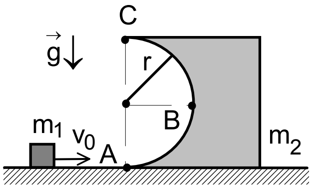
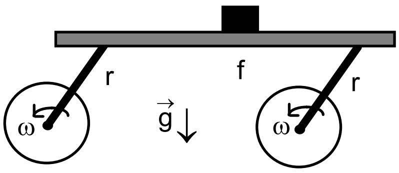
VI. ULUSAL FİZİK OLİMPİYATI ÜÇÜNCÜ AŞAMA SINAVI-1999

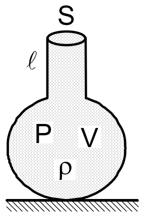


1. Yatay ve sürtünmesiz düzlem üzerinde kütlesi m_1 olan küçük bir cisim v_0 hızı ile hareket etmektedir. Cisim yolu üzerinde bulunan kütlesi m_2 ve yarıçapı r olan yarı silindir şeklindeki blok üzerinde hareketine devam etmektedir.
a) Cismin ilk hızı v_0 en az ne olmalıdır ki cisim C noktasından geçebilsin?
b) m_1=m ve m_2=4m durumu için, cisim aynı ilk v_0 hızına sahip ise cisim bloğun A noktasından ne kadar uzağa düşer?



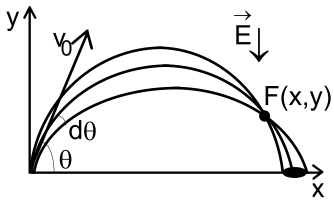
2. Yatay eksen etrafında düşey düzlemde dönen iki çubuğun uçları bir yatay tahtaya tutturulmuştur. Çubukların boyu r, tahtanın üzerinde bulunan cisim ile tahta arasındaki sürtünme katsayısı f ve yerçekimi ivmesi g olarak veriliyor.
a) Çubuklar hangi açısal hızı ile döndürüldüğünde cisim tahtaya göre kaymaya başlayacaktır?
b) Çubuklar hangi açısal hızı ile döndürüldüğünde cisim yukarıya doğru sıçramaya başlayacaktır?

3. Güneş sisteminde gezegenler Güneşin ekvatorundan geçen düzlemde dönmektedirler. Dünyadan fırlatılan bir uzay gemisi, güneşin kutuplarının üstünden geçirilmek üzere Güneşe en fazla $\frac{r_0}{5}$ mesafeye yaklaşmaktadır. (Burada r_0 Güneş-Dünya mesafesidir) Bu durumda Dünyadan atılışı sırasında uyduya verilmesi gereken hız ne kadardır? Çekim sabiti γ=6,67.10^{-11} Nm^2/kg^2, Dünyanın yarıçapı R=6,37.10^6 m, dünyanın kütlesi m_D=5,98.10^{24} kg, güneşin kütlesi m_G=2.10^{30} kg, Güneş-Dünya mesafesi r_0=150 000 000 km olarak veriliyor.



4. Uzunca boyunlu bir şişenin ağzından içeri doğru üflediğinizde, ıslık sesine benzer bir ses duyarsınız. Bu ses, şişenin boyun kısmındaki havanın, kütleli bir mantar gibi şişenin geri kalan kısmındaki havayı sıkıştırması, sonra da bu havanın genişlemesi nedeni ile oluşur. Böyle bir şişe Helmoltz rezonatörü diye tanımlanabilir. Şişe içindeki havanın küçük genlikli hareketi, denge durumundan uzaklaşma miktarı olan ile orantılı bir F kuvveti oluştu-rur. Bu modeli kullanarak, üfleme sonucunda çıkan sesin frekansını; şişenin boynunun uzunluğu ℓ, şişenin hacmi V>>Sℓ, boyun ara kesit alanı S, içindeki havanın basıncı P ve yoğunluğu ρ cinsinden bulunuz.

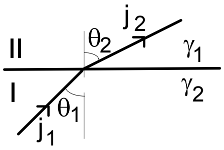
5. Yarıçapı r=1 m ve kütlesi M=10 kg küre şeklinde olan bir uydunun içinde T=300 K sıcaklığında ve çok düşük P=10^{-3} Pa basınç altında gaz bulunmaktadır. t=5 gün süresince, bu küre yüzeyi üzerinde birbirinden r kadar uzakta alanları S=10^{-2} cm^2 olan iki delik açılıyor. Bu süre içinde uydunun aldığı yol nedir? Uydu içinde bulunan gaz %70 azot, %30 oksijenden oluşmuştur. Azotun molar kütlesi μ_N=14 gr/mol, oksijenin molar kütlesi μ_O=16 gr/mol, gaz sabiti R=8,31.10^3 J/kmol.K olarak veriliyor.



6. Kütlesi m ve yükü q olan taneciklerden oluşan bir demetinin dağılmaması için demetin sürekli olarak odaklanması gerekir. Odak-lama elektrostatik veya manyetik merceklerle yapılabilir. En basit yön-temde odaklama elektrostatik merceklerle yapılmaktadır. Elektrostatik mercek rolünü bir homojen E elektrik alanı oynayabilir. Küçük bir saçılma ile homojen elektrik alanında püskürtülen yüklü tanecikler v_0 hızı ve θ açısı ile eğik atışı gibi bir hareketi yapsınlar.
a) Bu demetteki tanecikler ana yörüngeye göre küçük $d\theta$ açısı ile saçılarak atıldığında bir noktaya odaklandığını kanıtlayın. Odak noktası F'nin koordinatlarını bulunuz.
b) θ=45° için taneciklerin ne kadar bir ΔS alana saçılacağını bulunuz.

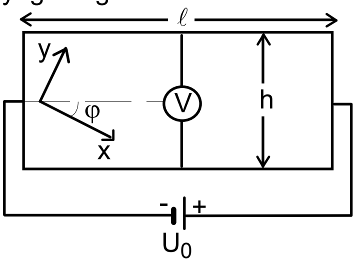
7. Fizikte bilinen ilk atom modeli Thomson modelidir. Bu modelde hidrojen atomunun pozitif yükü tamamen homojen olarak küre içine dağılmıştır. Elektronun da bu yapının içinde bulunduğu kabul edilmektedir. Bu modelden yola çıkarak hidrojen atomunun yarıçapını ve ışıma sonucu yayılan dalganın dalga boyunu bulunuz. Elektronun yükü e=1,6.10^{-19} C, kütlesi m=9,1.10^{-31} kg, hidrojen atomunda bulunan elektronun iyonlaşma enerjisi 13,6 eV, boşluğun dielektrik geçirgenlik sabiti ε_0=8,85.10^{-12} F/m, ışık hızı c=300 000 km/s olarak veriliyor.

