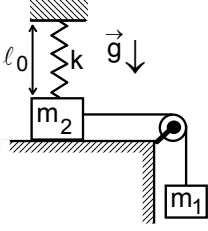


#### IV. ULUSAL FİZİK OLİMPİYATI ÜÇÜNCÜ AŞAMA SINAVI-1997



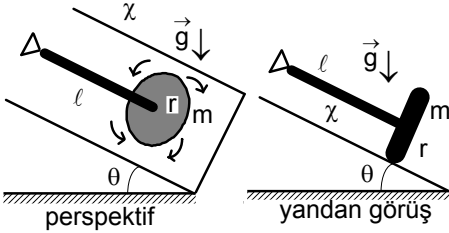
1. Yatay ve sürtünmesiz masanın üzerinde bulunan makaradan sarkıtılan ipin ucunda kütlesi  $m_1$  olan bir cisim bulunuyor. Masa üzerinde bulunan  $m_2$  kütleli diğer bir cisim yay sabiti  $k = \frac{5m_2g}{2\ell_0}$  olan bir yay ile tavana tutturulmuş olup  $\ell_0$  yayın gerilmemiş uzunluğu,  $g$  yerçekimi ivmesidir.  $m_2$  cismi elle tutulmakta iken yayın asılma noktasının tam altında serbest bırakılıyor.

- a) Masa ile cisim arasındaki temasın kesildiği anda cismin hızı ne olur?  
b) Cisim ile masa arasında temasın kesilmesi için kütleler arasındaki ilişki ne olmalıdır?  
c) İki cismin kütleleri eşit ise (a) şıkkında bulunan hız ne olur?  
d) Masa üzerindeki cisim ile masa arasındaki sürtünme katsayısı  $f$  ise a) şıkkında aranan hız ne olur?

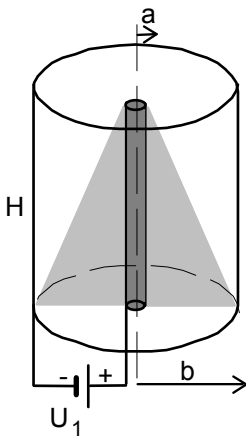
2. a) Ay yüzeyinden ayın yarıçapı kadar yükseklikteki bir yörüngede dolanan bir uzay istasyonunda bulunan bir uzay gemisi, istasyonun hareket yönünde ve istasyona göre yörünge hızının yarısı kadar bir bağıl hızla fırlatılıyor. Uzay istasyonunun Ay'a düşmesi için uzay gemisinin kütlesi  $m_1$  ile istasyonun kütlesi  $m_2$  arasındaki oran en fazla ne kadar olabilir?

b) Ay'dan ay yarıçapının 2 katı yükseklikte dolanan uzay gemisi istasyondan hareket yönünde ve yörünge hızına eşit bir bağıl hız ile istasyondan fırlatılıyor. Uzay istasyonunun kütlesi uzay gemisinin kütlesinin iki katıdır. İstasyon ay yüzeyine hangi açı ile düşecektir?

c) Bir uzay gemisi parabolik bir yörünge izleyerek Ay'a neredeyse yüzeyine degecek kadar yaklaşmaktadır. Bu gemi dairesel bir yörüngeye oturabilmek için Ay'a en yakın olduğu anda roket motorunu çalıştırıyor. Motor araçtan  $u=4$  km/s bağıl hızla ve aracın hareket yönünde gaz fırlatıyor. Yakılan gazın kütlesi toplam kütlede hangi oranında olmalıdır? Yakıtın sıcaklığını değerlendiriniz. Fırlatılan gazın özısı kapasitesi  $c_p=2,2 \cdot 10^3$  J/kg.K, ayın kütlesi  $m_A=7,35 \cdot 10^{22}$  kg, ayın yarıçapı  $R=1740$  km, çekim sabiti  $\gamma=6,67 \cdot 10^{-11}$  N.m<sup>2</sup>.kg<sup>-2</sup> olarak veriliyor.



3. Eğim açısı  $\theta$  olan eğik düzlem üzerinde uzunluğu  $\ell$  ve burkulma katsayısı  $\chi$  olan bir çubuk bulunmaktadır. Çubuğun ucuna yarıçapı  $r$  ve kütlesi  $m$  olan bir disk düzleme dik olarak tutturulmuştur. Disk kaymadan ve sadece yuvarlanarak hareket ettiğine göre diskin yapacağı titreşim hareketinin periyodunu bulunuz. Yerçekimi ivmesi  $g$  veriliyor.



