekilde tarif edilen yük farkı sadece iki hızın fonksiyonu olacaktır. Bu fonksiyonu bulunuz. Millikan bu formül ile farkın hep aynı sayı ile orantılı olduğunu göstermiş ve buradan elektronun yükünü bulmuştur.



7. R_1 ve R_2 rezistansları ile C_1 ve C_2 kondansatörlerinden oluşan devreye $U=U_0\sin\omega t$ alternatif gerilimi uygulanıyor.
- a) Uygulanan ve ölçülen gerilimler arasında faz farkı oluşmaması için uygulanan gerilimin frekansı ω ne kadar olmalıdır?
- b) A ve B noktaları arasında ideal bir voltmetre bağlanmıştır. (a) şıkkında bulunan ω için voltmetrenin ölçtüğü değer ne kadardır?



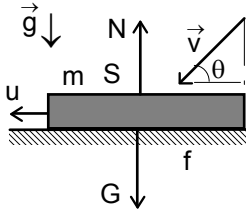
8. Yüzey gerilim katsayısı σ ve yarıçapı r olan iki sabun balonu, birbiri ile aynı yüzey gerilim katsayısına sahip olan düzlemsel ince sabun zarı ile ayrılmıştır. Bu düzlemsel zarı iğne ile delerek iki sabun balonunun izotermal birleşmesini sağlayabiliriz. Yeni oluşan sabun balonunun yarıçapı R ise, dışarıdaki normal atmosfer basıncı P_0 nedir? R nin değiştiği aralık r cinsinden nedir?

9. a) Katı bir cismin özkütlesi ρ , molar kütlesi μ , sıcaklığı T , Boltzman sabiti k , Avogadro sayısı N_A , Young modülü E olarak veriliyor. Katı cisimlerdeki moleküllerin titreşim periyodunu ve genliklerini değerlendiriniz. Bir katının erimesi, titreşim genliği atomlar arası uzaklığın yaklaşık olarak 0,1 katı kadar olduğunda başlamaktadır. Bu katının hangi sıcaklıkta erimeye başlayacağını değerlendiriniz.
- b) Katı ısıtılıp sıvı hale getirilirse moleküller oldukları yerde bir süre titreşim hareketi yaptıktan sonra, sıçrayarak başka bir yerde tekrar titreşim hareketi yaparlar ve bu böylece devam eder. Sıvı molekülleri oldukları yerde ne kadar süreyle titreşim hareketi yaparlar?
- c) Bir su damlasının buharlaşması esnasında ortamla olan sıcaklık farkı sabit olarak veriliyor. Damlanın yarıçapının 10 dakikada yarısına kadar indiği bilinmektedir. Damla ile ortam arasındaki ısı alışverişini için uygun bir model kurarak damlanın tamamen buharlaşması için gereken sürenin ne kadar olabileceğini değerlendiriniz. Su damlanın birim alanın almış olduğu ısının sıcaklık farkıyla doğru orantılı ve damlanın yarıçapı ile ters orantılı olduğu varsayılırsa damlanın yarıçapının zamana göre nasıl değiştiğini bulunuz. Bu durumda damlanın tamamen buharlaşması için geçen zaman ne kadardır?

10. Fotometreler bir ışık kaynağının yaydığı ışığın şiddetini ölçmek için kullanılan aletlerdir. Bir fotometre genelde iki saydam, eşit kalınlıkta ve birbirinden bir alüminyum plaka ile ayrılmış bloklardan oluşmuştur. Bu geleneksel fotometre yerine bir yaprak kağıt kullanılmaktadır. Kağıt üzerinde yağlı bir bölge bulunmaktadır. Kağıdın bir tarafına ışık şiddeti $J_1=20$ cd, diğer tarafına ise ışık şiddeti J_2 olan bir ışık kaynağı yerleştiriliyor. İki ışık kaynağı hareket ettirilerek birinci kaynağın bulunduğu yerden bakıldığında öyle bir durum elde ediliyor ki yağlı bölge fark edilemiyor. Bu durumda kaynaklardan kağıda kadar olan uzaklıklar arasındaki bağıntı $l_2=2l_1$ dir. Yine iki ışık kaynağı hareket ettirilerek ikinci kaynağın bulunduğu yerden bakıldığında öyle bir durum elde ediliyor ki yağlı bölge fark edilemiyor. Bu durumda kaynaklardan kağıda kadar olan yeni uzaklıklar arasındaki bağıntı $x_2=x_1$ dir. İkinci kaynağın ışık şiddeti J_2 kaç cd dir? Işığın soğurulması ile ilgili irdeleme yapın.

