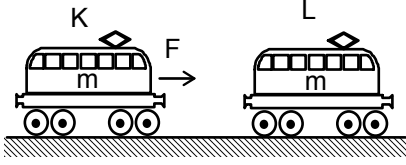
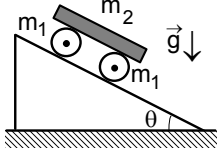


V. ULUSAL FİZİK OLİMPİYATI ÜÇÜNCÜ AŞAMA SINAVI -1998

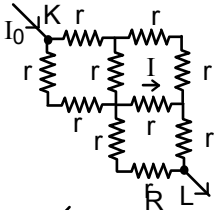


1. a) Sürtünmesiz raylar üzerinde kütleleri m olan K ve L lokomotifleri durmaktadır. K lokomotifini elektrik motorunun uyguladığı sabit F kuvveti sayesinde hızlanıp t zaman sonra L lokomotifini ile tam esnek çarpışma gerçekleşmektedir. K lokomotifinin çarpışma anındaki hızı v dir. Daha sonra K lokomotifini L lokomotifini ile ikinci ve üçüncü kez çarpışıyor. K lokomotifinin üçüncü çarpışmadan sonraki hızı kaç v dir?

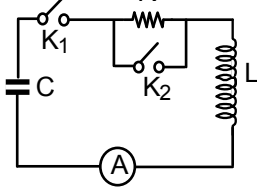


b) Kütleleri m_1 olan homojen iki silindir, eğim açısı θ olan bir eğik düzlem üzerinde olup, silindirlerin üzerinde kütleleri m_2 olan homojen bir tahta bulunmaktadır. Silindirler eğik düzleme göre kaymaksızın yuvarlanmaktadır. Tahta ise silindirlere göre kaymaksızın hareket etmektedir. Tahtanın hareket ettiği ivmeyi bulunuz.

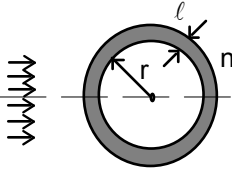
c) Kapalı bir kaptaki bulunan nemli bir havanın basıncı P_0 dir. Kaptaki bulunan havanın hacmini dört kere azaltırsak basınç $3P_0$ oluyor. Bundan sonra kaptaki havanın hacmi iki kere daha azaltılırsa basınç $5P_0$ oluyor. Bu işlemler sırasında sıcaklık sabittir. Havanın başlangıçtaki bağıl nem oranı nedir?



d) r değerli 10 tane özdeş direnç şekildeki gibi bağlanmışlardır. Şekilde gösterilen dirençten geçen akım I olduğuna göre K ucundan giren akım I_0 nedir? K ve L uçları arasındaki eşdeğer direnç nedir? Dirençlerin birisinden açığa çıkan maksimum güç nedir?

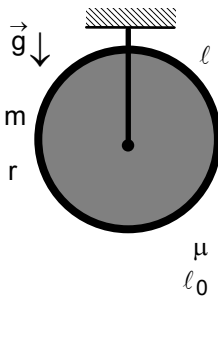


e) Bir R-L-C devresinde sığası C olan bir kondansatör K_1 anahtarının kapatılması ile deşarj olmaya başlıyor. Devreden geçen akımın değeri A ampermetresi ile ölçülmektedir. Akım maksimum I değerine ulaştığında K_2 anahtarı kapatılıyor. Titreşimler başladığında ölçülen maksimum akım nedir?



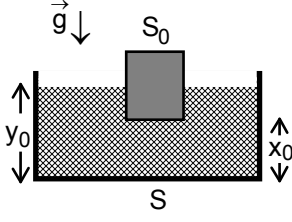
f) Yarıçapı r ve kalınlığı $l \ll r$ olan camdan yapılmış bir küresel kabuğa paralel ışık demeti düşmektedir. Camın kırıcılık indisi n ise bu optik sistemin odak uzaklığını bulunuz.

g) Temel seviyede bulunan hidrojen atomunun yarıçapı (Bohr yarıçapı) $a_0 = 0,0529$ nm, iyonlaşma enerjisi 13,6 eV tur. Elektron, kendisi ile aynı yüke sahip fakat kütlesi elektronun kütlesinin 207 katı olan bir müyon ile değiştirilirse bu müyonik-hidrojen atomunun yarıçapı ne kadar olur? Müyonu iyonize etmek için gerekli olan enerji nedir? Protonun kütlesi elektron kütlesinin 1837 katıdır.



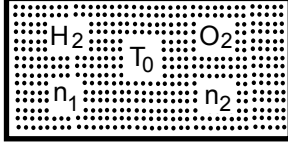
2. Yatay ekseni etrafında serbestçe dönebilen, yarıçapı r ve kütlesi m olan dikey konumunda bulunan bir diskin üzerine uzunluğu l olan bir ip sarılıdır. İpin l_0 uzunluğundaki kısmı aşağıya doğru sarkmaktadır. İpin birim uzunluktaki kütlesi μ dur.

- Diskin kazanacağı açısal ivme ipin sarkan x uzunluğa bağlı olarak bulunuz.
- Sarkan ipin uzunluğunun zamanın fonksiyonu olarak bulunuz.
- Diskin kazanacağı açısal ivmesinin zamanın fonksiyonu olarak bulunuz.



