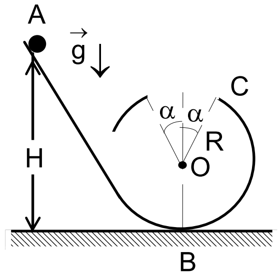
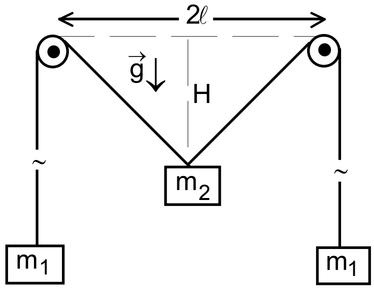
IV. ULUSAL FİZİK OLİMPİYATI İKİNCİ AŞAMA SINAVI -1996



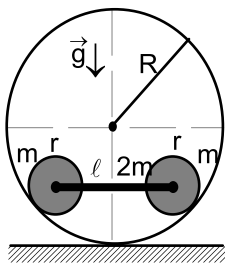
1. Sürtünmesiz bir eğik düzlem üzerinde H yüksekliğinde bulunan A noktasından m kütleli noktasal bir cisim serbest olarak bırakılıyor. Cisim B noktasından sonra yarıçapı R olan bir çember şeklindeki rayın iç yüzeyi üzerinde hareket etmektedir. Bu çemberin üst kısmında 2α açısına karşı gelen bir bölüm kesilip çıkarılmıştır. Cisim C noktasından geçtikten sonra çemberin bu kesik kısmından dışarı çıkmadan yoluna devam edip tekrar çemberin iç yüzünde dairesel hareketini sürdürmektedir. (Havanın direnci ve tüm yüzeyler-deki sürtünmeler yok sayılmaktadır. Yerçekimi ivmesi g veriliyor.) Bu problem-de cismin raydan çıkmadan hareket etmesini sağlayan çeşitli $\frac{H}{R}$ ve α değerleri incelenecektir.

a) H yüksekliğinin olması gereken en küçük değerini ve bu durumdaki α açısını bulunuz.
b) H yüksekliği en fazla 3R olması istenirse bu durumda α ne olmalıdır?
c) $H=\frac{5R}{2}$ olduğu durumda hareketi inceleyiniz.
d) $\frac{H}{R}$ oranını α nın fonksiyonu olarak kabaca çiziniz ve bu eğriyi yorumlayınız.

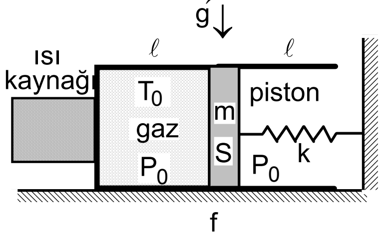


2. Çok uzun iki ipin uçlarına kütleleri m_1 olan cisimler tutturulmuştur. İplerin diğer uçları aynı seviyede bulunan sürtünmesiz ve kütlesiz iki makaradan geçirilmiş olup, kütlesi m_2 olan cisme bağlıdır. Makaralar arasındaki uzaklık 2ℓ dir. Kütleleri m_1 olan cisimler makaralara göre simetrik bir şekilde yerleştirilmiştir. Başlangıçta kütlesi m_2 olan cisim makaraların merkezlerinden geçen yatay doğru üzerinde bulunmakta-dır. Yerçekimi ivmesi g veriliyor.

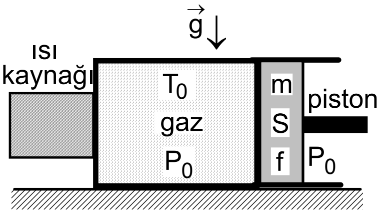
a) m_2 kütleli cisim başlangıç seviyesinden yavaşça aşağıya doğru indiriliyor. Denge sağlandığında bu cisim başlangıç seviyesinden ne kadar aşağıda bulunur?
b) Dengenin olabilmesi için m_1 ve m_2 kütlelerinin değerleri arasındaki bağıntı ne olmalıdır?
c) m_2 kütleli cisim başlangıç seviyesinden serbest bırakılırsa, başlangıç seviyesinden ne kadar aşağıya inebilir?
d) m_2 kütleli cisim denge durumundan geçerken hızı nedir? Sistemdeki cisimlerin hareketini nasıl tanımlayabilirsiniz?
e) $m_2=2m_1$ olduğu durum için üstteki şıkları yorumlayınız. Çok uzun bir süre sonra cisimler nasıl hareket edeceklerdir?



3. Kütlesi m ve yarıçapı r olan homojen iki disk sabitleştirilmiş olup yarıçapı R=3r olan içi boş ve yatay konumda bulunan bir silindirin iç yüzeyinde hareket edebilmektedirler. İki disk, uzunluğu $\ell=2\sqrt{2}\,r$ ve kütlesi 2m olan bir çubukla tutturulmuş olup kendi eksenleri etrafında serbestçe dönebilmekte ve diskler silindirin iç yüzeyi üzerinde kaymadan yuvarlanarak hareket etmektedirler. Şekilde gösterildiği gibi çubuk yatay konumunda iken sistemin silindirin merkezine göre eylemsizlik momentini, sistemin yapacağı küçük titreşimlerin periyodunu bulunuz.



