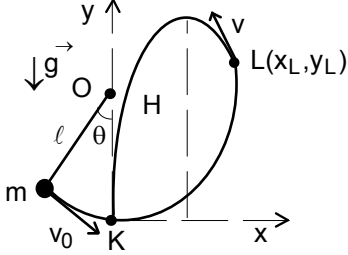


## V. ULUSAL FİZİK OLİMPİYATI İKİNCİ AŞAMA SINAVI-1997



1. Uzunluğu  $\ell=2$  m olan bir sarkacın ucunda noktasal bir  $m$  kütlesi bulunmaktadır. İp düşeyle  $\theta=37^\circ$  lik açı yaptığında, cisme  $v_0$  ilk hızı verilmektedir. Cisim bu noktadan itibaren L noktasına kadar dairesel bir yörünge takip etmekte, L noktasından sonra eğik atış hareketi yaparak O noktasının altında bulunan ve sarkacın denge noktası olan K noktasından geçmektedir. K noktasını x-y koordinat sisteminin başlangıç noktası olarak kabul edelim. Havanın direnci ihmal ediliyor, ve yerçekimi ivmesi  $g=9,8$  m/s<sup>2</sup> olarak veriliyor.

- L noktasının  $x_L$  ve  $y_L$  koordinatları kaç cm dir?
- Cismin L noktasındaki hızı  $v$  kaç m/s dir?
- Cismin ulaştığı maksimum yükseklik  $H$  kaç cm dir?
- Cisim L noktasından K noktasına kadar kaç saniyede ulaşır?
- Cismin tarif edilen yörüngeyi takip edebilmesi için verilen ilk  $v_0$  hızı kaç m/s olmalıdır?

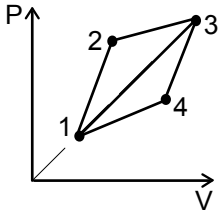
2. Kütlesi  $m$  olan bir cisim sürtülmeli yatay bir düzlem üzerinde durgun halde bulunmaktadır. Cisim aniden kendi kendine patlamakta ve aralarındaki kütle oranları  $\xi = \frac{m - m_1}{m_1}$ , ( $1 < \xi < \infty$ ) olan,  $m - m_1$  ve  $m_1$

kütleli iki parçaya bölünmektedir. Bu iki kütle patlama noktasından birbirine zıt yönlerde kaymaya başlamakta olup patlama sırasında açığa çıkan enerji  $W$  olarak verilmektedir. Cisimlerle yatay düzlem arasındaki sürtünme katsayısı  $f$  dir.

- Her parçanın kazandığı ilk hızı, hareket süresini ve duruncaya kadar aldıkları yolların birbirine oranını bulunuz.
- Sisteme patlamadan sonra etki eden kuvveti, sistemin kütle merkezinin hızını zamanın fonksiyonu olarak yazınız.

c) Sistemin kazandığı maksimum momentum nedir? Verilen  $W$  ve  $m$  değerleri için  $\frac{m}{m_1}$  oranı ne

olmalıdır ki maksimum momentumun değeri en büyük olsun? Bu maksimum en büyük momentumu bulunuz.

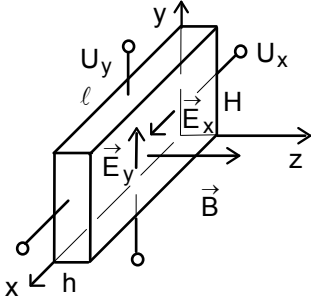


3. a) Verilen P-V diyagramında gerçekleştirilen 1-2-3-1 kapalı prosesin verimi  $\eta_1$ ; 1-3-4-1, kapalı prosesin verimi;  $\eta_2$  ise, 1-2-3-4-1 kapalı prosesin verimi  $\eta$  nedir? Bu prosesin tek atomlu gaz ile yapıldığını ve P-V diyagramında verilen noktaların koordinatlarının

$(P_1, V_1) = (P_0, V_0)$ ;  $(P_2, V_2) = (3P_0, 2V_0)$ ;  $(P_3, V_3) = (4P_0, 4V_0)$ ;  
 $(P_4, V_4) = (2P_0, 3V_0)$  olduğunu kabul edelim.

- 1-2-3-1; 1-3-4-1 ve 1-2-3-4-1 kapalı proseslerinin verimi nedir? Hangi verim en yüksektir?
- 1-2-3-1; 1-3-4-1 ve 1-2-3-4-1 kapalı proseslerinin entropi değişimi nedir?

Not: Tek atomlu gaz için molar ısı kapasitesi  $c_v = \frac{3R}{2}$ ,  $R = 8,314 \frac{J}{mol.K}$  olarak veriliyor.



4. Hall olayını detaylı olarak ele alalım. Elektrik akımını ileten yüklerin -e yüklü elektronlar olduğunu ve kütlelerinin  $m^*$  yani "etkin kütle" olduğunu varsayalım. Etkin kütle elektronlar kristal yapı içinde hareket ederken bunlara etki eden periyodik kuvvetleri içermektedir. Bu  $m^*$  kütlesi daima izole edilmiş serbest bir elektronun kütlesinden daha küçüktür. x, y, ve z yönlerindeki boyutları sırası ile  $\ell$ , H ve h olan dikdörtgenler prizması şeklindeki bir iletken levhaya x yönünde  $E_x$  elektrik alanı ile z-yönünde B manyetik alanı aynı anda uygulanmaktadır. Bu durumda elektrona etki eden kuvvet Lorentz kuvveti olup, y yönünde bir  $E_y$ , Hall elektrik alanı oluşmaktadır. Elektronların ortalama sürüklenme hızı ( drift hız)  $v = \frac{\mu F}{e}$  ile

verilir, burada  $\mu$  hareketlilik (mobilité) sabiti olup  $F=m^*a$  sadece kristal örgü ile çarpışmalar arasında geçerlidir.