3. Homojen bir silindir, silindirik bir kabın içindeki suda düşey olarak yüzüyor. Silindirin taban alanı S_0 , kabın taban alanı S ve $\frac{S_0}{S} < 1$ olarak veriliyor. Kapta bulunan suyun titreşim periyodunu bulunuz. Denge durumunda sıvının yüksekliği y_0 , silindir ile kabın tabanı arasındaki uzaklık x_0 dir. Yerçekimi ivmesi g veriliyor. Eğer sıvı dolu kabın taban alanı $\frac{S_0}{S} \ll 1$ şartını sağlarsa küçük titreşimlerin titreşim periyodu ne olur?

Çözüm sırasında elde edilecek diferansiyel denklemin çözümünü kolaylaştırmak amacı ile hareket eden suyun kütesinin sabit kaldığını, sadece su yüksekliğinin değiştiğini kabul ediniz.



4. Bir kap içinde n_1 mol hidrojen ve n_2 mol oksijen gazı T_0 sıcaklığında bulunmakta olup aralarındaki oran $\frac{n_1}{n_2} = x$ olarak verilmektedir. Kapta

bulunan bir ateşleme mekanizması sayesinde hidrojen gazı yakılmaktadır. Bir mol hidrojen gazının yanması ile açığa çıkan ısı q dur. Kap çevreden

ısıca yalıtılmıştır. Kaptaki son basınç x değerine bağlı olarak ilk basıncın kaç katıdır? Gaz sabiti R veriliyor.

5. a) Elektromanyetik dalgaların kuantizasyonunda en küçük birime foton denildiği gibi, akustik dalgaların kuantizasyonundan elde edilen en küçük birime de fonon deniliyor. V hacimli küp şeklindeki bir kap içinde sesin yayılma hızının u olduğu bir gaz bulunmaktadır. Sesin bu kaptaki en küçük rezonans frekansını bulunuz. Herhangi bir ν frekansından küçük rezonans frekanslarının sayısı ne kadardır?

b) Işığın bir ortamda saçılmasının sıcaklık, yoğunluk gibi bazı faktörlerin ortalama değerlerinden sapmaları (flüktasyonlar) ve dalgalanmalarından dolayı meydana geldiği kabul edilmektedir. Bu olay bir foton ile bir fononun çarpışması olarak modellenebilir. Fotonun çarpışmadan önceki frekansı ν , çarpışmadan sonra fotonun saçılma açısı θ , ışık hızı c , ortamın kırıcılık indisi n ve ortamdaki ses hızı $u \ll c$ ise, fononun frekansını bulunuz.

6. Kırıcılık indisi $n_1=2$ olan camdan yapılmış odak uzaklıkları $f_1=1$ m ve $f_2=2$ m olan iki düzlem-konveks (dışbükey) mercek, konveks yüzeyleri birbirine değecek şekilde üst üste yerleştiriliyor. Bu mercekleri kullanarak Newton halkalarını gözlemleyebileceğimiz bir deney yapmak istiyoruz.

a) Deneysel düzeneğin şemasını, kullanılacak tüm cihaz ve optik elemanların adlarını ve temel özelliklerini belirterek, çiziniz.

b) λ dalga boylu tek renkli ışık kullanılması durumunda oluşacak Newton halkalarının yarıçaplarını veren ifadeyi türetiniz.

c) Aynı düzeneğe tek renkli yerine çok renkli kaynak ile bir yansıtıcı girişim filtresi verilmektedir. Bu filtre kırıcılık indisi $n_2=1,8$ olan bir cam üzerine, kırıcılık indisi $n_3=1,6$ olan 250 nm kalınlığında bir maddenin kaplanması ile imal edilmiştir. Bu filtre ile çok renkli ışık kaynağı birlikte kullanıldığında çıplak gözle görülebilen Newton halkalarının yarıçaplarını hesaplayınız ve görünen deseni tarif ediniz.

d) Farklı renklere görünen halkaları aynı anda, fakat ayrı ayrı yerlerde gözlemleyebilmek için deneysel düzeneği ne şekilde değiştirmek (eklemeler de yapabilirsiniz) gerekir?

Not: Bu problemin a, b ve c şıklarında sözü geçen n_1 , n_2 ve n_3 kırıcılık indislerinin ışığın dalga boyundan bağımsız oldukları varsayılacaktır.

V. ULUSAL FİZİK OLİMPİYATI ÜÇÜNCÜ AŞAMA SINAVI ÇÖZÜMLERİ-1998

1. a) Birinci lokomotifin a ivmesi ile hareket edip t zaman sonra kazandığı hız

$$v=at$$

dir. Birinci ve ikinci lokomotifin birinci çarpışmadan sonraki hızlarını momentum korunumu yasasını kullanarak bulabiliriz. İki lokomotifin kütleleri eşit olduğundan K lokomotifinin hızı sıfır, ikinci lokomotifin hızı ise $v_L=v$ olur. Birinci çarpışmadan sonra L lokomotifi v sabit hızı ile hareket etmekte K lokomotifi ise sükunetten hızlanmaktadır. K lokomotifi L lokomotifine ikinci kere çarptığında alınan yollar eşittir. Buradan ikinci çarpışmaya kadar geçen süre

$$x_1=v_L t_1=\frac{at_1^2}{2}$$

$$t_1=2t$$

olarak bulunur. Çarpışma anında K lokomotifinin hızı

$$v_{1K}=at_1=a2t=2v$$

olur. İkinci çarpışmadan sonraki lokomotiflerin hızları, momentum ve enerji korunumu yasalarından bulunur.

