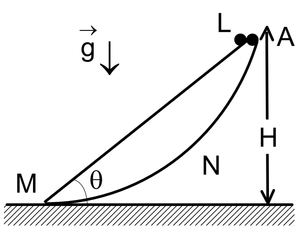
XI. ULUSAL FİZİK OLİMPİYATI İKİNCİ AŞAMA SINAVI-2003



1. İki özdeş kütleden biri eğim açısı θ olan LM eğik düzlem üzerinde kayarak, diğeri ise suya M noktasında yatay yönde teğet olan bir ANM çember parçası üzerinde kayarak hareket etmek üzere aynı anda yukarıdan aşağıya doğru, durgun durumdan harekete başlamaktadırlar. L ve A noktaları su seviyesinden eşit H yüksekliğindedir. Her ikisinin hareket sürelerinin oranını;

a) LM düzleminin eğim açısı θ nın küçük olduğu durum için bulunuz.

b) LM düzleminin eğim açısının θ=45° olduğu durum için bulunuz.

Not: Büyük genlikli harmonik titreşimler için periyot T şu şekilde yazılabilir.

$$T=2\pi\sqrt{\frac{\ell}{g}}\left[1+\left(\frac{1}{2}\right)^2\sin^2\frac{\beta}{2}+\left(\frac{1}{2}.\frac{3}{4}\right)^2\sin^4\frac{\beta}{2}+\left(\frac{1}{2}.\frac{3}{4}.\frac{5}{6}\right)^2\sin^6\frac{\beta}{2}+.....\right]$$

Burada β, AM yayını gören merkez açıdır.

2. Bowling oyununda labutları yıkmak için genelde Bowling topunu elden çıkarırken bir spin (dönme) hareketi verilip, top eğrisel bir yörünge çizip gider labutlara çarpar. Böyle bir hareketi ele alalım. y ekseni labutlara doğru olan yönü ve x ekseni yatay yönü göstersin. Top elden çıktığında verilen ilk açısal hız $\vec{\omega}_0$ vektörü y yönündedir (topun üst noktası x yönünde dönmektedir) ve topun teğetsel hızı v_0, y ekseni ile θ açısı yapmaktadır. Topun eylemsizlik momenti $J=\frac{2mr^2}{5}$ bilinmekte olup yer ile teması nokta şeklindedir. m topun kütlesi, r ise yarıçapıdır.

a) Topun t zamanına bağlı olarak x(t) ve y(t) koordinatlarını veren ifadeleri bulunuz.

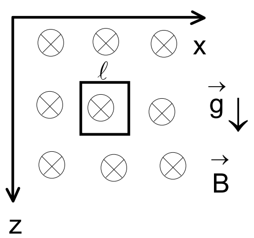
b) $\omega=0$, $\omega>0$, $\omega<0$ durumları için topun yörüngesini kabaca çiziniz.

3. Isı makinesi, yüksek sıcaklıktaki bir kaynak yada ısı deposundan ısıyı alır ve bunun bir kısmını işe dönüştürüp, geri kalan ısıyı ise daha düşük sıcaklıktaki çevreye yada düşük sıcaklık deposuna verir. Bir Carnot makinesinin verimini artırmak için; bir yol yüksek sıcaklık deposunun sıcaklığını T_1 belli bir miktar artırmaktır ve su işlem sırasında düşük sıcaklık deposunun sıcaklığı T_2 sabit tutulur. Diğer bir yol ise T_1 değerini sabit tutarken T_2 yi belirli miktar azaltmaktır.

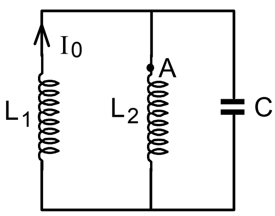
a) Bu iki yoldan hangisinin verimi daha fazla artıracağını hesaplayarak bulunuz.

b) Hangi şartlar altında Carnot makinesinin verimi %100 olur?

c) Eğer düşük sıcaklık deposu olarak kullanmak üzere istediğiniz herhangi bir şeyi yada yeri seçmek olanağınız olsa idi Evrende ve Dünyada ne seçerdiniz? Açıklayınız.



