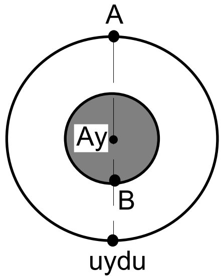
I. ULUSAL FİZİK OLİMPİYATI İKİNCİ AŞAMA SINAVI-1993



1. Ayın etrafındaki bir yörünge üzerinde dolanan uydunun mürettebatına Ay'da B noktasında bulunan astronotlardan imdat mesajı geliyor. Bu mesaja göre Ay'da astronotların 6 saatlik oksijen stoku kalmıştır. Uydunun kaptanı bilimsel araştırmalar gereği Ay'a inmek yerine astronotları kurtarmak için başka bir yöntem denemek istiyor. Uydu yörüngenin A noktasının karşında bulunan noktada iken mesajı almaktadır. A ve B noktaları Ay'ın merkezinden geçen bir doğrultu üzerinde bulunuyorlar. Kaptanın düşüncesi A noktasından oksijen dolu konteynırı fırlatıp, B noktasına kadar ulaştırmaktır. Konteynır B noktasına maksimum 60 km sapma ile ulaşabiliyor. Astronotların çalışmalarında kullandıkları aracın Ay üzerinde yaptığı hız 40 km/saattir. Ay'ın yarıçapı R=1700 km, uydu yörüngesinin yarıçapı r=2R, Dünyanın çekim ivmesi $g=9{,}8\ m/s^2$, Ayın çekim ivmesi $g_{Ay}=\dfrac{g}{6}$ olarak veriliyor.

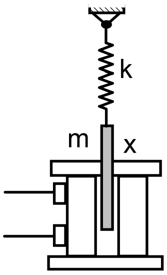
a) Konteynırın B noktasına ulaşması için hangi yönde ve nasıl bir hızla fırlatılması gerekir?
b) B noktasına ulaşması için gereken süre ne kadardır?
c) Sapmayı da göz önüne alarak oksijen konteynırı astronotlara zamanında ulaşabilir mi?

2. a) 19. yüzyılın sonunda Güneş enerjisinin kaynağını açıklamak için bir model geliştirilmiştir. Bu modele göre yıldızlar küresel toz bulutlarının gravitasyonel yoğunlaşmasıyla meydana gelmektedir. Bu model doğru ise Güneşin yayacağı enerji kaç yıl için yeter? Sayısal verilerden yola çıkarak bu modelin doğru olup olmayacağını tartışınız.
b) Güneşin küresel simetriye sahip bir gaz kütlesi olduğunu ve ρ özkütlesi, P basıncı, T mutlak sıcaklığının r radyal uzaklığının fonksiyonları olduğunu varsayarak, r yarıçaplı küre içindeki m=m(r) kütlesi ile P=P(r) basıncının radyal değişimlerinin ölçüsü olan $\dfrac{dm}{dr}$ ve $\dfrac{dP}{dr}$ ifadelerinin r mesafesi için sabit olduğunu varsayarak, Güneşin merkezindeki P_0 basıncının ifadesini bulup hesaplayınız.
c) Yukarıda saydığımız şartlar altında Güneşin merkezindeki mutlak sıcaklığını bulunuz.