$$mv_{1K}+mv_{1L}=mu_{1K}+mu_{2L}$$
$$\frac{mv_{1K}^2}{2}+\frac{mv_{1L}^2}{2}=\frac{mu_{2K}^2}{2}+\frac{mu_{2L}^2}{2}$$

$$u_{2K}=v$$

$$u_{2L}=2v$$

Burada u_{2K} ve u_{2L} ikinci çarpışmadan sonraki hızlardır. İkinci çarpışmadan sonra L lokomotifi 2v sabit hızı ile hareket etmekte, K lokomotifi ise ilk v hızı ile hızlanmaktadır. K lokomotifi L lokomotifine üçüncü kez çarptığında alınan yollar eşittir. Buradan ikinci çarpışmaya kadar geçen süre

$$x_2=u_{2L}t_2=u_{2K}t_2+\frac{at_2^2}{2}$$

$$t_2=2t$$

olarak bulunur. Çarpışma anında K lokomotifinin hızı

$$v_{2K}=u_{2K}+at_2=v+a2t=3v$$

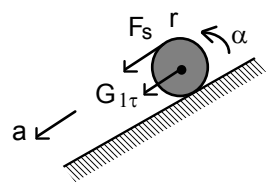
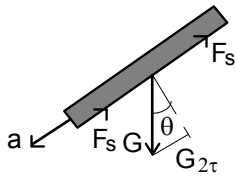
olur. İkinci çarpışmadan sonraki lokomotiflerin hızları momentum ve enerji korunumu yasalarından bulunur.

$$mv_{2K}+mv_{2L}=mu_{3K}+mu_{3L}$$
$$\frac{mv_{2K}^2}{2}+\frac{mv_{2L}^2}{2}=\frac{mu_{3K}^2}{2}+\frac{mu_{3L}^2}{2}$$

$$u_{3K}=2v$$

$$u_{3L}=3v$$

olarak bulunur. Burada u_{3K} ve u_{3L} lokomotiflerinin üçüncü çarpışmadan sonraki hızlardır.



b) Tahtaya etki eden kuvvetler

$$m_2 g \sin \theta - 2F_s = m_2 a$$

Burada F_s tahta ile silindire arasındaki sürtünme kuvvetidir. Silindire etki eden moment için

$$(m_1 g \sin \theta)r + F_s 2r = J_1 \alpha$$

yazabiliriz. Burada

$$J_1 = J_{01} + m_1 r^2; J_{01} = \frac{m_1 r^2}{2}; \alpha = \frac{a_1}{r} = \frac{a}{2r}$$

olarak yazılabilir. Buradan sürtünme kuvveti

$$F_s = \frac{3m_1 a}{8} - \frac{m_2 g \sin \theta}{2}$$

ve ivme

$$a = \frac{4(m_1 + m_2)g \sin \theta}{3m_1 + 4m_2}$$

olarak bulunur. Aynı sonuca enerji korunumu yasasını

$$\frac{m_2 v^2}{2} + 2 \frac{m_2 v_1^2}{2} + 2 \frac{J_{01} \omega_1^2}{2} = 2m_1 g x_1 \sin \theta + m_2 g x \sin \theta$$

ve kinematik bağıntıları

$$v = 2v_1; a = 2a_1; x = 2x_1$$

$$v^2 = 2ax; v_1^2 = 2a_1 x_1; \omega_1 = \frac{v_1}{r}$$

kullanarak ulaşabiliriz.

c) Hacmin dört kere azalması sonucu basınç dört kere artması gerekirken üç kere artmıştır. Bu demektir ki ilk durumda su buharı doymamış durumdadır. Havanın basıncı P_h , doymamış su buharının basıncı P_b ise

$$P_0 = P_h + P_b$$

olarak yazılabilir. Sadece havanın basıncı hacim ile ters orantılıdır. Birinci sıkıştırmadan sonra havanın basıncı

$$P_{h1} = 4P_h$$

ikinci sıkıştırmadan sonra havanın basıncı

$$P_{h2} = 8P_h$$

olur. Birinci sıkıştırmadan sonra su buharı doymuş hale geldiği ve ikinci sıkıştırmada da değişmediği anlaşılmaktadır. Doymuş su buharının basıncı P_{bd} olsun. Her sıkıştırmadan sonra

$$3P_0 = P_{bd} + 4P_h$$

$$5P_0 = P_{bd} + 8P_h$$

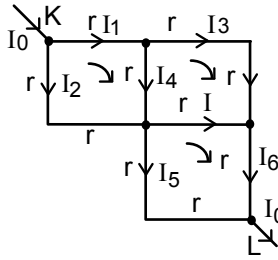
yazabiliriz. Buradan

$$P_{bd} = 2P_b$$

ve bağıl nem oranı

$$\varphi = \frac{P_b \cdot 100\%}{P_{bd}} = 50\%$$

olarak bulunur.