4. Uzunluğu 2ℓ olan bir silindir yatay ve sürtünmeli bir düzlem üzerinde bulunmaktadır. Silindirin tam ortasında bulunan ve sürtünmesiz olarak hareket edebilen, pistonun kesit alanı S dir. Silindir ile pistonun toplam kütlesi m dir. Silindir ile düzlem arasındaki sürtünme katsayısı f, yerçekimi ivmesi g ve dışındaki gazın basıncı P_0 olarak veriliyor. Silindirin içinde bulunan gazın sıcaklığı T_0 ve basıncı P_0 dır. Silindirin tabanı ısı geçirmekte olup bir ısı kaynağı ile temas halinde-dir. Piston yay sabiti k olan bir yay ile sabit bir duvara tutturulmuştur. Bu durumda yay gerilmemiştir. Sürtünme katsayısına bağlı olarak silindir içindeki gazın sıcaklığı ne olmalıdır ki piston silindirin dışına çıkabilsin?

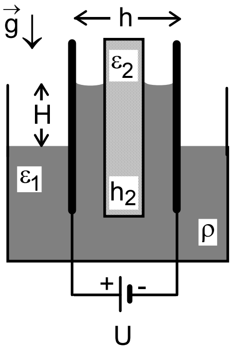


5. Yatay ve sürtünmeli düzlem üzerindeki ağır bir silindirin içinde bir piston vasıtasıyla adyabatik katsayısı γ, sıcaklığı T_0 ve basıncı P_0 olan bir mol ideal gaz tutulmaktadır. Silindirin tabanı ısı geçirmektedir. Piston ısıca yalıtılmış olup piston ile silindir arasındaki sürtünme katsayısı f, pistonun kütlesi m, pistonun kesit alanı S, yerçekimi ivmesi g, gaz sabiti R olarak veriliyor. Silindirin dışındaki gazın basıncı P_0 dır.

a) Piston harekete geçene kadar verilen ısı miktarı nedir?

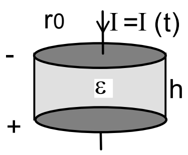
b) Piston harekete geçtikten sonra, silindir ile piston arasındaki sürtünme sonucu, piston sabit hız ile hareket etmektedir. Pistonun silindir ile sürtünmesinden dolayı yapılan iş sonucunda açığa çıkan ısının yarısı gaza, yarısı ise dış ortama silindir vasıtasıyla verilmektedir. Bunu göz önüne alarak bulundurarak kaynağın pistonun harekete geçtikten sonra gaza verdiği ısı miktarını gazın T sıcaklığı cinsinden bulunuz.

c) İlk iki şıkta incelenen proseslerde gazın T sıcaklığının verilen Q ısı miktarı ile değişimini gösteren grafiği çiziniz.

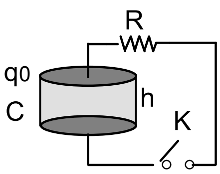


6. Özkütlesi ρ ve bağıl dielektrik geçirgenlik katsayısı ε_1 olan sıvı ile dolu bir kabın içine aralarındaki uzaklık h olan bir paralel plakalı kondansatör kısmen batırılıyor. Plakaların arasına, plakalara paralel olacak şekilde ve plakalarla aynı uzunlukta, bağıl dielektrik geçirgenlik katsayısı ε_2 ve kalınlığı h_2 olan bir dielektrik levha yerleştiriliyor. Kondansatörün plakalarına yalıtılmış kablolar vasıtası ile e.m.k. değeri $\mathcal{E}$ olan bir üreteç bağlandığında, plakaların arasındaki sıvı seviyesinin yükseldiği gözlenmektedir. Kondansatörün içinde ve dışındaki sıvı seviyeleri arasındaki H farkını bulunuz.

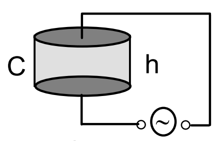
Not: Yerçekimi ivmesi g veriliyor. Kılcal olaylar ihmal ediliyor.



Şekil 1.



Şekil 2.



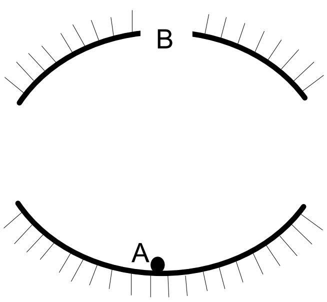
Şekil 3.

7. Kondansatörlü devrelerde elektrik akımının iletilebilmesi için bir şekilde bu akımın zamana bağlı olarak değişmesini sağlamak zorundayız. Devrede sabit e.m.k. kullandığımızda akım sadece kondansatör doluncaya kadar akar ve sonra devredeki akım sıfır olur. Kondansatörden akımın geçmesini sağlamak amacı ile, mesela bir anahtar sayesinde, devreyi devamlı olarak açıp kapatabiliriz. Dış devrede akımın değişmesi ile kondansatörde oluşan akıma deplasman akımı denir. Bu durumda deplasman akımı bir manyetik alan yaratacaktır. Verilen paralel levhalı kondansatörün levhaları dairesel şekilde olup, yarıçapları r_0, plakalar arasındaki uzaklık $h<<r_0$ ve plakaların aralarında bulunan dielektrik maddenin bağıl dielektrik geçirgenlik katsayısı ε dur. (Bak Şekil 1.) Boşluğun manyetik geçirgenlik katsayısı μ_0 ve boşluğun dielektrik geçirgenlik katsayısı ε_0 olarak veriliyor. Aşağıda belirtilen tüm durumlar için levhaların merkezinden $r<<h$ uzaklıktaki manyetik alanları bulunuz.