11. Dünyada doğan A ve B ikizlerinden B ikizi Dünyada kalmaktadır. A ikizi ise bir roketle rölativistik v hızı ile harekete geçmektedir ve uzakta bulunan yıldız gidip geri dönmektedir. Roketin ivmelenme süresi hareket süresine göre çok küçüktür. A ikizi hareketi boyunca dünyaya ν_0 frekansı ile sinyaller göndermektedir. Dünyaya dönüşüncüye kadar A ikizinin gönderdiği sinyallerin sayısı N_A , B ikizinin algıladığı sinyal sayısı N_B ise $\frac{N_A}{N_B}$ oranı nedir?

ŞUBAT KAMPI SINAVI SORULARIN ÇÖZÜMLERİ-1996



1. a) Takoza etki eden kuvvetler için

$$\vec{G} + \vec{N} + \vec{F}_s + \frac{d\vec{p}}{dt} = 0$$

yazabiliriz. Takozun hareket etmesi düşen tanecikler sayesinde olup takozu göre nasıl bir bağıl hızla düştükleri önemlidir. Etki eden kuvvetlerin bileşenleri için

$$F_s = fN = \frac{dp_x}{dt} = \mu v_b = \mu(v_{\parallel} - u); v_{\parallel} = v \cos \theta$$

$$N = mg + \frac{dp_y}{dt} = \mu v_{\perp}; v_{\perp} = v \sin \theta$$

birim zamanda takoz üzerine düşen kütle

$$\mu = \rho S v_{\perp}$$

yazabiliriz. Buradan aranan hız

$$\rho S v \sin \theta (v \cos \theta - u) = f(mg + \rho S v^2 \sin^2 \theta)$$

$$u = v(\cos \theta - f \sin \theta) - \frac{fmg}{\rho S v \sin \theta}$$

olarak bulunur.

b) Jet motorun verimi

$$\eta = \frac{A_f}{A}$$

şeklinde verilir. Burada A_f faydalı olan iş, A ise tüm iştir. Tüm iş jet kayığa giren ve çıkan suyun kinetik enerjinin değişimine eşittir.

$$A_f = F_{jet} v_b dt = \mu(v-u)dt = \rho S_1 v(u-v)dt; A = \frac{\mu dt u^2}{2} - \frac{\mu dt v^2}{2}$$

Birim zamanda su jet kayağa giren ve çıkan kütle ve hızlar arasındaki ilişki

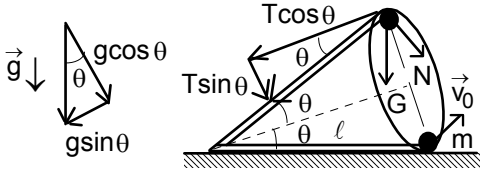
$$\mu = \rho S_1 v = \rho S_2 u; u = \frac{S_1 v}{S_2}$$

olarak yazılabilir. Buradan verim

$$A_f = \frac{\rho S_1 (S_1 - S_2) v^3 dt}{S_2}; A = \frac{\rho S_1 (S_1^2 - S_2^2) v^3 dt}{2 S_2^2}$$

$$\eta = \frac{2 S_2}{S_1 + S_2}$$

olarak bulunur.



