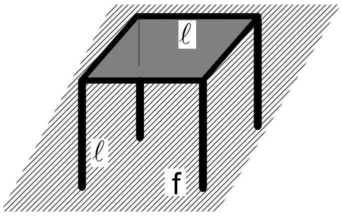
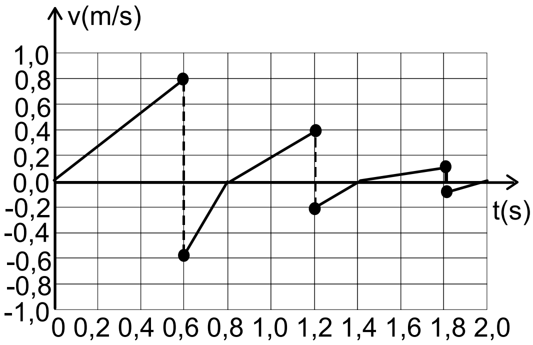
II. ULUSAL FİZİK OLİMPİYATI İKİNCİ AŞAMA SINAVI-1994



1. Oturacak kısmı kare şeklinde homojen tahta, dört ayaklı bir tabure iki arka ayağı üzerine kaldırılarak sürtünme katsayısı f olan bir yatay düzlem üzerine serbest bırakıldıktan sonra zemine düşene kadar arka ayakların etrafında dönmekte, zemine çarptığında ise belli bir x mesafe kadar ileriye zıplamaktadır. Taburenin ayakların yüksekliği oturacak kısmının ℓ uzunluğuna eşittir. Taburenin kütle merkezi h kadar kaldırılırsa x mesafesini bulunuz.

Not: Kare şeklindeki bir levhanın kütle merkeze göre olan eylemsizlik momenti $J_0=\frac{m\ell^2}{12}$ olarak veriliyor.



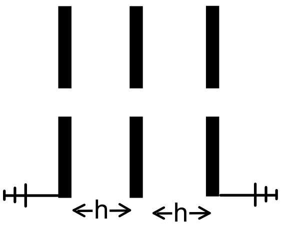
2. Bir mekanik sistemde hareketli bir kütlenin hızının zamanla değişimin grafiği verilmiştir. Hız-zaman grafiği karakter olarak buna benzeyen bir çok mekanik sistem düşünülebilir. Bu soruda bu tip sistemlerden yalnız bir tanesini ayrıntılarıyla anlatmanız istenmektedir. İstediğiniz sabitlerin verildiğini varsayabilirsiniz. Bu amaçla aşağıdaki soruları yanıtlayınız.

a) Hız-zaman değişimi ifade edebilen bir mekanik sistem çiziniz.

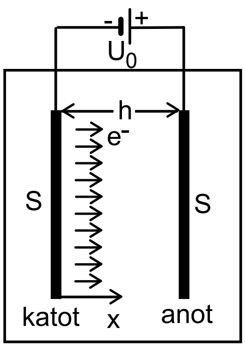
b) Kütle nasıl hareket etmektedir? Bu hareketi ifade eden denklemler hangileridir?

c) Verilen grafikten yararlanarak sistem ve hareket hakkında elde edilebilecek nümerik bilgiler nelerdir?

3. Monoatomik ve diatomik olan iki ideal gaz birbirine karıştırılıp tekrar ideal bir gaz elde edilmektedir. Bu karışımının adyabatik proses denklemi $P\,V^{\frac{11}{7}}$ =sabit olarak verilmektedir. Her gazın mol sayısı n_1 ve n_2 ise $\frac{n_1}{n_2}$ oranını bulunuz.



4. Yüklü taneciklerin odaklanması aralarında h mesafesi bulunan ve birbirine paralel, ortasında yarık olan üç metal levha ile gerçekleşebilir. Sol ve sağ levhalar topraklanmış olup, orta levhaya ise U pozitif potansiyeli uygulanıyor. U_0>>U potansiyele kadar hızlandırılan elektron demeti bu sistemde etkilenerek odaklanır. Bu sistemin odak uzaklığını bulunuz.