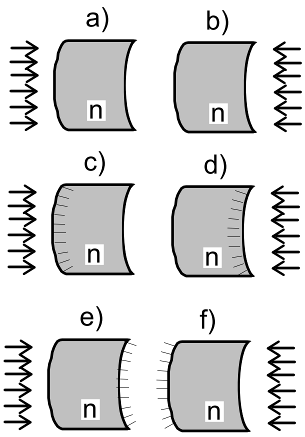
a) Plakalar arasına uygulanan elektrik alanı zamana bağlı olarak $E=\alpha t$ şeklinde değişmektedir. Burada α bir sabittir. (Bak Şekil 1.)

b) Kondansatör, başlangıçta q_0 yükü ile yüklenmiş olup K anahtarının kapatılması ile direnci R olan bir rezistans üzerinden boşaltılmaktadır. (Bak Şekil 2.)

c) Kondansatör, $U=U_0\sin\omega t$ şeklinde alternatif gerilim veren bir üretece bağlıdır. (Bak Şekil 3.)



8. Eğrilik yarıçapları R olan iki özdeş içbükey küresel ayna şekilde gösterildiği gibi üst üste konulmuştur. Üstteki aynanın tam ortasında küçük bir delik bulunmaktadır. Alttaki aynanın orta noktası A'da bulunan küçük bir cismin gerçek ve cisimle aynı boydaki görüntüsü üstteki aynanın ortasındaki delikte (B noktası) oluşmaktadır. Bu durumda iki ayna arasındaki uzaklığın $\overline{AB}$ değerini R cinsinden bulunuz. Ayrıca, görüntünün cisme göre konumunu (düz veya ters oluşunu) inceleyiniz.



9. Her birinin eğrilik yarıçapları R olan iki küresel yüzey arasına kırıcılık indisi n=1,5 olan saydam bir madde yerleştirilmiştir. İki küresel yüzey arasındaki uzaklık R olarak veriliyor. Bu optik sistemin aşağıda belirtilen farklı durumlar için odak uzaklıklarını R cinsinden bulunuz.

a) Optik sistemin sol dışbükey tarafına paralel ışık demeti düşmektedir.

b) Optik sistemin sağ içbükey tarafına paralel ışık demeti düşmektedir.

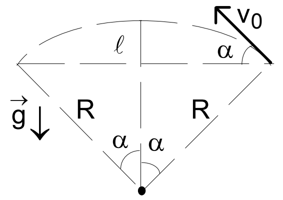
c) Optik sistemin sol yüzeyi parlatılmış olup, bu yüzeye paralel ışık demeti düşmektedir.

d) Optik sistemin sağ yüzeyi parlatılmış olup, bu yüzeye paralel ışık demeti düşmektedir.

e) Optik sistemin sağ yüzeyi parlatılmış olup, sol dışbükey tarafına paralel ışık demeti düşmektedir.

f) Optik sistemin sol yüzeyi parlatılmış olup, sağ içbükey tarafına paralel ışık demeti düşmektedir.

IV. ULUSAL FİZİK OLİMPİYATI İKİNCİ AŞAMA SINAVI ÇÖZÜMLERİ-1996



1. Cisim C noktasında raydan ayrıldığı zaman yalnızca yerçekimi etkisinde olup, problem bu noktadan α açısı altında ve v_0 ilk hızı ile atılan bir eğik atış problemi gibi düşünülebilir. Eğik atışta yatay yöndeki menzil

$$\ell=\frac{2v_0^2\sin\alpha\cos\alpha}{g}$$

olup bu değer raydaki açıklığın yatay yöndeki uzunluğuna eşit olmalıdır. Buradan

$$\ell=\frac{2v_0^2\sin\alpha\cos\alpha}{g}=2R\sin\alpha;\ v_0^2=\frac{gR}{\cos\alpha}$$

elde edilir. Hava direnci ve her türlü sürtünme yok sayıldığından enerjinin korunumu yasasını kullanılarak

$$mgH=mgR+mgR\cos\alpha+\frac{mv_0^2}{2}$$

olarak yazılabilir. v_0^2 nin yukarıda bulunan değeri kullanılarak

$$H=R\left(1+\cos\alpha+\frac{1}{2\cos\alpha}\right)$$

elde edilir.

a) H' nın en küçük değeri hangi açı için gerçekleştiği türev yöntemi ile bulunabilir.

$$\frac{dH}{d\alpha}=R\left(-\sin\alpha+\frac{2\sin\alpha}{4\cos^2\alpha}\right)=0$$

$$\cos\alpha=\frac{\sqrt{2}}{2};\ \alpha=45^\circ$$

Zaten maksimum menzil için optimum açının 45° olması beklenirdi. Bu yüksekliğin en küçük değer

$$H_{min}=(1+\sqrt{2})R=2{,}41R$$

olarak bulunur.

b) H=3R için

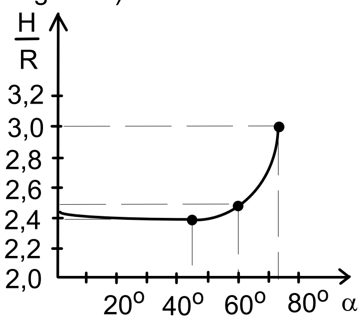
$$H=R\left(1+\cos a+\frac{1}{2\cos\alpha}\right)=3R$$

$$2\cos^2\alpha-4\cos\alpha+1=0$$

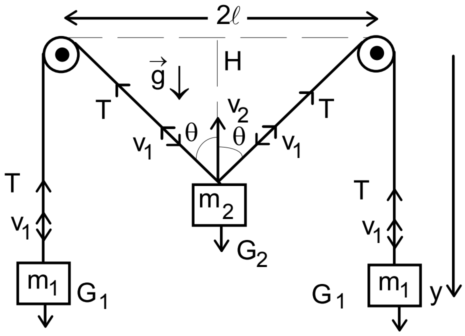
$$\cos\alpha=1\pm\frac{\sqrt{2}}{2}\ ;\ \cos\alpha\leq 1 \text{ olacağı için } \alpha=73^\circ$$

olarak bulunur.