2. a) Cisme etki eden kuvvetler için

$$\vec{G} + \vec{N} + \vec{T} = m \vec{a}_n$$

yazabiliriz. Cisim eğim açısı θ olan eğik düzlem üzerinde yarıçapı $r = \ell \sin \theta$ çember çizmektedir. Çemberin en üst noktadaki hız v olsun. Cisme etki eden kuvvetlerin

bileşenleri için

$$mg \sin \theta - N \sin \theta + T \cos \theta = 0$$

$$mg \cos \theta + N \cos \theta + T \sin \theta = \frac{mv^2}{r}$$

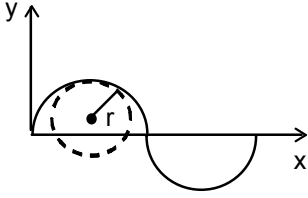
yazabiliriz. Cisim minimum hız verme şartını çok dikkatli incelemeliyiz. Dikey düzlemde dönen bir ip sayesinde cisim için minimum şartı ipteki gerilme kuvvetinin sıfır olmalıdır. Bir cisim küre içinde dikey düzlemde hareket ederse minimum hız şartı tepki kuvvetinin sıfır olmalıdır. Bu durumda cisim minimum hız verilirse ipteki gerilme kuvveti sıfır olmalıdır. Buradan

$$mg = N; 2mg \cos \theta = \frac{mv^2}{\ell \sin \theta}; v^2 = g \ell \sin 2\theta$$

olarak bulunur. Enerjinin korunumu yasasını çekim ivmesi $g \cos \theta$ olan bir alan için yazalım. Buradan ilk hız

$$\frac{mv_0^2}{2} = \frac{mv^2}{2} + m(g \cos \theta) \cdot 2r; v_0^2 = v^2 + 4g r \cos \theta = 3g \ell \sin 2\theta; v_0 = \sqrt{3g \ell \sin 2\theta}$$

olarak bulunur.



b) Sinüs şeklinde yolun denklemi

$$y=f(x)=A\sin kx ; k=\frac{2\pi}{\lambda}$$

şeklinde yazılabilir. Burada k dalga sayısı, A ise genliktir. Seçilen küçük bir parçacığın uzunluğu ve eğim için

$$d\ell=\sqrt{dx^2+dy^2}=dx\sqrt{1+\left(\frac{dy}{dx}\right)^2}$$

$$\operatorname{tg}\theta=\frac{dy}{dx}=kA\cos kx$$

$$d(\operatorname{tg}\theta)=\frac{d\theta}{\cos^2\theta}=(1+\operatorname{tg}^2\theta)d\theta=-k^2A\sin kx dx; d\theta=\frac{k^2A\sin kx}{1+k^2A^2\cos^2 kx}$$

yazılabiliriz. Bir eğriye en iyi şekilde yaklaşılan çemberin eğrilik yarıçapı

$$R=\frac{d\ell}{d\theta}=\frac{\sqrt{(1+k^2A^2\cos^2 kx)^3}}{k^2A\sin kx}; R_{\min}=\frac{1}{k^2A}$$

olarak bulunur. Bu ifadeyi türevleyip sıfıra eşitleyerek $\sin kx=1$ ve $\cos kx=0$ şartlarının buluruz. Arabaya etki eden kuvvet ve hız için

$$fmg=\frac{mv^2}{R_{\min}}; v=\sqrt{\frac{2fg}{k^2A}}\approx 0,7 \text{ m/s}$$

olarak bulunur.

3. Ekvator üzerindeki bir nokta için yerçekimi ivmesi

$$g=g_0-\omega^2R$$

olarak yazılabilir. A uçağı için yerçekimi ivmesi

$$g_A=g_0-\omega^2R=g$$

B uçağı için

$$g_B=g_0-(2\omega)^2R=g-4\omega^2R$$

C uçağı için

$$g_C=g_0=g+\omega^2R$$

olur. Uçaklarda bulunan sarkaçların titreşim periyotları

$$T_A=2\pi\sqrt{\frac{\ell}{g_A}}=2\pi\sqrt{\frac{\ell}{g_0-\omega^2R}}=2\pi\sqrt{\frac{\ell}{g}}$$

$$T_B=2\pi\sqrt{\frac{\ell}{g_B}}=2\pi\sqrt{\frac{\ell}{g_0-4\omega^2R}}=2\pi\sqrt{\frac{\ell}{g-3\omega^2R}}=$$

$$=2\pi\sqrt{\frac{\ell}{g\left(1-\frac{3\omega^2R}{g}\right)}}=2\pi\sqrt{\frac{\ell}{g}}\sqrt{1+\frac{3\omega^2R}{g}}=T_A\left(1+\frac{3\omega^2R}{2g}\right)$$

