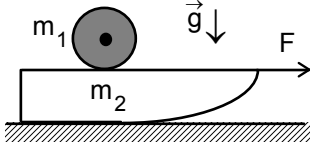
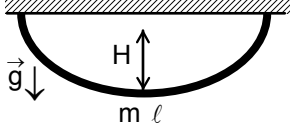


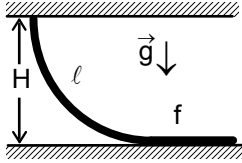
ŞUBAT KAMPI SINAVI-1991



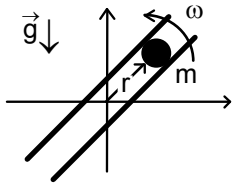
1. Kütlesi m_1 ve yarıçapı r olan homojen bir top yatay sürtünmesiz masa üzerinde bulunan çok uzun m_2 kütleli kalas üzerine bulunuyor. Küre ile kalas arasındaki sürtünme katsayısı f ve yerçekimi ivmesi g olarak veriliyor. Kalasa yatay yönde F kuvveti uygulanmaktadır. F kuvveti ne kadar olmalıdır ki küre kaymadan yuvarlanabilsin?



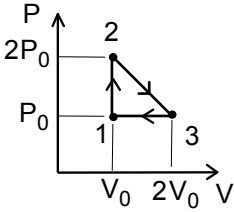
2. a) Kütlesi m ve uzunluğu l olan bir ip aynı seviyede bulunan iki ucundan asılmıştır. İpin en alt noktası uçların tutturulduğu doğrultudan H kadar uzaklıkta bulunuyor. İpin en alt noktasındaki gerilme kuvveti nedir? Yerçekimi ivmesi g veriliyor.



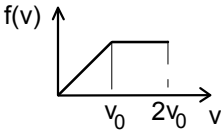
b) Kütlesi m ve uzunluğu l olan ip bir ucundan asılı olup kısmen zemin üzerinde bulunmaktadır. Zemin ile ipin asılma noktaları arasındaki yükseklik H , ip ile zemin arasındaki sürtünme katsayısı f , yerçekimi ivmesi g olarak veriliyor. İpin ne kadarı zemin üzerinde bulunmaktadır?



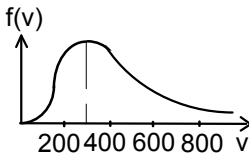
3. Kütlesi m olan bir cisim yatay eksen etrafından geçen ve ω açısal hızı ile düşey düzlemde dönen çok uzun bir boruda bulunmaktadır. Başlangıç $t_0=0$ anında cisim $r=r_0$ konumunda bulunmaktadır ve cisme $v=v_0$ hızı verilmektedir. Hangi şartlar sağlanır ise cisim harmonik hareketi yapar? Yerçekimi ivmesi g veriliyor.



4. Tek atomlu gaz ile P-V diyagramında yapılan kapalı olan 1-2-3-1 prosesin 1-2 izokorik, 2-3 P-V diyagramında bir doğru ile temsil edilmekte, 3-1 ise izobar proseslerdir. Bu proseste en küçük basınç P_0 , en küçük hacim V_0 , en büyük basınç $2P_0$ ve en büyük hacim $2V_0$ olduğuna göre, 2-3 prosesinde ulaşılan en büyük sıcaklık ve kapalı prosesin verimi nedir?



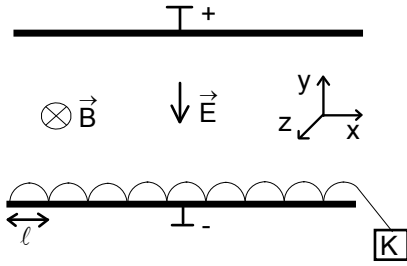
5. a) N molekülden oluşan bir sistemde hız dağılım fonksiyonu bir yamuk ile temsil ediliyor. $f(v)$, $0-v_0$ aralığında düzgün artmakta olup, $v_0 < v < 2v_0$ hız aralığında sabit ve $v > 2v_0$ hız aralığında $f(v)=0$ olarak veriliyor. Moleküllerin ortalama hızları nedir? $1,5v_0-2v_0$ hız aralığında kaç tane molekül bulunur?



b) Bir gaz için $T=271$ K sıcaklığında Maxwell hız dağılımı fonksiyonu bir yamuk gibi düşünülebilir. Bu yaklaşımdan faydalanarak moleküllerin ortalama hızlarını bulunuz. $400-600$ m/s hız aralığında bir hıza sahip olan moleküllerin sayısı nedir?

6. a) Bir süperiletken top belli bir hız ile B sabit ve homojen manyetik alanın içine girmektedir. Topun manyetik alanından geri yansması için hızı ne olmalıdır?

b) Yarıçapı R ve kütlesi m olan bir süper iletken topa, uzunluğu l ve yarıçapı r olan bir selenoidin eksenini boyunca nasıl bir hız verilmesi gerekiyor, ki merkezinde manyetik alanı B_0 olan selenoidten geçebilsin? Boşluğun manyetik geçirgenlik katsayısı μ_0 veriliyor. Topun boyutları selenoidin boyutlarından çok küçüktür.