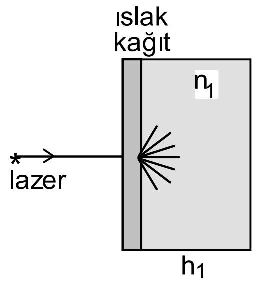


5. Metal levhalarının yüzey alanı S olan iki paralel levhanın arasında vakum (boşluk) bulunmakta olup levhalar birbirinden h uzaklığa kadar ayrılmıştır. Bu düzeneği bir vakum diyodu olarak düşünebiliriz. Levhalardan birisi x=0 düzleminde elektik potansiyeli U=0 olan katot, diğerinde x=h düzleminde elektrik potansiyeli $U(h)=U_0$ olan anot vazifesi görmektedir. Bu U_0 potansiyel farkı uygulandığında katottan kopup çıkan elektronlar anoda doğru ivmelenmektedirler, böylece diyotta sabit bir elektron akımı oluşur. Bu elektronlar levhalar arasında eksi yüklü uzaysal yük dağılımı oluştururlar. Bunun sonucunda levhalar arasında

$U(x)=U_0\left(\frac{x}{h}\right)^{\frac{4}{3}}$ şeklinde bir potansiyel dağılımı meydana gelir.

a) Yük yoğunluğunu bulunuz.

b) Bu diyottaki akım ve potansiyel U_0 arasındaki ilişkinin Ohm yasasına uyup uymadığını irdeleyiniz.



6. Bir parça kağıt, su ile ıslatılıp kalınlığı h_1 ve kırıcılık indisi n_1 olan saydam bir cam levha üzerine yapıştırılıyor. Daha sonra kağıdın yapıştırıldığı taraftan yüzeye dik olacak şekilde bir lazer ışığı gönderilmektedir. Bu düzenekte ıslak kağıt, lazer ışığının yüzeye değdiği noktadan itibaren cam içinde her yönde saçılması sağlanmaktadır. Problemin çözümünde bu sistemde ışığın dalga hareketinden oluşabilecek olaylar göz önüne alınmayacaktır.

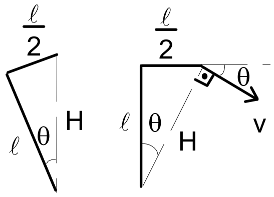
a) Işığın gönderildiği taraftan bu düzeneğe bakan bir kişinin kağıt üzerinde nasıl bir aydınlanma deseni göreceğini nedenleri ile birlikte tartışınız.

b) $n_1=\sqrt{2}$ ve h_1=4 cm ise, kağıt üzerinde oluşan aydınlama desenini tanımlayınız.

c) Eğer birinci cam plaka üzerine $n_2=\frac{\sqrt{6}}{2}$ ve h_2=5 cm olan ikinci bir cam plaka (iyi temas sağlamak için arada bir kaç damla silikon yağı kullanılarak) konulup sonra ıslak kağıt yapıştırılır ve dik olarak lazer ışığı gönderilirse, bu durumda kağıt üzerinde oluşan aydınlama deseni (b) şıkkındakine göre nasıl değişir?

d) Bu soruda tanımlanan düzenek ile kırıcılık indisinin genel olarak nasıl ölçülebileceğini anlatınız.

II. ULUSAL FİZİK OLİMPİYATI İKİNCİ AŞAMA SINAVI ÇÖZÜMLERİ-1994



1. Tabure iki arka ayağı üzerine kaldırılırsa, taburenin kütle merkezi dönme ekseninden H kadar uzakta olur. Pisagor teoreminden H

$$H=\sqrt{\ell^2+\left(\frac{\ell}{2}\right)^2}=\frac{\sqrt{5}\ell}{2}\ ;\ \cos\theta=\frac{\ell}{H}=\frac{2\sqrt{5}}{5}\ ;\ \sin\theta=\frac{\ell}{2H}=\frac{\sqrt{5}}{5}$$