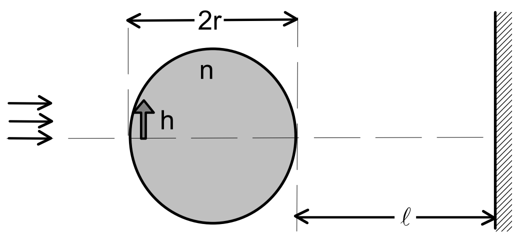
4. Kenar uzunluğu ℓ, kütlesi m olan kare şeklindeki iletken bir tel sarım, x-z düşey düzleminde şekilde gösterildiği gibi durmaktadır. x-z düzlemine dik ve z ekseni ile B(z)=B(0)+kz şeklinde, değişken bir B manyetik alanı mevcuttur. Burada k bir sabittir. Sarımın toplam direnci R olup yerçekimi ivmesi g dir. Bu sarıma x yönünde bir v_0 ilk hızı uygulandığında sarım bir süre sonra sabit v hızına erişecektir. v_0 ilk hızını bulunuz.



5. Sığası C olan bir kondansatör ve indüktansları L_1 ve L_2 olan iki bobin şekilde görüldüğü gibi paralel bağlanmıştır. Başlangıçta kondansatör yüksüz olup L_1 den I_0 akımı geçmekte, L_2 den ise akım geçmemektedir.

a) Kondansatörde birikecek maksimum yük nedir?

b) A noktasından geçen maksimum akım nedir?



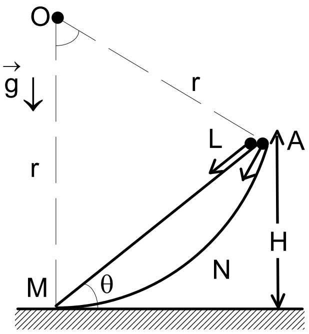
6. Şekilde gösterilen r yarıçaplı küresel bir su damlasının içinde en sol tarafta eksenden itibaren h boyunda küçük bir cisim bulunmaktadır. Bu su damlası sol taraftan eksene paralel bir lazer ışığı ile aydınlatılmakta olup, damlanın sağ tarafına ℓ uzaklığa bir ekran konulmuştur. Böylece su damlası içindeki küçük cismin görüntüsü ekranda büyümüş olarak izlenebilmektedir.

a) Küçük açı yaklaşımını kullanarak, bu sistemdeki büyütmenin ℓ, r ve suyun kırıcılık indisi n cinsinden ifadesini bulunuz.

b) Suyun kırıcılık indisinin dalga boyuna bağımlılığını $n=1{,}2+\frac{B}{\lambda^2}$ (Cauchy denklemi) ile ifade edersek ve $\lambda=0{,}6$ μm için $n=\frac{4}{3}$ olarak biliniyorsa, hangi dalga boyunda monokromatik bir ışık kaynağı kullanırsak (a) şıkkında bulanan büyütme maksimum olur? Bu nasıl bir ışık kaynağıdır?

Not: (a) şıkkında bulduğunuz ifadeden emin değilseniz; büyütmeyi $A\left(\frac{n-1}{n}\right)$ olarak alınız. Burada A bir sabittir

XI. ULUSAL FİZİK OLİMPİYATI İKİNCİ AŞAMA SINAVI ÇÖZÜMLERİ-2003



1. a) Enerji korunumu yasasından her iki kütlenin M noktasına vardıklarında hızları eşittir.