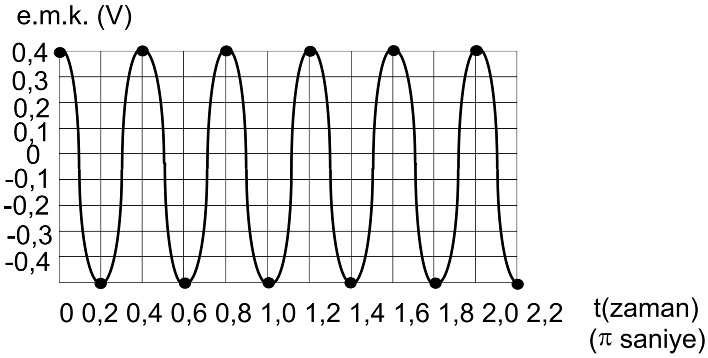
Not: Güneşin ρ özkütlesinin gene sabit olduğunu ve gazın atom çekirdeklerinin ve elektronların, global olarak büyük sıcaklık ve basınç altında nötr olan bir plazma karışımı halinde bulunduğunu ve bu plazmanın sanki bir gazmış gibi davrandığını kabul ediniz. Plazmada bulunan çekirdekler aslında hidrojen atomunun çekirdekleri, yani protonlar olduğu kabul edilebilir. Güneşin kütlesi $M_G=2.10^{30}$ kg, Güneşin yarıçapı $R_G=7.10^{8}$ m, protonun kütlesi $m_p=1{,}6726.10^{-27}$ kg, Avogadro sayısı $N_A=6{,}0223.10^{23}\ mol^{-1}$, Boltzman sabiti $k=1{,}38.10^{-23}$ J/K, evrensel çekim sabiti $\gamma=6{,}64.10^{-11}\ Nm^2/kg^2$, Güneşin bir saniyede yaydığı enerji $3{,}86.10^{26}$ W olarak veriliyor.

3. 200 gram kütleli bir çubuk mıknatıs, bir yayın ucuna asılı olarak bir bobinin ortasındaki boşlukta dengede durmaktadır. (Şekil 1) Mıknatıs bu durumda x kadar aşağıya doğru çekilip bırakılarak serbest titreşimler yapması sağlanmıştır. Bobinde oluşan e.m.k. nın zamanla değişimi bilgisayarla kayıt edilmiş olup Şekil 2. deki gibidir. Daha sonra bobinin iki ucu arasına 1 Ω luk bir direnç bağlanır (Şekil 3) ve mıknatıs tekrar aşağı çekilip bırakılırsa bu durumda bobin üzerinde oluşan e.m.k. nın zamanla değişimi Şekil 4. deki gibidir (Voltajın sinüs eğrisi şeklinde olduğu, voltaj ile akım arasında faz farkı olmadığını varsayınız).
a) Her iki durumda, gözlenen e.m.k. oluşumuna neden olan fiziksel kavramları ilgili denklemlerinde yazarak tartışınız.
b) x uzaklığını bulunuz. (Hesaplama için farklı yöntemler kullanılabilir, çözüm için seçtiğiniz yöntem eğer gerekiyorsa aşağıdaki integrali kullanabilirsiniz.)

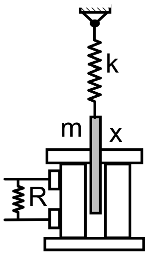
$$\int e^{at}\sin^{m}bt\,dt = \frac{e^{at}\sin^{m-1}bt}{a^2+m^2b^2}\left(a\sin bt - mb\cos bt\right) + \frac{m(m-1)b^2}{a^2+m^2b^2}\int e^{at}\sin^{m-2}bt\,dt$$



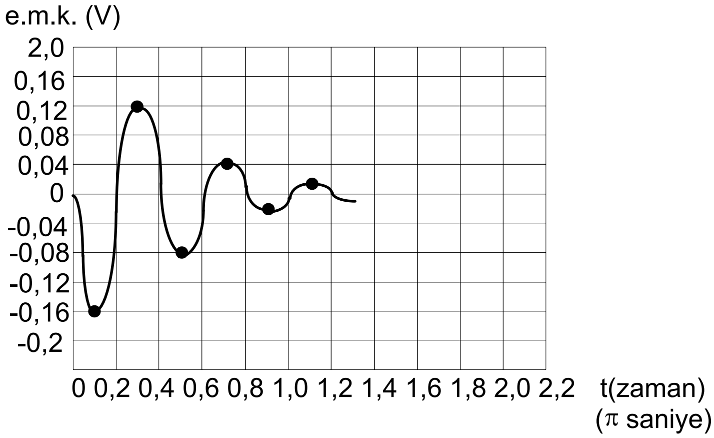
Şekil 1.



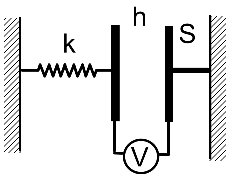
Şekil 2.