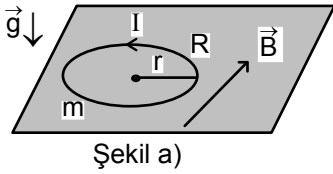
a) Sürüklenme hızının x, y, z bileşenlerini bulunuz. Cevaplarınızı  $E$ 'nin bileşenleri,  $\mu$  ve B cinsinden veriniz.

b) Akım yoğunluğu  $j$ 'nin x, y, z bileşenlerini bulunuz. Cevaplarınızı e,  $\mu$ , B, birim hacimdeki elektron sayısı  $n_0$  ve  $E$ 'nin bileşenleri cinsinden veriniz.

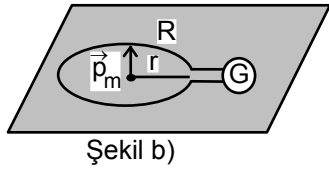
c) Daha sonra  $j_y$  yi sıfıra eşitleyerek  $U_y$  Hall potansiyelini  $\ell$ , H,  $\mu$ ,  $U_x$  (x yönünde uygulanan potansiyel) ve B cinsinden bulunuz.  $U_y$  Hall potansiyelini  $H=1,0$  mm,  $\ell=5,0$  mm,  $\mu = 7 \frac{m^2}{V.s}$ ,  $U_x=1,0$

Volt,  $B=10^{-4}$  T değerleri için hesaplayınız.

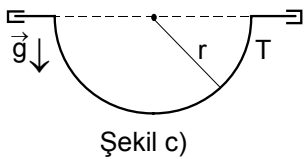
d) Levhanın x yönündeki direnci, B manyetik alanı sıfır olduğunda  $R_0$  olsun. Levhaya z yönünde düz-  
gün bir B manyetik alanı uygulandığında levhanın direncindeki  $\frac{\Delta R}{R_0}$  değişimi  $\mu$  ve B cinsinden nedir?



Şekil a)



Şekil b)

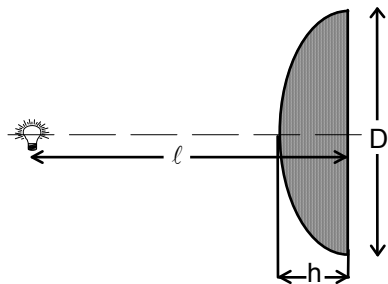


Şekil c)

5. a) Kütleli m, yarıçapı r ve direnci R olan iletken bir tel çember homojen ve yatay yönde uygulanmış B manyetik alanında yatay ve yalıtkan bir masa üzerinde bulunmaktadır. Çemberden akım geçmektedir. Akımın artırılması ile telin masa üzerinde kalktığı gözlenmektedir. Bunun için telden geçen I akımının minimum değeri ne kadar olmalıdır? (Bak şekil a)

b) Aynı tel çember kesilip, telin iki ucu arasında çok duyarlı bir galvanometre bağlanıyor. Tel çemberin merkezine manyetik dipol momentini  $p_m$  olan küçük bir mıknatıs yerleştiriliyor. Mıknatıs hızlı bir şekilde uzaklaştırıldığında galvanometreden geçen yük q olarak ölçülüyor. Mıknatısın manyetik dipol momentini  $p_m$  nedir? (Bak şekil b)

c) Aynı tel çember, çap boyunca kesilip elde edilen iki yarım çember yatay eksenin etrafında serbestçe dönebilecek şekilde, birisi homojen ve dikey yukarıya doğru, diğeri ise yatay olarak uygulanmış B manyetik alanı içine yerleştiriliyor (Bak Şekil c). Her iki yarım çemberden geçen akımların şiddeti  $I_1$  ve  $I_2$  ne olmalıdır ki yarım çemberlerin denge konumlarının etrafında yaptıkları küçük titreşimlerin periyotları T birbirine eşit olsun?



6. Çapı  $D=30$  cm, kalınlığı h olan kalın ve büyük bir konveks-düzlem merceğin önünde, düzlem yüzeyden  $\ell=20$  cm uzakta dalga boyları  $\lambda_m$  mavi ve  $\lambda_k$  kırmızı iki renkli ışık saçan bir kaynak bulunmaktadır. Kırmızı ışık mercekten optik eksene paralel olarak çıkmakta, mavi ışık ise düzlem yüzeyden 8 cm sağ tarafta odaklanmaktadır. Merceğin yapıldığı camın kırıcılık indisi,  $\lambda_k$  için  $n_k=2$  ise;

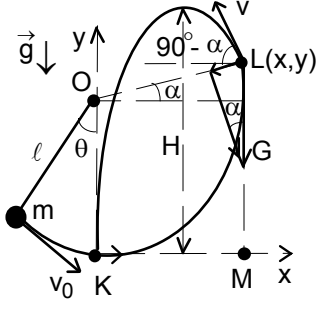
a) Merceğin kalınlığı h, ne kadardır?

b) Camın  $\lambda_m$  için kırıcılık indisi olan  $n_m$ 'yi hesaplayınız.

c)  $\lambda_m=400$  nm, ve  $\lambda_k=800$  nm ise,  $\lambda_y=550$  nm yeşil ışık için camın kırıcılık indisi olan  $n_y$ 'nin yaklaşık değerini hesaplayınız.

d) Merceğin sağ tarafına düzlem yüzeyden 4 cm sağa ve bu yüze paralel olarak bir ekran yerleştirilirse, bu ekran üzerinde oluşacak aydınlanma desenini, boyutları ve renkleri ile, tanımlayınız ve kabaca çizin.