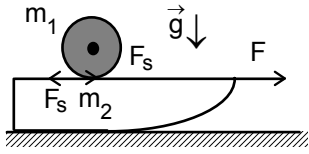
7. Paralel levhalı kondansatörün plakaların arasında E elektrik alanı, ona dik olarak B manyetik alanı uygulansın. Gönderilen ışık ile sökülen küçük enerjili bir fotoelektron elektrik alanından ivmelenerek hız kazanabilir ve manyetik alandan saptırıldıktan ve kondansatörün plakasına çarptıktan sonra metalden yeni elektronlar sökebilir. Bu elektronlar yine elektrik alanından ivmelenerek hız kazandıktan ve plakaya çarptıktan sonra yeni elektronlar sökebilirler. Böylece sökülen elektronların sayısı artarak, sonunda bir detektöre toplanarak belirli bir akım sağlayabilirler. Bütün elektronlar için iki çarpma arasındaki uçuş süresi aynısıdır. Sökülen elektronların detektörde toplanması için yatay yönde her iki çarpma arasında alınan yolu bilmek zorundayız. Bu yolu bulunuz.

8. Noktasal bir ışık kaynağı yakınsak bir merceğin odak noktasına yerleştirilmiştir. Mercekten çıkan ışınlar uzunlukları ℓ , merceğin eksenine paralel olarak yerleştirilmiş ve kırıcılık indisleri n olan hava ile doldurulmuş iki cam tüpten geçmektedir ve çift yarıklı bir düzenek üzerine düşerek, ekran üzerinde girişim deseni oluşturmaktadırlar. Işığı havadaki dalga boyu λ dır. Tüplerden birine kırıcılık indisi bilinmeyen n_x saydam bir madde yerleştirildiğinde girişim deseni N çizgi kadar kaymaktadır. Bilinmeyen n_x kırıcılık indisi nedir?

9. Kütlesi m olan bir çekirdek frekansı ω olan bir foton absorbe ederse bu çekirdeğin eksitasyon (uyarılma) enerjisini m , ω , c ve \hbar cinsinden bulunuz. Fotonun enerjisi küçük ise çekirdeğin uyarılma enerjisi nedir?

10. Nükleer fisyon reaksiyonunda uranyum gibi ağır atomlar yakıt olarak kullanılmaktadır. Bu yakıt nötronlar tarafından bombardıman edilir. Uranyum yakıtının şeklinin r yarıçaplı bir küre olduğunu kabul edelim. Nötronlar v hızı ile bu yakıtı bombardıman etsinler. Uranyumun molar kütlesi μ , yoğunluğu ρ , Avogadro sayısı N_A olarak veriliyor. Bir nötronun bir çekirdek tarafından yutulma olasılığı ξ , R yarıçaplı bölgeden dışarı çıkma olasılığı ε olduğuna göre bu reaksiyonda nötronların oluşma $\frac{dN}{dt}$ hızını bulunuz. Uranyum çekirdeğin yarıçapı R ve her reaksiyonda k tane nötron oluştuğunu bilinmektedir. Başlangıçta N_0 tane nötron bir dış kaynaktan sağlanıyor ise uranyum çekirdekteki reaksiyonları ile ortaya çıkan nötron sayısını zamanın fonksiyonu olarak bulunuz.

ŞUBAT KAMPI SINAVI SORULARIN ÇÖZÜMLERİ-1991



1. Kalasa yatay yönde F kuvveti uygulandığında küre kalasa göre yuvarlanmaya başlamaktadır. Küre ile kalas arasındaki sürtünme kuvveti F_s küreyi döndürmektedir. Bu durumda

$$F_s r = J\alpha, J = \frac{2mr^2}{5}; \alpha = \frac{a}{r}$$

yazabiliriz. Sürtünme kuvvetinin maksimum değeri

$$F_s = f m_1 g$$

olur. Buradan

$$a = \frac{5fg}{2}$$

olarak bulunur. Küre sürtünme kuvvetinin sayesinde a_1 ivmesi ile hareket etmektedir.

$$f m_1 g = m_1 a_1; a_1 = fg$$

Kalas a_2 ivme ile hareket etmektedir. Kalas için

$$F - F_s = m_2 a_2$$

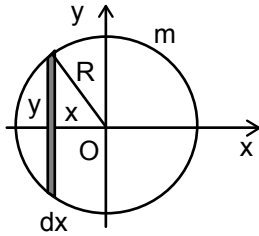
yazabiliriz. Kaymadan yuvarlanabilme şartını

$$a_2 = a_1 + a$$

olarak yazabiliriz. Buradan

$$F = \frac{f(2m_1 + 7m_2)g}{2}$$

olarak bulunur.