8. a) Sıcaklığı T olan bir metalin uçlarında E elektrik alanı uygulanmaktadır. Metaldeki serbest elektronların konsantrasyonu n_0, ortalama serbest yolu λ, kütleleri m, elektrik yükleri e olarak veriliyor. Basit bir model kurarak metallerin öz iletkenlik katsayısı γ için bir ifade türetiniz. Bu ortamdaki elektrik akım yoğunluğunu ve birim hacimde açığa çıkan ısıyı bulunuz.



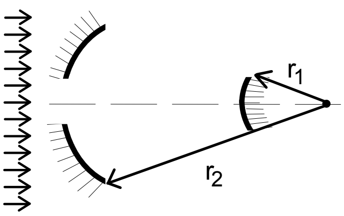
b) Elektrik akım yoğunluğu alan çizgileri ile temsil edilebilir. Bir ortamdan başka ortama geçerken elektrik akım yoğunluğu alan çizgilerinin uyduğu kırılma yasasını bulunuz. Birinci ortamdaki öz iletkenlik katsayısı γ_1, normale göre açı θ_1, ikinci ortam için γ_2 ve θ_2 olarak veriliyor.

c) Her iki ortamdaki elektrik akım yoğunluğu j olsun. İki ortam arasında biriken elektrik yükün yüzey σ yoğunluğu bulunuz.

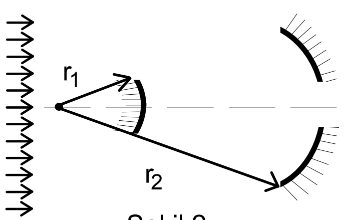


d) Verilen bir iletken maddenin x ve y doğrultularındaki öz iletkenlik katsayıları γ_x ve γ_y olup $\xi=\frac{\gamma_x}{\gamma_y}$ olarak veriliyor. Bu maddeden ℓ uzunluğunda ve h genişliğinde bir levha kesiliyor. Kabul edilen x ekseni levhanın uzun kenarı ile φ açı yapmaktadır. Levhanın uzunluğu boyunca U_0 gerilimi uygulanıyor. Levhanın genişliğinde V voltmetresi ile ölçülen gerilim ne kadardır?

9. v sabit hızı ile hareket eden bir yükün kendisinden r uzaklıkta ve hareket doğrultusu ile θ açısı yapan bir noktada oluşturduğu manyetik alanı bulunuz.

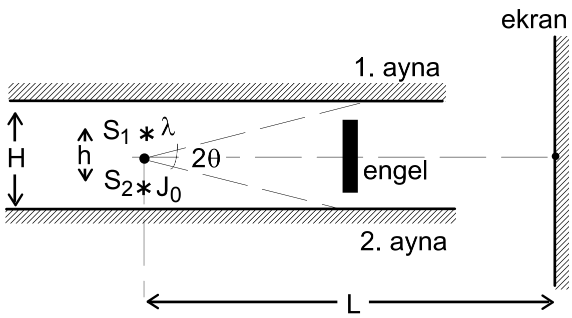


Şekil 1.



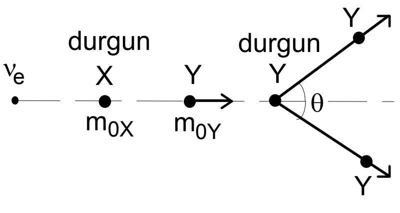
Şekil 2.

10. Güneşin görüntüsü merkezleri çakışan çukur ve tümsek aynalardan oluşan bir optik sistemde oluşmaktadır. Çukur aynada daire şeklinde bir yarık bulunuyor. Bu yarığın boyutları tümsek aynanın boyutlarına eşittir. Tümsek aynanın eğrilik yarıçapı r_1, çukur aynanın eğrilik yarıçapı r_2 olarak veriliyor. Güneşin aynı büyüklükteki görüntüsünü elde etmek için kullanılan eşdeğer tek çukur aynanın yarıçapı Şekil-1 ve Şekil-2 için ne kadar olmalıdır? Her iki durum için oluşan görüntülerin niteliğini tartışınız.



11. Koherent olmayan dalga boyu λ ve ışık şiddeti J_0 olan S_1 ve S_2 iki noktasal ışık kaynağın arasındaki uzaklık h olarak veriliyor. Bu iki kaynağı birleştiren doğruya dik doğrultu eksen olarak kabul edelim. Eksene dik olarak bir engel ve bir ekran, eksene paralel olarak iki düz ayna yerleştiriliyor. Engel ile düz aynalar arasındaki aralık çok küçüktür. Işık kaynakların ve ekran arasındaki mesafe L olup yeterince büyüktür (L>>H>>h). Bu demektir ki kaynaklardan engel ile aynalar arasındaki aralık küçük bir 2θ açı ile gözlenmektedir. Ekran üzerinde gözlenen girişim deseni ne olur? Ekran üzerindeki ışık şiddetini eksenden x uzaklığının fonksiyonu olarak bulunuz.

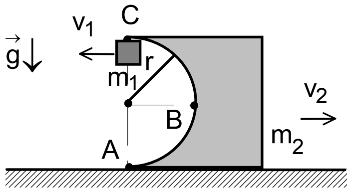
Not: Aynalardan birden fazla yansıma yapan ışınlar ekran üzerine düşmemektedir.



12. Durgun kütlesi m_{0X} olan nötr bir X taneciği durgun halde iken durgun kütlesi m_{0Y} olan yüksüz bir Y taneciğe ve bir nötrinoya (ν_e) dönüşmektedir. Daha sonra, oluşan Y taneciği durgun olan başka bir Y taneciği ile çarpıştıktan sonra bu tanecikler simetrik olacak şekilde hareket etmektedirler. Taneciklerin hareket doğrultuları arasındaki açı θ=53° ise $\frac{m_{0X}}{m_{0Y}}$ oranı nedir?

Not: Nötrinonun durgun kütlesi sıfır kabul edilebilir.