## V. ULUSAL FİZİK OLİMPİYATI İKİNCİ AŞAMA SINAVI ÇÖZÜMLERİ-1997



$$v^2 = gl \sin \alpha$$

K noktasına yerleştirilen koordinat sistemine göre cismin hareketini inceleyebiliriz. L noktasının koordinatları için

$$x = vt \cos(90^\circ - \alpha) = vt \sin \alpha = l \cos \alpha; \quad t = \frac{l \cos \alpha}{v \sin \alpha}$$

$$y = y_L + vt \sin(90^\circ - \alpha) - \frac{gt^2}{2} = l + l \sin \alpha + vt \cos \alpha - \frac{gt^2}{2}$$

yazabiliriz. Cisim K noktasından geçerken  $y=0$  olur ve buradan cismin L noktasındaki hızının karesi

$$0 = l + l \sin \alpha + \frac{l \cos^2 \alpha}{\sin \alpha} - \frac{gl^2 \cos^2 \alpha}{2v^2 \sin^2 \alpha}$$

$$v^2 = \frac{gl \cos^2 \alpha}{2 \sin \alpha (1 + \sin \alpha)} = \frac{gl(1 - \sin^2 \alpha)}{2 \sin \alpha (1 + \sin \alpha)} = \frac{gl(1 - \sin \alpha)}{2 \sin \alpha}$$

olarak bulunur. Hız için elde edilen iki ifadeyi karşılaştırarak

$$2 \sin^2 \alpha + \sin \alpha - 1 = 0$$

elde edilir. Bu denklemi farklı sayısal değerler vererek çözebiliriz. Sayısal olarak çözüm  $\sin \alpha = 0,5$

olarak bulunur. Buradan  $\cos \alpha = \frac{\sqrt{3}}{2} = 0,866$  olarak bulunur. L noktasının x ve y koordinatları

$$x_L = l \cos \alpha = 2,0,866 = 173,2 \text{ cm}; \quad y_L = l + l \sin \alpha = 2 + 2,0,5 = 300 \text{ cm}$$

olarak bulunur.

b) Cismin L noktasındaki hızı

$$v_L = \sqrt{gl \sin \alpha} = \sqrt{9,8 \cdot 2,0,5} = 3,13 \text{ m/s}$$

c) Cismin ulaştığı maksimum yükseklik

$$H = y_L + \frac{v^2 \cos^2 \alpha}{2g} = 300 + \frac{(3,13)^2 (0,866)^2}{2 \cdot 9,8} = 300 + 37,5 = 337,5 \text{ cm}$$

d) K noktasından L bu noktasına ulaşma süresi

$$t = \frac{l \cos \alpha}{v \sin \alpha} = \frac{1,732}{3,13 \cdot 0,5} = 1,1 \text{ s}$$

e) Cismin istenilen yörüngeyi takip edebilmesi için verilmesi gereken hız

$$v_0 = \sqrt{v^2 + 2g[y_L - l(1 - \cos \theta)]} = 7,8 \text{ m/s}$$

olarak bulunur.

2. a) Patlama sonucu her iki parça belli ilk hızları ile harekete geçerler. Bu hızlar enerji ve momentum korunumu yasalarından

$$m_1 v_{01} = m_2 v_{02} = (m - m_1) v_{02}$$

$$\frac{v_{01}}{v_{02}} = \frac{m - m_1}{m_1} = \xi$$

$$v_{01} = \xi v_{02}; \quad v_{01} > v_{02}$$

$$\frac{m - m_1}{m_1} = \xi; \quad m_1 = \frac{m}{1 + \xi}; \quad m_2 = \frac{\xi m}{1 + \xi} = \xi m_1; \quad m_2 > m_1$$

$$W = \frac{m_1 v_{01}^2}{2} + \frac{m_2 v_{02}^2}{2} = \frac{m v_{01}^2}{2(1 + \xi)} + \frac{\xi m v_{02}^2}{2(1 + \xi)} = \frac{m \xi^2 v_{02}^2}{2(1 + \xi)} + \frac{\xi m v_{02}^2}{2(1 + \xi)} = \frac{\xi m v_{02}^2}{2}$$

$$v_{02} = \sqrt{\frac{2W}{\xi m}}; \quad v_{01} = \sqrt{\frac{2W\xi}{m}}$$

olarak bulunur. Parçalar harekete geçtikten sonra sürtünme kuvvetinin etkisi ile hareket etmektedir. Parçalara etki eden sürtünme kuvvetinin yavaşlatma ivmesi her parça için  $fg$  olur. Her parça için hız kanunu kullanarak parçalarının hareket sürelerini parçalarının son hızları sıfır olmak şartından bulabiliriz.

$$v_1 = v_{01} - fgt; v_1 = 0; v_{01} - fgt_1 = 0; t_1 = \frac{v_{01}}{fg} = \frac{1}{fg} \sqrt{\frac{2W\xi}{m}}$$

$$v_2 = v_{02} - fgt; v_2 = 0; v_{02} - fgt_2 = 0; t_2 = \frac{v_{02}}{fg} = \frac{1}{fg} \sqrt{\frac{2W}{\xi m}}$$

Parçalarının durana kadar aldıkları yollar ve aralarındaki oran

$$x_1 = \frac{v_{01}^2}{2fg} = \frac{W\xi}{fmg}; x_2 = \frac{v_{02}^2}{2fg} = \frac{W}{f\xi mg}; \frac{x_1}{x_2} = \xi^2$$

olarak bulunur.

b) Sisteme etki eden toplam kuvvet

$$F_t = fm_1g - fm_2g = fm_1g - f(m - m_1)g = -f(m - 2m_1)g = -fmg \frac{\xi - 1}{\xi + 1}$$

Bu kuvvetin etkisi ile sistemin kütle merkezinin kazandığı momentum ve sistemin kütle merkezinin hızı zamanın fonksiyonu

$$\Delta p = p = mv_{km} = F_t t = -fmg \frac{\xi - 1}{\xi + 1} t; v_{km} = -fg \frac{\xi - 1}{\xi + 1} t$$

olarak bulunur. Aynı sonuca başka yollardan da ulaşabiliriz. Patlamadan sonra sistemin kütle merkezinin zamanın fonksiyonu

$$x_{km} = -\frac{m_1 x_1 - m_2 x_2}{m_1 + m_2} = -\frac{\frac{m}{1 + \xi} \left( v_{01} t - \frac{fgt^2}{2} \right) - \frac{\xi m}{1 + \xi} \left( v_{02} t - \frac{fgt^2}{2} \right)}{m} = -\frac{1}{1 + \xi} \left[ \left( v_{01} t - \frac{fgt^2}{2} \right) - \xi \left( v_{02} t - \frac{fgt^2}{2} \right) \right] = -\frac{fgt^2}{2} \frac{\xi - 1}{\xi + 1}$$

olarak yazılabilir. Buradan türev alarak sistemin kütle merkezinin hızı

$$v_{km} = \frac{dx_{km}}{dt} = -fg \frac{\xi - 1}{\xi + 1} t$$

olarak bulunur.