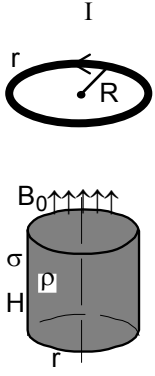
4. Termik santrallerde yakılan yakıttan kalan gaz ve toz halindeki tanecikler elektrik filtreler sayesinde kısmen de olsa yakalanmakta ve havanın kirlenmesinin önlenmesinde yardımcı olmaktadır. Böyle bir filtre a yarıçaplı silindir şeklinde bir iletken tel ve yarıçapı b ve yüksekliği H olan silindirik bir bacadan oluşmaktadır. Bacanın iç yüzeyi tamamen iletken metal bir levha ile kaplanmıştır. Bacanın alt tarafından sıcak hava ile tamamen yanmayan toz tanecikleri, kül ve benzeri atıklar dikey yukarıya doğru hareket etmektedirler. İki elektrot arasında uygulanan potansiyel farkı sayesinde bu tanecikler radyal yönde hareket edip bacanın iç yüzeyine yapışmaktadırlar. Bir termik santrallerde yakıt olarak kömür kullanılmaktadır. Kömürün yanmasından sonra baca sayesinde fırlatılan kömür tozlarının yarıçapı  $R_1$ , bağıl dielektrik geçirgenlik katsayısı  $\epsilon_1$ , özkütlesi  $\rho_1$  olup, iki elektrot arasında uygulanan potansiyel farkı  $U_1$ , boşluğun dielektrik geçirgenlik katsayısı  $\epsilon_0$  olarak veriliyor. Uygulanan  $U_1$  potansiyeli öyle ayarlanmıştır ki, bu kömür tozlarının tümü H yükseklikteki bacanın iç yüzeyine yapışmaktadır.

- a) Kömür tozu taneciklerine radyal yönde etki eden kuvvet nedir?  
b) İç silindirden radyal yönde harekete geçen kömür tozları dış silindirin iç yüzeyine çarptıklarında hızları nedir?

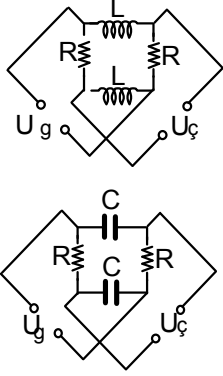
Bu termik santrallerde yakıt olarak kömür yerine petrol kullanılmaya başladığında yine aynı baca kullanılmak istenmektedir. Bacanın alt tarafından giriş yapan sıcak havanın ve toz taneciklerinin hızları eşit olarak kabul edilebilir. Petrolün yanmasından sonra baca sayesinde fırlatılan petrol içeren tozların yarıçapı  $R_2$ , bağıl dielektrik geçirgenlik katsayısı  $\epsilon_2$ , özkütlesi  $\rho_2$  dir.

- c) Bu toz taneciklerinin tümünün bacanın iç yüzeyine yapışması için iki elektrot arasında uygulanan potansiyel farkı  $U_2$  ne olmalıdır?

Not:  $H \gg b \gg a$  olarak veriliyor.



5. a) Yarıçapı R olan bir halkanın kesit alanının yarıçapı r dir. Halkadan I akımı geçtiğinde halka parçalanıyor. Bütün geometrik özelliklerin n katı, halkanın yapıldığı maddenin yerine de dayanıklılığı n katı daha büyük olan bir madde kullanıldığında yeni halkayı parçalamak için gereken akım nedir?  
b) Yarıçapı r ve yüksekliği  $H \gg r$  homojen olan bir yalıtkan silindir, geometrik merkezinin etrafında serbestçe dönebilmektedir. Silindirin yapıldığı maddenin özkütlesi  $\rho$ , silindirin dış yüzeyinde birim alana düşen yük  $\sigma$  olarak veriliyor. Silindirin içinde eksene paralel olarak sabit ve homojen  $B_0$  manyetik alanı mevcuttur. Bu manyetik alan kaldırılınca silindirin dönebileceği  $\omega$  açısal hızını bulunuz.