olarak bulunur. Dönme eksene göre eylemsizlik momenti

$$J=J_0+mH^2=\frac{m\ell^2}{12}+\frac{5m\ell^2}{4}=\frac{4m\ell^2}{3}$$

olur. Enerji korunumu yasasından

$$mgh=\frac{J\omega^2}{2}$$

açısal hız

$$\omega=\sqrt{\frac{3gh}{2\ell^2}}$$

olarak bulunur. Sandalyenin kütle merkezinin hızı

$$v=\omega H$$

bu hızın bileşenleri

$$v_x=\omega H\cos\theta=\omega\ell$$

$$v_y=\omega H\sin\theta=\frac{\omega\ell}{2}$$

olur. Sandalyeye etki eden sürtünme kuvveti için

$$F_s=fN$$

yazabiliriz. Buradan

$$\frac{\Delta p_x}{\Delta t}=f\frac{\Delta p_y}{\Delta t}$$

$$\Delta v_x=f\Delta v_y$$

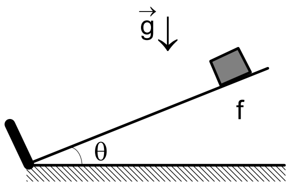
olarak yazılabilir. Dikey hız çarpışmadan sonra sıfır olur. Hız değişimi göze alarak sandalyenin çarpışmadan sonraki hızı

$$u_x=v_x-\Delta v_x=\omega\ell-f\frac{\omega\ell}{2}=\frac{\omega\ell(2-f)}{2}$$

olur. Sandalyenin kat ettiği yolu enerjinin korunumu yasasından

$$-fmgx=\Delta K=-\frac{mu^2}{2}\ ;\ x=\frac{3(2-f)^2h}{16f}$$

olarak bulunur.



2. a) Verilen grafiğe göre cisim önce sabit ivme ile hızlanmaktadır. Sonra hızın yönü aniden değişmekte ve azalmaktadır. Grafikten her yön değişiminde hızın azaldığı anlaşılmaktadır. Bunu en az iki sabit kuvvetin etkisi ile açıklanılabilir. Bu kuvvetlerden birisi sabit yönlü, diğeri ise yön değiştirmelidir. Bu özelliklere sahip olan sistem sürtünmeli eğik düzlem üzerinde hareket eden bir cisim olabilir. Bu cisim eğik düzlemin en alt noktasında esnek bir engele çarpıp, yön değiştirir ve yukarıya doğru hareketine devam eder. Ulaşabileceği en yüksek noktadan cisim tekrar aşağıya doğru hareketine devam etmektedir.

b) Cisim eğik düzleme göre yukarıya doğru hareket ederse ivmesi

$$a_1=g(\sin\theta-f\cos\theta)$$

cisim eğik düzleme göre aşağıya doğru hareket ederse ivmesi

$$a_2=g(\sin\theta+f\cos\theta)$$

olarak yazılabilir.

c) 0,6 s ile 1,2 s arasında inceleme yaparsak

$$a_1=\frac{\Delta v_1}{\Delta t_1}=\frac{0{,}6}{0{,}2}=3\ m/s^2\ ;\ a_2=\frac{\Delta v_2}{\Delta t_2}=\frac{0{,}4}{0{,}4}=1\ m/s^2$$

olarak bulunur. $g=10\ m/s^2$ kabul edersek

$$3=10(\sin\theta-f\cos\theta)\ ;\ 1=10(\sin\theta+f\cos\theta)$$

olarak yazılabilir. Buradan

$$\sin\theta=0{,}2\ ;\ \theta=11°{,}30'\ ;\ f=0{,}1$$

olarak bulunur.

3. İdeal gazlar için birinci termodinamik yasası için

$$\Delta Q=\Delta A+\Delta U=dA+dU$$

yazabiliriz. Burada

$$dA=PdV$$

yapılan iş

$$dU=c_V dT$$

sadece sıcaklığa bağlı olan iç enerji değişimidir. Sabit hacimde molar kapasitesi

$$c_V=\left(\frac{dQ}{dT}\right)_V=\left(\frac{dU}{dT}\right)_V=\frac{iR}{2}$$

olarak yazılabilir. Burada i serbestlik derecesidir. Sabit basınçtaki molar kapasitesi