c) Sistem maksimum momentum daha büyük kütleli cisim durduğu anda kazanmaktadır. Bundan sonra diğer parça sistemin kütle merkezinin hızını azaltmaktadır.

$$p_{mak} = fmg \frac{\xi - 1}{\xi + 1} t_2 = fmg \frac{\xi - 1}{\xi + 1} \frac{1}{fg} \sqrt{\frac{2W}{\xi m}} = \sqrt{2mW} \frac{\xi - 1}{\sqrt{\xi(\xi + 1)}}$$

Sistemin hangi  $\xi$  değeri için maksimum momentumu kazanacağını bulmak için  $p_{mak}$ ' nın  $\xi$ 'ye göre türev alıp sıfıra eşitlemeliyiz.

$$\frac{dp_{mak}}{d\xi} = 0; \xi = 2 + \sqrt{5}; \frac{m}{m_1} = 3 + \sqrt{5}$$

buluruz. Sistemin maksimum momentumunun en büyük değeri

$$p_{mak}(\text{en büyük}) = -\frac{\sqrt{2mW}(\sqrt{5} + 1)}{\sqrt{2 + \sqrt{5}}(3 + \sqrt{5})} = -\frac{\sqrt{2mW}(\sqrt{5} - 1)}{2\sqrt{2 + \sqrt{5}}}$$

olarak bulunur.

3. a) Bir kapalı prosesin verimi

$$\eta = \frac{Q_1 - Q_2}{Q_1} = \frac{A}{Q_1}$$

olarak tanımlanır. Burada  $Q_1$  ısıtıcıdan sisteme verilen ısı,  $Q_2$  ise sistemden soğutucuya verilen ısı miktarı,  $A$  ise sistemin yaptığı iştir. Verilen ısı ile hem iş yapılabilir hem de sistemin iç enerjisini değiştirmek mümkündür.

$$Q = \Delta U + \Delta A$$

Verilen kapalı prosesler için verimler

$$\eta_1 = \frac{Q_{12} + Q_{23} - Q_{31}}{Q_{12} + Q_{23}} = \frac{Q_{123} - Q_{31}}{Q_{123}}$$

$$Q_{31} = (1 - \eta_1)Q_{123}$$

$$\eta_2 = \frac{Q_{13} - Q_{34} - Q_{41}}{Q_{13}} = \frac{Q_{13} - Q_{341}}{Q_{13}}$$

$$Q_{341} = (1 - \eta_2)Q_{13}$$

$$Q_{341} = (1 - \eta_1)(1 - \eta_2)Q_{123}$$

$$\eta = \frac{Q_{12} + Q_{23} - Q_{34} - Q_{41}}{Q_{12} + Q_{23}} = \frac{Q_{123} - Q_{341}}{Q_{123}}$$

$$= \frac{Q_{123} - (1 - \eta_1)(1 - \eta_2)Q_{123}}{Q_{123}} = \eta_1 + \eta_2 - \eta_1\eta_2$$

olarak yazabiliriz. Burada  $|Q_{13}| = |Q_{31}|$  dir.

b) Verilen noktalardaki gaz denklemlerini yazalım.

$$P_1 V_1 = P_0 V_0 = RT_1; T_1 = \frac{P_0 V_0}{R}$$

$$P_2 V_2 = 6P_0 V_0 = RT_2; T_2 = \frac{6P_0 V_0}{R}$$

$$P_3 V_3 = 16P_0 V_0 = RT_3; T_3 = \frac{16P_0 V_0}{R}$$

$$P_4 V_4 = 6P_0 V_0 = RT_4; T_4 = \frac{6P_0 V_0}{R}$$

1-2-3-1 ve 1-3-4-1 kapalı proseslerde yapılan A işi eşit olup, 1-2-3-4-1 kapalı processte yapılan iş 2A dir. Yapılan A işini en kolay geometrik alan hesaplayarak bulabiliriz.

$$A = \frac{(P_0 + 3P_0)V_0}{2} + \frac{(3P_0 + 4P_0)2V_0}{2} - \frac{(P_0 + 4P_0)3V_0}{2} = \frac{3P_0 V_0}{2}$$

1-2-3-1 kapalı processte verilen ısı

$$Q_{13} = Q_{12} + Q_{23}$$

$$Q_{12} = \Delta U_{12} + A_{12} = C_V(T_2 - T_1) + \frac{(P_0 + 3P_0)V_0}{2} = \frac{3R}{2}(T_2 - T_1) + 2P_0 V_0 =$$

$$\frac{3R}{2} \left( \frac{6P_0 V_0}{R} - \frac{P_0 V_0}{R} \right) + 2P_0 V_0 = \frac{19P_0 V_0}{2}$$

$$Q_{23} = \Delta U_{23} + A_{23} = C_V(T_3 - T_2) + \frac{(3P_0 + 4P_0)2V_0}{2} = \frac{3R}{2}(T_3 - T_2) + 7P_0 V_0 =$$

$$\frac{3R}{2} \left( \frac{16P_0 V_0}{R} - \frac{6P_0 V_0}{R} \right) + 7P_0 V_0 = 22P_0 V_0$$

$$Q_{123} = Q_{12} + Q_{23} = \frac{19P_0 V_0}{2} + 22P_0 V_0 = \frac{63P_0 V_0}{2}$$

olarak bulunur. Sistemin verimi

$$\eta_1 = \frac{A}{Q_{123}} = \frac{1}{21}$$

olarak bulunur. 1-3-4-1 kapalı processte verilen ısı

$$Q_{13} = \Delta U_{13} + A_{13} = C_V(T_3 - T_1) + \frac{(P_0 + 4P_0)3V_0}{2} = \frac{3R}{2}(T_3 - T_1) + \frac{15P_0 V_0}{2} =$$

$$= \frac{3R}{2} \left( \frac{16P_0 V_0}{R} - \frac{P_0 V_0}{R} \right) + \frac{15P_0 V_0}{2} = 30P_0 V_0$$

olarak bulunur. Sistemin verimi

$$\eta_2 = \frac{A}{Q_{13}} = \frac{1}{20}$$

olarak bulunur. 1-2-3-4-1 kapalı prosesin verimi

$$\eta = \eta_1 + \eta_2 - \eta_1 \eta_2 = \frac{1}{21} + \frac{1}{20} - \frac{1}{21} \cdot \frac{1}{20} = \frac{2}{21}$$

olarak bulunur. En yüksek verim 1-2-3-4-1 kapalı proseste, sonra 1-3-4-1 kapalı proseste ve en küçük verim 1-2-3-1 kapalı proseste gerçekleşmektedir.