c) $H=\frac{5}{2}R$ için $\cos\alpha=\frac{3}{4}\pm\frac{1}{4}$; $\alpha=0^\circ$ veya $\alpha=60^\circ$ olarak bulunur. Bu her iki açı içinde H aynı değere sahip olup, $\frac{5R}{2}$ iki farklı açı için bu hareketi mümkün kılan en büyük H değeridir ($\frac{H}{R}$ fonksiyonu çift değerlidir)



d) $\alpha=0$ için yani çemberin üst kısmında kesiklik yok iken H=2,5 R olup, bu değer için cisim sürekli olarak çemberin içinde dönme hareketi yapacaktır. $0<\alpha<45^\circ$ arasında $\frac{H}{R}$ azalan bir fonksiyon olup $\alpha=45^\circ$ de H=2,41R minimum değerini alıp daha büyük açılar için hızla artmaktadır. $\alpha=60^\circ$ için $\frac{H}{R}$, $\alpha=0^\circ$ deki değerinden tekrar geçmektedir. 73° ve daha büyük açılar için cismin 3R veya daha yüksek bir yerden bırakılması gereği vardır.



2. a) Denge durumunda

$$m_2g=2T\cos\theta;\ \cos\theta=\frac{H}{\sqrt{H^2+\ell^2}};\ T=m_1g$$

yazabiliriz. Buradan

$$H=\frac{m_2\ell}{\sqrt{4m_1^2-m_2^2}}$$

olarak bulunur.

b) Dengenin oluşması için $m_2<2m_1$ olması gerekir.

c) m_2 kütleli cisim başlangıç seviyesinden serbest bırakılırsa denge durumundan belli hızla geçip, başlangıç seviyesinden maksimum H_{mak} uzaklığa kadar inip bu uzaklıktaki hızı sıfırdır. H_{mak} bulmak için enerjinin korunumu yasasından faydalanılabiliriz.

$$-2m_1gH_1+m_2gH_2=0$$

Burada H_1, m_1 kütleli cisimlerin çıktığı yükseklik, $H_2=H_{mak}$, m_2 kütleli cismin başlangıç seviyesine göre indiği uzaklıktır. İpin uzamaması şartından

$$(\ell+H_1)^2=\ell^2+H_2^2;\ H_2=\frac{4m_1m_2\ell}{4m_1^2-m_2^2};\ H_1=\frac{2m_2^2\ell}{4m_1^2-m_2^2}$$

olarak bulunur.

d) m_2 kütleli cisim başlangıç seviyesinden serbest bırakılırsa sistemdeki her cisim denge durumundan belli v_1 ve v_2 hızı ile geçer. Başlangıç seviyesine göre enerjinin korunumu yasasını yazabiliriz.

$$\frac{2m_1v_1^2}{2}+\frac{m_2v_2^2}{2}=m_2gH-2m_1g\left(\sqrt{\ell^2+H^2}-\ell\right)$$

İpin uzamaması için m_1 kütleli cismin hızı v_1, m_2 kütleli cismin v_2 hızının ip üzerindeki bileşen eşit olmalıdır.

$$v_1=v_2\cos\theta$$

Aynı sonuç

$$(\ell+H_1)^2=\ell^2+H_2^2$$

türevini alırsak bulunulabilir Buradan

$$v_2^2=\sqrt{\frac{4m_1g\ell}{(2m_1+m_2)m_2}\left[\frac{m_2^2}{\sqrt{4m_1^2-m_2^2}}-2m_1\left(\frac{2m_1}{\sqrt{4m_1^2-m_2^2}}-1\right)\right]}$$

olarak bulunur. m_2 kütleli cisim aşağıya doğru hareket ederken ulaşabileceği en alt noktaya kadar ulaştıktan sonra hareket yönünü değiştirip yukarıya doğru hareket etmektedir. Denge durumundan geçip, durup yine aşağıya doğru bir titreşim hareket yapmaktadır.

e) $m_2=2m_1$ için denge mümkün değildir. Enerjinin korunumu yasası bu durumda

$$2\frac{mv_1^2}{2}+\frac{2mv_2^2}{2}=2m.gH_2-2.mgH_1$$

şeklinde yazılabilir. Çok uzun süre sonra $\theta\to0$, $v_1\approx v_2$, $H_2-H_1\approx\ell$ ve hız $v=\sqrt{g\ell}$ olarak bulunur.

3. Silindir merkezi ile çubuğun merkezi arasındaki uzaklık

$$h=\frac{\ell}{2}=\sqrt{2}\,r$$

olarak bulunur. Sistemin eylemsizlik momenti

$$J=J_1+J_2+J_3;\ J_1=J_2=J_{01}+m(R-r)^2=\frac{mr^2}{2}+m(2r)2=\frac{9mr^2}{2}$$

$$J_3=J_{03}+2mh^2=\frac{2m\ell^2}{12}+2m.2r^2=\frac{16mr^2}{3};\ J=\frac{43mr^2}{3}$$

olarak bulunur. Sistemin titreşim periyodunu bulmak için fiziksel sarkaç formülünü kullanabiliriz.

$$T=2\pi\sqrt{\frac{J}{m_tgx}}=2\pi\sqrt{\frac{43\sqrt{2}\,r}{24g}}$$

olarak bulunur. Burada J sistemin toplam eylemsizlik momenti, $m_t=4m$ sistemin toplam kütlesi, $x=h$ ise silindirin merkezi ile sistemin kütle merkezi arasındaki uzaklıktır.

