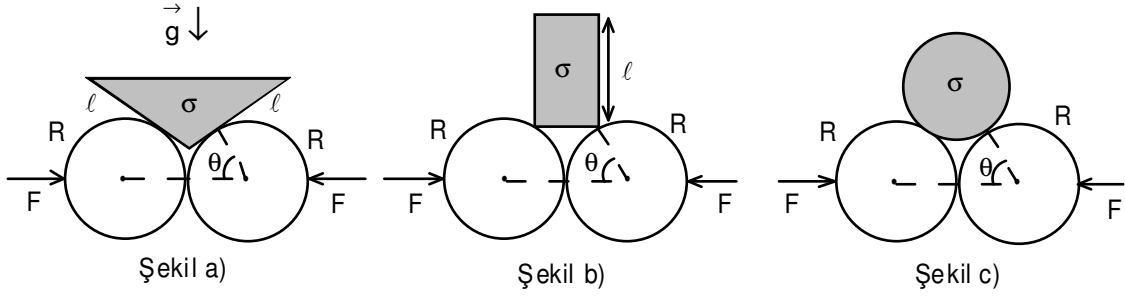


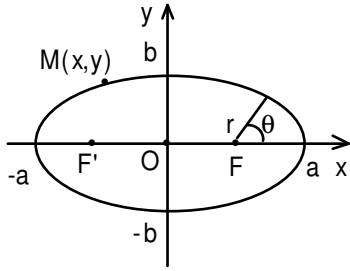
**XXI. ULUSAL FİZİK OLİMPİYATI İKİNCİ AŞAMA SINAVI-2013**



1. Yarıçapları R ve birbiriyle temas eden iki sürtünmesiz çemberin eksenleri birbirine paralel ve yatay konumda olup üzerlerine yüzeysel kütle yoğunluğu  $\sigma$  olan düzlemsel cisimler

- a) Kenar uzunluğu  $\ell$  olan ikizkenar üçgen
- b) Uzun kenarı  $\ell$  olan dikdörtgen
- c) Daire

şekildeki gibi temas noktalarının çemberlerin merkezlerine birleştiren doğrular ile yatayla  $\theta$  açısı yapacak şekilde dengededir. Her üç durumda; çemberlerin birbirinden ayrılmaması için uygulanması gereken F kuvvetlerinin en küçük değerlerini bulunuz. Hangi  $\theta$  açısı için bu en küçük değerli kuvvetler maksimum ya da minimum olur? İnceleyiniz.



2. a) Elips iki boyutlu x-y Dekart koordinat sisteminde kapalı bir eğri olarak tarif edilir. Dekart koordinat sistemin başlangıç noktası elipsin geometrik merkezindedir. Elipsin merkezinden x eksenini boyunca en uzak noktaya kadar olan uzaklık büyük yarı eksen a, y eksenini boyunca en uzak noktaya kadar olan uzaklık küçük yarı eksen b olarak bilinir. Elipsin x ekseninde ve koordinat sistemin başlangıç noktasına göre simetrik olan iki odağı mevcuttur. Bu iki odak noktasından elipsin üzerinde bulunan herhangi bir noktaya geçirilen uzaklıkların toplamı

$$|F'M| + |FM| = 2a$$

ile verilmektedir. Dekart koordinat sisteminde elipsin denklemini türetiniz. Elips için eksentrite parametresi-odak uzaklığının büyük yarı eksenine olan oran

$$\varepsilon = \frac{|OF|}{a}$$

olarak tanımlanmaktadır. Elipsin odak F noktasında yerleştirilen bir polar koordinat sisteme göre elipsin denklemini odak noktası ile elips üzerinde herhangi bir noktaya olan uzaklık r, polar açı  $\theta$  ve eksentrite  $\varepsilon$  parametresine bağlı olarak türetiniz.

b) Güneşin M kütlesi dünyanın m kütlesine göre çok büyük olduğundan, dünyanın güneş etrafındaki hareketi sırasında, güneşi elipsin bir odağında sabit duruyormuş gibi kabul edebiliriz. Bu durumda

dünyanın hareket denklemini (yani  $m \frac{d^2 r}{dt^2} = ?$ ), evrensel çekim sabiti  $\gamma$ , dünyanın açısal momentumu L

ve M, m, r cinsinden yazınız. Bu denklemin çözümü nedir?