d) Kirchoff'un birinci yasasından

$$I_0 = I_1 + I_2$$

$$I_1 = I_3 + I_4$$

$$I_2 + I_4 = I_5 + I_6$$

$$I_3 + I_6 = I_0$$

$$I_5 + I_6 = I_0$$

yazabiliriz. Kirchoff'un ikinci yasasından

$$I_1 r + I_4 r - 2I_2 r = 0$$

$$2I_3 r - I_4 r - I_6 r = 0$$

$$I_1 r + I_6 r - 2I_5 r = 0$$

yazabiliriz. Bu denklemlerden

$$I_4 = I_3 = I; I_1 = I_6 = 2I$$

$$I_2 = I_5 = \frac{3I}{2}$$

$$I_0 = \frac{7I}{2}$$

uygulan potansiyel

$$U = I_1 r + 2I_3 r + I_6 r = 6I r = I_0 R$$

$$R = \frac{12r}{7}$$

olarak bulunur. Açığa çıkan maksimum güç

$$P = I_0^2 r = 4I^2 r$$

olur. Dirençlerde geçen en yüksek akım I_1 dir. Maksimum güç I_1 akımın geçtiği dirençte açığa çıkar.

e) K_1 anahtarın kapatılması ile oluşan kapalı devre için

$$-L \frac{dI}{dt} = IR - U_C$$

yazabiliriz. Devrede akım maksimum olduğunda $\frac{dI}{dt} = 0$ olur. Buradan $IR = U_C$ olarak yazılabilir.

Devrede depo edilen enerji

$$\Pi = \frac{LI^2}{2} + \frac{CU_C}{2} = \frac{LI^2}{2} + \frac{CI^2 R^2}{2}$$

olur. K_2 anahtarının kapatılması ile L-C devresinde titreşimler başlamaktadır. Başlayan titreşimlerde akım maksimum ise kondansatörün üzerinde yük sıfır, enerji ise sadece indüktansta yoğunlaşmış ve indüktanstaki akım maksimumdur.

$$\Pi = \frac{LI_{\text{mak}}^2}{2}$$

İki ifadeyi karşılaştırırsak

$$I_{\text{mak}} = I \sqrt{1 + \frac{CR^2}{L}}$$

olarak bulunur.

f) Sadece sol yüzeyin odak uzaklığı

$$\frac{1}{f_0} = (n-1) \left(\frac{1}{r+\ell} - \frac{1}{r} \right) = - \frac{(n-1)\ell}{(r+\ell)r} \approx - \frac{(n-1)\ell}{r^2}; f_0 = - \frac{r^2}{(n-1)\ell} \gg r$$

olur. – işareti sol yüzeyin ıraksak mercek gibi davrandığını gösterir. Yüzeyler iki ıraksak mercek gibi kabul edilirse oluşan görüntü sol mercekten f_0 , sağ mercekten ise $2r+f_0$ uzaklıkta bulunmaktadır. Bu durumda

$$- \frac{1}{2r+f_0} + \frac{1}{b_2} = \frac{1}{f_0}; b_2 = \frac{f_0(2r+f_0)}{2(r+f_0)}$$

olur. Sistemin odak uzaklığı sol mercekten, yani ilk kırılma yüzeyinden itibaren ölçülmektedir.

$$f = b_2 + 2r = \frac{f_0^2 - 2r^2}{2(r+f_0)} \approx \frac{f_0}{2} = - \frac{r^2}{2(n-1)\ell}$$

olarak bulunur. Aynı sonuca optik kuvvetlerden yola çıkarak bulabiliriz. İki merceğin yan yana konulduklarındaki optik kuvvet iki merceğin optik kuvvetinin toplamına eşittir.

$$D = D_1 + D_2$$

Bizim durumda $f_0 \gg r$ olduğu için iki mercek yan yana konuldukları kabul edilebilir.

$$D = 2D_0; f = \frac{f_0}{2} = - \frac{r^2}{2(n-1)\ell}$$

olarak bulunur.

g) Hidrojen atomunun yarıçapını bulmak için dinamik yasasına

$$\frac{mv^2}{r} = \frac{Ze^2}{4\pi\epsilon_0 r^2}$$

enerji korunumu yasasına

$$W = K + \Pi = \frac{mv^2}{2} - \frac{Ze^2}{4\pi\epsilon_0 r}$$

ve açısal momentumun kuantize olduğu ilkesine

$$L = n\hbar = m_\zeta \omega^2 r_\zeta + m_e \omega^2 r_e = \mu \omega^2 r; m_\zeta r_\zeta = m_e r_e; r = r_\zeta + r_e; \mu = \frac{m_\zeta m_e}{m_\zeta + m_e}$$

ihtiyaç vardır. Buradan

$$r_n = \frac{4\pi\epsilon_0 \hbar^2}{\mu e^2} \cdot \frac{n^2}{Z}; W_n = - \frac{\mu e^4}{32\pi^2 \epsilon_0^2 \hbar^2} \cdot \frac{Z^2}{n^2}$$