$$c_P=\left(\frac{dQ}{dT}\right)_P=\left(\frac{dA}{dT}\right)_P+\left(\frac{dU}{dT}\right)_P=R+\frac{iR}{2}=\frac{(i+2)R}{2}=R+c_V$$

olur. İki ısı molar kapasitenin oranı

$$\gamma=\frac{c_P}{c_V}$$

olarak yazılabilir. Tek ve iki atomlu gazlar için

$$c_{V1}=\frac{3R}{2}\ ;\ c_{V2}=\frac{5R}{2}$$

olur. Gaz karışımı için

$$c_C=n_1c_{V1}+n_2c_{V2}\ ;\ c_P=n_1c_{V1}+n_2c_{V2}+(n_1+n_2)R=n_1c_{P1}+n_{2VP2}$$

yazabiliriz. Buradan

$$\frac{11}{7}=\frac{n_1c_{P1}+n_2c_{P2}}{n_1c_{V1}+n_2c_{V2}}\ ;\ \frac{n_1}{n_2}=3$$

olarak bulunur.

4. Her yarıkta eşit miktarda (+) ve (-) yükler yerleştirildiğini ve düzlemi simetrik bir hale geldiğini kabul edebiliriz. Bu durumda mesela sol levhada pozitif yüklerin dağlımı demete etki etmektedir. Gauss teoremi silindir simetrisine sahip toplam değeri Q olan yük dağılımına uygulandığında

$$E_\perp=\frac{Q}{2\pi\varepsilon_0 rx}$$

yazabiliriz. Burada

$$Q=CU=\frac{\pi\varepsilon_0 r^2U}{h}$$

yarığın sahip olduğu yük olarak alınılabilir. Hareket yönüne dik yönde etki eden kuvvet

$$F_\perp=qE_\perp=\frac{qQ}{2\pi\varepsilon_0 rx}$$

olur. Bu kuvvet taneciğe $\Delta p_\perp$ momentumu kazandırır. Bu momentum

$$\Delta p_\perp=F_\perp\Delta t=\frac{qQ}{2\pi\varepsilon_0 rv}=\frac{qrU}{2vh}$$

olarak bulunur. Yarığın yarıçapı r ise, odak mesafesi için

$$\frac{r}{f}=\frac{\Delta p_\perp}{p}$$

yazabiliriz. Verilen sistemde elektron demeti üç kere iki farklı yönlerde etkileniyor. Birinci ve üçüncü yarıktan kazanan momentum $2\Delta p_{\perp 1}$, ikinci yarıktan kaybeden momentum $2\Delta p_{\perp 2}$ olur. Hareket yönünün dik yönünde kazanılan toplam momentum

$$\Delta p_{\perp t}=2\Delta p_{\perp 1}-2\Delta p_{\perp 2}$$

olarak bulunur. Levhalar arasındaki hız az değişmektedir ve bu sebeple

$$v_2^2=v_1^2+\frac{2qU}{m}\ ,\ v_2+v_1\approx 2v_0;\ v_2-v_1=\frac{qU}{mv_0}$$

$$\Delta p_{\perp t}=\frac{qrU}{h}\left(\frac{1}{v_1}-\frac{1}{v_2}\right)=\frac{q^2rU^2}{hmv_0^{\ 3}}$$

olarak yazılabilir. Sistemin odak uzaklığı

$$f=\frac{rp}{\Delta p_{\perp t}}=\frac{4hU_0^{\ 2}}{U^2}$$

olarak bulunur.

5. a) En basit durumda yüklü taneciklerin hareketi elektrik alanda sadece iki elektrot arasındaki alandan ve elektrotların şekline bağlıdır. Bu yaklaşım tek bir tanecik için doğru olmakla birlikte, bir demet için alan sadece elektrotların şekline ve potansiyel farkına bağlı değildir. Bu durumda yüklü taneciklerin hacimsel yük yoğunluğu elektrik alan üzerinde belli bir etki yaratmaktadır. İki paralel levhalı diotta elektronların hareketini inceleyelim. Diottaki katot aynı zamanda elektronlar için bir kaynak rolü oynamaktadır. Levhalar arasındaki hacimsel elektron yük yoğunluğu anottan çıkan ve katoda giden elektrik alan çizgilerinin sayısının ve katottaki elektrik alanın azalmasına sebep olur. Ne kadar çok daha elektron katottan çıkar ise o kadar daha çok elektrik alan çizgileri iki levha arasında bulunan elektronlarda biter ve sonunda katottaki elektrik alan sıfır olabilir. Bu durumda elektron akımı maksimum değerine ulaşır. Katottan çıkan elektronların sayısı daha da artırılırsa elektrik akımı katottaki sıfır elektrik alanın duruma göre daha da küçük olur. Problem düzlemsel olduğu için Poisson denklemi