Kürenin eylemsizlik momentinin bulabilmek için, küreyi kalınlıkları dx olan ince disklerle bölelim. Küre x ekseninde döndürülürse seçilen diskin kütlesi

$$dm = \rho \pi y^2 dx = \rho \pi (R^2 - x^2) dx$$

olur. Bu diskin eylemsizlik momentini

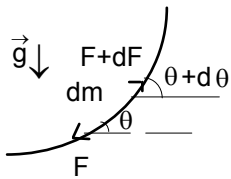
$$dJ = \frac{dm y^2}{2} = \frac{\rho \pi (R^2 - x^2)^2 dx}{2}$$

olarak yazılabilir. Toplam eylemsizlik momentini

$$J = \int_{-R}^R \frac{\rho \pi (R^2 - x^2)^2 dx}{2} = \int_{-R}^R \frac{\rho \pi (R^4 - 2R^2 x^2 + x^4) dx}{2} =$$

$$= \frac{\rho \pi}{2} \left(R^4 x \Big|_{-R}^R - \frac{2R^2 x^3}{3} \Big|_{-R}^R + \frac{x^5}{5} \Big|_{-R}^R \right) = \frac{\rho \pi}{2} \left(2R^5 - \frac{4R^5}{3} + \frac{2R^5}{5} \right) = \frac{8\rho \pi R^5}{15} = \frac{2mR^2}{5}$$

olarak bulunur.



2. a) Uzunluğu $d\ell$ ve kütlesi

$$dm = \frac{m d\ell}{\ell}$$

olan bir parça dengede kalabilmesi için dikey yöndeki şart

$$dm g + F \sin \theta = (F + dF) \sin(\theta + d\theta) =$$

$$= (F + dF)(\sin \theta \cos d\theta + \cos \theta \sin d\theta)$$

şeklinde yazılabilir. $d\theta$ küçük açı ise $\cos d\theta = 1$, $\sin d\theta = d\theta$ olarak yazılabilir. İkinci mertebeden küçük terimleri ihmal edebiliriz. Buradan

$$dm g + F \sin \theta = F \sin \theta + F \cos \theta d\theta + dF \sin \theta + dF \cos \theta d\theta$$

$$\frac{mg d\ell}{\ell} = dF \sin \theta + F \cos \theta d\theta$$

elde edilir. Diğer taraftan yatay yöndeki denge şartını

$$F \cos \theta = \text{sabit}$$

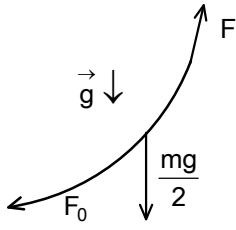
olarak yazılabilir. Türevlersek

$$0 = dF \cos \theta - F \sin \theta d\theta; F = \frac{dF \cos \theta}{\sin \theta d\theta}$$

elde ederiz. Birinci denklemden koyduğumuzda

$$dF = \frac{mg d\ell \sin \theta}{\ell} = \frac{mg dh}{\ell}$$

olarak yazılabilir. İntegre edersek kuvvet

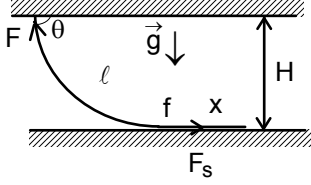


$$\int_{F_0}^F dF = \int_0^H \frac{mg dh}{l}; F - F_0 = \frac{mgH}{l}; F = F_0 + \frac{mgH}{l}$$

olarak bulunur. İpin her yarımı için Pisagor teoremi uygulanabilir.

$$F^2 = F_0^2 + \left(\frac{mg}{2}\right)^2 = \left(F_0 + \frac{mgH}{l}\right)^2; F_0 = \frac{mg\ell}{2H} \left(1 - \frac{H^2}{\ell^2}\right)$$

olarak bulunur.



b) İpin ne kadarının zemin üzerinde bulunduğunu bulmak için yukarıda bulunan sonucu kullanarak

$$\int_{F_s}^F dF = \int_0^H \frac{mg dh}{l}; F - F_s = \frac{mgH}{l}; F = F_s + \frac{mgH}{l} = \frac{fmgx}{l} + \frac{mgH}{l}$$

bulabiliriz. İpin asıldığı nokta için

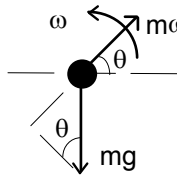
$$F \cos \theta = F_s; F \sin \theta = \frac{mg(\ell - x)}{\ell}$$

yazabiliriz. Temel trigonometrik denklemi kullanarak

$$\sin^2 \theta + \cos^2 \theta = \frac{(fmgx)^2}{\ell^2 \left(\frac{fmgx}{l} + \frac{mgH}{l}\right)^2} + \frac{(mg(\ell - x))^2}{\ell^2 \left(\frac{fmgx}{l} + \frac{mgH}{l}\right)^2} = 1$$

$$x = \ell + fH - \sqrt{2f\ell H + H^2(1 + f^2)}$$

olarak bulunur.