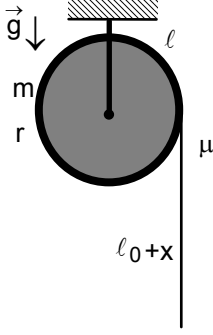
olarak bulunur. Elektronlu ve müonlu hidrojen atomları için

$$\mu_e = \frac{1837m_e^2}{1837m_e + m_e} \approx m_e; \mu_\mu = \frac{1837m_e \cdot 207m_e}{1837m_e + 207m_e} \approx 183m_e$$

$$r_{1\mu} = \frac{r_0}{183} \approx 0,02 \text{ nm}$$

$$W_{\mu\text{iyon}} = -183.13,6 \approx -2488 \text{ eV}$$

olarak bulunur



2. a) Makarayı döndüren kuvvet sarkan ipin ağırlığıdır ve moment

$$M = J\alpha = Gr = \mu g(\ell_0 + x)r; J_0 = \frac{mr^2}{2} + \mu\ell r^2$$

şeklinde yazabiliriz. Buradan

$$\alpha = \frac{\mu g r(\ell_0 + x)}{J}$$

olarak bulunur. Enerji metodu kullanarak

$$-\mu\ell_0 g \frac{\ell_0}{2} = \frac{\mu\ell v^2}{2} + \frac{J_0 \omega^2}{2} - \mu(\ell_0 + x)g \frac{\ell_0 + x}{2}; v = \omega r$$

açısal hız

$$\omega^2 = \frac{\mu x(x + 2\ell_0)g}{J}$$

olarak bulunur. Bu ifadenin türevini alırsak açısal ivme

$$\frac{\omega d\omega}{dx} = \frac{2\mu(x + \ell_0)g}{J}; \alpha = \frac{d\omega}{dt} = \frac{d\omega}{dx} \frac{dx}{dt} = v \frac{d\omega}{dx} = \omega r \frac{d\omega}{dx} = \frac{\mu g r(\ell_0 + x)}{J}$$

olarak bulunur.

b) Sarkan ipin uzunluğunun zamanın fonksiyonu olarak bulmak için ivme

$$a = \alpha r = \frac{\mu g r^2(\ell_0 + x)}{J}; \ddot{x} - \frac{\mu g r^2 x}{J} = \frac{\mu g r^2 \ell_0}{J}$$

olarak yazılabilir. Bu diferansiyel denklemin genel çözümü

$$x = x_1 + x_2$$

şeklinde verilmektedir. Burada x_1 homojen diferansiyel denklemin çözümü, x_2 ise homojen olmayan diferansiyel denklemin çözümüdür. Bu çözümler

$$x_1 = C e^{\lambda t}; x_2 = D$$

şeklinde aranabilir. Birinci çözümü iki kere türevleyerek

$$C\lambda^2 e^{\lambda t} - \frac{\mu g r^2}{J} C e^{\lambda t} = 0; \lambda = \pm r \sqrt{\frac{\mu g}{J}}$$

olarak bulunur. Buradan homojen diferansiyel denklemin çözümü

$$x_1 = C_1 e^{r\sqrt{\frac{\mu g}{J}}t} + C_2 e^{-r\sqrt{\frac{\mu g}{J}}t}$$

olarak yazılır. Burada C_1 ve C_2 bulunması gereken sabitlerdir. Homojen olmayan diferansiyel denklemin çözümü denkleme koyduğumuzda

$$x_2 = D = -\ell_0$$

genel çözüm ise

$$x = C_1 e^{r\sqrt{\frac{\mu g}{J}}t} + C_2 e^{-r\sqrt{\frac{\mu g}{J}}t} - \ell_0; v = r\sqrt{\frac{\mu g}{J}} C_1 e^{r\sqrt{\frac{\mu g}{J}}t} - r\sqrt{\frac{\mu g}{J}} C_2 e^{-r\sqrt{\frac{\mu g}{J}}t}$$

olarak bulunur. İlk sıfır anında makara üzerinde sarılan ipin uzunluğu ve hızı sıfırdır.

$$x(0) = 0; x = C_1 + C_2 - \ell_0; v(0) = r\sqrt{\frac{\mu g}{J}} C_1 - r\sqrt{\frac{\mu g}{J}} C_2 = 0; C_1 = C_2 = \frac{D}{2} = -\frac{\ell_0}{2}$$

olarak bulunur. Genel çözüm

$$x = -\frac{\ell_0}{2} \left(e^{r\sqrt{\frac{\mu g}{J}}t} - e^{-r\sqrt{\frac{\mu g}{J}}t} - 2 \right)$$

olarak yazılabilir.

c) İpin ivmesi zamanın fonksiyonu olarak

$$a = \frac{d^2 x}{dt^2} = \frac{\mu g r^2 \ell_0}{2J} \left(e^{r\sqrt{\frac{\mu g}{J}}t} - e^{-r\sqrt{\frac{\mu g}{J}}t} \right)$$

makaranın açısal ivmesi ise

$$\alpha = \frac{a}{r} = \frac{\mu g r \ell_0}{2J} \left(e^{r\sqrt{\frac{\mu g}{J}}t} - e^{-r\sqrt{\frac{\mu g}{J}}t} \right)$$

şeklinde yazabiliriz.