$$T_C=2\pi\sqrt{\frac{\ell}{g_C}}=2\pi\sqrt{\frac{\ell}{g_0}}=2\pi\sqrt{\frac{\ell}{g+\omega^2R}}=2\pi\sqrt{\frac{\ell}{g\left(1+\frac{\omega^2R}{g}\right)}}=2\pi\sqrt{\frac{\ell}{g}}\sqrt{1-\frac{\omega^2R}{g}}=$$

$$=T_A\left(1-\frac{\omega^2R}{2g}\right)$$

olarak yazılabilir. Bu sarkaçların periyot farkları

$$\Delta T=T_B-T_C=\frac{2T_A\omega^2R}{g}$$

olur. Sarkaçlar

$$N=\frac{t}{T_A}$$

sayıda titreşim yapmaktadır. Bu zaman içerisinde saat farkı

$$\Delta\Delta t=N\Delta T=\frac{2t\omega^2R}{g}=\frac{8\pi^2R}{gt}\approx 500 \text{ s}$$

olarak bulunur. Zaman farkı oluşması için diğer etkenler Korolyus kuvveti ve rölativistik faktörler olarak gösterilebilir.

4. Kuşlar kanatlarını çırparak havayı aşağıya doğru püskürtmekte ve bu şekilde havada kalabilmektedir. Bu durumda

$$mg = \frac{dp}{dt} = \mu v = \rho S v^2$$

yazabiliriz. Burada

$$\mu = \rho S v$$

birim zamanda aşağıya doğru iletilen hava kütesidir. Hız için

$$v = \sqrt{\frac{mg}{\rho S}} = \omega \ell = 2\pi v \ell$$

yazabiliriz. Kanatların çırpma frekansı

$$v = \frac{1}{2\pi \ell} \sqrt{\frac{mg}{\rho S}}$$

olarak bulunur. Burada $v \sim \ell^3 \sim m$, $S \sim \ell^2 \sim m^{\frac{2}{3}}$; $\ell \sim m^{\frac{1}{3}}$ olarak yazılabilir. Frekansın kütleyle bağlı mertebeye $v \sim m^{\frac{1}{6}}$ olarak bulunur.

5. İkinci bobin açık ise birinci ve üçüncü bobinde indükte edilmiş em.k.

$$\mathcal{E}_{in1} = - \frac{d\Phi_1}{dt} = - L \frac{dI_1}{dt}; \quad \mathcal{E}_{in3} = - \frac{d\Phi_3}{dt} = - M \frac{dI_1}{dt}$$

ve aralarındaki oran

$$\frac{\mathcal{E}_{in3}}{\mathcal{E}_{in1}} = \frac{M}{L} = \frac{1}{2}$$

olarak bulunur. Burada I_1 birinci bobinde ilk durumda akan akımdır. İkinci bobin kısa devre ise birinci bobinde indükte edilmiş em.k.

$$\mathcal{E}'_{in3} = - \frac{d\Phi'_1}{dt} = - L \frac{dI'_1}{dt} - M \frac{dI'_2}{dt}$$

ikinci bobinde

$$\mathcal{E}'_{in2} = - M \frac{dI'_1}{dt} - L \frac{dI'_2}{dt} = 0$$

üçüncü bobinde ise

$$\mathcal{E}'_{in3} = - M \frac{dI'_1}{dt} - M \frac{dI'_2}{dt}$$

olarak bulunur. Burada I'_1 birinci bobinde ikinci durumda akan akım, I'_2 ise ikinci bobinde ikinci durumda akan akımdır. Buradan

$$M \frac{dI'_1}{dt} = - L \frac{dI'_2}{dt}; \quad I'_2 = - \frac{MI'_1}{L}$$

$$\frac{\mathcal{E}'_{in3}}{\mathcal{E}'_{in1}} = \frac{MI'_1 + MI'_2}{LI'_1 + MI'_2} = \frac{M - \frac{M^2}{L}}{L - \frac{M^2}{L}} = \frac{M}{L} \left(\frac{1 - \frac{M}{L}}{1 - \frac{M^2}{L^2}} \right) = \frac{1}{3}$$

olarak bulunur.