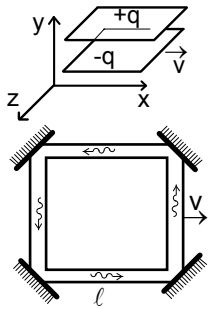
6. İki rezistans ve iki indüktans ile iki rezistans ve iki kondansatörden oluşan iki ayrı sisteme girişte  $U_g = U_0 \cos \omega t$  alternatif gerilim uygulanmakta, çıkıştaki gerilim ise girişteki gerilime göre belirli bir faz farkına sahip olmaktadır. Rezistansların direnç değerleri R sabit olup, kondansatörlerin sığa değerleri  $\frac{1}{C} = \frac{1 + \xi \cos \Omega t}{C_0}$  ve indüktansların özindüktans değerlerin  $L = L_0(1 + \xi \cos \Omega t)$  şeklinde zamana göre değişmektedir.

- a)  $\xi \ll 1$ ,  $\omega \gg \Omega$ ,  $\omega RC_0 \gg 1$  ve  $\frac{\omega L_0}{R} \ll 1$  ise giriş ve çıkış gerilimleri ( $U_g$  ve  $U_\phi$ ) arasındaki faz farkını bulunuz. Bu faz farkını ekstremum için inceleyiniz.  
b) (a) şıkkındaki varsayımları kaldırarak  $U_g$  ve  $U_\phi$  arasındaki faz açısının tanjantının limit değerleri için problemi inceleyiniz.

7. a) Birim uzunlukta N adet yarıktan oluşan bir kırınım ağında artarda periyodik olarak q tane kapalı ve i tane açık yarıklar bulunmaktadır ( $q, i \ll N$ ). Kırınım ağına  $J_0$  şiddetinde monokromatik (tek renkli) ışık gönderiliyor. Bu durumda oluşacak kırınım deseninde merkezi aydınlık bölgenin aydınlanma şiddetini bulunuz. (Problemi incelerken uzak alan (Fraunhofer) girişimi göz önüne alınız).  
b) Elde ettiğiniz sonucu kullanarak tek ve çift yarıklar durumlarını inceleyiniz.

8. Kozmoloji evrenin yapısını, niceliklerini ve evrimini inceleyen bir bilim dalıdır. Kozmolojide geliştirilen teorilere göre evrenin evrimi çok büyük bir patlama ile başlamıştır. Bu patlama ile olağanüstü büyük sıcaklıklar ve çok güçlü ışımaya (radyasyon) meydana gelmiştir. Yüksek sıcaklıklarda bu ışımaya uzun süre taneciklerin atomları oluşmasına engel olmuştur. Evrenin genişlemesi ile başlangıçtaki olağanüstü yüksek sıcaklıklardan soğumaya başladığını bilmekteyiz. Yaklaşık 3000 K sıcaklığında büyük patlamadan sonra yayılan ışımaya nötr atomları artık etkilememektedir. Şu anda ise bu ışımaya sıcaklığı 3 K olarak ölçülmüştür. Farklı değerlendirmelerle evrenin yaşı yaklaşık  $15 \cdot 10^{10}$  yıl olarak tahmin edilmektedir.

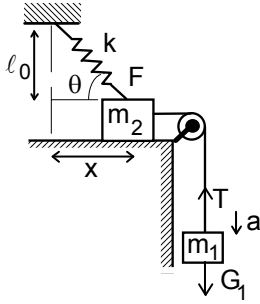
- a) Evrenin küresel olarak genişlediğini kabul edersek evrenin boyutları ile evrenin sıcaklığı arasındaki ilişki nedir?  
b) Evrenin genişlemesinin sabit hızla olduğu kabul edilirse büyük patlamadan yaklaşık kaç yıl sonra evren 3000 K sıcaklığına kadar soğumuştur?



9. a) Yüzeyleri kare şeklinde ve yükleri q ile -q olan paralel levhali bir kondansatör hareketsiz bir koordinat sisteminin x eksenine boyunca sabit v hızı ile hareket etmektedir. Gerekli rölativistik dönüşümleri kullanarak hareketli ve hareketsiz koordinat sistemler arasındaki kuvvet dönüşümlerini bulunuz.

- b) Uzunlukları  $l$  olan içi boş borulardan yapılmış kare şeklinde bir çerçeve  $v = \beta c$  hızı ile kenarlarından ikisine paralel olacak şekilde hareket etmektedir. Bir foton bu çerçeveyi oluşturan boruların içinde, boruların eksenleri boyunca hareket etmektedir. Çerçevenin köşelerine geldiğinde, buralarda bulunan ve çerçevenin kenarları ile  $45^\circ$  açı yapan düzlem aynalar sayesinde hareketine devam etmektedir. Fotonun tam bir devir yapabilmesi için gereken zaman ne kadardır?