3. Başlangıçta silindir dengededir. Cismin kütlesi

$$mg=F_A; mg=\rho_0 g S_0 (y_0-x_0); m=\rho_0 S_0 (y_0-x_0)$$

olarak bulunur. Silindir aşağıya doğru indiğinde ittiği kadar hacim su kaptaki suyun seviyesinin artmasına sebep olacaktır. Suyun kabın dibinden olan uzaklığı cismin kabın dibine olan uzaklığına bağlı olarak bulunulabilir. İtilen su kütlesi

$$\rho_0(S-S_0)(y-y_0)=\rho_0 S_0(x_0-x)$$

$$(S-S_0)(y-y_0)=S_0(x_0-x); y=y_0+\frac{S_0}{S-S_0}(x_0-x); \dot{y}=-\frac{S_0}{S-S_0}\dot{x}$$

İlk durumda suyun kütle merkezinin yüksekliği

$$h_1=\frac{m_1\frac{y_0}{2}+m_2\frac{x_0}{2}}{m_s}=\frac{\rho_0(S-S_0)y_0\frac{y_0}{2}+\rho_0 S_0 x_0\frac{x_0}{2}}{m_s}=\frac{\frac{\rho_0(S-S_0)y_0^2}{2}+\frac{\rho_0 S_0 x_0^2}{2}}{m_s}$$

ikinci durumda ise

$$h_2=\frac{m'_1\frac{y}{2}+m'_2\frac{x}{2}}{m_s}=\frac{\rho_0(S-S_0)y\frac{y}{2}+\rho_0 S_0 x\frac{x}{2}}{m_s}=\frac{\frac{\rho_0(S-S_0)y^2}{2}+\frac{\rho_0 S_0 x^2}{2}}{m_s}$$

olarak yazılabilir. Burada m_s kapta bulunan tüm suyun kütlesidir. Aralarındaki fark

$$h_2-h_1=\frac{\frac{\rho_0(S-S_0)y^2}{2}+\frac{\rho_0 S_0 x^2}{2}}{m_s}-\frac{\frac{\rho_0(S-S_0)y_0^2}{2}+\frac{\rho_0 S_0 x_0^2}{2}}{m_s}=\frac{\rho_0(S-S_0)(y-y_0)\frac{(y+y_0)}{2}+\rho_0 S_0(x_0-x)\frac{(x+x_0)}{2}}{m_s}=\frac{\rho_0 S_0(x_0-x)\left(\frac{x+x_0}{2}+\frac{y+y_0}{2}\right)}{m_s}$$

olur. Titreşim periyodunu bulurken hem cismin kinetik enerjisini hem de suyun kazandığı kinetik enerjiyi hesaba katmak zorundayız. Gerçekte cismin batması ile harekete geçen suyun hem kütlesi hem de yüksekliği değişmektedir. Ancak bu durumda elde edilecek diferansiyel denklemin çözümü çok zordur. Bu sebeple ilk yaklaşımda hareket eden suyun m_0 su kütlesinin değişmediğini, sadece suyun yükseldiğini varsayabiliriz. Hareket eden suyun kütlesi

$$m_0=\rho_0(S-S_0)(y_0-x_0)$$

olur. Cismin ve bu m_0 su kütlesinin kinetik enerjisi

$$K=\frac{m\dot{x}^2}{2}+\frac{m_0\dot{y}^2}{2}=\frac{\rho_0 S_0 (y_0-x_0)\dot{x}^2}{2}+\frac{\rho_0(S-S_0)(y_0-x_0)}{2}\left(\frac{S_0}{S-S_0}\dot{x}\right)^2=\frac{\rho_0 S S_0 (y_0-x_0)\dot{x}^2}{2(S-S_0)}$$

olarak yazılabilir. Sistemin potansiyel enerjisi

$$\Pi=-mg(x_0-x)+m_s g(h_2-h_1)=$$

$$-\rho_0 S_0 (y_0-x_0)g(x_0-x)+\frac{m_s g \rho_0 S_0 (x_0-x)}{m_s}\left(\frac{x+x_0}{2}+\frac{y+y_0}{2}\right)=\rho_0 S_0 g(x_0-x)\left(\frac{x+x_0}{2}+\frac{y+y_0}{2}-y_0-x_0\right)=\frac{\rho_0 g S S_0 (x_0-x)^2}{2(S-S_0)}$$

olur. Buradan sistemin titreşim açısal frekansı ve periyodu

$$\omega=\sqrt{\frac{g}{y_0-x_0}}; T=2\pi\sqrt{\frac{y_0-x_0}{g}}$$

olarak bulunur. Görüldüğü gibi periyot $\frac{S_0}{S}$ oranından bağımsızdır.

4. Isı $2H_2+O_2=2H_2O+q$ tepkimesi ile meydana gelmektedir. x değerine bağlı olarak iki durum mümkün-dür. Tepkimeden sonra tepkimeye girmeyen ya hidrojen ya da oksijen gazı kalır. $x \leq 2$ ise tepkimeye girmeyen belli miktar oksijen gazı kalır. Tepkimeye girmeyen oksijen gazın mol sayısı

$$\Delta n_2 = n_2 - \frac{n_1}{2} = n_1 \left(\frac{n_2}{n_1} - \frac{1}{2} \right) = n_1 \left(\frac{1}{x} - \frac{1}{2} \right)$$

olarak yazılabilir. Sistemin tepkimeden önceki enerjisi

$$U_1 = n_1 c_{VH_2} T_0 + n_2 c_{VO_2} T_0 = n_1 \frac{5R}{2} T_0 + n_2 \frac{5R}{2} T_0 = n_1 \frac{5R}{2} T_0 \left(1 + \frac{n_2}{n_1} \right) = \frac{5}{2} n_1 R T_0 \left(1 + \frac{1}{x} \right)$$

olur. Sistemin tepkimeden sonraki enerjisi

$$U_2 = n_1 c_{VH_2O} T + \Delta n_2 c_{VO_2} T = n_1 \frac{7R}{2} T + n_1 \left(\frac{1}{x} - \frac{1}{2} \right) \frac{5R}{2} T = \frac{1}{2} n_1 R T \left(\frac{9}{2} + \frac{5}{x} \right)$$

olarak bulunur. Sistem kapalı olduğu için yapılan iş sıfır ve verilen tüm ısı gazın iç enerjinin değişimine eşittir.