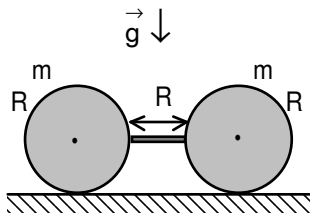
c) Yukarıdaki şıkta bulmuş olmanız gereken denklemin çözümü

$$\frac{1}{r} = \frac{\gamma M m^2}{L^2} + A \cos \theta$$

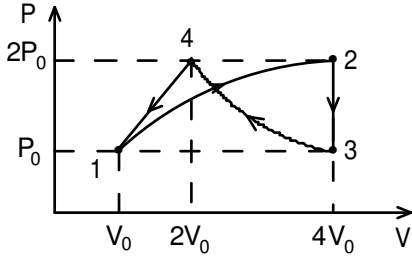
olarak verilir. A ve a'nın ifadelerini ve hareketin periyodunu  $\gamma$ , L, M, m, ve  $\varepsilon$  cinsinden bulunuz.

d)  $\theta = 0^\circ$  ve  $\theta = \pi$  için r'nin aldığı değerleri  $\gamma$ , L, M, m, ve  $\varepsilon$  cinsinden bulunuz.

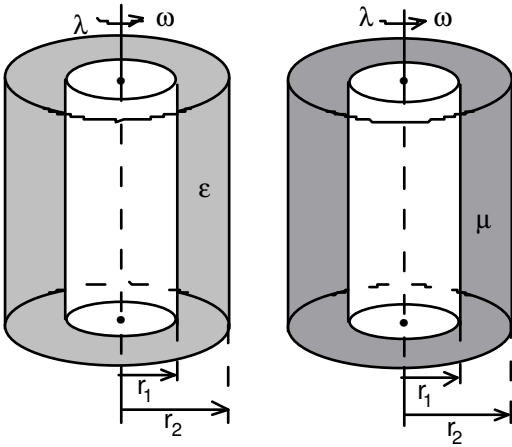
e) Dünyanın yörüngedeki hareketine ait toplam enerji ifadesini yazınız. Toplam enerjiji  $\gamma$ , L, M, m, ve  $\varepsilon$  cinsinden bulunuz.



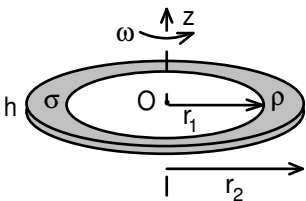
3. Yarıçapları R, kütleleri m olan özdeş ve homojen olan iki küre birbirlerine, merkezlerini birleştiren doğrultuda R uzunluğunda ağırlıksız, bir çubuk ile sabitlenmiş olup sistem yatay bir düzlem üzerinde bulunmaktadır. Kürelerden birine aniden v olan hız verilmektedir. Sistemin çubuğun yerle dik açı yaptığı durumdan geçebilmesi için gereken en düşük  $v_0$  hızı:
- Gerçekleşen hareket boyunca yerde kalan küre kaymadan yuvarlanma hareketi yapmakta ve düzlem ile küre arasında yeterince sürtünme kuvveti olduğu durumda bulunuz.
  - Küre ile yer arasındaki sürtünme kuvveti sıfır olduğu durumda bulunuz.



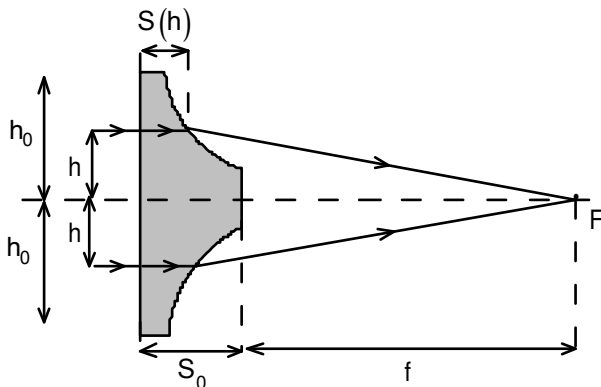
4. Tek atomlu bir gaz ile P-V diyagramında döngüsel olan 1-2-3-4-1 olan proses gerçekleşmektedir. 1-2 olan proses politropik, 2-3 izokorik, 3-4 izotermik ve 4-1 olan proses politropik olan proseslerdir. Bu döngüsel prosesin verimi nedir?



5. İç yarıçapları  $r_1$ , dış yarıçapları  $r_2$  olan eşit uzunlukta iki metalik silindirik kabuğun eksenleri çakışmıştır. Silindirlerin yükseklikleri taban yarıçaplarından çok büyüktür. Eksen boyunca, birim uzunlukta yükü  $\lambda$  olan, çok uzun bir dielektrik çubuk bulunmaktadır. Böyle tasarlanmış iki sistemden birisinde (a) metalik kabuklar arasındaki bölge bağıl dielektrik geçirgenlik katsayısı  $\epsilon$  olan dielektrik maddeyle, diğerinde ise (b) metalik kabuklar arasındaki bölge bağıl manyetik geçirgenlik katsayısı  $\mu$  olan metal ile doldurulmuştur. İki sistem eksen etrafında  $\omega$  açısal hızı ile döndürülmektedir. Birinci sistemde dielektrik içinde oluşan manyetik indüksiyon alan  $B_1$ , ikinci sistemde metal içinde oluşan manyetik indüksiyon alan  $B_2$  ise  $\frac{B_1}{B_2}$  oranı nedir?