6. Elektrik alanı olmadığında damlalar aşağıya doğru sabit v_g hızı ile hareket etmektedirler. Bu durumda hareket denkleminde damlanın yarıçapı

$$\frac{4\pi r^3 \rho g}{3} - \frac{4\pi r^3 \rho_0 g}{3} - 6\pi \eta r v_g = 0; r = \sqrt[3]{\frac{9\eta v_g}{2(\rho - \rho_0)}}$$

olarak bulunur. Elektrik alanı uygulandığında damla yukarıya doğru sabit v_1 hızı ile hareket etsin. Bu durumda

$$\frac{4\pi r^3 \rho g}{3} - \frac{4\pi r^3 \rho_0 g}{3} + 6\pi \eta r v_1 - \frac{Q_1 U}{h} = 0$$

ve damlanın yükü

$$Q_1 = \frac{9\pi h (v_1 + v_g)}{U} \sqrt[3]{\frac{9\eta^3 v_g}{2(\rho - \rho_0)}}$$

olarak bulunur. Sonra radyoaktif kaynaktan çıkan ışınları ile damlanın yükü değiştirilir ve başka bir v_2 hız ile yukarıya doğru hareket ettiriliyor. Bu hız için yük

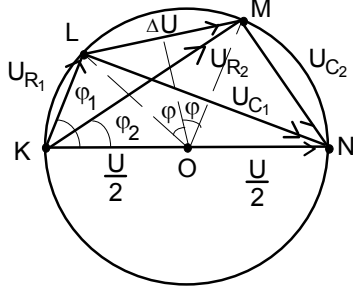
$$Q_2 = \frac{9\pi h (v_2 + v_g)}{U} \sqrt[3]{\frac{9\eta^3 v_g}{2(\rho - \rho_0)}}$$

olarak bulunur. Bulunan iki yükün farkı için

$$\Delta Q = Q_1 - Q_2 = C(v_1 - v_2)$$

$$C = \frac{9\pi h}{U} \sqrt[3]{\frac{9\eta^3 v_g}{2(\rho - \rho_0)}}$$

yazabiliriz. Böylece tarif edilen yük farkı sadece iki hızın fonksiyonu olacaktır. Milikan bu formül ile farkın hep aynı sayının tam katı olduğunu göstermiş ve buradan elektronun yükünü bulmuştur.



7. a) Sorunun çözümünde vektör diyagram kullanabiliriz. Üst ve alt kolda ölçülen gerilim hep U olmalıdır. Bu demektir ki

$$U = \sqrt{U_{R_1}^2 + U_{C_1}^2}; U = \sqrt{U_{R_2}^2 + U_{C_2}^2}$$

olarak yazılabilir. Geometrik olarak \vec{U} çap, $\vec{U}_{R_1} = \vec{KL}$, $\vec{U}_{C_1} = \vec{LN}$,

$\vec{U}_{R_2} = \vec{KM}$ ve $\vec{U}_{C_2} = \vec{MN}$ yarıçapı $r = \frac{U}{2}$ bir çember üzerinde bulunma-

lıdırlar. Bu durumda üst ve alt kollardaki faz farkı için

$$\text{tg} \varphi_1 = \frac{U_{C_1}}{U_{R_1}} = \frac{1}{\omega C_1 R_1}; \varphi_1 = \text{arctg} \frac{1}{\omega C_1 R_1}$$

$$\text{tg} \varphi_2 = \frac{U_{C_2}}{U_{R_2}} = \frac{1}{\omega C_2 R_2}; \varphi_2 = \text{arctg} \frac{1}{\omega C_2 R_2}$$

yazabiliriz. Aradığımız gerilim ΔU , \vec{U}_{R_1} ve \vec{U}_{R_2} vektörleri birleştiren \vec{LM} vektörü olur. Bu vektör K noktasından

$$\Delta \varphi = \varphi_1 - \varphi_2$$

açı ile görülür. Aynı vektör O noktasından merkezi açı olarak $2\Delta \varphi$ açı ile görülür. ΔU nun büyüklüğü OLM üçgeninden bulunulabilir.