c) Entropinin tanımı

$$\begin{aligned} \Delta\Sigma &= \int \frac{\delta Q}{T} = \int \frac{\Delta U + \Delta A}{T} = \int \frac{c_V dT}{T} + \int \frac{PdV}{T} = \int \frac{c_V dT}{T} + \int \frac{RTdV}{TV} = \\ &= \int_{T_i}^{T_s} \frac{c_V dT}{T} + \int_{V_i}^{V_s} \frac{RdV}{V} = c_V \ln \frac{T_s}{T_i} + R \ln \frac{V_s}{V_i} = \frac{3R}{2} \ln \frac{T_s}{T_i} + R \ln \frac{V_s}{V_i} \end{aligned}$$

şeklinde yapılır. Burada  $T_i$ , sistemin ilk sıcaklığı,  $V_i$ , sistemin ilk hacmi,  $T_s$ , sistemin son sıcaklığı,  $V_s$ , sistemin son hacmidir. 1-2-3-1 kapalı proseste entropi değişimi

$$\begin{aligned} \Delta\Sigma_{1231} &= \Delta\Sigma_{12} + \Delta\Sigma_{23} + \Delta\Sigma_{31} = \frac{3R}{2} \ln \frac{T_2}{T_1} + R \ln \frac{V_2}{V_1} + \frac{3R}{2} \ln \frac{T_3}{T_2} + R \ln \frac{V_3}{V_2} + \frac{3R}{2} \ln \frac{T_1}{T_3} + R \ln \frac{V_1}{V_3} = \\ &= \frac{3R}{2} \ln \frac{T_2}{T_1} \frac{T_3}{T_2} \frac{T_1}{T_3} + R \ln \frac{V_2}{V_1} \frac{V_3}{V_2} \frac{V_1}{V_3} = \frac{3R}{2} \ln 1 + R \ln 1 = 0 \end{aligned}$$

1-3-4-1 kapalı proseste entropi değişimi

$$\begin{aligned} \Delta\Sigma_{1341} &= \Delta\Sigma_{13} + \Delta\Sigma_{34} + \Delta\Sigma_{41} = \\ &= \frac{3R}{2} \ln \frac{T_3}{T_1} + R \ln \frac{V_3}{V_1} + \frac{3R}{2} \ln \frac{T_4}{T_3} + R \ln \frac{V_4}{V_3} + \frac{3R}{2} \ln \frac{T_1}{T_4} + R \ln \frac{V_1}{V_4} = \\ &= \frac{3R}{2} \ln \frac{T_3}{T_1} \frac{T_4}{T_3} \frac{T_1}{T_4} + R \ln \frac{V_3}{V_1} \frac{V_4}{V_3} \frac{V_1}{V_4} = \frac{3R}{2} \ln 1 + R \ln 1 = 0 \end{aligned}$$

1-2-3-4-1 kapalı proseste entropi değişimi

$$\begin{aligned} \Delta\Sigma_{12341} &= \Delta\Sigma_{12} + \Delta\Sigma_{23} + \Delta\Sigma_{34} + \Delta\Sigma_{41} = \frac{3R}{2} \ln \frac{T_2}{T_1} + R \ln \frac{V_2}{V_1} + \\ &+ \frac{3R}{2} \ln \frac{T_3}{T_2} + R \ln \frac{V_3}{V_2} + \frac{3R}{2} \ln \frac{T_4}{T_3} + R \ln \frac{V_4}{V_3} + \frac{3R}{2} \ln \frac{T_1}{T_4} + R \ln \frac{V_1}{V_4} = \\ &= \frac{3R}{2} \ln \frac{T_2}{T_1} \frac{T_3}{T_2} \frac{T_4}{T_3} \frac{T_1}{T_4} + R \ln \frac{V_2}{V_1} \frac{V_3}{V_2} \frac{V_4}{V_3} \frac{V_1}{V_4} = \frac{3R}{2} \ln 1 + R \ln 1 = 0 \end{aligned}$$

olarak bulunur. Her kapalı proseste entropi değişiminin sıfır olduğunu bilmektedir. Yapılan hesaplar sadece bunu kanıtlamak içindir.

4. a) Klasik Hall olayında elektronların hızlarını bulmak için vektörel olarak çalışmalıyız. Bu hızı

$$\vec{v} = v_x \vec{e}_x + v_y \vec{e}_y + v_z \vec{e}_z = \frac{\mu \vec{F}}{e} = \frac{\mu \left( -e \vec{E} - e(\vec{v} \times \vec{B}) \right)}{e} = -\mu \left( \vec{E} + (\vec{v} \times \vec{B}) \right)$$

şeklinde yazabiliriz. Elektrik alandan kaynaklanan terim

$$\vec{E} = E_x \vec{e}_x + E_y \vec{e}_y + E_z \vec{e}_z$$

Lorentz kuvvetinden kaynaklanan terim

$$\vec{v} \times \vec{B} = \begin{vmatrix} \vec{e}_x & \vec{e}_y & \vec{e}_z \\ v_x & v_y & v_z \\ 0 & 0 & B \end{vmatrix}$$

matris çarpımı olarak yazılabilir. Buradan hızların bileşenleri için

$$v_x = -\mu(E_x + v_y B); v_y = -\mu(E_y - v_x B); v_z = 0$$

yazabiliriz. Bu denklemleri kullanarak

$$v_x = -\mu[E_x - \mu(E_y - v_x B)]; v_x = \frac{-\mu E_x + \mu^2 B E_y}{1 + \mu^2 B^2}$$

$$v_y = -\mu[E_y - \mu(E_x + v_y B)]; v_y = \frac{\mu E_y + \mu^2 B E_x}{1 + \mu^2 B^2}$$

olarak bulunur.