IV. ULUSAL FİZİK OLİMPİYATI ÜÇÜNCÜ AŞAMA SINAVI ÇÖZÜMLERİ-1997



1. a) Her cisim için Newton'un ikinci yasasını yazalım.

$$m_1g - T = m_1a$$

$$T - F\cos\theta = m_2a; \cos\theta = \frac{x}{\ell} = \frac{x}{\sqrt{\ell_0^2 + x^2}}$$

$$m_2g - F\sin\theta - N = 0; \sin\theta = \frac{\ell_0}{\ell} = \frac{\ell_0}{\sqrt{\ell_0^2 + x^2}}$$

Burada

$$F = k\Delta\ell = k(\sqrt{\ell_0^2 + x^2} - \ell_0)$$

yaydaki esneklik kuvvetidir. Cisim ile masa arasındaki temas kesilirse  $N=0$  olur

$$m_2g = k(\sqrt{\ell_0^2 + x^2} - \ell_0) \frac{\ell_0}{\sqrt{\ell_0^2 + x^2}} = \frac{5m_2g}{2\ell_0} (\sqrt{\ell_0^2 + x^2} - \ell_0) \frac{\ell_0}{\sqrt{\ell_0^2 + x^2}}$$

Buradan  $x = \frac{4\ell_0}{3}$  olarak bulunur. Diğer iki denklemden hız

$$m_1g - kx + \frac{k\ell_0x}{\sqrt{\ell_0^2 + x^2}} = (m_1 + m_2)a; a = \frac{dv}{dt} = \frac{dv}{dx} \frac{dx}{dt} = v \frac{dv}{dx}$$

$$\int_0^v (m_1 + m_2)v dv = \int_0^x \left( m_1g - kx + \frac{k\ell_0x}{\sqrt{\ell_0^2 + x^2}} \right) dx$$

$$\frac{(m_1 + m_2)v^2}{2} = m_1gx - \frac{kx^2}{2} + k\ell_0(\sqrt{\ell_0^2 + x^2} - \ell_0) = \frac{4m_1g\ell_0}{3} - \frac{8k\ell_0^2}{9} + \frac{5k\ell_0^2}{3} - k\ell_0^2 = \frac{(12m_1 - 5m_2)g\ell_0}{9}$$

$$v = \sqrt{\frac{2(12m_1 - 5m_2)g\ell_0}{9(m_1 + m_2)}}$$

olarak bulunur.

b) Cisim ile masa arasındaki temasın kesilmesi için  $v > 0$  şartından  $m_1 > \frac{5m_2}{12}$  olarak bulunur.

c) İki cismin kütleleri eşit ise bu hız  $v = \frac{\sqrt{7g\ell_0}}{3}$  olarak bulunur.

d) Masa üzerindeki cisim ile masa arasındaki sürtünme katsayısını göz önüne alırsak, sürtünme kuvveti

$$F_s = fN = f \left[ m_2g - k(\sqrt{\ell_0^2 + x^2} - \ell_0) \frac{\ell_0}{\sqrt{\ell_0^2 + x^2}} \right] = fm_2g - fk\ell_0 + \frac{fk\ell_0^2}{\sqrt{\ell_0^2 + x^2}}$$

bu sürtünme kuvvetinin yaptığı iş

$$A = \int_0^x F_s dx = \int_0^x \left( fm_2g - fk\ell_0 + \frac{fk\ell_0^2}{\sqrt{\ell_0^2 + x^2}} \right) dx = fm_2g\ell_0 \left( \frac{1}{2} + \ln \frac{5}{3} \right)$$

olarak bulunur. Cismin hızını enerji korunumu yasasından bulabiliriz.

$$\frac{(m_1 + m_2)u^2}{2} = \frac{(12m_1 - 5m_2)g\ell_0}{9} - fm_2g\ell_0 \left( \frac{1}{2} + \ln \frac{5}{3} \right)$$

$$u = \sqrt{\frac{2(12m_1 - 5m_2)g\ell_0}{9(m_1 + m_2)} - \frac{fm_2g\ell_0}{m_1 + m_2} \left( \frac{1}{2} + \ln \frac{5}{3} \right)}$$

olarak bulunur. Bu sorunun çözümünde

$$\int_0^x \frac{dx}{\sqrt{1+x^2}}$$

integrali çözümü gereklidir. Bunun için  $x = \tan z$  dönüşümünü kullanabiliriz. Türevlersek