$$\sin \Delta \varphi = \frac{\Delta U}{2r} = \frac{\Delta U}{U}$$

$$\Delta U = U \sin \Delta \varphi = U \sin \left(\text{arctg} \frac{1}{\omega C_1 R_1} - \text{arctg} \frac{1}{\omega C_2 R_2} \right)$$

Ölçülen gerilim ile uygulanan gerilimin aynı fazda olması için

$$\vec{\Delta U} = \vec{LM} \uparrow \uparrow \vec{U} = \vec{KN}$$

olmalıdır. Bu durumda

$$\varphi_1 + \varphi_2 = 90^\circ; \text{tg} \varphi_2 = \text{ctg} \varphi_1$$

$$\text{tg} \varphi_1 \text{ctg} \varphi_1 = 1 = \frac{1}{\omega^2 C_1 R_1 C_2 R_2}; \omega = \frac{1}{\sqrt{C_1 R_1 C_2 R_2}}$$

olarak bulunur. Soruyu karmaşık sayıları kullanarak da çözebiliriz. İki rezistans ve iki kapasitanstan oluşan devrede her kolda akan akım

$$\hat{I}_1 = \frac{\hat{U}}{R_1 - \frac{i}{\omega C_1}} = \frac{\hat{U} \omega C_1 (\omega R_1 C_1 + i)}{\omega^2 R_1^2 C_1^2 + 1}; \hat{I}_2 = \frac{\hat{U}}{R_2 - \frac{i}{\omega C_2}} = \frac{\hat{U} \omega C_2 (\omega R_2 C_2 + i)}{\omega^2 R_2^2 C_2^2 + 1}$$

olur. A ve B noktaları arasındaki potansiyel fark

$$\begin{aligned} \hat{U}_{AB} &= \hat{I}_1 R_1 - \hat{I}_2 R_2 = \frac{\hat{U} R_1}{R_1 - \frac{i}{\omega C_1}} - \frac{\hat{U} R_2}{R_2 - \frac{i}{\omega C_2}} = \\ &= U \omega^2 \left(\frac{C_1^2 R_1^2}{\omega^2 C_1^2 R_1^2 + 1} - \frac{C_2^2 R_2^2}{\omega^2 C_2^2 R_2^2 + 1} \right) + i U \omega \left(\frac{C_1 R_1}{\omega^2 C_1^2 R_1^2 + 1} - \frac{C_2 R_2}{\omega^2 C_2^2 R_2^2 + 1} \right) \end{aligned}$$

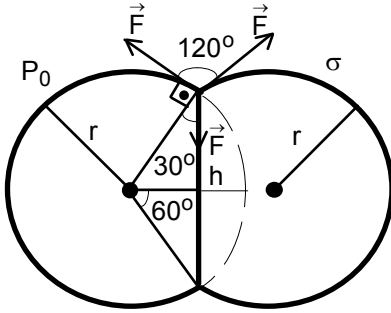
olarak yazılabilir. Faz farkı olmaması için karmaşık sayının sanal kısmı sıfır olmalıdır. Buradan

$$\frac{C_1 R_1}{\omega^2 C_1^2 R_1^2 + 1} = \frac{C_2 R_2}{\omega^2 C_2^2 R_2^2 + 1}; \omega = \frac{1}{\sqrt{C_1 R_1 C_2 R_2}}$$

b) Aradığımız potansiyel fark

$$U_{AB} = \frac{(C_1 R_1 - C_2 R_2)}{C_1 R_1 + C_2 R_2}$$

olarak bulunur.



8. Oluşan iki sabun balonun dengede olabilmesi için, düzlemsel sınırından ve balonlara teğetsel olan kuvvetler birbirine eşit olup aralarındaki açı 120° olmalıdır. Proses izotermaldir. Balon içindeki ilk basınç

$$P_1 = P_0 + \frac{4\sigma}{r}$$

Balonların ilk hacimlerini bulmak için yüksekliği

$$h = r - r \cos 60^\circ = 0,5r$$

küresel parçanın hacmini çıkarmalıyız.

$$\Delta V = \int_{r-h}^r \pi y^2 dx = \int_{r-h}^r \pi (r^2 - x^2) dx = \frac{\pi h^2 (3r - h)}{3} = \frac{5\pi r^3}{24}$$