3. Cisim ile ilgili koordinat sisteminde dinamik denklemini

$$m a_r = m \ddot{r} = m \omega^2 r - mg \sin \theta$$

$$\ddot{r} - \omega^2 r = -g \sin \theta$$

olarak yazabiliriz. Bu denklemin çözümü

$$r = r_1(t) + r_2(t)$$

olarak yazılabilir. $r_1(t)$ homojen diferansiyel denklemin çözümü olup

$$r_1(t) = C e^{\lambda t}$$

şeklinde aranabilir. Bu çözümün ikinci türevi

$$\ddot{r}_1(t) = \lambda^2 C e^{\lambda t}$$

olur. Diferansiyel denkleme koyduğumuzda cebirsel bir denklem elde edebiliriz.

$$\lambda^2 - \omega^2 = 0$$

Bu denklemin çözümü

$$\lambda = \pm \omega$$

olur. Homojen diferansiyel denklemin çözümü ise bu iki çözümün süperpozisyonu olarak yazılabilir.

$$\ddot{r}_1(t) = C_1 e^{\omega t} + C_2 e^{-\omega t}$$

Diferansiyel denklemin kısmi çözümü

$$\ddot{r}_2(t) = C_3 \sin \omega t$$

şeklinde aranabilir. Bu çözümün ikinci türevi

$$\ddot{r}_2(t) = -\omega^2 C_3 \sin \omega t$$

olur. Diferansiyel denkleme koyduğumuzda cebirsel bir denklem elde edebiliriz.

$$-\omega^2 C_3 \sin \omega t - \omega^2 C_3 \sin \omega t = -2\omega^2 C_3 \sin \omega t = -g \sin \omega t$$

Bu denklemin çözümü

$$C_3 = \frac{g}{2\omega^2}$$

olur. Diferansiyel denklemin çözümü homojen ve kısmi diferansiyel denklemlerin çözümlerin süperpozisyonu olarak yazılabilir.

$$r(t) = C_1 e^{\omega t} + C_2 e^{-\omega t} + \frac{g \sin \omega t}{2\omega^2}$$

C_1 ve C_2 sabitlerini bulmak için ilk ve sınır şartlarından faydalanmalıyız.

$$r(0) = C_1 + C_2 = r_0$$

$$\dot{r} = \frac{dr}{dt} = \omega C_1 e^{\omega t} - \omega C_2 e^{-\omega t} + \frac{g \cos \omega t}{2\omega}$$

$$\dot{r}(0) = \omega C_1 - \omega C_2 + \frac{g}{2\omega} = v_0$$

$$C_1 = \frac{1}{2} \left(r_0 + \frac{v_0}{\omega} - \frac{g}{2\omega^2} \right); C_2 = \frac{1}{2} \left(r_0 - \frac{v_0}{\omega} + \frac{g}{2\omega^2} \right)$$

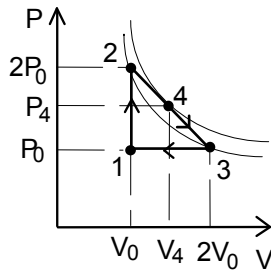
olarak bulunur. Cismin titreşim hareketi yapılabilmesi için uzun bir süre sonra $C_1=0$ olması gerekir. Bunun için cisme verilen ilk hız

$$v_0 = \frac{g}{2\omega} - \omega r_0$$

olması gerekir. Bu durumda $C_2 e^{-\omega t} \rightarrow 0$ ve çözüm

$$r(t) = \frac{g \sin \omega t}{2\omega^2}$$

olarak bulunur.



4. Kapalı prosesin verimi

$$\eta = \frac{A}{Q_1}$$

olarak veriliyor. Burada Q_1 sisteme verilen ısı, A ise yapılan işdir. Her kapalı proses için P-V diyagramında iş kapalı prosesin çevrelediği alan ile verilmektedir.

$$A = \frac{(2P_0 - P_0)(2V_0 - V_0)}{2} = \frac{P_0 V_0}{2}$$

Her durum için ideal gaz hal denklemini yazalım

$$P_1 V_1 = P_0 V_0 = RT_1; T_1 = \frac{P_0 V_0}{R}$$

$$P_2 V_2 = 2P_0 V_0 = RT_2; T_2 = \frac{2P_0 V_0}{R} = 2T_1$$

$$P_3 V_3 = 2P_0 V_0 = 2P_0 V_0 = RT_3; T_3 = T_2 = \frac{2P_0 V_0}{R} = 2T_1$$

Bu denklemlerden 2. ve 3. noktalar aynı izoterm, 1. ve 2. noktalar izokor üzerinde, 3. ve 1. noktalar izobar üzerinde bulunmaktadır. Farklı izoterm eğrileri çizerek koordinat sistemin merkezinden uzaklaştığında sistem daha yüksek sıcaklıklara ulaştığı bilinmektedir. 2-3 prosesinde izotermlerden birisi teğet geçtiği görülmektedir. Yani 4. nokta ekstremum noktasıdır. Sıcaklık 1-4 noktalar arasında artmaktadır. 4. noktanın koordinatlarını bulmak için benzerlikten faydalanabiliriz.