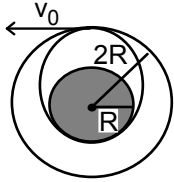
$$dx = \frac{dz}{\cos^2 z}$$

bulabiliriz. Buradan

$$\int \frac{dx}{\sqrt{1+x^2}} = \int \frac{dz}{\cos^2 z \sqrt{1+\tan^2 z}} = \int \frac{dz}{\cos z} = \int \frac{\cos z \cdot dz}{\cos^2 z} = \int \frac{d(\sin z)}{1-\sin^2 z}$$

olarak yazılabilir. Burada  $\sin z = u$  dönüşümü kullanarak sonuca varırız.

$$\begin{aligned} \int \frac{du}{1-u^2} &= \int \frac{(1-u+1+u)du}{2(1-u^2)} = \int \frac{du}{2(1+u)} + \int \frac{du}{2(1-u)} = \\ &= \frac{1}{2} \ln \frac{1+u}{1-u} = \frac{1}{2} \ln \frac{1+\sin z}{1-\sin z} = \frac{1}{2} \ln \frac{1+\frac{\tan z}{\sqrt{1+\tan^2 z}}}{1-\frac{\tan z}{\sqrt{1+\tan^2 z}}} = \frac{1}{2} \ln \frac{1+\frac{x}{\sqrt{1+x^2}}}{1-\frac{x}{\sqrt{1+x^2}}} = \\ &= \frac{1}{2} \ln \frac{\sqrt{1+x^2}+x}{\sqrt{1+x^2}-x} = \frac{1}{2} \ln \frac{(\sqrt{1+x^2}+x)^2}{(\sqrt{1+x^2}-x)(\sqrt{1+x^2}+x)} = \ln(\sqrt{1+x^2}+x) \end{aligned}$$



2. a) Uydu yarıçapı  $2R$  olan yörünge üzerinde  $v_0$  hızı ile hareket etmektedir. Bu hızı bulmak için merkezci kuvvetin çekim kuvvetine eşit olması durumundan faydalanabiliriz.

$$\frac{mv_0^2}{2R} = \frac{\gamma m_{Ay}m}{(2R)^2}; v_0 = \sqrt{\frac{\gamma m_{Ay}}{2R}}$$

Uzay gemisi fırlatıldığında momentum, enerji ve açısal momentum korunumu yasaları kullanılabilir.

$$\begin{aligned} (m_1+m_2)v_0 &= m_1 \frac{3v_0}{2} + m_2 v \\ -\frac{\gamma m_{Ay}m_2}{2R} + \frac{m_2 v^2}{2} &= -\frac{\gamma m_{Ay}m_2}{R} + \frac{m_2 u^2}{2}; m_2 v \cdot 2R = m_2 u R \end{aligned}$$

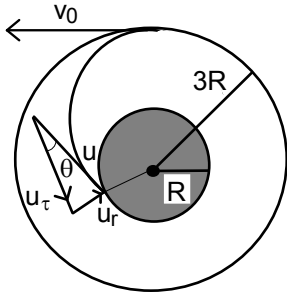
Son iki denklemden

$$v = \sqrt{\frac{2}{3} \frac{\gamma m_{Ay}}{2R}} = \sqrt{\frac{2}{3}} v_0$$

olarak bulunur. Momentum denklemden

$$\left(\frac{m_1}{m_2} + 1\right)v_0 = \frac{m_1}{m_2} \frac{3v_0}{2} + \sqrt{\frac{2}{3}} v_0; \frac{m_1}{m_2} = 2 \left(1 - \sqrt{\frac{2}{3}}\right) \approx 0,3$$

olarak bulunur.



b) Uydu yarıçapı  $3R$  olan yörünge üzerinde  $v_0$  hızı ile hareket etmektedir. Bu hızı bulmak için merkezci kuvvetin çekim kuvvetine eşit olması durumundan faydalanabiliriz.

$$\frac{mv_0^2}{3R} = \frac{\gamma m_{Ay}m}{(3R)^2}; v_0 = \sqrt{\frac{\gamma m_{Ay}}{3R}}$$

Uzay gemisi fırlatıldığında momentum, enerji ve açısal momentum korunumu yasaları kullanılabilir.