Şekil 3.

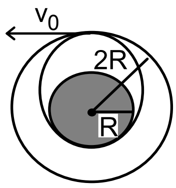


Şekil 4.



4. Paralel levhalı kondansatörlerden kontakt voltmetreler yapılabilir. Kontakt voltmetrenin bir levhası sabit olup, diğeri hareketlidir ve yay sabiti k olan bir yaya tutturulmuştur. Yay gerilmemiş halde iken iki levha arasındaki uzaklık h, levhaların alanı S olarak veriliyor. Böyle bir kontakt voltmetre ile ölçülebilen maksimum gerilim nedir? Vakumun geçirgenlik katsayısı ε_0 olarak veriliyor.

I. ULUSAL FİZİK OLİMPİYATI İKİNCİ AŞAMA SINAVI ÇÖZÜMLERİ-1993



1. a) Uydu yarıçapı 2R olan yörünge üzerinde v_0 hızı ile hareket etmektedir. Bu hızı bulmak için merkezcil kuvvetin çekim kuvvetine eşit olması durumundan faydalanabiliriz.

$$\frac{mv_0^2}{2R}=\frac{\gamma\, m_{Ay}m}{(2R)^2}\ ;\ v_0=\sqrt{\frac{\gamma\, m_{Ay}}{2R}}=\sqrt{\frac{g_{Ay}R}{2}}=\sqrt{\frac{gR}{12}}$$

Uydudan konteynır fırlatıldığında enerji ve açısal momentum korunumu yasaları kullanılabilir.

$$-\frac{\gamma\, m_{Ay}m}{2R}+\frac{mv_1^2}{2}=-\frac{\gamma\, m_{Ay}m}{R}+\frac{mv_2^2}{2}$$

$$mv_1 2R=mv_2 R$$

Buradan konteynırın fırlatılmasından sonra uydunun hızı

$$v_1=\sqrt{\frac{\gamma\, m_{Ay}}{3R}}=\sqrt{\frac{g_{Ay}R}{3}}=\sqrt{\frac{gR}{18}}$$

olarak bulunur. Uyduya göre konteynırın geri

$$\Delta v=v_0-v_1=\sqrt{\frac{gR}{12}}-\sqrt{\frac{gR}{18}}\approx 200\text{ m/s}$$

hızı ile fırlatılır.

b) Konteynırın büyük yarım ekseni $a=\frac{3R}{2}$ bir elips üzerinde hareket ederek B noktasına kadar ulaşması gerekir. Konteynırın düşme süresini değerlendirmek için Keplerin üçüncü yasasını

$$\frac{T^2}{T_0^2}=\frac{a^3}{(2R)^3}\ ;\ T_0=\frac{2\pi 2R}{v_0}=8\pi\sqrt{\frac{3R}{g}}$$

$$T=\frac{3\sqrt{3}T_0}{8}=9\pi\sqrt{\frac{R}{g}}$$

olarak yazabiliriz. Hareket süresi

$$t_2=\frac{T}{2}=\frac{9\pi}{2}\sqrt{\frac{R}{g}}\approx 1{,}6\text{ saat}$$

olarak bulunur.

c) Uydu A noktasına gelene kadar geçen süre

$$t_1=\frac{T_0}{2}=2{,}5\text{ saat}$$

olur. Konteynırın maksimum saparsa geçen süre

$$t_3=\frac{60\text{ km}}{40\text{ km/h}}=1{,}5\text{ saat}$$

olur. Sapmayı da göz önüne alırsak oksijen konteynırı astronotlar

$$t=t_1+t_2+t_3=2{,}5+1{,}6+1{,}5\approx 5{,}6\text{ saat}$$

ulaşabilir. Dolayısıyla zaman yeterlidir.

2. a) Bir kürenin gravitasyon potansiyel enerjisini bulmak için kürenin içinde r<R yarıçaplı bir küre alıp kalınlılığı dr olan ince küresel bir kabukla etkileşme enerjisini bulup integre edebiliriz.