$$Q = n_1 q = \Delta U = U_2 - U_1 = \frac{1}{2} n_1 R T \left(\frac{9}{2} + \frac{5}{x} \right) - \frac{5}{2} n_1 R T_0 \left(1 + \frac{1}{x} \right)$$

Bu denklemden sistemin son sıcaklığı

$$T = \frac{10RT_0 + 4qx}{(10 + 9x)R}$$

olarak bulunur. Sistemin ilk basıncı ve son basıncı ve aralarındaki oran

$$P_1 = \frac{n_1 R T_0}{V} + \frac{n_2 R T_0}{V} = \frac{n_1 R T_0}{V} \left(1 + \frac{1}{x} \right)$$

$$P_2 = \frac{n_1 R T}{V} + \frac{\Delta n_2 R T_0}{V} = \frac{n_1 R T}{V} \left(\frac{1}{2} + \frac{1}{x} \right)$$

$$\frac{P_2}{P_1} = \frac{[(x+1)5RT_0 + 2qx](x+2)}{(1+x)(1+9x)RT_0}$$

olarak bulunur. İkinci durumda $x > 2$ tepkimeye girmeyen belli miktar hidrojen gazı kalır. Tepkimeye girmeyen hidrojen gazının mol sayısı

$$\Delta n_1 = n_1 - 2n_2 = n_2 \left(\frac{n_1}{n_2} - 2 \right) = n_2 (x-2)$$

olarak yazılabilir. Sistemin tepkimeden önceki enerjisi

$$U_1 = n_1 c_{VH_2} T_0 + n_2 c_{VO_2} T_0 = n_1 \frac{5R}{2} T_0 + n_2 \frac{5R}{2} T_0 = \frac{5}{2} n_2 R T_0 (1+x)$$

olur. Sistemin tepkimeden sonraki enerjisi

$$U_2 = 2n_2 c_{VH_2O} T + \Delta n_1 c_{VH_2} T = 2n_2 \frac{7R}{2} T + n_2 (x-2) \frac{5R}{2} T = n_2 R T \left(2 + \frac{5x}{2} \right)$$

olarak bulunur. Sistem kapalı olduğu için yapılan iş sıfır ve verilen tüm ısı gazın iç enerjinin değişimine eşittir.

$$Q = 2n_2 q = \Delta U = U_2 - U_1 = n_2 R T \left(2 + \frac{5x}{2} \right) - \frac{5}{2} n_2 R T_0 (1+x)$$

Bu denklemden sistemin son sıcaklığı

$$T = \frac{5(x+1)RT_0 + 4q}{(4+5x)R}$$

olarak bulunur. Sistemin ilk basıncı ve son basıncı

$$P_1 = \frac{n_1 R T_0}{V} + \frac{n_2 R T_0}{V} = \frac{(x+1)n_2 R T_0}{V}$$

$$P_2 = \frac{2n_2 R T}{V} + \frac{\Delta n_1 R T}{V} = \frac{x n_2 R T}{V}$$

olup aralarındaki oran

$$\frac{P_2}{P_1} = \frac{x[5(x+1)RT_0 + 4q]}{(x+1)(4+5x)RT_0}$$

olarak bulunur.

5. a) Sesin kaptaki en küçük rezonans frekansını bulmak için duran dalganın yarım dalga boyu küpün kenar uzunluğuna eşit olma şartından bulabiliriz.

$$l = \sqrt[3]{V} = \frac{\lambda}{2} = \frac{u}{2v_0}; v_0 = \frac{u}{2\sqrt[3]{V}}$$

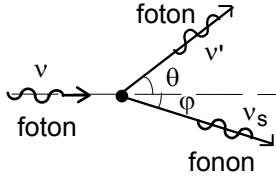
olarak bulunur. Bir fononun momentumu

$$p = \hbar k = \frac{2\pi\hbar v}{u}; dp = \frac{2\pi\hbar dv}{u}$$

olarak yazılabilir. Momentum-faz uzayında rezonans frekans sayısı

$$N = \int_0^p \frac{4\pi V p^2 dp}{(2\pi\hbar)^3} = \int_0^v \frac{4\pi V v^2 dv}{u^3} = \frac{4\pi V v^3}{3u^3}$$

olarak bulunur.



b) Işığın bir ortamda saçılmasının bir foton ile bir fononun çarpışması olarak modellenebilir. Bu durumda geçerli olan enerji ve momentum korunumu yasalarını kullanabiliriz.