$$\begin{aligned} (m_1+m_2)v_0 &= m_1 2v_0 + m_2 v; m_2 = 2m_1 \\ -\frac{\gamma m_{Ay}m_2}{3R} + \frac{m_2 v^2}{2} &= -\frac{\gamma m_{Ay}m_2}{R} + \frac{m_2 (u_t^2 + u_r^2)}{2} \end{aligned}$$

$$m_2 v 3R = m_2 u_r R$$

Bu denklemlerden

$$v = \frac{v_0}{2}; u_t = \frac{3v_0}{2}; u_r = \sqrt{2} v_0$$

olarak bulunur. Uzay istasyonu Ay üzerine

$$\tan \theta = \frac{u_r}{u_t} = \frac{2\sqrt{2}}{3}; \theta = \arctan \frac{2\sqrt{2}}{3}$$

açı ile düşer.

c) Uzak gemisinin parabolik bir yörünge izleyerek Ay'a gelmesi Ay'a doğru geminin sıfır ilk hız ile harekete başlamış olması demektir. Bu durumda enerji korunumu yasasından geminin hızı

$$W=0=\frac{mv^2}{2}-\frac{\gamma m_{Ay}m}{R}; v=\sqrt{\frac{2\gamma m_{Ay}}{R}}$$

daireysel yörüngeye geçmek için gereken hız

$$\frac{mv_0^2}{R}=\frac{\gamma m_{Ay}m}{R^2}; v_0=\sqrt{\frac{\gamma m_{Ay}}{R}}$$

olarak bulunur. Uzak gemisinin kazanması gereken hız değişimi

$$\Delta v=v-v_0=(\sqrt{2}-1)\sqrt{\frac{\gamma m_{Ay}}{R}}\approx 700 \text{ m/s}$$

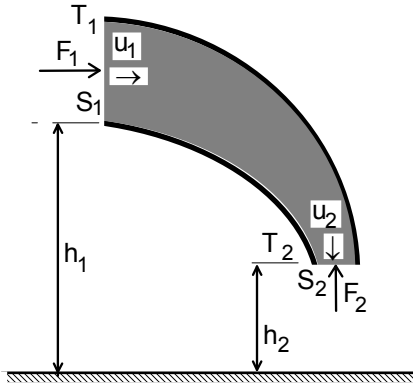
bu hız değişimini gerçekleştirmek için de gaz hareket yönünde fırlatılmalıdır. Fırlatılan gazın kütesinin momentum korunumu yasasından bulabiliriz.

$$\Delta mu=(m-\Delta m)\Delta v$$

Aradığımız oran

$$\frac{\Delta m}{m}=\frac{\Delta v}{u+\Delta v}\approx\frac{\Delta v}{u}=\frac{7}{40}=\frac{1}{5.7}$$

olarak bulunur.



Çıkan gazların sıcaklığını değerlendirmek için gazlar için geçerli Bernoli denklemini yazabiliriz. Bu denklem enerji korunumu yasasının sonucudur. Denklemi bulmak için bir boruda akan gazın iki farklı  $h_1$  ve  $h_2$  yükseklikte bulunan iki  $S_1$  ve  $S_2$  kesitini alabiliriz. Bu kesitlerden gaz  $u_1$  ve  $u_2$  hızları ile akmaktadır. Bu kesitlerde gazın sıcaklığı  $T_1$  ve  $T_2$  dir.  $S_1$  kesitte uygulanan  $F_1$  kuvveti gazın akmasını sağlamakta,  $S_2$  kesitte uygulanan  $F_2$  kuvveti ise gazın akmasını engellemektedir. Bu kuvvetlerin yaptıkları iş, kinetik, potansiyel ve iç enerjinin değişimine eşit olur.

$$\Delta A=\Delta K+\Delta \Pi+\Delta U; \Delta A=F_1 l_1-F_2 l_2=P_1 S_1 l_1-P_2 S_2 l_2=P_1 V_1-P_2 V_2$$

$$\Delta K=\frac{Mu_2^2}{2}-\frac{Mu_1^2}{2}; \Delta \Pi=Mgh_2-Mgh_1$$

$$\Delta U=\frac{Mc_{v\mu}T_2}{\mu}-\frac{Mc_{v\mu}T_1}{\mu}$$

Burada  $M=\rho V$  gazın kütlesi,  $\mu$  gazın molar kütlesi,  $c_{v\mu}$  gazın sabit hacimdeki molar özısı olarak veriliyor. Verilen denklemler

$$P_1 V_1+Mgh_1+\frac{Mu_1^2}{2}+\frac{Mc_{v\mu}T_1}{\mu}=P_2 V_2+Mgh_2+\frac{Mu_2^2}{2}+\frac{Mc_{v\mu}T_2}{\mu}$$

$$PV+Mgh+\frac{Mu^2}{2}+\frac{Mc_{v\mu}T}{\mu}=\text{sabit}; P+\rho gh+\frac{\rho u^2}{2}+\frac{\rho c_{v\mu}T}{\mu}=\text{sabit}$$