VI. ULUSAL FİZİK OLİMPİYATI ÜÇÜNCÜ AŞAMA SINAVI ÇÖZÜMLERİ-1999



1. v_0 hızı ile gelen cisim C noktasına geldiğinde bloğa göre hızı v_1, bloğun hızı v_2 olsun. Bu durumda momentum korunumu yasası

$$m_1 \vec{v}_0 = m_1(\vec{v}_1 + \vec{v}_2) + m_2 \vec{v}_2$$

$$m_1 v_0 = m_1(v_2 - v_1) + m_2 v_2$$

şeklinde yazılabilir. Bu noktadaki kuvvetler için

$$m_1 g = N + \frac{m_1 v_1^2}{r} \; ; \; N=0$$

enerji korunumu yasası ise

$$\frac{m_1 v_0^2}{2} = \frac{m_1(v_2 - v_1)^2}{2} + \frac{m_2 v_2^2}{2} + m_1 g 2r$$

şeklinde yazılabilir. Bu denklemlerden ilk hız

$$v_0 = \sqrt{\left(5 + \frac{4m_2}{m_1}\right)gr} = 5\sqrt{gr}$$

olarak bulunur.
b) C noktasındaki cismin hızı

$$v_1 = \sqrt{gr}$$

bloğun hızı

$$v_2 = \frac{m_1(v_1 + v_0)}{m_1 + m_2} = \frac{6}{5}\sqrt{gr}$$

blok ile cisim arasındaki bağıl hız

$$v_b = v_2 + (v_2 - v_1) = 2v_2 - v_1 = \frac{7}{5}\sqrt{gr}$$

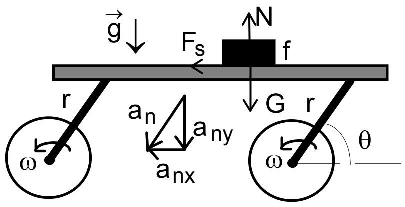
olarak bulunur. Cisim

$$t = \sqrt{\frac{2.2r}{g}} = 2\sqrt{\frac{r}{g}}$$

sürede yere düşer. İki cisim arasındaki uzaklık

$$x = v_b t = \frac{14r}{5}$$

olarak bulunur.



2. a) Cisim tahta ile beraber yarıçapı r bir daire üzerinde

$$a_n = \omega^2 r$$

merkezcil ivmesi ile hareket etmektedir. Cisme etki eden kuvvetler

$$mg - N = ma_{ny}; \; a_{ny} = a_n \sin\theta$$

$$F_s = fN = ma_{nx}; \; a_{nx} = a_n \cos\theta$$

$$f(mg - \omega^2 r \sin\omega t) = m\omega^2 r \cos\omega t$$

$$fg = \omega^2 r(f \sin\omega t + \cos\omega t)$$

olarak yazılabilir. Kritik durumda kayma başlar. Bu ifadenin türevi sıfır vermelidir. Buradan

$$f\omega \cos\omega t - \omega \sin\omega t = 0; \; f = tg\omega t$$

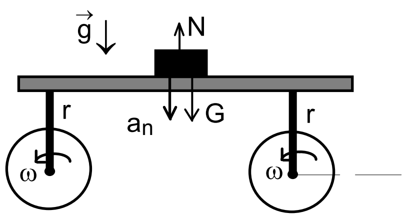
olarak bulunur. Trigonometrik bağıntılardan

$$\sin\omega t = \frac{tg\omega t}{\sqrt{1 + tg^2\omega t}} = \frac{f}{\sqrt{1+f^2}} \; ; \; \cos\omega t = \frac{1}{\sqrt{1 + tg^2\omega t}} = \frac{1}{\sqrt{1+f^2}}$$

elde edilir. Aradığımız açısal hız

$$fg = \omega^2 r\left(\frac{f^2}{\sqrt{1+f^2}} + \frac{1}{\sqrt{1+f^2}}\right) = \omega^2 r\sqrt{1+f^2} \; ; \; \omega = \sqrt{\frac{fg}{r\sqrt{1+f^2}}}$$

olarak bulunur.

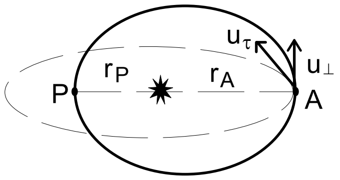


b) Sıçrama durumu çubuklar dikey duruma geldiğinde incelenebilir. Bu durumda N=0 olur.

$$mg = ma_n = m\omega^2 r$$

$$\omega_s = \sqrt{\frac{g}{r}}$$

olarak bulunur.



3. Dünyadan fırlatılan uzay gemisi güneşin ekvatorundan geçen düzlemde hareket eder. Güneşin kutupları üstünden geçirilmek istenmekte olan uzay gemisine dünyanın çekiminden kurtulabilmek ve hareket ettiği yörüngeye dik olacak şekilde kinetik enerji vermeliyiz.

$$\frac{mv_0^2}{2}=\frac{mv_{II}^2}{2}+\frac{mu^2}{2}$$

Dünyadan kurtulabilmek için verilmesi gereken kinetik enerji ve hız

$$\frac{mv_{II}^2}{2}-\frac{\gamma\ m_D m}{R}=0$$

$$v_{II}=\sqrt{\frac{2\gamma\ m_D}{R}}=\sqrt{\frac{2.6{,}67.10^{-11}\ 5{,}98.10^{24}}{6{,}37.10^{6}}}=11{,}19.10^3\ \text{m/s}$$

olarak bulunur. Yörüngenin güneşe en uzak A afelyum noktasında geminin u hızının iki bileşeni mevcuttur. Teğetsel bileşen

$$\frac{mu_\tau^2}{r}=\frac{\gamma\ m_G m}{r^2}$$

$$u_\tau=\sqrt{\frac{\gamma\ m_G}{r}}=\sqrt{\frac{6{,}67.10^{-11}\ 2.10^{30}}{15.10^{10}}}=29{,}82.10^3\ \text{m/s}$$

olarak bulunur. Gemiye bu minimum hız verilirse geminin güneşe göre hızı sıfır olur. Bu durumda, yani geminin güneşe göre hızı sıfır ise gemiye teğetsel u_τ hıza dik yönde $u_\perp$ verilmelidir. Enerji ve açısal momentum korunum yasalarını kullanarak

$$-\frac{\gamma\, m_G m}{r_A}+\frac{mu_\perp^2}{2}=-\frac{\gamma\, m_G m}{r_p}+\frac{mu'^2_\perp}{2}$$

$$r_A u_\perp=r_P u'_\perp\ ;\ r_A=r;\ r_P=\frac{r}{5}\ ;\ u'_\perp=5u_\perp$$

$$-\frac{\gamma\, m_G}{r}+\frac{u_\perp^2}{2}=-\frac{5\gamma\, m_G}{r}+\frac{25u_\perp^2}{2}\ ;\ \frac{24u_\perp^2}{2}=\frac{4\gamma\, m_G}{r}$$

$$u_\perp=\sqrt{\frac{\gamma\ m_G}{3r}}=\sqrt{\frac{2.6{,}67.10^{-11}\ 2.10^{30}}{3.15.10^{10}}}=17{,}2.10^3\ \text{m/s}$$

olarak bulunur. Manevrayı yapabilmek için gerekli olan hız

$$u=\sqrt{u_\tau^2+u_n^2}=33{,}25.10^3\ \text{m/s}$$

olur. Dünyadan verilmesi gereken hız

$$v_0=\sqrt{v_{II}^2+u^2}=35.10^3\ \text{m/s}$$

olarak bulunur.