b) Akım yoğunluğu

$$j_x = -n_0 e v_x = -n_0 e \frac{-\mu E_x + \mu^2 B E_y}{1 + \mu^2 B^2}; j_y = -n_0 e v_y = n_0 e \frac{\mu E_y + \mu^2 B E_x}{1 + \mu^2 B^2}$$

$$j_z = 0$$

olarak yazılabilir.

c)  $j_y = 0$  şartından

$$E_y = -\mu E_x B; \frac{U_y}{H} = \mu B \frac{U_x}{\ell}; U_y = -\frac{\mu B H U_x}{\ell} = -1,4 \cdot 10^{-4} \text{ V}$$

olarak bulunur.

d) Hall olayında direnci bulmak için  $E_y = 0$  kabul ederek x yönündeki akım yoğunluğu ve akım için

$$j_x = \frac{n_0 e \mu E_x}{1 + \mu^2 B^2}; I_1 = H h j_x = \frac{n_0 e \mu E_x h H}{1 + \mu^2 B^2} = \frac{n_0 e \mu U_x h H}{(1 + \mu^2 B^2) \ell}$$

yazabiliriz. Direnç

$$R = \frac{U_x}{I_x} = \frac{(1 + \mu^2 B^2) \ell}{n_0 e \mu h H}$$

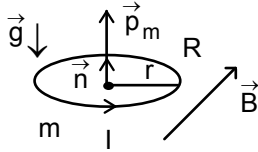
olur.  $B=0$  ise

$$R_0 = \frac{\ell}{n_0 e \mu h H}$$

olarak yazılabilir. Manyetik alanın etkisi ile direncin değişimi

$$\frac{\Delta R}{R_0} = \frac{R - R_0}{R_0} = \mu^2 B^2$$

olarak bulunur.



5. a) Halkanın dipol momenti

$$\vec{p}_m = I S \vec{n}; p_m = I S$$

Burada  $\vec{n}$ , I akımının aktığı düzleme dik olan birim vektördür. Bu dipol momentinin oluşturduğu moment

$$\vec{M} = \vec{p}_m \times \vec{B}; M = p_m B \sin 90^\circ = I S B = I B \pi r^2$$

Bu moment denge durumunda ağırlık kuvvetinin momentine eşittir.

$$m g r = I B \pi r^2; I = \frac{m g}{\pi B r}$$

olarak bulunur. Aynı sonuca başka bir yöntemle de ulaşabiliriz. Küçük

$$d\ell = r d\theta$$

uzunluktaki bir parçaya etki eden Amper kuvveti

$$dF = I B d\ell \sin \theta = I B r \sin \theta d\theta$$

bu kuvvetin yarattığı moment

$$dM = dF r \sin \theta = I B r^2 \sin^2 \theta d\theta$$

Halkaya etki eden toplam moment telin her yarım çembere etki eden momentlerinin toplamına eşittir.

$$M = 2 \int_0^\pi dM = \int_0^\pi I B r^2 \sin^2 \theta d\theta = 2 I B r^2 \int_0^\pi \frac{(1 - \cos 2\theta) d\theta}{2} =$$

$$= I B r^2 \left( \int_0^\pi d\theta - \int_0^\pi \cos 2\theta d\theta \right) = I B r^2 \left( \theta \Big|_0^\pi - \frac{\sin 2\theta}{2} \Big|_0^\pi \right) = I B \pi r^2$$

Buradan sonra yukarıda verilen ağırlık kuvvetinin momentine eşitleyerek istenilen akım bulunur.

b) Mıknatısın dipol momentini bulmak için iki farklı yöntem kullanabiliriz. Birinci yöntemde mıknatısın uzaklaşması ile telden geçen akım sayesinde galvanometreden yük geçmesi yerine telden geçirilen yük sayesinde telin oluşturduğu manyetik dipol momentini mıknatısın dipol momentine eşit olmalıdır. İndükte edilmiş e.m.k. ve yük ile manyetik akı arasındaki ilişki için

$$\varepsilon = -\frac{d\Phi}{dt} = -L\frac{dI}{dt} = IR = \frac{dq}{dt}R; \Phi = qR$$

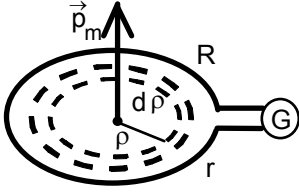
yazabiliriz. Akımın halkanın merkezinde yarattığı manyetik alan

$$B = \frac{\mu_0 I}{2r}$$

Halkadan geçen manyetik akı ve manyetik dipol momentini

$$\Phi = BS = \frac{\mu_0 IS}{2r} = \frac{\mu_0 p_m}{2r} = qR; p_m = \frac{2rRq}{\mu_0}$$

olarak bulunur.



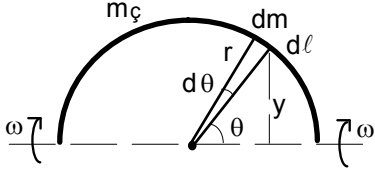
Diğer yöntemde bir dipol momentin yarattığı manyetik alan

$$B = \frac{\mu_0 p_m}{4\pi \rho^3}$$

olduğunu kullanabiliriz. Burada  $\rho$  dipol ile manyetik alanı bulunan nokta arasındaki uzaklıktır. Çember telin içinde yarıçapı  $\rho$  ve genişliği  $d\rho$  olan bir halka seçersek bu halkadan geçen manyetik akı

$$\Phi = \int_0^r B dS = \int_0^r \frac{\mu_0 p_m 2\pi \rho d\rho}{4\pi \rho^3} = \frac{\mu_0 p_m}{2r} = qR$$

olarak bulunur. Buradan aynı sonuca varabiliriz.