şeklinde yazılabilir. Burada  $P$  statik ya da gaz basıncı,  $\rho gh$  hidrostatik basınç,  $\frac{\rho u^2}{2}$  dinamik basınç ve

$\frac{\rho c_{v\mu}T}{\mu}$  birim hacimdeki iç enerji olarak bilinmektedir. Bernoli denkleminin fiziksel anlamı birim

hacimdeki enerjidir. Gazlar için  $P=\frac{\rho RT}{\mu}$  olur.  $c_{p\mu}=R+c_{v\mu}$  gazın sabit basınçtaki molar özısıdır.

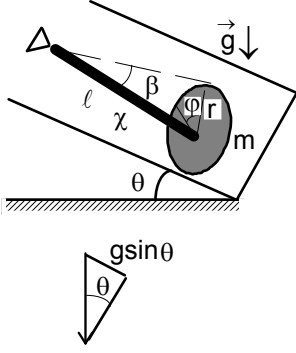
Buradan Bernoli denklemini

$$\rho gh+\frac{\rho u^2}{2}+\frac{c_{p\mu} \rho T}{\mu}=\text{sabit}$$

şeklinde yazılabilir. Bu denklemi iki durum için yazabiliriz-motordan fırlatılmadan önce gazların hızları sıfır, uzaya dağıldıktan sonra sıcaklıkları sıfırdır.

$$\frac{\rho u^2}{2}=\frac{c_{p\mu} \rho T}{\mu}; T=\frac{\mu u^2}{2c_{p\mu}}=\frac{u^2}{2c_p}\approx 3000 \text{ K}$$

olarak bulunur.



3. Disk kendi eksenini etrafında yuvarlanarak hareket ediyor ise diskin eğik düzleme temas ettiği noktanın aldığı yol ve açısal hızlar arasındaki ilişki

$$s = \varphi r = \beta l; \varphi = \frac{\ell \beta}{r}; \dot{\varphi} = \frac{\ell \dot{\beta}}{r}$$

şeklinde yazılabilir. Burada  $\varphi$  diskin kendi eksenine göre dönme açısı,  $\beta$  ise çubuğun burkulduğu açı,  $\dot{\varphi}$  diskin açısal hızı  $\dot{\beta}$  çubuğun burkulma açısal hızıdır. Diskin kinetik enerjisi

$$K = \frac{mv^2}{2} + \frac{J\dot{\varphi}^2}{2} = \frac{m\ell^2 \dot{\beta}^2}{2} + \frac{J\ell^2 \dot{\beta}^2}{2r^2} = \frac{3m\ell^2 \dot{\beta}^2}{2}; J = \frac{mr^2}{2}$$

olarak yazılabilir. Sistemin potansiyel enerjisi burkulma çubuğun burkulma potansiyel enerjisi ve eğik düzleme göre yükselen diskin kütle çekimi potansiyel enerjisinden ibarettir. Disk eğik düzlem üzerinde bulunduğu için artık

$$g_{ef} = g \sin \theta$$

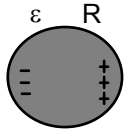
çekim ivmesi ile çalışmalıyız. Potansiyel enerji

$$\Pi = \frac{\chi \varphi^2}{2} + mg_{ef}h = \left( \frac{\chi \ell^2}{r^2} + mg \ell \sin \theta \right) \frac{\beta^2}{2}$$

şeklinde yazılabilir. Titreşim hareketinin titreşim açısal frekansı ve titreşim periyodu

$$\Omega = \sqrt{\frac{2\chi}{3mr^2} + \frac{2g \sin \theta}{3\ell}}; T = \frac{2\pi}{\Omega} = \frac{2\pi}{\sqrt{\frac{2\chi}{3mr^2} + \frac{2g \sin \theta}{3\ell}}}$$

olarak bulunur.