$$\frac{d^2\varphi}{dx^2} = -\frac{\rho}{\varepsilon_0}$$

şeklinde yazılabilir. Katot zamana göre homojen bir şekilde elektron çıkardığı için elektronların yoğunluğu sadece katottan olan mesafeye bağlı olacaktır. Denge durumunda elektrik akım yoğunluğu

$$j=qn_0v=\text{sabit};\ n_0=\frac{j}{qv}$$

mesafeden bağımsız olur. Elektronların hızı iki elektrot arasındaki her noktada o noktadaki elektron yoğunluğu ile ters orantılı olacaktır. Elektronların katottan çıkış hızı ve katoda uygulanan potansiyeli sıfır kabul edersek elektronların hızı anottaki potansiyele bağlıdır. Hız ve yoğunluk için

$$v=\sqrt{\frac{2q\varphi}{m}}\ ;\ \rho=qn_0=j\sqrt{\frac{m}{2q\varphi}}$$

yazabiliriz. Poisson denklemdeki potansiyel sadece mesafeye bağlı şekilde

$$\frac{d^2\varphi}{dx^2} = -\frac{j}{\varepsilon_0}\sqrt{\frac{m}{2q\varphi}}$$

olarak yazılabilir. Denklemin iki tarafını $\frac{d\varphi}{dx}$ ile çarparak, matematiksel olarak

$$\frac{d\varphi}{dx}\frac{d^2\varphi}{dx^2} = \frac{d}{dx}\left[\frac{1}{2}\left(\frac{d\varphi}{dx}\right)^2\right];\ \frac{1}{\sqrt{\varphi}}\frac{d\varphi}{dx}=2\frac{d\sqrt{\varphi}}{dx}$$

yazabiliriz. Buradan

$$\left(\frac{d\varphi}{dx}\right)^2 = \frac{4j}{\varepsilon_0}\sqrt{\frac{m\varphi}{2q}}+\text{sabit}$$

olarak bulunur. Sabiti sıfır olarak kabul edelim. İntegral alındıktan sonra, potansiyel ve elektrik alanı için

$$\frac{d\varphi}{dx}=\xi\left(j^2\varphi\right)^{\frac{1}{4}}\ ;\ \xi^2=\frac{4}{\varepsilon_0}\sqrt{\frac{m}{2q}}\ ;\ \varphi^{-\frac{1}{4}}d\varphi=\xi\sqrt{j}\,dx\ ;\ \frac{4\varphi^{\frac{3}{4}}}{3}=\xi\sqrt{j}\,x$$

$$\varphi(x)=\left(\frac{3\xi}{4}\right)^{\frac{4}{3}} j^{\frac{2}{3}} x^{\frac{4}{3}}\ ;\ E=-\frac{d\varphi}{dx}=-\frac{4}{3}\left(\frac{3\xi}{4}\right)^{\frac{4}{3}} j^{\frac{2}{3}} x^{\frac{1}{3}}$$

yazabiliriz. Görüldüğü gibi potansiyel ve elektrik alanı homojen değil ve katottan anoda doğru artmaktadır. Hız için