4. İki durum söz konusu olabilir. Birinci durumda sürtünme kuvveti

$$fmg>F_{es.mak}=kx_{mak}=k\ell$$

şartını sağlar. Burada $F_{es.mak}$ esneklik kuvvetinin maksimum değeri x ise yayın uzama miktarını göstermektedir. Bu durumda silindir hareketsizdir. Isı kaynağından verilen ısı ile gazdaki sıcaklık artmaya başlamaktadır. Sıcaklığın belli T değerinde piston silindirden çıkar. Bu durumda basınç P olup denge şartı

$$F=F_0+F_{es};\ PS=P_0S+k\ell$$

şeklinde yazılabilir. Buradan basınç

$$P=P_0+\frac{k\ell}{S}$$

olarak bulunur. Pistonun hareketi esnasında gaz denklemi

$$\frac{PV}{T}=\frac{P_0V_0}{T_0}$$

gazın ilk hacmi ve son hacmi

$$V_0=\ell S;\ V=2\ell S;$$

şeklinde yazılabilir. Buradan pistonun çıktığı an gazın sıcaklığı

$$T=2T_0\left(1+\frac{k\ell}{P_0S}\right)$$

olarak bulunur. İkinci durumda ise sürtünme kuvveti

$$fmg<F_{es.mak}=kx_{mak}=k\ell$$

şartını sağlar. Isı kaynağından verilen ısı ile gazdaki sıcaklık artmaya başlamaktadır. Piston sürtünmesiz olarak hareket etmekte olup yayı sıkıştırmaktadır. Yay x kadar sıkıştığında ve sıcaklığın belli T_{kr} değerine ulaştığında piston daha fazla hareket edemez. Bu andan itibaren silindir harekete geçer. Bu durumda yay x kadar sıkışır ve

$$fmg=kx;\ x=\frac{fmg}{k}$$

yazabiliriz. Bu durumda basınç P_{kr} olup denge şartı

$$F_{kr}=F_0+F_{es};\ P_{kr}S=P_0S+kx$$

şeklinde yazılabilir. Buradan basınç

$$P=P_0+\frac{fmg}{S}$$

olarak bulunur. Silindir hareket edene kadar gaz denklemi

$$\frac{P_{kr}V_{kr}}{T_{kr}}=\frac{P_0V_0}{T_0}$$

gazın ilk hacmi ve silindir harekete geçtiği andaki hacim

$$V_0=\ell S;\ V_{kr}=(\ell+x)S;$$

şeklinde yazılabilir. Buradan silindir harekete geçtiği an gazın sıcaklığı T_{kr} dir. Silindir harekete geçtiği andan itibaren gazdaki proses izobardır.

$$\frac{V_{kr}}{T_{kr}}=\frac{V}{T}$$

Gazın son hacmi

$$V=2\ell S$$

ve bu andaki sıcaklık

$$T=\frac{T_{kr}V}{V_{kr}}=\frac{T_0 2\ell S}{(\ell+x)S}T_0\left(1+\frac{fmg}{P_0S}\right)\left(1+\frac{fmg}{k\ell}\right)=2T_0\left(1+\frac{fmg}{P_0S}\right)$$

olarak bulunur.

5. a) Isı kaynağından verilen ısı ile gazdaki sıcaklık artmaya başlamaktadır. Sıcaklığın belli T_{kr} kritik değerinde piston harekete başlar. Bu durumdaki kritik basınç P_{kr} olup denge şartı

$$F_{kr}=F_0+F_s;\ P_{kr}S=P_0S+fmg$$

şeklinde yazılabilir. Buradan kritik basınç

$$P_{kr}=P_0+\frac{fmg}{S}$$

olarak bulunur. Pistonun harekete başlamasına kadar, gazda gerçekleşen proses izokorik prosestir. Pistonun harekete başladığı anda gazın sıcaklığı

$$\frac{P_{kr}}{T_{kr}}=\frac{P_0}{T_0};\ T_{kr}=T_0\left(1+\frac{fmg}{P_0S}\right)$$

olarak bulunur. Pistonun harekete başlamasına kadar verilen ısı sadece gazın iç enerjisini değiştirmektedir. Termodinamiğin birinci yasası

$$\Delta Q=\Delta U+A$$

şeklinde yazılabilir. Burada ΔQ, ısı kaynağından gaza verilen ısı, ΔU verilen ısı ile gazadaki iç enerjinin değişimi, A ise verilen ısı ile gazın yaptığı iştir. Piston harekete geçene kadar gazdaki proses izokorik proses olduğu için yapılan iş A=0 dır. Bu durumda gaza verilen ısı miktarı

$$\Delta Q_{kr}=\Delta U_{kr}=c_V(T_{kr}-T_0)=c_V(T_{kr}-T_0)=\frac{R}{\gamma-1}\,\frac{fmgT_0}{P_0S}$$

olarak bulunur.

b) Soruda verilen şartlara göre pistonun harekete başlamasından sonra piston sabit hızla hareket etmektedir. Bundan sonra gazda gerçekleşen proses izobar prosesdir. Pistonun silindir ile sürtünmesinden dolayı yapılan iş sonucunda açığa çıkan ısının yarısı gaza, yarısı ise dış ortama silindir vasıtasıyla verildiği göz önüne alınarak termodinamiğin birinci yasası

$$\Delta Q-\Delta Q_{kr}+\frac{A}{2}=\Delta U+A$$

şeklinde yazılabilir. Gazın ilk hacmi ve anlık hacmi için

$$V_{kr}=\frac{RT_{kr}}{P_{kr}};\ V=\frac{RT}{P_{kr}}$$

yazabiliriz. Bu durumda gazın yaptığı iş ve gazdaki iç enerjinin değişimi

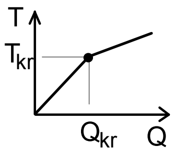
$$A=(P_{kr}-P_0)S.\Delta x=\frac{fmg}{S}\left(V-V_{kr}\right)=\frac{fmgR}{P_0S+fmg}\left[T-T_0\left(1+\frac{fmg}{P_0S}\right)\right]$$

$$\Delta U=c_V(T-T_{kr})=\frac{R}{\gamma-1}\left[T-T_0\left(1+\frac{fmg}{P_0S}\right)\right]$$