$$v_M=\sqrt{2gH} \text{ değerinde olur.}$$

LM yolunda düzün ivmelenen bir hareket olup ivme hız vektörüne paralel ve $g\sin\alpha$ kadardır. Bu hareket için geçen zaman

$$\Delta t_{LM}=\frac{v_M}{g\sin\theta}=\frac{1}{g\sin\theta}\sqrt{\frac{2H}{g}}$$

olarak bulunur. ANM için hareket düzgün ivmelenen bir hareket değildir. Teğetsel ani ivme gene $g\sin\alpha$ olup, ivme ise küresel yüzeyin eğimi azaldıkça azalmaktadır. Problemi çember boyunca hareket eden noktasal kütleli sarkaç gibi düşünebilir. Açının küçük olduğu durumda

$$\alpha=\sin\alpha=\tan\alpha$$

alınabilir. r yarıçapı sarkacın boyu olarak düşünülebilir ve hareket süresi periyodun dörtte biri olur. β salınım genliğine karşı gelir ve $\beta=2\theta$ dır. Sarkacın periyot formülünden ikinci cismin hareket süresi

$$\Delta t_{AM}=\frac{2\pi}{4}\sqrt{\frac{r}{g}}$$

olarak bulunur. Şekilden yararlanarak yörüngenin yarıçapı

$$r=r\cos\beta+h=R\cos2\theta+h$$

$$r=\frac{h}{2\sin^2\theta}$$

olarak bulunur. İki süre arasındaki oran

$$\frac{\Delta t_{AM}}{\Delta t_{LM}}=\frac{\pi}{4}<1$$

olarak bulunur. Eğrisel yolu takip eden cisim daha erken varır. Her ne kadar çember üzerinde alınan yol eğik düzleme göre daha uzunsa da, orada geçen süre daha kısadır. Bu sonuç küçük açı durumu için geçerlidir.

b) $\theta=45°$ ve $\beta_{max}=90°$ durumunda sarkaçta harmonik olmayan titreşimler söz konusudur Büyük genlikli titreşimler için

$$T=2\pi\sqrt{\frac{\ell}{g}}\left[1+\left(\frac{1}{2}\right)^2\sin^2\frac{\beta}{2}+\left(\frac{1}{2}.\frac{3}{4}\right)^2\sin^4\frac{\beta}{2}+\left(\frac{1}{2}.\frac{3}{4}.\frac{5}{6}\right)^2\sin^6\frac{\beta}{2}+.....\right]$$

ifadesinde ilk 4 terimin değerleri

Terim No	1	2	3	4
değeri	1	0,125	0,0350	0,0120

olarak bulunur. Bu terimlerin toplamı 1,18 eder. Yani

$$\frac{\Delta t_{AM}}{\Delta t_{LM}}=\frac{\pi}{4}.1,18=0,927$$

olur. Yani büyük açı durumunda da oran 1 den küçüktür.

2. a) Topun zamana bağlı x ve y koordinatları hız koordinatları

$$v_{0x}=v_0\sin\theta;\ v_{0y}=v_0\cos\theta$$

sürtünme katsayısı f, g, R ve ω büyüklükleri cinsinden bulunmalıdır. y yönündeki hareket için

$$ma=fmg;\ a=fg$$

$$v_y=v_{0y}-fgt$$

$$M=F_s r=J\alpha$$

yazabiliriz. Buradan topun açısal ivmesi ve açısal hızı

$$\alpha=\frac{5fg}{2r};\ \omega=\alpha\tau=\frac{5fg\tau}{2r}$$

olarak bulunur. t süresine kadar top sadece kayarak hareket eder ve daha sonrada sadece dönerek gider. Kayma bitinceye kadar geçen süre

$$v_y=v_{0y}-fgt=\omega r=\frac{5fg\tau}{2};\ \tau=\frac{2v_{0y}}{7fg}$$

olarak bulunur. Topun hareket denklemleri için

$$y(t)_{t\le\tau}=v_{0y}t-\frac{fgt^2}{2};\ y(t)_{t\ge\tau}=y(\tau)+v_y t=\frac{12}{49}\frac{V_0^2}{fg}+\frac{5v_0 t}{7}$$

yazabiliriz. x yönündeki hareket için

$$v_x=v_{0x}-fgt$$
$$M=F_s r=J\alpha$$

yazabiliriz. Buradan topun açısal ivmesi ve açısal hızı

$$\alpha=\frac{5fg}{2r};\ \omega_y=\omega_0-\alpha t=\omega_0-\frac{5fgt}{2r}$$

olarak bulunur. t' süresine kadar top sadece kayarak hareket eder ve daha sonra sadece dönerek gider. Kayma bitinceye kadar geçen süre