$$h\nu = h\nu' + h\nu_s$$

$$\frac{nh\nu}{c} = \frac{nh\nu'}{c} \cos\theta + \frac{h\nu_s}{u} \cos\phi$$

$$0 = \frac{nh\nu'}{c} \sin\theta - \frac{h\nu_s}{u} \sin\phi$$

$$\left(\frac{1}{u^2} - \frac{n^2}{c^2}\right) \nu_s^2 - \frac{4n^2\nu\nu_s}{c^2} \sin^2\frac{\theta}{2} - \frac{4n^2\nu^2}{c^2} \sin^2\frac{\theta}{2} = 0$$

olarak yazılabilir. $\nu_s \ll \nu$ olduğu için ikinci terimi ve birinci terimdeki $\frac{n^2}{c^2}$ yi ihmal edebiliriz. Buradan

$$\nu_s = \frac{2n\nu}{c} \sin\frac{\theta}{2}$$

olarak bulunur.



6. a) Newton halkalarını gözlemek için iki mercek küresel yüzeyleri ile temas yapacak şekilde üst üste getirilir. Bu merceklerden ışığın yansıdığı noktalar arasındaki yükseklik $h_1 + h_2$ merceklerin küresel yüzeylerinin R_1 ve R_2 yarıçaplarından çok küçük olmalıdır. Gönderilen ışık hem yansıtıcı hem de geçirici özelliği olan bir ışık bölücünden geçirildikten sonra en az 1/10 mm duyarlılıkta ölçüm yapabilecek nitelikte olan bir mikroskop ile gözlenilebilir.

b) Her hangi bir halkanın yarıçapını bulmak için h yüksekliklerini bulmalıyız. Şeklin geometrisinden

$$R^2 = r^2 + (R-h)^2 = r^2 + R^2 - 2Rh + h^2; h \approx \frac{r^2}{2R}$$

Burada h^2 terimi ihmal etmekteyiz. Her iki mercek için

$$h_1 = \frac{r^2}{2R_1}; h_2 = \frac{r^2}{2R_2}$$

olarak bulunur. Yansıyan ışınlar için optik yol farkı

$$\Delta = 2(h_1 + h_2)$$

olur.

$$\Delta = k\lambda$$

ise aydınlık

$$\Delta = (2k+1)\frac{\lambda}{2}$$

ise karanlık halkalar gözlenir. Her merceğin odak uzaklığı formülünden

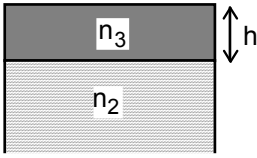
küresel yüzeylerin yarıçaplarını bulabiliriz.

$$\frac{1}{f} = \frac{(n-1)}{R}; R_1 = \frac{(n_1-1)}{f_1}; R_2 = \frac{(n_1-1)}{f_2}$$

Aydınlık ve karanlık halkaların yarıçapı

$$r_k = \sqrt{\frac{k(n_1-1)\lambda f_1 f_2}{f_1 + f_2}}; r_a = \sqrt{\frac{(2k+1)(n_1-1)\lambda f_1 f_2}{2(f_1 + f_2)}}$$

olarak bulunur.



c) Kaplama için ince zarlardaki girişim şartını yazabiliriz.

$$2n_3h=2 \cdot 1,6 \cdot 250=800\text{nm}=k\lambda$$

ise aydınlık olur. Buradan $k=1$ için $\lambda_1=800$ nm kırmızı renk olarak tespit edilir. Gözlenen karanlık halkalar için

$$r_k=0,73\sqrt{k} \text{ mm}$$

aydınlık halkalar için

$$r_a=0,516\sqrt{2k+1} \text{ mm}$$

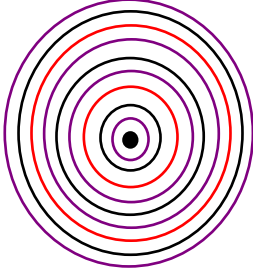
bulunur. $k=2$ için $\lambda_2=400$ nm mor renk olarak tespit edilir. Gözlenen karanlık halkalar için

$$r_k=0,516\sqrt{k} \text{ mm}$$

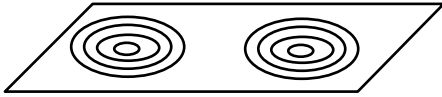
aydınlık halkalar için

$$r_a=0,365\sqrt{2k+1} \text{ mm}$$

bulunur.



Bu durumda gözlenen halkaların ortası karanlık, sonra mor, karanlık, kırmızı şeklinde dizilmiş halkalar görülmektedir. Mor ışık için $k=1$ karanlık ve kırmızı için $k=1$ aydınlık halkaları çakışmıştır. Mor ışık için $k=2$ karanlık ve kırmızı için $k=1$ karanlık halkaları çakışmıştır.



d) Farklı renklerde görünen halkaları aynı anda, fakat ayrı ayrı yerlerde gözlemleyebilmek için deneysel düzeneğe mesela bir prizma ilave edilebilir. Bu prizmanın yapıldığı maddenin kırıcılık indisi artık ışığın dalga boyuna bağlı olmalıdır. Dispersiyon sonucu farklı renkteki ışınlar prizmadan farklı açılarla saptırılır ve ekran üzerinde kırmızı ve mor halkalar farklı yerlerde gözlenir.