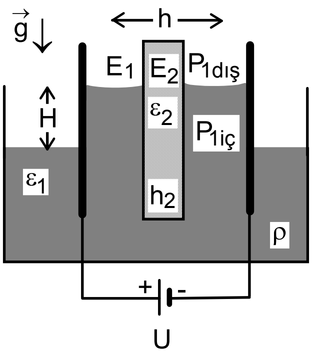
olarak yazılabilir. Piston harekete geçtikten sonra verilen ısı için

$$Q'=\Delta Q-\Delta Q_{kr}=\left(\frac{fmgR}{2(P_0S+fmg)}+\frac{R}{\gamma-1}\right)\left[T-T_0\left(1+\frac{fmg}{P_0S}\right)\right]$$

olarak bulunur. Bu ise T' ye göre bir doğrunun denklemidir.



c) İlk iki şıkta incelenen proseslerde gazın T sıcaklığının verilen Q ısı miktarı ile değişimini gösteren grafik, büküm noktası olan (Q_{kr},T_{kr}) de birbirine eklenmiş olan iki doğrudan oluşmaktadır. İlk doğrunun eğimi daha büyüktür, çünkü verilen ısı sadece gazın iç enerjisinin değişmesi için gitmektedir. İkinci doğrunun eğimi daha küçüktür, çünkü verilen ısı ile gazın iç enerjinin değişimine ek olarak gaz da iş yapmaktadır.



6. Dielektrik özellikleri farklı olan maddelerde deplasman vektörü sabittir.

$$D=\varepsilon_0\varepsilon_1E_1=\varepsilon_0\varepsilon_2E_2;\ \varepsilon_1E_1=\varepsilon_2E_2;\ E_2=\frac{\varepsilon_1E_1}{\varepsilon_2}$$

İki plaka arasına uygulanan potansiyel farkı

$$U=E_1h_1+E_2h_2=E_1h_1+\frac{\varepsilon_1E_1h_2}{\varepsilon_2};\ U=U_1+\frac{\varepsilon_1U_1h_2}{\varepsilon_2h_1}$$

şeklinde yazılabilir. Buradan

$$E_1=\frac{\varepsilon_2U}{\varepsilon_1h_2+\varepsilon_2h_1}=\frac{\varepsilon_2U}{\varepsilon_2h+(\varepsilon_1-\varepsilon_2)h_2};\ U_1=\frac{\varepsilon_2h_1U}{\varepsilon_1h_2+\varepsilon_2(h-h_2)}$$

olarak yazılabilir. Burada

$$h_1=h-h_2$$

alınmıştır. Sıvı içinde ve dışında birim hacme düşen enerji aynı zamanda basıncı vermektedir.

$$P_{1iç}=\frac{\varepsilon_0\varepsilon_1E_1^2}{2};\ P_{1dış}=\frac{\varepsilon_0E_1^2}{2}$$

Sıvı dengede ise

$$P_{1iç}-P_{1dış}=\rho gH;\ \frac{\varepsilon_0\varepsilon_1E_1^2}{2}-\frac{\varepsilon_0E_1^2}{2}=\rho gH$$

şartı yazabiliriz. Buradan

$$H=\frac{\varepsilon_0(\varepsilon_1-1)}{2\rho g}\left(\frac{\varepsilon_2U}{\varepsilon_1h_2+\varepsilon_2(h-h_2)}\right)^2$$

olarak bulunur. Aynı sonuca potansiyel enerjinin değişimini hesaplayarak varabiliriz. Potansiyel enerji

$$\Pi=\frac{C_1U_1^2}{2};\ C_1=\frac{\varepsilon_0\ell(\ell-H)}{h_1}+\frac{\varepsilon_0\varepsilon_1\ell H}{h_1}$$

olarak yazılabilir. Dielektrik plakanın bulunduğu kısmın potansiyel enerjisinin değişimi, bu kısma sıvı girmediğinden dolayı bulunması gerekmiyor. Sıvıya etki eden kuvvet

$$F=-\frac{d\Pi}{dH}=-\frac{dC_1}{dH}\frac{U_1^2}{2}=-\frac{\varepsilon_0(\varepsilon_1-1)\ell}{2\rho h_1}\left(\frac{\varepsilon_2Uh_1}{\varepsilon_1h_2+\varepsilon_2(h-h_2)}\right)^2$$

Bu kuvvet ağırlık kuvvetine eşit olmalıdır.

$$F=mg=\rho gH\ell h_1$$

Buradan aynı sonuç çıkar.

7. a) Kondansatörün levhaların arasındaki elektrik alanı

$$E=\alpha t$$

kondansatörün ekseninden r uzaklıkta yaratılan manyetik alan

$$\oint_\ell \vec{B}d\vec{\ell}=\mu_0I+\mu_0\varepsilon\varepsilon_0\frac{d\Phi_E}{dt};\ \Phi_E=\vec{E}.\vec{S}$$

olarak yazılabilir. İncelenen durum için $I=0$. Buradan

$$B=\frac{\mu_0\varepsilon\varepsilon_0\alpha r}{2}$$

olarak bulunur.

b) İkinci Kirchhoff yasasından kondansatörün üzerindeki yükün zamana göre değişimi bulunulabilir.