4. Şişenin boyundaki havanın kütlesi

$$m=\rho S\ell$$

bu hava kütlesinin üfleme sonucunda hacminin değişiminin

$$dV=Sx$$

kadar olduğunu kabul edelim Gazdaki proses çok hızlı gerçekleştiğinden dolayı proses adyabatik olarak kabul edilebilir. Adyabatik prosesler için

$$PV^\gamma=\text{sabit}$$

olarak veriliyor. Bu ifadenin türevini alarak

$$dPV^\gamma+\gamma PV^{\gamma-1}dV=0$$

denklemini elde edebiliriz. Buradan basınç değişimi

$$dP=-\frac{\gamma\, PdV}{V}=-\frac{\gamma\, PSx}{V}$$

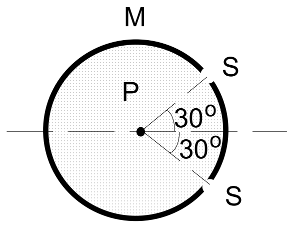
olarak bulunur. Bu basınç değişiminden şişe boynundaki gaz kütlesine etki eden kuvvet

$$F=ma=dPS;\ \rho S\ell\,\ddot{x}=-\frac{\gamma\, PS^2x}{V}\ ;\ \ddot{x}+\frac{\gamma\, PSx}{\rho\ell V}=0$$

şeklinde yazılabilir. Bu denklem harmonik osilatör denklemidir. Titreşimin frekansı ve periyodu

$$\omega=\sqrt{\frac{\gamma\, PS}{\rho\ell V}}\ ;\ T=\frac{2\pi}{\omega}=2\pi\sqrt{\frac{\rho\ell V}{\gamma\, PS}}$$

olarak bulunur. Hava için $\gamma=\frac{7}{5}$ olarak alınabilir.



5. Açılan her deliğe doğru

$$\Delta N=\frac{n_0 S v \Delta t}{6}$$

molekül hareket etmektedir. Her bir molekül

$$\Delta p=mv$$

momentum taşımaktadır. Etki eden kuvvet

$$F_1=\frac{\Delta N \Delta p}{\Delta t}=\frac{n_0 m v^2}{3}\frac{S}{2}=\frac{PS}{2}$$

olarak bulunur. Uyduya etki eden toplam kuvvet ve ivme

$$F=Ma=2F_1\cos 30°=\frac{\sqrt{3}PS}{2};\ a=\frac{\sqrt{3}PS}{2M}$$

olur. t sürede alınan yol

$$x=\frac{at^2}{2}=\frac{\sqrt{3}PSt^2}{4M}\cong 8\text{ m}$$

olarak bulunur. Gazın kütlesi için

$$M_g=\rho V=\frac{P\mu}{RT}\frac{4\pi r^3}{3}=245.10^{-7}\text{ kg}<<M$$

$$\mu=0{,}7\mu_N+0{,}3\mu_O=14{,}6\text{ gr/mol}$$

yazabiliriz. Yani uydunun kütlesi yaklaşık olarak sabittir.

6. a) Yüklü taneciklere etki eden kuvvet

$$a=\frac{qE}{m}$$

ivme kazandırır. Hareket denklemi θ ve $\theta+d\theta$ açısı için

$$y=xtg\theta-ax^2\left(\frac{1+tg^2\theta}{2v_0^{\,2}}\right);\ y=xtg(\theta+d\theta)-ax^2\left(\frac{1+tg^2(\theta+d\theta)}{2v_0^{\,2}}\right)$$

yazılabilir.

$$tg(\theta+d\theta)=tg\theta+(1+tg^2\theta)d\theta;\ 1+tg^2(\theta+d\theta)=1+tg^2\theta+2tg\theta(1+tg^2\theta)d\theta$$

açılımları kullanarak odak noktasının koordinatları

$$x_F=\frac{v_0^{\,2}}{atg\theta};\ y_F=\frac{v_0^{\,2}(tg^2\theta-1)}{2atg^2\theta}$$

olarak bulunur.

b) Taneciklerin menzili

$$\ell=\frac{v_0^{\,2}\sin 2\theta}{a}$$

$\theta=45°$ ise saçılan taneciklerin açısı $45°\pm d\theta$ açının değişimi sonucu menzildeki değişim

$$d\ell=\frac{2v_0^{\,2}\cos 2\theta d\theta}{a}=\frac{2v_0^{\,2}\cos 2(45^\circ-d\theta)d\theta}{a}=\frac{2v_0^{\,2}\sin 2d\theta}{a}d\theta=$$

$$=\frac{4v_0^{\,2}(d\theta)^2}{a}=\frac{4mv_0^{\,2}(d\theta)^2}{qE}$$

ve saçıldıkları alan

$$dS=\frac{1}{2}\frac{\pi(d\ell)^2}{4}=\frac{2\pi m^2 v_0^{\,4}(d\theta)^4}{q^2E^2}$$

olarak bulunur.

7. a) Sıcaklık T ise serbest elektronlar klasik bir tanecik olarak kabul edilirlerse

$$v=\sqrt{\frac{3kT}{m}}$$

ısısal hızı ile hareket etmektedir. Elektrik alan uygulandığında elektronlar yönlendirilmiş $v_d<<v$ drey hızı kazanmaktadırlar. Hareket esnasında elektronlar kristal hücrenin iyonları ile çarpışmaktadırlar. Çarpışmalar arasında geçen

$$\tau=\frac{\lambda}{v}$$

sürede elektrik alnın etkisi ile elektronlar a ivmesi ile hareket etmektedirler.