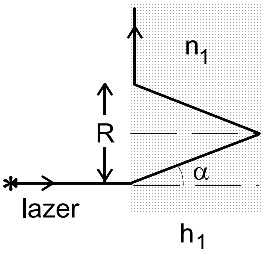
$$v(x)=\sqrt{\frac{2q\varphi}{m}}=\sqrt{\frac{2q}{m}}\left(\frac{3\xi}{4}\right)^{\frac{2}{3}} j^{\frac{1}{3}} x^{\frac{2}{3}}$$

yük yoğunluğu için

$$\rho=qn_0=\frac{j}{v}=\sqrt{\frac{m}{2q}}\left(\frac{4}{3\xi}\right)^{\frac{2}{3}} j^{\frac{2}{3}} x^{-\frac{2}{3}}$$

yazabiliriz. Yük yoğunluğu katotta sonsuz ve bu katottan çıkan elektronların hızı sıfır kabul ettiğimizden kaynaklanıyor. Bunu hesaba kattıktan sonra katottaki hız da sonlu olacaktır.

b) Diyottaki akım Ohm yasasına uymamaktadır.



6. a) Verilen düzenekte ıslak kağıt, lazer ışığının yüzeye değdiği noktadan itibaren cam içinde her yönde saçılması sağlanması ile kritik iç yansıma açı ile gelen ve kırılan ışınların tutumu önem kazanmaktadır. Bu ışınlar diğer yüzeyden yansıdıktan sonra birinci yüzeyden iç yansıma sonucu dışarı çıkamamaktadır. Bu ışınlar lazer ışının girdiği noktadan itibaren daire şeklinde karanlık bir bölge oluşmaktadır.

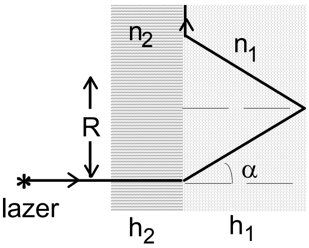
b) $n_1=\sqrt{2}$ ve h_1=4 cm ise

$$\sin\alpha_{kr}=\frac{1}{n_1}=\frac{\sqrt{2}}{2}$$

olur. Buradan $\alpha_{kr}=45°$ olarak bulunur. Lazer ışının girdiği noktadan itibaren yarıçapı

$$R=2h_1 tg45°=2.4.1=8 \text{ cm}$$

daire şeklinde karanlık bir bölge oluşmaktadır.



c) Eğer birinci cam plaka üzerine $n_2=\frac{\sqrt{6}}{2}$ ve h_2=5 cm olan ikinci bir cam plaka yerleştirilirse iç yansıma için

$$\sin\alpha_{kr}=\frac{n_2}{n_1}=\frac{\sqrt{3}}{2}$$

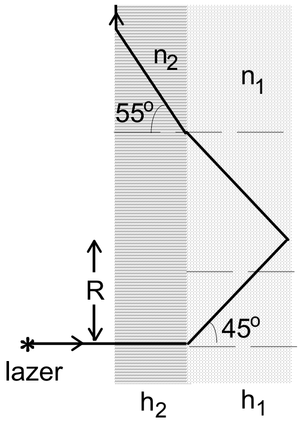
yazabiliriz. Buradan $\alpha_{kr}=60°$ olarak bulunur. Eğer ikinci yüzeyden yansıyan ışınlar birinci yüzeye 45° ile 60° arasında gelirlerse ıslak kağıda doğru geçmektedirler. Eğer ışınlar birinci yüzeye doğru 60° açıdan daha büyük açı ile gelirlerse tekrar cama doğru geri dönerler. Eğer ışınlar cam-kağıt düzlemsel sınırına 45° ik açı ile düşerlerse kırılma açısı

$$\frac{\sin 45^o}{\sin\beta}=\frac{n_2}{n_1};\ \sin\beta=0{,}816;\ \beta=55°$$

olarak bulunur. Lazer ışının girdiği noktadan itibaren yarıçapı

$$R=2h_1 tg45°+h_2 tg55°=15{,}14 \text{ cm}$$

daire şeklinde karanlık bir bölge oluşmaktadır.



d) Bu soruda tanımlanan düzenek ile kırıcılık indisini bulmak için karanlık bölgenin yarıçapını, cam plakanın kalınlığını ölçmek yeterlidir. Kırıcılık indisi

$$\frac{R}{2h_1}=tg\left(\arcsin\frac{1}{n_1}\right)$$

denkleminden bulunulabilir.