Balonların hacimleri

$$V_1 = 2V - 2\Delta V = 2 \frac{4\pi r^3}{3} - 2 \frac{5\pi r^3}{24} = \frac{9\pi r^3}{4}$$

olarak bulunur. Oluşan tek balonun son hacminin yarıçapı R ise basınç ve hacim

$$P_2 = P_0 + \frac{4\sigma}{R}; V_2 = \frac{4\pi R^3}{3}$$

olarak yazılabilir. İzotermal proses için

$$P_1 V_1 = P_2 V_2$$

$$\left(P_0 + \frac{4\sigma}{r} \right) \frac{9\pi r^3}{4} = \left(P_0 + \frac{4\sigma}{R} \right) \frac{4\pi R^3}{3}$$

yazabiliriz. Buradan atmosfer basınç

$$P_0 = \frac{4\sigma (16R^2 - 27r^2)}{27r^3 - 16R^3}$$

olarak bulunur. Atmosfer basıncın pozitif olması için

$$\begin{cases} 16R^2 - 27r^2 > 0 \\ 27r^3 - 16R^3 > 0 \end{cases}$$

ya da

$$\begin{cases} 16R^2 - 27r^2 < 0 \\ 27r^3 - 16R^3 < 0 \end{cases}$$

şartından sınırlama

$$\frac{3\sqrt{3}r}{4} \leq R \leq \frac{3\sqrt[3]{16}r}{4}$$

olmalıdır.

9. a) Bir molekülün çapı d ise bir molekülün yay sabiti

$$\chi = \frac{ES}{\ell_0} \approx \frac{Ed^2}{d} = Ed; d = \sqrt[3]{\frac{V_\mu}{N_A}} = \sqrt[3]{\frac{\mu}{\rho N_A}}$$

olarak yazılabilir. Burada E Young modülüdür. Molekülün titreşim hareketi denkleminde

$$F = ma = -\chi x; m = \frac{\mu}{N_A}$$

titreşim periyodu

$$\tau = 2\pi \sqrt{\frac{m}{\chi}} = 2\pi \left(\frac{\mu^2 \rho}{N_A^2 E^3} \right)^{\frac{1}{6}}$$

olarak bulunur. Titreşimin A genliğini değerlendirmek için maksimum sıkışmada ya da uzamada potansiyel enerji ısı enerjisine eşit olma şartından bulabiliriz.

$$\frac{\chi A^2}{2} = \frac{3kT}{2}; A = \sqrt{\frac{3kT}{\chi}} = \left(\frac{27k^3 T^3 \rho N_A}{\mu E^3} \right)^{\frac{1}{6}}$$

Katının erimesi için gereken sıcaklık

$$A = \frac{d}{10} = \sqrt{\frac{3kT}{\chi}}; T = \frac{E\mu}{300kN_A\rho}$$

olarak bulunur.

b) Bir sıvıda moleküller oldukları yerde bir müddet titreşim hareketi yaptıktan sonra, sıçrayarak başka bir yere tekrar titreşim hareketi yaparlar ve bu hareketler böyle devam etmektedir. Bu titreşimin periyodunu belirsizlik ilkesini kullanarak bulabiliriz.

$$\Delta p \Delta x = m \Delta v \Delta x = \hbar$$

Burada $\Delta x = d$ olarak alınabilir. Aranan zaman

$$t = \frac{d}{\Delta v} = \frac{1}{\hbar} \sqrt[3]{\frac{\mu^5}{N_A^5 \rho^2}}$$

olarak bulunur.

c) Damlanın tamamen buharlaşmasını ısı transferi denklemini kullanarak bulabiliriz. Belirli bir anda damlanın yüzey alanı S ise

$$dQ = \chi S dt = -L dm = -L \rho S dr$$

yazabiliriz. Burada χ ısı iletkenliği ile ilgili bir katsayıdır. Bu denklemi iki durum için integre edebiliriz.