$$eE=ma;\ a=\frac{eE}{m}$$

İki çarpışma arasında elektronların ısısal hızın dışında kazandıkları son hız

$$v_s=a\tau=\frac{eE\lambda}{mv}$$

elektronların yönlendirilmiş hızı

$$v_d=\frac{0+v_s}{2}=\frac{eE\lambda}{2mv}$$

olur. Elektrik akım

$$I=\frac{\Delta q}{\Delta t}=en_0Sv_d=\frac{e^2n_0\lambda SE}{2mv}=\frac{E\ell}{\frac{2mv}{e^2n_0\lambda}\frac{\ell}{S}}=\frac{U}{\rho\frac{\ell}{S}}=\frac{U}{R}$$

olarak yazılabilir. ρ maddenin özdirenci, γ maddenin öziletkenliği

$$\rho=\frac{2mv}{e^2n_0\lambda};\ \gamma=\frac{1}{\rho}=\frac{e^2n_0\lambda}{2mv}$$

olarak yazılabilir. Elektrik akımın yoğunluğunu

$$j=\frac{I}{S}=\frac{e^2n_0\lambda E}{2mv}=\gamma E$$

olarak yazılabilir. Birim hacimdeki açığa çıkan ısıyı bulmak için elektronların her çarpışmada kazandıkları

$$K_1=\frac{mv_s^2}{2}$$

kinetik enerjiyi tamamen metalin kristal hücresine aktardığını kabul edelim. Her elektron bir saniyede kristal hücresi ile

$$\nu=\frac{1}{\tau}$$

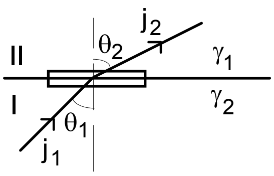
kere çarpışmaktadır. Tüm hacimde t süre ile açığa çıkan ısı

$$Q=\Delta K=n_0S\ell\nu K_1t=\frac{e^2n_0\lambda S\ell E^2t}{2mv}=\frac{E^2\ell^2t}{\frac{2mv}{e^2n_0\lambda}\frac{\ell}{S}}=\frac{U^2t}{\rho\frac{\ell}{S}}=\frac{U^2t}{R}$$

olarak yazılabilir. Birim hacimdeki ısı gücü

$$P=\frac{Q}{S\ell t}=\frac{E^2}{\rho}=\gamma E^2$$

olur.



b) İki sınırın ortasından dikdörtgen olan kapalı bir çerçeve ele alalım. Elektrik alan dolanım teoremi sonucu

$$\oint_\ell \vec{E}.d\vec{\ell}=0$$

yazabiliriz. Buradan elektrik alanın teğetsel bileşeni korunduğunu bulabiliriz.

$$E_1\sin\theta_1=E_2\sin\theta_2$$

Tam sınırda küçük dS alanı seçersek birim zamanda bu alandan geçen yük

$$dq=j_ndS=j\cos\theta.dS$$

olur. Yük korunumu yasasından

$$j_{n1}=j_{n2}$$

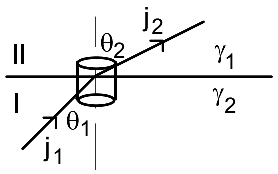
olmalıdır. Bunu açık bir şekilde

$$\gamma_1E_1\cos\theta_1=\gamma_2E_2\cos\theta_2$$

olarak yazabiliriz. Buradan bir ortamdan başka ortama geçerken elektrik akım yoğunluğu alan çizgilerinin uydukları kırılma kanunu

$$\frac{tg\theta_1}{tg\theta_2}=\frac{\gamma_1}{\gamma_2}$$

olarak bulunur.



c) Her iki ortamdaki elektrik akım yoğunluğu j ise iki ortam arasındaki biriken elektrik yükün yüzey σ yoğunluğunu bulabilmek için deplasman vektörün korunduğunu kullanabiliriz. Kapalı alan olarak iki ortamın sınırında bulunan bir silindir seçelim. Buradan

$$\oint_S \varepsilon\varepsilon_0 \vec{E}.d\vec{S}=q$$

yazabiliriz. Açık bir şekilde

$$\varepsilon_1\varepsilon_0 E_{1n}dS-\varepsilon_2\varepsilon_0 E_{2n}dS=\sigma dS$$
$$\varepsilon_1\varepsilon_0 E_{1n}-\varepsilon_2\varepsilon_0 E_{2n}=\sigma$$

şeklinde yazabiliriz. Metaller için ε=1 dir. Ayrıca soruda

$$j=\gamma_1 E_{1n}=\gamma_2 E_{2n}$$

verildiği için yüzeysel yük yoğunluğu

$$\sigma=\varepsilon_0 j\left(\frac{\cos\theta_1}{\gamma_1}-\frac{\cos\theta_2}{\gamma_2}\right)$$

olarak bulunur.

d) Levhanın uzunluğu ve genişliği boyunca oluşan elektrik alanlar

$$E_{\parallel}=\frac{U_0}{\ell}\ ;\ E_{\perp}=\frac{U}{h}$$

olsun. Bu iki elektrik alanı x ve yönündeki elektrik alanların süperpozisyonu olarak temsil edebiliriz.

$$E_{\parallel}=E_x\cos\varphi+E_y\sin\varphi$$
$$E_{\perp}=E_x\sin\varphi-E_y\cos\varphi$$

Yük korunumu yasasından

$$j_{\perp}=\text{sabit}$$

olmalıdır. Bunu açık bir şekilde

$$j_x\sin\varphi=j_y\cos\varphi$$
$$\gamma_x E_x\sin\varphi=\gamma_y E_y\cos\varphi$$

olarak yazabiliriz. Buradan

$$E_y=\frac{\gamma_x}{\gamma_y}\text{tg}\varphi E_x=\xi\text{tg}\varphi E_x$$

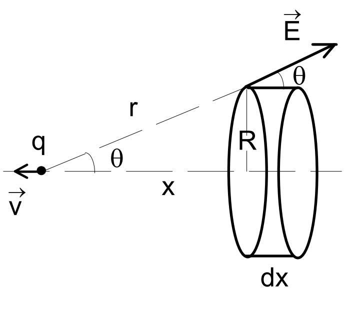
elde edilir. Levhanın uzunluğu boyunca oluşan elektrik alan ifadesinden

$$\frac{U_0}{\ell}=E_x\cos\varphi+\xi\text{tg}\varphi E_x\sin\varphi;\ E_x=\frac{U_0}{\ell(1+\xi\text{tg}^2\varphi)\cos\varphi}\ ;\ E_y=\frac{\xi U_0\text{tg}\varphi}{\ell(1+\xi\text{tg}^2\varphi)\cos\varphi}$$

olarak bulunur. Aradığımız levhanın genişliği boyunca oluşan potansiyel fark

$$U=E_{\perp}h=\frac{(1-\xi)U_0 h\text{tg}\varphi}{\ell(1+\xi\text{tg}^2\varphi)}$$

olarak bulunur.