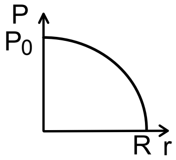
$$d\Pi=-\frac{\gamma\, m\,dm}{r}\ ,\ m=\frac{4\rho\pi\, r^3}{3}\ ;\ dm=4\rho\pi r^2dr;\ d\Pi=-\frac{\gamma\,\frac{4\rho\pi\, r^3}{3}\,4\rho\pi\, r^2dr}{r}=\frac{\gamma\,(4\rho\pi)^2\ r^4dr}{3}$$

$$\Pi=-\frac{\gamma(4\rho\pi)^2}{3}\int_0^R r^4dr=-\frac{\gamma(4\rho\pi)^2}{3}\left.\frac{r^5}{5}\right|_0^R=-\frac{3\gamma M^2}{5R}\ ;\ M=\frac{4\pi R^3\rho}{3}$$

olarak bulunur. Güneşin gravitasyon enerjisi $2{,}3.10^{41}$ J olarak bulunur. Güneşin bir saniyede yaydığı enerji $3{,}86.10^{26}$ W olduğuna göre Güneşin enerjisinin bu yolla yayıldığını varsayarsak

$$t=\frac{2{,}3.10^{41}}{3{,}86.10^{26}}\approx 6.10^{14}\text{ s}\approx 2.10^{7}\text{ yıl}$$

zamanda bitebileceği hesaplanılabilir. Dünyanın yaşı en az 6.10^9 yıl olduğuna göre öne sürülen model doğru olamaz.



b) Kürenin içinde r<R yarıçaplı bir küre alıp kalınlılığı dr olan ince küresel bir kabukla arasındaki etki eden kuvvet

$$dF=\frac{\gamma\, mdm}{r^2}=\frac{\gamma\frac{4\rho\pi\ r^3}{3}4\rho\pi\ r^2dr}{r^2}=\frac{\gamma\,(4\rho\pi)^2\ r^3dr}{3}$$

olarak yazılabilir. Bu r uzaklıkta küresel kabuğa etki eden basınç

$$dP=\frac{dF}{4\pi r^2}=\frac{\gamma\, 4\pi\rho^2\ rdr}{3}$$

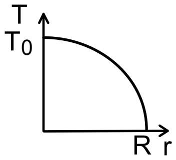
tüm dış bölgelerden r yarıçaplı küreye etki eden basınç

$$P=\int dP=\int_r^R\frac{\gamma\, 4\pi\rho^2\ rdr}{3}=\frac{2\gamma\pi\rho^2\ (R^2-r^2)}{3}=P_0\left(1-\frac{r^2}{R^2}\right)$$

olarak bulunur. Yıldızın merkezindeki basınç r=0 için

$$P_0=\frac{2\gamma\pi\rho^2\ R^2}{3}=\frac{3\gamma M^2}{8\pi R^4}$$

olarak yazılmıştır. r yarıçapına bağlı olan basınç grafiği şekilde verilmiştir.



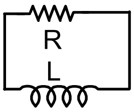
c) Güneşin merkezindeki mutlak sıcaklığını bulmak için

$$PV=P\frac{4\pi R^3}{3}=NkT=\frac{MkT}{m_p}$$

gaz denklemini kullanabiliriz. Buradan r yarıçapına bağlı olarak T sıcaklığı

$$T=T_0\left(1-\frac{r^2}{R^2}\right);\ T_0=\frac{2\gamma\pi\rho^2\ R^2}{3}=\frac{\gamma M m_p}{2kR}$$

olarak yazılabilir. Burada T_0 yıldızın merkezindeki sıcaklıktır. Sayısal değerleri koyduğumuzda $T_0\approx 10^7$ K olarak bulunur. r yarıçapına bağlı olan sıcaklık grafiği şekilde verilmiştir.