$$IR+\frac{q}{C}=\frac{dq}{dt}R+\frac{q}{C}=0;\ q=q_0e^{-\frac{t}{RC}}$$

$$C=\frac{\varepsilon\varepsilon_0S}{h}$$

Kondansatörün plakaların arasındaki elektrik alan

$$E=\frac{\sigma}{\varepsilon\varepsilon_0}=\frac{q}{\varepsilon\varepsilon_0S}=-\frac{q_0}{\varepsilon\varepsilon_0S}e^{-\frac{t}{RC}}$$

kondansatörün ekseninden r uzaklıkta yaratılan manyetik alan

$$B=\frac{\mu_0q_0d}{2\pi^2\varepsilon\varepsilon_0r^3R}e^{-\frac{td}{\varepsilon\varepsilon_0\pi r_0^2R}}$$

olarak bulunur.

c) Kondansatörün plakaların üzerindeki yük, zamana göre

$$q=UC=U_0C\sin\omega t$$

şeklinde değişmektedir. Kondansatörün plakaların arasındaki elektrik alan

$$E=\frac{\sigma}{\varepsilon\varepsilon_0}=\frac{q}{\varepsilon\varepsilon_0 S}=-\frac{U_0C\sin\omega t}{\varepsilon\varepsilon_0 S}$$

kondansatörün ekseninden r uzaklıkta yaratılan manyetik alan

$$B=\frac{\mu_0 r U_0\omega}{2h}\cos\omega t$$

olarak bulunur.

8. AB=nR kabul edelim. Burada n çözüm sonunda bulunacak herhangi bir sayıdır. Üstteki ayna için cisim uzaklığı a_1=nR olup,

$$\frac{1}{a_1}+\frac{1}{b_1}=\frac{2}{R}$$

dir. Burada a_1 cisim ile üstteki ayna arasındaki uzaklık, b_1 görüntü ile üstteki ayna arasındaki uzaklıktır. (Çukur ayna için R negatif alınmalıdır.) Buradan

$$b_1=\frac{nR}{2n-1}$$

olarak bulunur. n>0,5 için görüntü gerçektir. Alttaki ayna için bu görüntü bir cisim olarak davranacağı için alttaki ayna için cisim uzaklığı

$$a_2=nR-b_1=nR-\frac{nR}{2n-1}=\frac{2n(n-1)R}{2n-1}$$

olarak bulunur. Alttaki ayna için cisim uzaklığı a_2 ve görüntü uzaklığı b_2 dir. Bu uzaklık

$$\frac{1}{a_2}+\frac{1}{b_2}=\frac{2}{R};\ b_2=\frac{2n(n-1)R}{4n^2-6n+1}$$

olarak bulunur. Son görüntü üstteki aynanın ortasındaki delikte yani B noktasında oluştuğuna göre bu uzaklığın problemin başlangıcında varsaydığımız nR değerine eşit olması gerekmektedir. Buradan

$$\frac{2n(n-1)R}{4n^2-6n+1}=nR;\ 4n^2-8n+3=0$$

denklemi elde edilir. Bu denklemin çözümü

n=0,5 veya n=1,5 verir.

İRDELEME:

Sistemin büyütmesi her iki aynanın tek başlarına yaptıkları büyütmelerinin çarpımı olarak bulunur Üstteki aynanın büyütmesi

$$k_1=-\frac{b_1}{a_1}=-\frac{\frac{nR}{2n-1}}{nR}=-\frac{1}{2n-1}$$

alttaki ise

$$k_2=-\frac{b_2}{a_2}=-\frac{\frac{2n(n-1)R}{4n^2-6n+1}}{\frac{2n(n-1)R}{2n-1}}=-\frac{2n-1}{4n^2-6n+1}$$

olarak yazılabilir. Sistemin toplam büyütmesi

$$k=k_1k_2=\frac{1}{4n^2-6n+1}$$

n=0,5 için k= -1 bulunur , yani son görüntü cisimle aynı boyda fakat terstir.

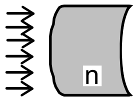
$b_1=\infty$ ve b_2=0,5R>0 yani görüntü gerçektir.

n=1,5 için ise k=+1 bulunur, yani son görüntü cisimle aynı boyda ve düzdür.

b_1=0,75R ve b_2=0,75R>0 yani görüntü gerçektir

Sonuç olarak verilen sistemde yukarıda incelenen her iki durum da doğru çözüm olup aynalar arası uzaklık AB=0,5R veya AB=1,5R olduğu durumlarda alttaki aynanın gerçek görüntüsü üstteki aynanın ortasındaki delikte oluşmakta olup, büyütme her iki durumda da 1 dir, yalnızca görüntü n' nin değerine bağlı olarak cisme göre ters yada düz olmaktadır.

9. Verilen tüm durumlar için $a_1=\infty$, $n_1=1$, $n_2=n=1{,}5$ olarak alınacaktır.



a) Birinci kırılma yüzeyi ve sol yüzey ile görüntü arasındaki uzaklık

$$\frac{n_1}{a_1}+\frac{n_2}{b_1}=\frac{n_2-n_1}{R}\ ;\ \frac{1}{\infty}+\frac{1{,}5}{b_1}=\frac{1{,}5-1}{R}\ ;\ b_1=3R$$

olarak bulunur. (+) işareti görüntünün sol yüzeyin sağ tarafında olduğunu göstermektedir. Bu görüntü sağ yüzeye göre cisim gibi davranmaktadır. Sağ yüzeye kadar bu cismin uzaklığı

$$a_2=b_1-R=2R$$

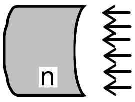
olur. Bu cisim sağ yüzeyin sağ tarafında bulunduğundan dolayı ikinci kırılma yüzeyi için

$$\frac{n_2}{-a_2}+\frac{n_1}{b_2}=\frac{n_1-n_2}{R}\ ;\ \frac{1{,}5}{-2R}+\frac{1}{b_2}=\frac{1-1{,}5}{R}$$

yazabiliriz. Buradan optik sistemin odak uzaklığı

$$f=b_2=4R$$

olarak bulunur.