8. Çok küçük dt zamanda yük dx kadar yol alır. Bu süre içinde elektrik alan çizgileri taban yarıçapı R ve yüksekliği dx olan bir silindir içinden geçip çıkmaktadırlar. Bu silindirin içinde yük olmadığı için elektrik akısı sıfırdır. Elektrik akı değişimi yan yüzeyden gerçekleşmektedir. Bu yüzeye dik olan elektrik alan bileşeni

$$E_{\perp}=E\sin\theta;\ E=\frac{q}{4\pi\varepsilon_0 r^2}$$

yan yüzeyin alanı

$$dS=2\pi R dx$$

elektrik akı değişimi

$$d\Phi_E=E_{\perp}dS=E\sin\theta 2\pi R dx$$

olarak yazılabilir. Gauss yasasından

$$\Phi_E=\oint_S \vec{E}\,d\vec{S}=\frac{q}{\varepsilon_0}$$

olarak bulunur. Akım ve deplasman akım teoreminden

$$\oint_\ell \vec{B}\,d\vec{\ell}=\mu_0 I+\mu_0\varepsilon_0\frac{d\Phi_E}{dt}=\mu_0\varepsilon_0\frac{d\Phi_E}{dt}$$

$$B.2\pi R=\mu_0\varepsilon_0\frac{d\Phi_E}{dt}=\mu_0\varepsilon_0\frac{q}{4\pi\varepsilon_0 r^2}\sin\theta 2\pi R\frac{dx}{dt}\ ;\ B=\frac{\mu_0 qv\sin\theta}{4\pi r^2}$$

olarak bulunur. Aynı sonuca başka yoldan da ulaşabiliriz. R yarıçaplı daire üzerinde y yarıçapında ve dy kalınlığında olan bir halka seçelim. Bu halkadan geçen elektrik akı

$$d\Phi_E=E_x dS=\frac{q\cos\beta}{4\pi\varepsilon_0(x^2+y^2)}2\pi y dy=\frac{qydy}{2\varepsilon_0\sqrt{(x^2+y^2)^3}}$$

$$\Phi_E=\int_0^R \frac{qydy}{2\varepsilon_0\sqrt{(x^2+y^2)^3}}=\frac{q}{2\varepsilon_0}\left(1-\frac{x}{\sqrt{x^2+R^2}}\right)$$

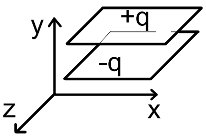
$$\frac{d\Phi_E}{dt}=\frac{q}{2\varepsilon_0}\left(\sqrt{x^2+R^2}-\frac{x^2}{\sqrt{x^2+R^2}}\right)\frac{1}{x^2+R^2}\frac{dx}{dt}$$

R=rsinθ; x=Rcodθ

$$\frac{d\Phi_E}{dt}=\frac{q}{2\varepsilon_0}(\text{r-rcos}^2\theta)\frac{1}{r^2}v=\frac{q\sin^2\theta}{2\varepsilon_0 r}$$

$$\oint_\ell \vec{B}\,d\vec{\ell}=\mu_0\varepsilon_0\frac{d\Phi_E}{dt};\ 2\pi r\sin\theta.B=\mu_0\varepsilon_0\frac{q\sin^2\theta}{2\varepsilon_0 r};\ B=\frac{\mu_0 qv\sin\theta}{4\pi r^2}$$

olarak bulunur.



Diğer bir yöntemde rölativite teorisinden gelen kuvvet dönüşümleri kullanılabilir. Bunun için hareket eden bir kondansatörün ve bu kondansatöre bağlı koordinat sisteme göre birim alanındaki yük yoğunluğu

$$\sigma_0=\frac{q}{\ell_0^{\,2}}$$

plakalar arasındaki elektrik alan

$$E_0=\frac{\sigma_0}{\varepsilon_0}$$

olarak yazılabilir. Burada ℓ_0 kondansatöre bağlı koordinat sistemine göre plakalarının uzunluğudur. Yük hızdan bağımsız olup Lorentz dönüşümlere göre invariant (değişmeyen) bir özelliktir. Hareketsiz koordinat sisteme göre hareket boyunca kondansatörün uzunluğu

$$\ell=\ell_0\sqrt{1-\beta^2}$$

olur. Hareketsiz koordinat sistemine göre birim alandaki yük yoğunluğu

$$\sigma=\frac{q}{\ell_0^{\,2}\sqrt{1-\beta^2}}=\frac{\sigma_0}{\sqrt{1-\beta^2}}$$

plakalar arasındaki elektrik alan

$$E=\frac{\sigma}{\varepsilon_0}=\frac{E_0}{\sqrt{1-\beta^2}}$$

olur. Elektrik alanlar arasındaki dönüşüm nasıl gerçekleşiyor ise kuvvetler arasındaki dönüşüm de aynı şekilde gerçekleşmektedir. Şimdi K hareketsiz olan koordinat sisteminde hareketsiz olan ve birbirinden r uzakta bulunan iki durgun elektronu v hızı ile hareket eden K’ koordinat sisteminden inceleyelim. Bu koordinat sistemde kuvvet için

$$F=F_0\sqrt{1-\beta^2}=\frac{e^2}{4\pi\varepsilon_0 r^2}\sqrt{1-\beta^2}=\frac{e^2}{4\pi\varepsilon_0 r^2\sqrt{1-\beta^2}}-\frac{e^2\beta^2}{4\pi\varepsilon_0 r^2\sqrt{1-\beta^2}}$$

yazabiliriz. Birinci terime elektrik kuvveti, ikinci terime ise manyetik kuvveti olarak adlandırılır. Manyetik kuvvet küçük hızlar için

$$F_m=evB;\ B=\frac{ev}{4\pi\varepsilon_0 c^2 r^2}=\frac{\mu_0 ev}{4\pi r^2}$$

olarak yazılabilir. Burada B tek bir yükün oluşturduğu manyetik alandır. Eğer hareket doğrusu ile θ açısı yapan bir durum söz konusu ise

$$B=\frac{\mu_0 ev\sin\theta}{4\pi r^2}$$

olarak yazılabilir. Yazılan ifadelerin son derece derin fiziksel anlamı bulunmaktadır. Manyetik olaylar yüklerin hareketlerinden kaynaklanmaktadır. Yani bu olay aslında rölativistik bir olaydır. Hızlar ne kadar daha büyük ise etkisi o büyük olacaktır. Özellikle büyük makro cisimlerin yükleri ve hızları büyük ise bu olaylar öncelik kazanır ve tüm irdelemeler bu şartlar altında yapılmalıdır.