$$\frac{2P_0 - P_4}{P_4 - P_0} = \frac{V_4 - V_0}{2V_0 - V_4}; P_4 = 3P_0 - \frac{P_0 V_4}{V_0}$$

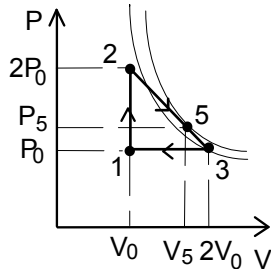
Aradığımız noktalar için gaz denklemini yazabiliriz.

$$P_4 V_4 = RT_4 = 3P_0 V_4 - \frac{P_0 V_4^2}{V_0}$$

Sıcaklığın V_4 hacmine göre türev alıp sıfıra eşitleyip

$$0 = 3P_0 - \frac{2P_0 V_4}{V_0}; V_4 = \frac{3V_0}{2}; P_4 = \frac{3P_0}{2}; T_4 = \frac{9P_0 V_0}{4R} = \frac{9T_2}{8}$$

olarak bulunur.



Sisteme verilen ısıyı bulmak için farklı adyabatik eğrileri çizerek, koordinat sistemin merkezinden uzaklaştığında sisteme verilen ısı arttığı anlaşılmaktadır. 1-2 prosesinde adyabatik eğrilerden birisi teğet geçirilebilir. Yani 5. nokta ekstremum noktasıdır. Isı 1-5 noktalar arasında verilmektedir. 5. noktanın koordinatlarını bulmak için benzerlikten faydalanarak

$$\frac{2P_0 - P_5}{P_5 - P_0} = \frac{V_5 - V_0}{2V_0 - V_5}; P_5 = 3P_0 - \frac{P_0 V_5}{V_0}$$

yazabiliriz. Adyabatik eğriler için $PV^\gamma = \text{sabit}$ olduğu bilinmektedir. Bu demektir ki

$$\left(3P_0 - \frac{P_0 V_5}{V_0} \right) V_5^\gamma = \text{sabit}$$

ifadesinin V_5 'e göre türevi sıfır olmalıdır. Bu şarttan

$$3\gamma P_0 V_0^{\gamma-1} - \frac{(\gamma+1)P_0 V_5^\gamma}{V_0} = 0; V_5 = \frac{3\gamma V_0}{\gamma+1} = \frac{15V_0}{8}$$

olarak bulunur. Burada $\gamma = \frac{5}{3}$ tek atomlu gazın adyabatik katsayısıdır. Basınç

$$P_5 = 3P_0 - \frac{P_0 V_5}{V_0} = \frac{9P_0}{8}$$

olar. Bulduğumuz nokta için gaz denklemini yazabiliriz.

$$P_5 V_5 = RT_5; T_5 = \frac{135P_0 V_0}{64R}$$

Sisteme verilen ısı

$$\begin{aligned} Q_1 &= Q_{12} + Q_{25} = \Delta U_{15} + A_{25} = C_V(T_5 - T_1) + \frac{(2P_0 + P_5)(V_5 - V_0)}{2} = \\ &= \frac{3R}{2} \left(\frac{135P_0 V_0}{64R} - \frac{P_0 V_0}{R} \right) + \frac{\left(2P_0 + \frac{9P_0}{8} \right) \left(\frac{15V_0}{8} - V_0 \right)}{2} = \frac{97P_0 V_0}{32} \end{aligned}$$

olarak bulunur. Verim

$$\eta = \frac{A}{Q_1} = \frac{16}{97}$$

olarak bulunur. Aynı sonuca başka yoldan da varabiliriz. Sisteme verilen ısı

$$dQ = dA + dU = PdV + C_V dT$$

olar. Bulduğumuz nokta için gaz denkleminde

$$PV = RT; \left(3P_0 - \frac{P_0 V_5}{V_0} \right) V = RT; dT = \frac{1}{R} \left(3P_0 - \frac{2P_0 V}{V_0} \right) dV$$

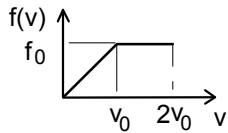
yazabiliriz. Buradan sisteme verilen ısı için

$$dQ = P_0 \left(\frac{15}{2} - \frac{4V_0}{V_0} \right) dV$$

olarak bulunur. Verimi bulmak için sisteme ne kadar ısı verildiği bulmalıyız. Bu da demektir ki $dQ=0$ olmalıdır. Bu şarttan

$$V_5 = \frac{15V_0}{8}$$

olarak bulunur. Görüldüğü gibi aynı sonuca ulaşıyoruz.