$$v_x=v_{0x}-fgt'=\omega r=\left(\omega_0-\frac{5fgt'}{2}\right);\ t'=\frac{2(v_{0y}+\omega_0 r)}{7fg}$$

olarak bulunur. Topun hareket denklemleri için

$$x(t)_{t\le t'}=v_{0x}t-\frac{fgt^2}{2};\ x(t)_{t\ge t'}=x(\tau)+v_x t=\frac{(v_{0x}+\omega_0 r)(12v_{0x}-2\omega_0 r)}{49fg}+\frac{(5v_{0x}-2\omega_0 r)t}{7}$$

yazabiliriz.

3. a) Verim için

$$\eta=1-\frac{T_2}{T_1}$$

yazabiliriz. Isıtıcının sıcaklığını ΔT kadar arttırmak mı yoksa, soğutucun sıcaklığını ΔT kadar azaltmak mı verimi daha fazla artırır irdelenmelidir.

$$\eta_+=1-\frac{T_2}{T_1+\Delta T};\ \eta_-=1-\frac{T_2-\Delta T}{T_1}$$

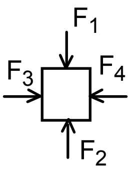
Aralarındaki fark

$$\eta_+-\eta_-=\frac{T_2-\Delta T}{T_1}-\frac{T_2}{T_1+\Delta T}=-\frac{(T_1-T_2+\Delta T)\Delta T}{T_1(T_1+\Delta T)}<0$$

olur. Burada payda pozitif pay ise negatiftir. Verim farkı negatif çıkar. Yani soğuk depoyu ΔT kadar soğutmak, sıcak depoyu ΔT kadar ısıtmaktan daha elverişlidir. Bu durumda verim daha fazla artmaktadır.

b) Carnot makinesi ideal bir durum olup, soğuk depoya aktarılan miktar dışında hiç bir enerji kaybı olmadan geri dönebilir bir prosestir. Bu nedenle bu ideal makine için %100 lük bir verim hayal edebiliriz. Bu durumda $\eta=1$ dir. Bu sadece soğuk deponun sıcaklığı 0° K° olduğunda gerçekleşebilir. Pratikte bu hiç bir zaman elde edilemez ancak bu soğukluğa yaklaşılabilir.

c) Soğuk depo olarak seçeceğimiz ortam sabit sıcaklıkta olmalı ve bu sıcaklığın sabit tutulmasının maliyeti en az olmalıdır. Bu nedenle hem mümkün olduğunca soğuk hemde büyük hacimli doğal bir depo bulmalıyız. Dünyada bu tip en uygun depolar okyanusların dip kısımlarıdır. Eğer bir uzay istasyonunda iseniz, uzayı soğuk depo olarak seçebilirsiniz, hacim sonsuz, sıcaklık ise 2,7K dir. Bunun dışında kutup bölgeleri de uygun bir soğutucu depo olabilir.



4. Halkanın düşmesi sırasında indükte edilmiş e.m.k ve akan akım

$$\varepsilon=-\frac{d\Phi}{dt}=-S\frac{dB}{dt}=-k\ell^2\frac{dz}{dt}=-k\ell^2 v;\ I=\frac{|\varepsilon|}{R}=\frac{k\ell^2 v}{R}$$

olur. Bu akımın oluşturduğu manyetik dipol momenti

$$p_m=IS=\frac{k\ell^4 v}{R}$$

bu dipol momente etki eden kuvvet

$$F=p_m\frac{\partial B_z}{\partial z}=\frac{k^2\ell^4 v}{R}$$

ağırlık kuvvetine eşit olmalıdır.

$$mg=\frac{k^2\ell^4 v}{R}$$

Buradan limit hız

$$v_z=\frac{mg}{k^2\ell^4}$$

olarak bulunur. Cismin hızı ifadesinden ilk hız

$$v=\sqrt{v_0^2+v_z^2};\ v_0=\sqrt{v^2-\left(\frac{mgR}{k^2\ell^4}\right)^2}$$

olarak bulunur.