9. Tümsek aynada oluşan görüntü için

$$\frac{1}{a_1} - \frac{1}{b_1} = -\frac{1}{f_1}\ ;\ a_1=\infty;\ b_1=\frac{r_1}{2}$$

bulabiliriz. Görüntünün boyutu

$$y_1=f_1 tg\alpha \approx \frac{\alpha r_1}{2}$$

olur. Tümsek aynada oluşan görüntü çukur ayna için bir cisim gibi davranmaktadır. Çukur aynada oluşan görüntü için

$$\frac{1}{a_2} + \frac{1}{b_2} = \frac{1}{f_2}\ ;\ a_2=r_2-\frac{r_1}{2}\ ;\ b_2=\frac{r_2(2r_2-r_1)}{2(r_2-r_1)}$$

bulabiliriz. Oluşan görüntünün için büyütme

$$k_2=\frac{b_2}{a_2}=\frac{y_2}{y_1}$$

$$y_2=\frac{y_1 b_2}{a_2}=\frac{\alpha\, r_1 r_2}{2(r_2-r_1)}$$

olarak bulunur. Tek bir çukur ayna için güneşin görüntüsünün boyutu

$$y=f tg\alpha \approx \frac{\alpha r}{2}$$

olur. $y=y_2$ istenildiği için

$$r=\frac{r_1 r_2}{r_2-r_1}$$

olarak bulunur. Tümsek aynada oluşan görüntü sanaldır, ama çukur aynaya göre bir cisim gibi davranmakta olup çukur aynada oluşan görüntü gerçektir.

Çukur aynada oluşan görüntü için

$$\frac{1}{a_1} - \frac{1}{b_1} = \frac{1}{f_1}\ ;\ a_1=\infty;\ b_1=\frac{r_2}{2}$$

bulabiliriz. Görüntünün boyutu

$$y_1=f_2 tg\alpha \approx \frac{\alpha r_2}{2}$$

olur. Tümsek aynada oluşan görüntü çukur ayna için bir cisim gibi davranmaktadır. Çukur aynada oluşan görüntü için

$$\frac{1}{a_2} - \frac{1}{b_2} = -\frac{1}{f_2}\ ;\ a_2=\frac{r_2}{2} - r_1;\ b_2=\frac{r_1(r_2-2r_1)}{2(r_2-r_1)}$$

bulabiliriz. Oluşan görüntünün büyütmesi

$$k_2=\frac{b_2}{a_2}=\frac{y_2}{y_1}$$

$$y_2=\frac{y_1 b_2}{a_2}=\frac{\alpha\, r_1 r_2}{2(r_2-r_1)}$$

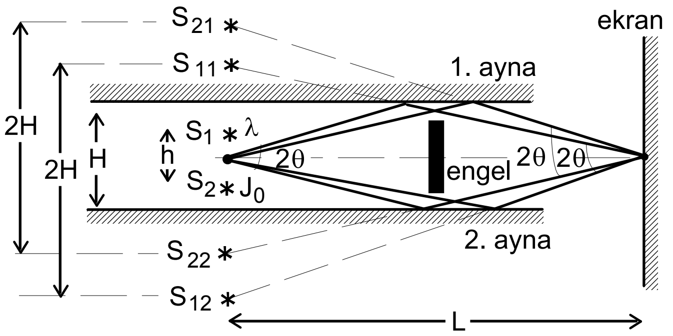
olarak bulunur. Tek bir çukur ayna için güneşin boyutu

$$y=f tg\alpha \approx \frac{\alpha r}{2}$$

olur. $y=y_2$ istenildiği için

$$r=\frac{r_1 r_2}{r_2-r_1}$$

olarak bulunur. Çukur aynada oluşan görüntü gerçektir, tümsek aynaya göre bir cisim gibi davranmakta olup tümsek aynada oluşan görüntü artık sanaldır. Ekran üzerinde yansıtılamaz ve sadece gözle gözlenilebilir.



10. Birinci kaynağın birinci aynaya olan uzaklık

$$\frac{H-h}{2}$$

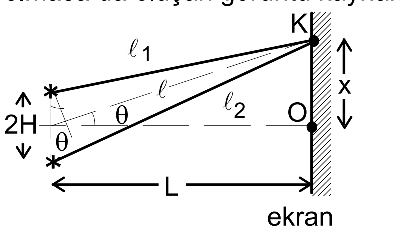
aynı zamanda bu aynadaki S_{11} görüntünün birinci aynaya olan uzaklığı vermektedir. Birinci kaynağın ikinci aynaya olan uzaklık

$$\frac{H+h}{2}$$

aynı zamanda bu aynadaki S_{12} görüntünün ikinci aynaya olan uzaklığı vermektedir. İki kaynak görüntü arasındaki uzaklık

$$2\left(\frac{H-h}{2}+\frac{H+h}{2}\right)=2H$$

olarak bulunur. Aynı işlem ikinci kaynak ve S_{21} ile S_{22} görüntüler için de yapılabilir. Kaynaklar koherent olmasa da oluşan görüntü kaynaklar arttık koherent olup aralarında girişim gerçekleşmektedir.



Ekran üzerindeki bir K noktası ile iki koherent kaynağı birleştiren doğrunun merkezinden ekrana doğru geçirilen dik doğru arasındaki açı θ olsun. Girişime uğrayan ışınların arasındaki yol farkı

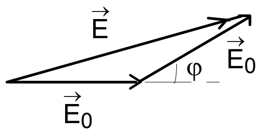
$$\Delta=2H\sin\theta$$

$$\ell_2-\ell_1=\frac{2Hx}{\ell}$$

faz farkı

$$\varphi=\omega t=\frac{\omega\,\Delta}{c}=\frac{2\pi\,\Delta}{Tc}=\frac{2\pi\,\Delta}{\lambda}=\frac{2\pi\,H\sin\theta}{\lambda}=k\Delta$$

olarak yazılabilir.



İki kaynaktan gelen elektromanyetik dalganın elektrik alan vektörü

$$E_1=E_0\sin\omega t$$

$$E_2=E_0\sin(\omega t+\varphi)$$

İki vektörün süperpozisyonu yaparak elektrik alan vektörü K noktasında kosinüs teoreminden

$$E^2=E_0^2+E_0^2-2E_0E_0\cos(180°-\varphi)=2E_0^2(1+\cos\varphi)$$

olarak yazılabilir. Işık şiddeti

$$J\sim E^2$$

$$J\sim 2E_0^2(1+\cos\varphi)=2J_0(1+\cos\varphi)=2J_0(1+\cos k\Delta)$$

şeklinde yazılabilir. Optik sistemde oluşan iki çift koherent kaynak için

$$J_1=2J_0(1+\cos k\Delta_1)$$

$$J_2=2J_0(1+\cos k\Delta_2)$$

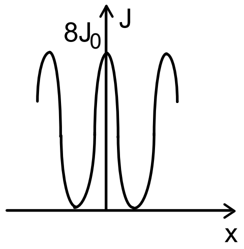
yazabiliriz. Ekran üzerindeki toplam aydınlanma

$$J=J_1+J_2=2J_0(1+\cos k\Delta_1+\cos k\Delta_2)$$

$$4J_0\left(1+\cos\frac{k(\Delta_1+\Delta_2)}{2}\cos\frac{k(\Delta_1-\Delta_2)}{2}\right)=4J_0(1+\cos k\Delta\cos\frac{k\delta\Delta}{2})$$

olarak yazılabilir. Burada

$$\Delta=\frac{\Delta_1+\Delta_2}{2}:\ \delta\Delta=\Delta_1-\Delta_2=\frac{h}{L}$$



olur. Birinci $\cos k\Delta$ terimi girişim desendeki çizgilerin periyodunu vermektedir. İkinci $\cos\frac{k\delta\Delta}{2}$ terimi ise maksimum ve minimum aydınlanma arasındaki farkı vermektedir. Ekran üzerindeki aydınlanma maksimum $8J_0$ ya da sıfıra bu limit değerleri almadan yaklaşabilir. Aydınlanma deseni şekildeki gibidir.