5. a) N molekülden oluşan bir sistemde hız dağılım fonksiyonunun integrali tanecik sayısını vermektedir. Diğer taraftan ise bu ifade hız dağılımının altındaki alanı vermektedir. Bu şarttan dağılım fonksiyonunun yüksekliği f_0

$$N = \int_0^{\infty} f(v) dv = \frac{v_0 f_0}{2} + (2v_0 - v_0) f_0 = \frac{3v_0 f_0}{2}; f_0 = \frac{2N}{3v_0}$$

olarak bulunur. Taneciklerin hızları $0-v_0$ hız aralığında $f_1(v) = \frac{f_0 v}{v_0}$; v_0-2v_0 hız aralığında $f_2(v) = f_0$ olarak

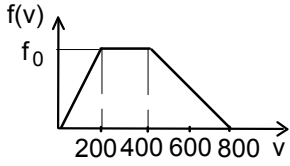
yazılabilir. Taneciklerin ortalama hızları

$$\begin{aligned} \bar{v} &= \frac{1}{N} \int_0^{\infty} v f(v) dv = \frac{1}{N} \left(\int_0^{v_0} v f_1(v) dv + \int_{v_0}^{2v_0} v f_2(v) dv \right) = \frac{1}{N} \left(\int_0^{v_0} \frac{f_0 v^2}{v_0} dv + \int_{v_0}^{2v_0} f_0 v dv \right) = \\ &= \frac{1}{N} \left(\frac{f_0 v^3}{3v_0} \Big|_0^{v_0} + \frac{f_0 v^2}{2} \Big|_{v_0}^{2v_0} \right) = \frac{1}{N} \left(\frac{f_0 v_0^2}{3} + \frac{f_0 (2v_0)^2}{2} - \frac{f_0 v_0^2}{2} \right) = \frac{11f_0 v_0^2}{6N} = \frac{11f_0 v_0^2}{6N} = \frac{11v_0}{9} \end{aligned}$$

olarak bulunur. $1,5v_0-2v_0$ hız aralığında tanecik sayısı

$$N' = \int_{1,5v_0}^{2v_0} f_2(v) dv = \int_{1,5v_0}^{2v_0} f_0 dv = f_0 v \Big|_{1,5v_0}^{2v_0} = \frac{2N}{3v_0} (2v_0 - 1,5v_0) = \frac{N}{3}$$

olarak bulunur.



b) Maxwell hız dağılımı fonksiyonu bir yamuk gibi temsil edilirse, bu yamuğun tabanları 200 m/s ve 800 m/s olarak alınabilir. Dağılım fonksiyonun altındaki alandan dağılım fonksiyonun yüksekliği

$$N = \frac{(800 + 200)f_0}{2}; f_0 = \frac{N}{500}$$

olarak bulunur. Taneciklerin hızları 0-200 m/s hız aralığında $f_1(v) = \frac{f_0 v}{200}$; 200-400 m/s hız aralığında

$f_2(v) = f_0$, 400-800 m/s hız aralığında $f_3(v) = \frac{f_0(800 - v)}{400}$ olarak yazılabilir. Taneciklerin ortalama hızları

$$\begin{aligned} \bar{v} &= \frac{1}{N} \left(\int_0^{200} v \cdot f_1(v) dv + \int_{200}^{400} v \cdot f_2(v) dv + \int_{400}^{800} v \cdot f_3(v) dv \right) = \\ &= \frac{1}{N} \left(\int_0^{200} \frac{f_0 v^2}{200} dv + \int_{200}^{400} f_0 v dv + \int_{400}^{800} \frac{f_0(800 - v)v}{400} dv \right) = \\ &= \frac{1}{N} \left(\frac{f_0 v^3}{3 \cdot 200} \Big|_0^{200} + \frac{f_0 v^2}{2} \Big|_{200}^{400} + \frac{800 f_0 v^2}{2 \cdot 400} \Big|_{400}^{800} - \frac{f_0 v^3}{3 \cdot 400} \Big|_{400}^{800} \right) = \\ &= \frac{f_0}{N} \cdot \frac{540000}{3} = 360 \text{ m/s} \end{aligned}$$

olarak bulunur. 400-600 m/s hız aralığında tanecik sayısı

$$\begin{aligned} N' &= \int_{400}^{600} f_3(v) dv = \int_{400}^{600} \frac{f_0(800 - v)}{400} dv = \left(\frac{800 f_0 v}{400} \Big|_{400}^{600} - \frac{f_0 v^2}{2 \cdot 400} \Big|_{400}^{600} \right) = \\ &= 400 f_0 - 250 f_0 = 150 f_0 = \frac{3N}{10} \end{aligned}$$

olarak bulunur.