3. a) Bobin üzerinden geçen manyetik alan, mıknatısın yaptığı basit salınım hareketinden dolayı zamanla sinüzoidal olarak değişmektedir. Bu sebepten dolayı bobin üzerindeki indükte edilmiş e.m.k.

$$\varepsilon=\varepsilon_0\sin\omega t$$

şeklinde değiştiği yazılabilir. Kapalı devre için ikinci Kirchoff yasasını kullanabiliriz.

$$-L\frac{dI}{dt}=IR\ ;\ \frac{dI}{I}=-\frac{Rdt}{L}=-\frac{dt}{\tau}\ ;\ \tau=\frac{L}{R}$$

İntegrasyon sonucu

$$\ln\frac{I}{I_0}=-\frac{t}{\tau}\ ;\ I=I_0\,e^{-\frac{t}{\tau}}=\frac{\varepsilon}{R}e^{-\frac{t}{\tau}}=\frac{\varepsilon_0\sin\omega t}{R}e^{-\frac{t}{\tau}}\ ;\ I_0=\frac{\varepsilon_0\sin\omega t}{R}$$

olarak bulunur.

b) Şekilden titreşim periyodu T=0,4π s olarak bulunur. Diğer taraftan

$$T=2\pi\sqrt{\frac{m}{k}}\ ;\ k=\frac{4\pi^2 m}{T^2}=\frac{4\pi^2 0{,}2}{(0{,}4\pi)^2}=5\ \text{N/m}$$

yayda depo edilen enerji

$$\Pi=\frac{kx^2}{2}=\frac{5x^2}{2}$$

olarak bulunur. Grafikten indükte edilmiş e.m.k. nın sönüm olmadığı durumda maksimum değeri ε_{02}=0,4 V olarak alınır. Grafikten indükte edilmiş e.m.k. nın sönümlüğü olduğu durumda maksimum değeri ε_{02}=0,16 V olarak alınır. Akan akımın maksimum değeri

$$I_0=\frac{\varepsilon_{02}}{R}=\frac{0{,}16}{1}=0{,}16\ \text{A}$$

devredeki toplam direnç

$$R_t=\frac{\varepsilon_{01}}{I_0}=\frac{0{,}4}{0{,}16}=2{,}5\ \Omega$$

olarak bulunur. Açığa çıkan ısı

$$Q=\int_0^T\frac{R_t\ <I^2>dt}{2}$$

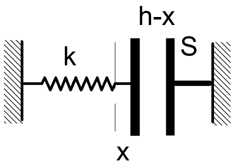
olarak yazılabilir. Burada $<I^2>$ bir periyot içinde akımın karenin ortalama değeridir. Ardı ardınaa alınan üç periyot içinde ortalama değerini bulabiliriz.

Kaçıncı periyot	ε_{02}	$I=\frac{\varepsilon_{02}}{R}=\frac{\varepsilon_{02}}{1}$	$<I^2>$
1.	0,12	0,12	0,144
2.	0,06	0,06	0,0036
3.	0,03	0,03	0,0099
			Toplam 0,189

Buradan açığa çıkan ısı Q=0,0296 J olarak bulunur. Enerji kayıpları yayda depo edilen enerjiden karşılanmaktadır.

$$\Pi=Q;\ \frac{5x^2}{2}=0{,}0296$$

Buradan x=0,109 m olarak bulunur. Bu yapılan hesap yaklaşıktır. Titreşim esnasında frekans değişmektedir. Bu değişim hesaba katılmamıştır.



4. Plakalara etki eden kuvvet

$$F=q\frac{\sigma}{2\varepsilon_0}=\frac{q^2}{2\varepsilon_0 S}=\frac{C^2U^2}{2\varepsilon_0 S}=\frac{\varepsilon_0 SU^2}{2(h-x)^2}=kx$$

olarak yazılabilir. Maksimum değer bulmak için

$$x(h-x)^2$$

ifadesinin türevi sıfır olmalıdır.

$$3x^2-4hx+h^2=0$$

Buradan

$$x=\frac{h}{3}$$

ve uygulanan maksimum potansiyel fark

$$U_{mak}=\sqrt{\frac{8kh^3}{27\varepsilon_0 S}}$$

olarak bulunur.