11. Thomson atom modeline göre elektron, atomun içinde titreşim hareketi yapıyor. Gauss teoreminden atomun içindeki elektrik alan için

$$\oint \vec{E}.d\vec{S}=\frac{q}{\varepsilon_0}\ ;\ 4\pi r^2 E=\frac{4\pi\rho r^3}{3\varepsilon_0}\ ;\ E=\frac{\rho r}{3\varepsilon_0}=\frac{er}{4\pi\varepsilon_0 R^3}$$

yazabiliriz. Elektronun hareket denklemi

$$ma_r=m\ddot{r}=-\frac{e\rho r}{3\varepsilon_0}\ ;\ \ddot{r}+\frac{e\rho r}{3m\varepsilon_0}=0$$

olur. Bu denklem harmonik osilatör denklemidir. Titreşimin frekansı ve periyodu

$$\omega=\sqrt{\frac{e\rho}{3m\varepsilon_0}}=\sqrt{\frac{e^2}{4\pi\varepsilon_0 mR^3}}\ ;\ T=\frac{2\pi}{\omega}=2\pi\sqrt{\frac{4\pi\varepsilon_0 mR^3}{e^2}}$$

olarak bulunur. Bu titreşimler sonucu ışımanın dalga boyu

$$\lambda=cT=2\pi c\sqrt{\frac{4\pi\varepsilon_0 mR^3}{e^2}}$$

olarak bulunur. Verilen bu modelde iyonizasyon enerjisini elektronu bu yapının merkezinden alıp sonsuza kadar götürmek için yapılan işe eşittir.

$$W_{iyon}=e\int_0^R \vec{E}_1\,d\vec{r}+e\int_R^\infty \vec{E}_2\,d\vec{r}=\int_0^R\frac{e^2rdr}{4\pi\varepsilon_0 R^3}+\int_R^\infty\frac{e^2dr}{4\pi\varepsilon_0 r^2}=$$

$$=\frac{e^2}{8\pi\varepsilon_0 R}+\frac{e^2}{4\pi\varepsilon_0 R}=\frac{3e^2}{8\pi\varepsilon_0 R}$$

Buradan yarıçap

$$R=\frac{3e^2}{8\pi\varepsilon_0 W_{iyon}}\approx 10^{-10}\text{ m}$$

olarak bulunur. Buradan dalga boyunun sayısal değeri

$$\lambda\approx 10^{-10}\text{ m}$$

olarak bulunur.

12. X taneciğinin dönüşümünde rölativistik enerji ve momentum korunumu yasaları geçerlidir.

$$m_{0X}c^2=m_Yc^2+W_\nu$$

$$0=m_Yv-p_\nu\ ;\ p_\nu=\frac{W_\nu}{c}$$

$$m_Y=m_{0Y}\gamma;\ \gamma=\frac{1}{\sqrt{1-\beta^2}}\ ;\ \beta=\frac{v}{c}$$

Bu denklemlerden

$$m_{0X}c^2=\gamma m_{0Y}c^2+\gamma\beta m_{0Y}c^2$$

$$m_{0X}=\gamma(1+\beta)m_{0Y}=\frac{(1+\beta)m_{0Y}}{\sqrt{1-\beta^2}}=\sqrt{\frac{1+\beta}{1-\beta}}\,m_{0Y}$$

$$\beta=\frac{m_{0X}{}^2-m_{0Y}{}^2}{m_{0X}{}^2+m_{0Y}{}^2}\ ;\ \gamma=\frac{1}{\sqrt{1-\beta^2}}=\frac{m_{0X}{}^2+m_{0Y}{}^2}{2m_{0X}m_{0Y}}$$

olarak bulunur. Y taneciği iki tane Z taneciğe dönüştüğünde yine rölativistik enerji ve momentum korunumu yasaları geçerlidir.

$$\gamma m_{0Y}c^2+m_{0Y}c^2=2m_{0Y}\gamma_Yc^2\ ;\ \gamma+1=2\gamma_Y\ ;\ \gamma_Y=\frac{\gamma+1}{2}$$

$$m_Yv=\gamma m_{0Y}v=\gamma\beta m_{0Y}c=2m_{0Y}\gamma_Y\beta_Yc.\cos\frac{\theta}{2}\ ;\ \gamma\beta=2\gamma_Y\beta_Y\cos\frac{\theta}{2}$$

Bir taneciğin rölativistik enerjisinden

$$W^2=W_0{}^2+p^2c^2\ ;\ p^2c^2=(\gamma\beta m_0c)^2=(\gamma\beta m_0c)^2=(\gamma m_0c^2)^2+(m_0c^2)^2$$

$$\gamma\beta=\sqrt{\gamma^2-1}$$

olarak yazılır. Saçılan tanecikler için

$$\gamma_Y\beta_Y=\sqrt{\gamma_Y{}^2-1}=\sqrt{\left(\frac{\gamma+1}{2}\right)^2-1}$$

yazabiliriz. Bu denklemlerden

$$\sqrt{\gamma^2-1}=2\sqrt{\left(\frac{\gamma+1}{2}\right)^2-1}\cos\frac{\theta}{2}$$

yazılır. Buradan

$$\cos^2\frac{\theta}{2}=\frac{\gamma+1}{\gamma+3};\ \cos\theta=2\cos^2\frac{\theta}{2}-1=\frac{\gamma-1}{\gamma+3}=\frac{3}{5};\ \gamma=7$$

olarak bulunur.

$$2=\frac{m_{0X}{}^2+m_{0Y}{}^2}{2m_{0X}m_{0Y}}$$

$$m_{0X}{}^2-4m_{0X}m_{0Y}+m_{0Y}{}^2=0;\ m_{0X}=(7\pm4\sqrt{3})m_{0Y}$$

olarak bulunur. Bu iki kökten fiziksel anlamlı sadece birisidir. Aradığımız oran

$$\frac{m_{0X}}{m_{0Y}}=7+4\sqrt{3}$$

olarak bulunur.