b) Birinci kırılma yüzeyi ve sol yüzey ile görüntü arasındaki uzaklık

$$\frac{n_1}{a_1}+\frac{n_2}{b_1}=-\frac{n_2-n_1}{R}\ ;\ \frac{1}{\infty}+\frac{1{,}5}{b_1}=-\frac{1{,}5-1}{R}\ ;\ b_1=-3R$$

olarak bulunur. (-) işareti görüntünün sağ yüzeyin sağ tarafında olduğunu göstermektedir. Bu görüntü sol yüzeye göre cisim gibi davranmaktadır. Sol yüzeye kadar bu cismin uzaklığı

$$a_2=b_1+R=4R$$

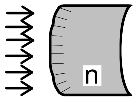
olur. İkinci kırılma yüzeyi için

$$\frac{n_2}{a_2}+\frac{n_1}{b_2}=-\frac{n_1-n_2}{R}\ ;\ \frac{1{,}5}{4R}+\frac{1}{b_2}=-\frac{1-1{,}5}{R}$$

yazabiliriz. Buradan optik sistemin odak uzaklığı

$$f=b_2=8R$$

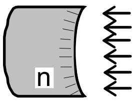
olarak bulunur.



c) Optik sistem bir tümsek ayna gibi davranmaktadır. Bu durumda odak uzaklığı

$$f=-\frac{R}{2}$$

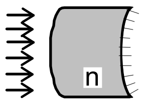
olarak yazılabilir.



d) Optik sistem bir çukur ayna gibi davranmaktadır. Bu durumda odak uzaklığı

$$f=\frac{R}{2}$$

olarak yazılabilir.



e) Birinci kırılma yüzeyi ve sol yüzey ile görüntü arasındaki uzaklık

$$\frac{n_1}{a_1}+\frac{n_2}{b_1}=\frac{n_2-n_1}{R}\ ;\ \frac{1}{\infty}+\frac{1{,}5}{b_1}=\frac{1{,}5-1}{R}\ ;\ b_1=3R$$

olarak bulunur. (+) işaret görüntü sağ yüzeyin sağ tarafında olduğunu göstermektedir. Bu görüntü sol yüzeye göre cisim gibi davranmaktadır. Sağ yüzeye kadar bu cismin uzaklığı

$$a_2=b_1-R=2R$$

olur. İkinci yüzey bu durumda artık yansıtıcı yüzeydir. Yansıtıcı yüzey ön tarafı olduğu için ikinci görüntü ile ayna arasındaki b_2 uzaklık

$$\frac{1}{-a_2}+\frac{1}{b_2}=-\frac{1}{f_{ayna}}=\frac{2}{R}\ ;\ \frac{1}{-2R}+\frac{1}{b_2}=-\frac{2}{R}\ ;\ b_2=-\frac{2R}{3}$$

olarak bulunur. Bu görüntü sol yüzeye göre bir cisim gibi davranmaktadır. Bu cisim ile sağ yüzey arasındaki uzaklık

$$a_3=R+b_2=R+\frac{2R}{3}=\frac{5R}{3}$$

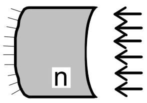
olur. Üçüncü sol kırılma yüzeyi için

$$\frac{n_2}{a_3}+\frac{n_1}{b_3}=-\frac{n_1-n_2}{2R}\ ;\ \frac{1{,}5}{\frac{5R}{3}}+\frac{1}{b_3}=-\frac{1-1{,}5}{R}$$

yazabiliriz. Buradan optik sistemin odak uzaklığı

$$f=b_3=-\frac{5R}{2}$$

olarak bulunur.



f) Birinci kırılma yüzeyi ve sağ yüzey ile görüntü arasındaki uzaklık

$$\frac{n_1}{a_1}+\frac{n_2}{b_1}=-\frac{n_2-n_1}{R}\;;\;\frac{1}{\infty}+\frac{1,5}{b_1}=-\frac{1,5-1}{R}\;;\;b_1=-3R$$

olarak bulunur. (-) işaret görüntü sağ yüzeyin sağ tarafında olduğunu göstermektedir. Bu görüntü sol yüzeye göre cisim gibi davranmaktadır. Sol yüzeye kadar bu cismin uzaklığı

$$a_2=b_1+R=4R$$

olur. İkinci yüzey bu durumda artık yansıtıcı yüzeydir. İkinci görüntü aynadan b_2 uzaklıktadır. Bu uzaklık

$$\frac{1}{a_2}+\frac{1}{b_2}=\frac{1}{f_{ayna}}=\frac{2}{R}\;;\;\frac{1}{4R}+\frac{1}{b_2}=-\frac{2}{R}\;;\;b_2=\frac{4R}{7}$$

olarak bulunur. Bu görüntü sağ yüzeye göre bir cisim gibi davranmaktadır. Bu cisim ile sağ yüzey arasındaki uzaklık

$$a_3=R-b_2=R-\frac{4R}{7}=\frac{3R}{7}$$

olur. Üçüncü sağ kırılma yüzeyi için

$$\frac{n_2}{a_3}+\frac{n_1}{b_3}=\frac{n_1-n_2}{2R}\;;\;\frac{1,5}{\frac{3R}{7}}+\frac{1}{b_3}=\frac{1-1,5}{R}$$

yazabiliriz. Buradan optik sistemin odak uzaklığı

$$f=b_3=-\frac{R}{4}$$

olarak bulunur.