6. a) Yalıtkan maddeden yapılmış çok ince bir diskin iç yarıçapı  $r_1$ , dış yarıçapı  $r_2$ , yüksekliği  $h \ll r_1, r_2$  olup diskin yapıldığı malzemenin öz kütlesi  $\rho$  olarak veriliyor. Disk üzerindeki yüzeysel yük yoğunluğu, disk merkezine olan  $r$ ; ( $r_2 < r < r_1$ ) uzaklığına bağlı olarak  $\sigma = \frac{\sigma_0 r_1 r_2}{r^2}$  şeklinde değişmektedir. Burada  $\sigma_0$  bir sabittir. Disk, merkezinden geçen ve disk yüzeyine dik olan z-ekseni etrafında  $\omega$  sabit açısal hızı ile döndürülüyor. Bu eksen üzerinde disk düzleminde z uzaklıktaki bir noktadaki manyetik indüksiyon alanı nedir?  $z \gg r_1, r_2$  için diskin eksen üzerindeki manyetik indüksiyon alanı nedir? z ekseninde ve birinci diskten  $z \gg r_1, r_2$  uzaklıkta eşeksenli ikinci bir özdeş bir disk bulunuyor. İki disk arasında etki eden kuvvet nedir? Dipol momentin açısal momentine oranı jiomanyetik oran olarak bilinmektedir. Soruda verilen disk için jiomanyetik oranı nedir? Şimdi z-ekseni ile  $\theta$  açısı yapan sabit ve homojen bir B manyetik indüksiyon alanı uygulanmaktadır. Diskin manyetik indüksiyon alanı içindeki enerjisi nedir? Diske etki eden kuvvet nedir? İlk anda diske etki eden tork nedir? B manyetik indüksiyon alanı uygulandığında diskin yaptığı presiyon hareketin açısal hızı nedir?



7. Kırıcılık indisi n olan camdan yapılmış logaritmik bir merceğin düşey düzlemdeki kesiti şekilde gösterildiği gibidir. Merceğin optik eksen yönündeki S kalınlığı,  $h < h_0$  yüksekliğine bağlı olarak  $S_h = S_0 - \frac{A}{n-1} \ln \left| \frac{h}{h_0} \right|$  şekilde değişmektedir.

Burada  $S_0$  merceğin merkezdeki kalınlığıdır. Optik ekseninden  $\pm h$  yüksekliğinde eksene paralel olarak gelen iki ışık ışını, merceğin diğer tarafında optik eksen üzerinde mercekten f kadar uzaklıkta odaklanıyor.  $h \ll f$  ve  $S_0 \ll f$  olduğunu varsayarak f uzaklığını, n ve A cinsinden yaklaşık olarak bulunuz.

**XXI. ULUSAL FİZİK OLİMPİYATI İKİNCİ AŞAMA SINAVI CEVAPLARI-2013**

1. a)  $F = \frac{\sigma \ell^2 g \cos^2 \theta}{2}$ ;  $\theta \rightarrow \frac{\pi}{2}$  ise  $F \rightarrow 0$  olur.  $\theta \rightarrow 0$  ise  $F \rightarrow \frac{\sigma \ell^2 g}{2}$  olur.

b)  $\theta = 51,8^\circ$

c)  $F = \frac{2\sigma\pi R^2 g (1 - \cos\theta)^2}{\sin 2\theta}$ ;  $\theta \rightarrow \frac{\pi}{2}$  ise  $F \rightarrow \infty$ ;  $\theta \rightarrow 0$  ise  $F \rightarrow 0$

2. a)  $r = \frac{p}{1 + \epsilon \cos\theta} = \frac{a(1 - \epsilon^2)}{1 + \epsilon \cos\theta}$

b)  $\ddot{r} = -\frac{\gamma M}{r^2} + \frac{L^2}{m^2 r^3}$ ;  $\cos\theta = \frac{\frac{L^2}{\gamma M m^2 r} - 1}{\sqrt{1 + \frac{2WL^2}{\gamma^2 M^2 m^3}}}$

c)  $A = \frac{\epsilon \gamma M m^2}{L^2}$

$p = \frac{L^2}{\gamma M m^2}$ ;  $\epsilon = \sqrt{1 + \frac{2WL^2}{\gamma^2 M^2 m^3}} = \sqrt{1 - \frac{2|W|L^2}{\gamma^2 M^2 m^3}}$