5. a) Sarımlar paralel bağlı olduklarından herhangi bir andaki endüksiyon e.m.k.ları birbirine eşittir.

$$L_1 I_0 = L_1 I_1 + L_2 I_2$$

Enerji korunumu yasasından maksimum yük kondansatörden geçen akım sıfırlandığında ve $I_1=I_2=I$ olduğu durumunda mümkündür.

$$I=\frac{L_1 I_0}{L_1+L_2}\ ;\ \frac{L_1 I_0^2}{2}=\frac{L_1 I^2}{2}+\frac{L_2 I^2}{2}+\frac{q_m^2}{2C}$$

$$q_m=I_0\sqrt{\frac{CL_1L_2}{L_1+L_2}}$$

b) İkinci sarımdaki akım kondansatördeki yük sıfır olduğunda maksimumdur. Bu durumda manyetik akı korunumu yasasından

$$I_1=I_0-\frac{L_2 I_2}{L_1}$$

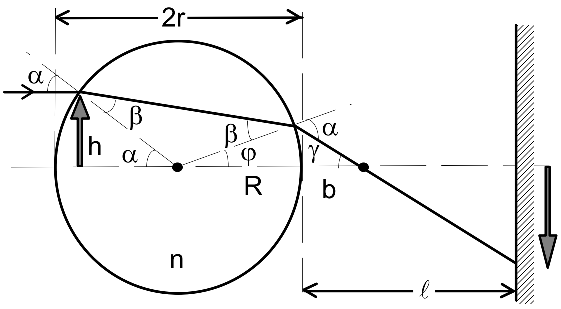
enerji korunumu yasasından

$$\frac{L_1 I_0^2}{2}=\frac{L_1 I_1^2}{2}+\frac{L_2 I_2^2}{2}\ ;\ L_1 I_0^2=L_1\left(I_0-\frac{L_2 I_2}{L_1}\right)^2+L_2 I_2^2$$

yazabiliriz. Bu denklemin iki kökü vardır. Birincisi sıfır olup minimum değerdir. İkinci kök ise

$$I_{2m}=\frac{2L_1 I_0}{L_1+L_2}$$

olur.



6. a) Işın birinci küresel yüzeye düştüğünde kırılıyor. Bu durumda

$$\frac{\sin\alpha}{\sin\beta}=n$$

yazılabilir. Küçük açılar için

$$\sin\alpha\approx tg\alpha\approx\alpha=\frac{h}{r}$$

$$\sin\beta\approx tg\beta\approx\beta$$

yaklaşımını kullanabiliriz. Buradan

$$\alpha=n\beta$$

olarak bulunur. Işın ikinci küresel yüzeye düştüğünde β açısı ile gelip α açısı ile kırılıyor. Şeklin geometrisinden

$$\gamma=180°-(180°-\alpha)-\varphi=\alpha-[180°-(180°-\alpha-2\beta)=2\alpha-2\beta=\frac{2h(n-1)}{nr}$$

olarak yazılabilir. Buradan büyütme oranı

$$k=\frac{H}{h}=\frac{\ell\tan\gamma}{h}=\frac{2\ell(n-1)}{nr}$$

olarak bulunur.

b) Suyun kırıcılık indisi için

$$n=1{,}2+\frac{B}{\lambda^2}\ ;\ \frac{4}{3}=1{,}2+\frac{B}{0{,}6^2}$$

yazabiliriz. Buradan B=0,048 μm^{-2} olarak bulunur. Büyütme oranı

$$k=\frac{2\ell}{r}\left(1-\frac{1}{1{,}2+\frac{0{,}048}{\lambda^2}}\right)$$

şeklinde yazılabilir. Büyütme oranın maksimum olması için

$$\frac{dk}{d\lambda}=0$$

olmalıdır. Buradan 2.0,048λ=0 yada λ=0 olmalıdır. Yani dalga boyu ne kadar küçülürse büyütme o kadar fazladır. Görünür bölgedeki en küçük dalga boyu 0,4 μm kabul edersek kaynak mor bir monokromatik ışık kaynağı olması gerekir.