c) Yarı çemberin kütlesi  $m_ç = \frac{m}{2}$ , çaptan geçen doğruya göre eylemsizlik momenti bulmak için uzunluğu

$$d\ell = r d\theta$$

ve kütlesi

$$dm = \mu d\ell = \frac{m_ç d\theta}{\pi} = \frac{m d\theta}{2\pi}$$

olan küçük bir parça alalım. Bu parçanın dönme eksenine kadar olan uzaklık

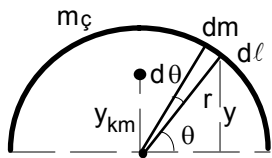
$$y = r \sin \theta$$

dönme eksenine göre eylemsizlik momenti

$$dJ = dm y^2$$

toplam eylemsizlik momenti

$$J = \int_0^\pi dJ = \int_0^\pi \frac{m}{2\pi} r^2 \sin^2 \theta d\theta = \frac{m r^2}{2\pi} \int_0^\pi \frac{(1 - \cos 2\theta)}{2} d\theta = \frac{m r^2}{4}$$



yarı çemberin kütle merkezinin çapa olan uzaklığı

$$y_{km} = \frac{\int y dm}{\int dm} = \frac{\int_0^\pi \frac{m}{2\pi} r \sin \theta d\theta}{\frac{m}{2}} = -\frac{r}{\pi} \cos \theta \Big|_0^\pi = \frac{2r}{\pi}$$

olarak bulunur. Yarı çemberin alanı için

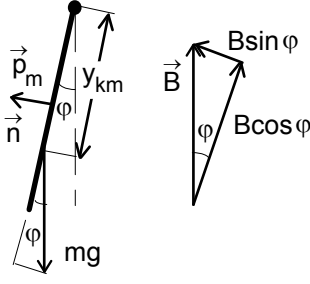
$$S_ç = \frac{\pi r^2}{2}$$

yazabiliriz. Yarım çemberin çaptan geçen eksen boyunca birbirine zıt yönde I akımı geçiren iki tel ile tamamlayalım. Bu durumda kapalı olan bir alan; yani bir dipol oluşur. Bu dipole diğer I akımdan kaynaklanan manyetik alan moment yaratmamaktadır, çünkü dipolün birim vektörü ile I akımın B manyetik alanı bir birine paraleldir. Bu durumda oluşturulan kapalı çerçevenin manyetik dipol momentini

$$p_m = IS_ç = \frac{I \pi r^2}{2}$$

olarak yazılabilir.





Düşey yönde uygulanmış B manyetik alanda yarı çemberin hareket denklemi

$$M = p_m B \sin(90^\circ - \varphi) - m_\varphi g y_{km} \sin \varphi = p_m B \cos \varphi - \frac{m}{2} g \frac{2r}{\pi} \sin \varphi$$

şeklinde yazılabilir. Burada yarı çemberin denge konumu  $M=0$  şartından bulunur.

$$\tan \varphi_0 = \frac{\pi p_m B}{m g r} = \frac{\pi^2 B r I_1}{2 m g}; \quad \sin \varphi_0 = \frac{\text{tg} \varphi_0}{\sqrt{1 + \text{tg}^2 \varphi_0}}; \quad \cos \varphi_0 = \frac{1}{\sqrt{1 + \text{tg}^2 \varphi_0}}$$

Yarım çemberin titreşimi bu denge konumu etrafında gerçekleşmektedir. Açık

$$\varphi = \varphi_0 + d\varphi = \varphi_0 + \theta$$

Titreşim denklemi

$$J_\varphi \alpha = J_\varphi \ddot{\varphi} = J_\varphi \ddot{\theta} = \frac{d}{d\varphi} \left( p_m B \cos \varphi - \frac{m g r \sin \varphi}{\pi} \right) \Big|_{\varphi=\varphi_0} d\varphi = - \left( p_m B \sin \varphi_0 + \frac{m g r \cos \varphi_0}{\pi} \right) \theta$$

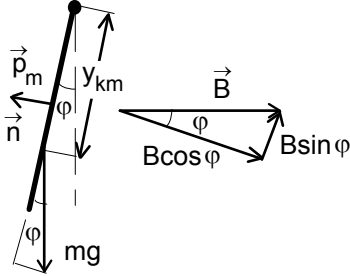
olarak yazılabilir. Buradan titreşim denklemi

$$\ddot{\theta} + \frac{\left( p_m B \frac{\text{tg} \varphi_0}{\sqrt{1 + \text{tg}^2 \varphi_0}} + \frac{m g r}{\pi \sqrt{1 + \text{tg}^2 \varphi_0}} \right)}{J_\varphi} \theta = 0; \quad \ddot{\theta} + \frac{4g}{\pi r} \sqrt{1 + \frac{\pi^4 r^2 B^2 I_1^2}{4m^2 g^2}} \theta = 0$$

olarak bulunur. Titreşimin hareketinin titreşim frekansı, titreşim periyodu ve akım

$$\Omega_1 = \sqrt{\frac{4g}{\pi r} \sqrt{1 + \frac{\pi^4 r^2 B^2 I_1^2}{4m^2 g^2}}}; \quad T = \frac{2\pi}{\Omega_1} = \frac{2\pi}{\sqrt{\frac{4g}{\pi r} \sqrt{1 + \frac{\pi^4 r^2 B^2 I_1^2}{4m^2 g^2}}}}; \quad I_1 = \frac{2mg}{\pi^2 r B} \sqrt{\left( \frac{\pi^3 r}{g T^2} \right)^2 - 1}$$

olarak bulunur.



Yatay yönde uygulanmış B manyetik alanda yarı çemberin titreşim hareketin denklemi

$$M = J_\varphi \alpha = J_\varphi \ddot{\varphi} = \pm (p_m B \sin \varphi - m_\varphi g y_{km} \sin \varphi) \approx \pm (p_m B - \frac{m}{2} g \frac{2r}{\pi}) \varphi$$

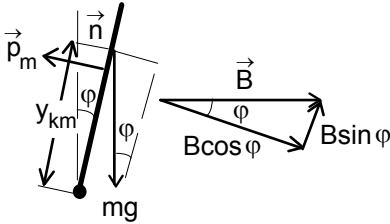
Burada ağırlık kuvvetinin momenti dipol momentinin momentinden büyük ise + işareti alınır ve denge konumu  $\varphi=0^\circ$  dir. Dipol momentinin ağırlık kuvvetinin momentinden büyük ise (-) işareti alınır ve denge konumu  $\varphi=180^\circ$  dir. İki durum için

$$\ddot{\varphi} + \frac{\frac{m g r}{\pi} - \frac{\pi r^2 B I_{21}}{\pi}}{J_\varphi} \varphi = 0; \quad \ddot{\varphi} + \left( \frac{4g}{\pi r} - \frac{2\pi B I_{21}}{m} \right) \varphi = 0$$

yazabiliriz. Buradan titreşimin hareketinin titreşim frekansı, titreşim periyodu ve akım

$$\Omega_{21} = \sqrt{\frac{4g}{\pi r} - \frac{2\pi B I_{21}}{m}}; \quad T = \frac{2\pi}{\Omega_{21}} = \frac{2\pi}{\sqrt{\frac{4g}{\pi r} - \frac{2\pi B I_{21}}{m}}}; \quad I_{21} = \frac{m}{2\pi B} \left( \frac{4g}{\pi r} - \frac{4\pi^2}{T^2} \right)$$

olarak bulunur.