$a = \frac{p}{1 - \epsilon^2} = \frac{\frac{L^2}{\gamma M m^2}}{1 - 1 - \frac{2WL^2}{\gamma^2 M^2 m^3}} = \frac{\gamma M m^2}{2|W|} = \frac{L^2}{\gamma M m^2 (1 - \epsilon^2)}$

$b = \frac{p}{\sqrt{1 - \epsilon^2}} = \frac{\frac{L^2}{\gamma M m^2}}{\sqrt{1 - 1 - \frac{2WL^2}{\gamma^2 M^2 m^3}}} = \frac{L}{\sqrt{2\gamma M m^2 |W|}} = \frac{L^2}{\gamma M m^2 \sqrt{1 - \epsilon^2}}$

$T^2 |W|^3 = \frac{\pi \gamma^2 M^2 m^3}{2} = \text{sabit}$ ;  $T^2 = \frac{4\pi^2 a^3}{\gamma M} = \frac{4\pi^2}{\gamma M} \left( \frac{L^2}{\gamma M m^2 (1 - \epsilon^2)} \right)^3 = \frac{4\pi^2 L^6}{\gamma^4 M^4 m^6 (1 - \epsilon^2)^6}$

d)  $r_{\min} = \frac{L^2}{\gamma M m^2 (1 + \epsilon)}$ ;  $r_{\max} = \frac{L^2}{\gamma M m^2 (1 - \epsilon)}$

$r_{\min} = r_p = \frac{p}{1 + \epsilon} = a(1 - \epsilon)$ ;  $r_{\max} = r_A = \frac{p}{1 - \epsilon} = a(1 + \epsilon)$

$v_p = \frac{2\pi a^2 \sqrt{1 - \epsilon^2}}{aT(1 - \epsilon)} = \frac{2\pi a}{T} \sqrt{\frac{1 + \epsilon}{1 - \epsilon}}$ ;  $v_A = \frac{2\pi a^2 \sqrt{1 - \epsilon^2}}{aT(1 + \epsilon)} = \frac{2\pi a}{T} \sqrt{\frac{1 - \epsilon}{1 + \epsilon}}$

e)  $W = \frac{L^2}{2mr_{\min}^2} - \frac{\gamma M m}{2r_{\min}} = \frac{L^2}{2mr_{\max}^2} - \frac{\gamma M m}{2r_{\max}} = -\frac{\gamma^2 M^2 m^3 (1 - \epsilon^2)}{2L^2} = -\frac{\gamma M m}{2a}$

3. a)  $v_0 = \sqrt{\frac{300gR}{59}}$

b)  $v_0 = \sqrt{\frac{270gR}{49}}$

4.  $\eta = \frac{19 - 24 \cdot \ln 2}{91}$

$$5. \frac{B_1}{B_2} = \frac{\epsilon-1}{\mu\epsilon}$$

$$6. B_z = \frac{\mu_0 \omega \sigma_0 r_1 r_2}{2} \left( \frac{1}{\sqrt{r_1^2 + z^2}} - \frac{1}{\sqrt{r_2^2 + z^2}} \right)$$

$$\rho_m = \int_{r_1}^{r_2} \pi \omega \sigma_0 r_1 r_2 \cdot r dr = \frac{\pi \omega \sigma_0 r_1 r_2 (r_2^2 - r_1^2)}{2}$$

$$z \gg r_1, r_2; B = \frac{2\mu_0 \rho_m}{4\pi z^3} = \frac{\mu_0 \omega \sigma_0 r_1 r_2 (r_2^2 - r_1^2)}{4z^3}$$

$$F = - \frac{3\pi \mu_0 \omega^2 \sigma_0^2 r_1^2 r_2^2 (r_2^2 - r_1^2)^2}{8z^4}$$

$$\frac{\rho_m}{L} = \frac{\pi \omega \sigma_0 r_1 r_2 (r_2^2 - r_1^2)}{2} = \frac{\sigma_0 r_1 r_2}{\pi \rho h (r_2^4 - r_1^4) \omega} = \frac{\sigma_0 r_1 r_2}{\pi \rho h (r_1^2 + r_2^2)}$$

$$M = \frac{\pi \omega \sigma_0 B r_1 r_2 (r_2^2 - r_1^2) \sin \theta}{2}$$

$$\Omega = \frac{\sigma_0 r_1 r_2 B}{\pi \rho h (r_1^2 + r_2^2)}$$

$$7. f = \frac{(n-1)h^2}{nA}$$