$$\int_{r_0}^r dr = - \int_0^t C dt; r = r_0 - Ct; 0,5r_0 = r_0 - Ct_0; C = \frac{r_0}{2t_0}$$

$$0 = r_0 - Ct; t = 2t_0 = 20 \text{ dak}$$

olarak bulunur. Diğer modelde

$$dQ = \frac{\alpha(T_h - T_d)4\pi r^2 dt}{r} = -L dm = -L \rho 4\pi r^2 dr$$

$$r dr = -B dt; r^2 - r_0^2 = -2Bt; r = 0,5r_0 \text{ için } B = \frac{3r_0^2}{2t}$$

$$r = 0 \text{ için } -r_0^2 = -2Bt'; t' = \frac{4t}{3} = 800 \text{ s}$$

olarak bulunur.

10. Yağlı lekenin geçirme ve yansımaya katsayıları ρ_y ve ξ_y , kağıdın ise ρ_k ve ξ_k olsun. İki taraftan aydınlamalar eşit olması için

$$\frac{J_1 \rho_y}{\ell_1^2} + \frac{J_2 \xi_y}{\ell_2^2} = \frac{J_1 \rho_k}{\ell_1^2} + \frac{J_2 \xi_k}{\ell_2^2}; \quad \frac{J_1(\rho_y - \rho_k)}{\ell_1^2} = \frac{J_2(\xi_k - \xi_y)}{\ell_2^2}$$

$$\frac{J_1 \rho_y}{\ell^2} + \frac{J_2 \xi_y}{4\ell^2} = \frac{J_1 \rho_k}{\ell^2} + \frac{J_2 \xi_k}{4\ell^2}$$

$$\frac{J_2 \rho_y}{x_2^2} + \frac{J_1 \xi_y}{x_1^2} = \frac{J_2 \rho_k}{x_2^2} + \frac{J_1 \xi_k}{x_1^2}; \quad \frac{J_2(\rho_y - \rho_k)}{x_2^2} = \frac{J_1(\xi_k - \xi_y)}{x_1^2}$$

$$\frac{J_2 \rho_y}{x^2} + \frac{J_1 \xi_y}{x^2} = \frac{J_2 \rho_k}{x^2} + \frac{J_1 \xi_k}{x^2}$$

olmalıdır. Buradan

$$J_2 = \frac{J_1 x_2 \ell_2}{x_1 \ell_1}$$

$$4J_1(\rho_y - \rho_k) = J_2(\xi_k - \xi_y)$$

$$J_2(\rho_y - \rho_k) = J_1(\xi_k - \xi_y)$$

$$J_2 = 2J_1 = 40 \text{ cd}$$

olarak bulunur.

11. B ikizine göre hareket süresi roketin hareket süresi

$$t_B = \frac{2\ell_0}{v}$$

bu süre içinde gönderilen sinyal sayısı

$$N_B = v_0 t_B = \frac{2v_0 \ell_0}{v}$$

olarak yazılabilir. A ikizine göre hareket süresi

$$t_A = \frac{2\ell}{v} = \frac{2\ell_0 \sqrt{1-\beta^2}}{v}$$

A ikizi gidişte sinyalleri Doppler olayından dolayı

$$v_1 = v_0 \sqrt{\frac{1-\beta}{1+\beta}}$$

dönüşte ise

$$v_2 = v_0 \sqrt{\frac{1+\beta}{1-\beta}}$$

olarak algılayacak. Bu süre içinde algılanan sinyal sayısı

$$N_A = \frac{v_1 t_A}{2} + \frac{v_2 t_A}{2} = v_0 \left(\sqrt{\frac{1-\beta}{1+\beta}} + \sqrt{\frac{1+\beta}{1-\beta}} \right) \frac{\ell_0 \sqrt{1-\beta^2}}{v} = \frac{2v_0 \ell_0}{v}$$

olarak bulunur. Beklenen de zaten budur, tüm gönderilen sinyaller A ikizinden algılanmaktadır. A ikizi de hareket süresince sinyaller gönderirse yol boyunca gönderdiği sinyal sayısı

$$N'_A = v_0 t_A = \frac{v_0 \ell_0 \sqrt{1-\beta^2}}{v} = N_B \sqrt{1-\beta^2}$$

olarak bulunur. Aynen Lorentz zaman dönüşümlerinde olduğu gibi.