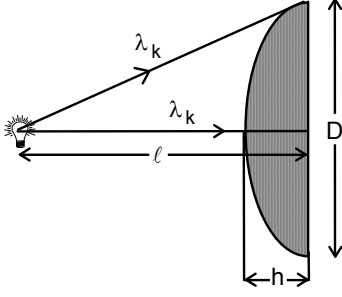
Diğer durum için

$$\ddot{\varphi} + \frac{\frac{\pi r^2 B I_{21}}{2} - \frac{m g r}{\pi}}{J_\varphi} \varphi = 0; \quad \ddot{\varphi} + \left( \frac{2\pi B I_{21}}{m} - \frac{4g}{\pi r} \right) \varphi = 0$$

yazabiliriz. Titreşimin hareketinin titreşim frekansı, titreşim periyodu ve akım

$$\Omega_{22} = \sqrt{\frac{2\pi B I_{21}}{m} - \frac{4g}{\pi r}}; \quad T = \frac{2\pi}{\Omega_{22}} = \frac{2\pi}{\sqrt{\frac{2\pi B I_{21}}{m} - \frac{4g}{\pi r}}}; \quad I_{22} = \frac{m}{2\pi B} \left( \frac{4\pi^2}{T^2} - \frac{4g}{\pi r} \right)$$

olarak bulunur.



6. a) Fermat prensibine göre aynı ışık kaynağından çıkan iki farklı ışının optik yolları eşittir. Kırmızı ışık için Fermat prensibini kullanarak

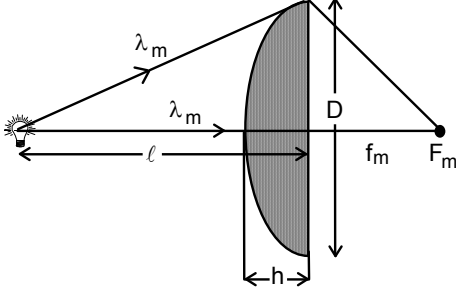
$$(\ell-h) + n_k h = \sqrt{\ell^2 + \left(\frac{D}{2}\right)^2}$$

yazabiliriz. Buradan

$$(20-h) + 2 \cdot h = \sqrt{20^2 + 15^2}$$

$$h = 5 \text{ cm}$$

olarak bulunur.



b) Mavi ışık için Fermat prensibini kullanarak

$$(\ell-h) + n_m h + f_m = \sqrt{\ell^2 + \left(\frac{D}{2}\right)^2} + \sqrt{\left(\frac{D}{2}\right)^2 + f_m^2}$$

yazabiliriz. Buradan

$$(20-5) + n_m 5 + 8 = \sqrt{20^2 + 15^2} + \sqrt{8^2 + 15^2}$$

$$23 + 5n_m = 25 + 17$$

$$n_m = 3,8$$

olarak bulunur.

c) Yeşil ışık için kırıcılık indisini bulmak için dispersiyon bağlantısını yazabiliriz. Mavi ve kırmızı ışık için

$$\frac{dn}{d\lambda} \approx \frac{\Delta n}{\Delta \lambda} = \frac{3,8 - 2}{400 - 800} = -\frac{1,8}{400} = -4,5 \cdot 10^{-3} \text{ nm}^{-1}$$

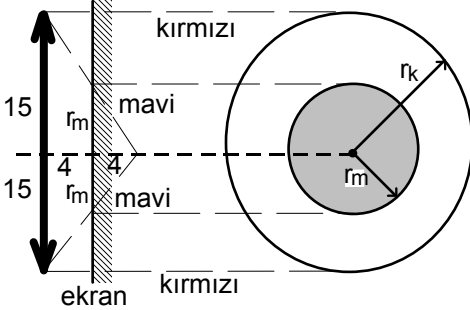
olarak bulunur. Yeşil ışık için mavi ışığın dalga boyunu kullanarak

$$\lambda_y = 550 \text{ nm} = \lambda_m + \Delta \lambda, \Delta \lambda = 150 \text{ nm}$$

ve kırıcılık indisi

$$n_y = n_m + \frac{dn}{d\lambda} \Delta \lambda = 3,8 - 4,5 \cdot 10^{-3} \cdot 150 = 3,125$$

olarak bulunur. Diğer bir çözüm kırmızı ışığın dalga boyunu kullanarak bulunulabilir ve aynı sonuç bulunur. .



d) Mercekten 4 cm uzakta bir ekran yerleştirildiğinde kırmızı ışınlar paralel yolunu devam ettirmekte, mavi ışınlar ise odaklanmaktadır. Kırmızı ışınlardan dolayı ekran üzerinde yarıçapı  $r_k = 15$  cm olan kırmızı renkli bir daire gözlenmektedir. Mavi ışınlardan oluşan dairenin yarıçapını bulmak için benzerlikten faydalanabiliriz.

$$\frac{4}{8} = \frac{r_m}{15}, r_m = 7,5 \text{ cm}$$

olarak bulunur. Sonuç olarak ekranda yarıçapı  $r_k = 15$  cm olan kırmızı renkli bir daire ve bunun üstüne oturmuş aynı

mer-kezli yarıçapı  $r_m = 7,5$  cm mavi renkli bir daire oluşur. İçteki küçük çaplı dairenin rengi kırmızı ve mavi renklerin karışımı, dıştaki bölge ise kırmızıdır.