6. a) p_m manyetik dipol momenti R uzakta

$$B = \frac{\mu_0 p_m}{2\pi R^3}$$

manyetik alan oluşturmaktadır. Buradan manyetik dipol momenti

$$p_m = \frac{2\pi R^3 B}{\mu_0}$$

olur. Gradianti olan manyetik alanlarda manyetik dipollere etki eden kuvvet

$$F = p_m \frac{dB}{dx}$$

bu kuvvetin dx yolunda yaptığı iş

$$dA = F dx = p_m dB$$

tüm iş

$$A = K = \frac{mv^2}{2} = \int_0^B \frac{2\pi R^3 B dB}{\mu_0} = \frac{\pi R^3 B^2}{\mu_0}$$

olur. Buradan manyetik dipolün yansıması için

$$v \leq \sqrt{\frac{2\pi R^3 B^2}{m\mu_0}}$$

şartı bulunur.

b) Süperiletkenler kendi içinden manyetik alanı tamamen dışarıya itmektedirler. Manyetik akısı korunumu yasası süperiletkenler için

$$BV=\text{sabit}$$

olarak yazılabilir. Yarıçapı R ve bir süper iletken top selenoide girdiğinde selenoidten geçebilmesi için

$$B_0 \pi r^2 \ell = B \left(\pi r^2 \ell - \frac{4\pi R^3}{3} \right)$$

$$B = \frac{B_0 \pi r^2 \ell}{\pi r^2 \ell - \frac{4\pi R^3}{3}} = B_0 \left(1 + \frac{4R^3}{3r^2 \ell} \right)$$

olması gerekir. Topun hızı yukarıda bulduğumuz ifadede koyduğumuzda

$$\frac{mv^2}{2} = \int_0^B \frac{2\pi R^3 B dB}{\mu_0} = \frac{\pi R^3 B_0^2}{\mu_0} \left(1 + \frac{4R^3}{3r^2 \ell} \right)^2$$

$$v = \left(1 + \frac{4R^3}{3r^2 \ell} \right) \sqrt{\frac{2\pi R^3 B_0^2}{m\mu_0}}$$

olarak bulunur.

7. Elektronu etki eden kuvvet

$$\vec{F} = m \vec{a} = q \vec{v} \times \vec{B} + q \vec{E}$$

ile verilir. Bileşenlere göre yazdığımızda

$$m \frac{dv_x}{dt} = qBv_y$$

$$m \frac{dv_y}{dt} = -qBv_x + qE$$

ve birinci denklemin türevini aldıktan sonra titreşim denklemini elde edebiliriz

$$y'' + \omega_0^2 y = \frac{qE}{m}; \quad \omega_0^2 = \frac{qB}{m}$$

Bu denklemin genel çözümü için

$$y = C_1 \sin \omega_0 t + C_2 \cos \omega_0 t + C_3$$

hız ise

$$v_y = \frac{dy}{dt} = C_1 \omega_0 \cos \omega_0 t - C_2 \omega_0 \sin \omega_0 t$$

şeklinde arayabiliriz. İlk şartlardan

$$[v_y(0) = y(0) = 0]$$

$$C_1 = 0$$

$$C_2 = -C_3$$

$$C_3 = \frac{qE}{m\omega_0^2}$$

Çözüm

$$y = \frac{qE}{m\omega_0^2} (1 - \cos \omega_0 t)$$

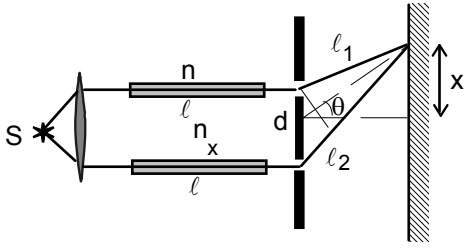
$$v_x = \frac{dx}{dt} = \omega_0 y = \frac{qE}{m\omega_0} (1 - \cos \omega_0 t)$$

$$x = \int v_x dt = \frac{qE}{m\omega_0} \left(t - \frac{\sin \omega_0 t}{\omega_0} \right)$$

olarak bulunur. $y = y_{\text{mak}}$ durum için $\cos \omega_0 t = -1$ ve

$$x_{\text{mak}} = \frac{2\pi mE}{qB^2}$$

olarak bulunur. Bu bilgi sökülün elektronların detektörde toplanması ve ona göre bu aleti tasarlamak için önemlidir.



8. İki tüpte aynı madde bulunursa girişim deseni gözlenmez. Tüplerden birisinde farklı madde konulursa yol farkı için

$$n(\ell + \ell_2) - n_x \ell - n \ell_1 = k \lambda_0$$

$$(n - n_x) \ell + n(\ell_2 - \ell_1) = k \lambda_0$$

yazabiliriz. Girişim deseni N çizgi kaydığına göre

$$n(\ell_2 - \ell_1) = N \lambda_0 ; k = 0$$

yazabiliriz. Buradan

$$(n - n_x) \ell + N \lambda_0 = 0 ; n \ell - n_x \ell + \frac{n N \lambda_0}{n} = 0 ; n \ell - n_x \ell + n N \lambda = 0$$

$$n_x = n \left(1 + \frac{N \lambda}{\ell} \right)$$

olarak bulunur.

9. Rölativistik durumda sistemin momentumu

$$p = \gamma m v ; \gamma = \frac{1}{\sqrt{1 - \beta^2}} ; \beta = \frac{v}{c}$$

enerjisi

$$W = \gamma m c^2 = K + m c^2 = \sqrt{m^2 c^4 + p^2 c^2}$$

olarak yazılabilir. Bu sisteme göre çekirdeğin hızı sıfırdır. Fotonun momentumu

$$p = \frac{\hbar \omega}{c}$$

sistemin bu kütle merkeze göre enerjisi

$$W = m c^2 + \hbar \omega$$

olarak yazılabilir. Buradan kütle merkezinin hızı

$$v = \frac{\hbar \omega c}{m c^2 + \hbar \omega} ; \beta = \frac{\hbar \omega}{m c^2 + \hbar \omega} ; \gamma = \frac{m c^2 + \hbar \omega}{\sqrt{m^2 c^4 + 2 \hbar \omega m c^2}}$$

olarak bulunur. Foton kütle merkezinden uzaklaştığı için Doppler kaymasına uğramaktadır. Bu durumda uzaklaşan fotonun frekansı

$$\omega' = \sqrt{\frac{1 - \beta}{1 + \beta}} \omega$$

olur. Enerji korunumu yasası

$$\gamma m c^2 + \hbar \omega' = m c^2 + W_u$$

şeklinde yazılabilir. Burada W_u çekirdeğin uyarılma enerjisidir. Bu enerji için

$$W_u = (\gamma - 1) m c^2 + \hbar \omega \sqrt{\frac{1 - \beta}{1 + \beta}} = (\gamma - 1) m c^2 + \hbar \omega \gamma (1 - \beta)$$

$$= m c^2 \left(\sqrt{1 + \frac{2 \hbar \omega}{m_0 c^2}} - 1 \right)$$

olarak bulunur. Başka çözüm bütün referans sistemlerde

$$W^2 - p^2 c^2 = \text{sabit}$$

olduğunu kullanarak yapılabilir. Atomun durgun olduğu referans sisteme göre

$$(m c^2 + W_u)^2 = (\hbar \omega + m c^2)^2 - (\hbar \omega)^2$$

yazabiliriz. Buradan aynı sonuç çıkar.

10. dt sürede her nötron kesiti πR^2 olan bir silindir taramaktadır. Burada R uranyum çekirdeklerin yarıçapıdır. Taranan silindirin hacmi

$$\pi R^2 v dt$$

olur. Bu silindirin içindeki uranyum çekirdek sayısı

$$n_0 \pi R^2 v dt$$

olarak yazılabilir. Burada

$$n_0 = \frac{N_A}{V_\mu} = \frac{N_A \rho}{\mu}$$

uranyum çekirdeklerin konsantrasyonudur. Nötron sayısı N ve reaksiyon olasılığı ξ ise bu hacimde gerçekleşen reaksiyon sayısı

$$\xi N n_0 \pi R^2 v dt = \frac{\xi N N_A \rho \pi R^2 v dt}{\mu}$$

olur. Her yakalanan nötron k kadar yeni nötron meydana getirmektedir. Nötron sayısı artışı

$$dN = \frac{(k-1) \xi N N_A \rho \pi R^2 v dt}{\mu}$$

olur. Buradan

$$\frac{dN}{N} = \frac{(k-1) \xi N_A \rho \pi R^2 v dt}{\mu} = \alpha dt; \alpha = \frac{(k-1) \xi N N_A \rho \pi R^2 v}{\mu}$$

olarak yazılabilir. İntegre edersek

$$\ln \frac{N}{N_0} = \alpha t; N = N_0 e^{\alpha t}$$

bulabiliriz. Reaksiyon hacmini terk eden nötron sayısı için

$$dN = -\epsilon n_0 S v dt = -\frac{\epsilon N S v dt}{V} = -\frac{\epsilon N 4 \pi r^2 v dt}{\frac{4}{3} \pi r^3} = -\frac{3 \epsilon N v dt}{r} = -\beta N dt$$

$$\frac{dN}{N} = -\beta dt; \beta = \frac{3 \epsilon v}{r}$$

yazabiliriz. İntegre edersek

$$\ln \frac{N}{N_0} = -\beta t; N = N_0 e^{-\beta t}$$

bulabiliriz. İki faktörün etkisi ile gerçekleşen reaksiyon için

$$dN = \alpha N dt - \beta N dt$$

yazabiliriz. İntegre edersek

$$\ln \frac{N}{N_0} = (\alpha - \beta) t; N = N_0 e^{(\alpha - \beta) t}$$

olarak yazılabilir. Eğer $\alpha > \beta$ ise reaksiyonda bölünen uranyum çekirdek sayısı artmaktadır. Eğer $\alpha < \beta$ ise reaksiyonda bölünen uranyum çekirdek sayısı azalmakta ve reaksiyon sönmektedir. Eğer $\alpha = \beta$ ise reaksiyon stasyonere hale gelir ve sabit hızla devam eder.