4. a) Baca çok yüksek olduğundan Gauss teoremi uygulanabilir.

$$\oint \vec{E} d\vec{\ell} = \frac{q}{\epsilon_0}; 2\pi \ell E_0 = \frac{\lambda \ell}{\epsilon_0}; E_0 = \frac{\lambda}{2\pi \epsilon_0 r}$$

Burada  $E_0$  havadaki elektrik alanı

$$E = \frac{E_0}{\epsilon} = \frac{\lambda}{2\pi \epsilon \epsilon_0 r}$$

küre içindeki elektrik alanıdır. İki elektrot arasında uygulanan potansiyel fark

$$U = \int_a^b \vec{E} d\vec{r} = \int_a^b \frac{\lambda dr}{2\pi \epsilon_0 r} = \frac{\lambda}{2\pi \epsilon_0} \ln \frac{b}{a}; \lambda = \frac{2\pi \epsilon_0 U}{\ln \frac{b}{a}}$$

olarak bulunur. Küre içindeki elektrik alan kürede birim hacimdeki yarattığı dipol momenti ve küredeki toplam dipol momenti

$$p = \epsilon_0 \alpha E = \epsilon_0 (\epsilon - 1) E = \frac{(\epsilon - 1)\lambda}{2\pi \epsilon r}; P = pV = \frac{(\epsilon - 1)\lambda}{2\pi \epsilon r} \frac{4\pi R^3}{3}$$

dipole etki eden kuvvet

$$F = p \frac{\partial E}{\partial r} = \frac{(\epsilon - 1)\lambda^2 R^3}{\pi \epsilon \epsilon_0 r^3} = F = \frac{4(\epsilon - 1)\epsilon_0 U^2 R^3}{3\epsilon \left( \ln \frac{b}{a} \right)^2 r^3}$$

olarak bulunur.

b) Toz taneciklerin hareket denklemi

$$ma = m \frac{dv}{dt} = m \frac{dv}{dr} \frac{dr}{dt} = mv \frac{dv}{dr} = \frac{4(\epsilon - 1)\epsilon_0 U^2 R^3}{\epsilon \left( \ln \frac{b}{a} \right)^2 r^3}; m = \frac{4\pi \rho R^3}{3}$$

İntegrasyon sonucu hız

$$v = \sqrt{\frac{(\epsilon - 1)\epsilon_0 U^2}{\epsilon \rho \left( \ln \frac{b}{a} \right)^2} \left( \frac{1}{a^2} - \frac{1}{b^2} \right)}$$

olarak bulunur. Bu hesapta direniş kuvvetler ihmal edilmiştir.

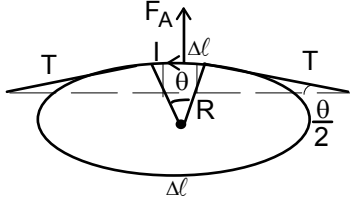
c) Taneciklerin çarpma hızları eşit ise hareket süreleri de eşit olur. Bunun için

$$\frac{(\epsilon_1 - 1)U_1^2}{\epsilon_1 \rho_1} = \frac{(\epsilon_2 - 1)U_2^2}{\epsilon_2 \rho_2}$$

olmalıdır. Buradan

$$U_2 = U_1 \sqrt{\frac{(\epsilon_1 - 1)\epsilon_2 \rho_2}{(\epsilon_2 - 1)\epsilon_1 \rho_1}}$$

olarak bulunur.



5. a) Telin her hangi bir parçasının çap üzerinde karşı tarafında bulunan bir parçacık aldığımızda bu parçacığın yarattığı manyetik alan B

$$B \sim \frac{I}{R}$$

ikinci parçaya etki eden kuvvet

$$F = IB\Delta l \sim I^2 \Delta \theta$$

$$\Delta l = R\Delta \theta$$

Bu kuvvetin etkisi ile tel gerilecektir. Seçtiğimiz küçük parça merkezden Δθ açısı ile görülür.

$$F = 2T \sin \frac{\Delta \theta}{2} \approx T\Delta \theta = PS\Delta \theta \sim I^2 \Delta \theta$$

İki durum için

$$\frac{P_1 S_1}{P_2 S_2} = \frac{I_1^2}{I_2^2}$$

olarak bulunur. Tüm geometrik özellikler n kere arttırıldığında kesit n<sup>2</sup> katı artar, dayanıklılık da n katı artarsa akım n<sup>2</sup> katı artar.

b) Silindir içinde manyetik alanın yok olması ile bu yok olmasını yavaşlandıracak şekilde ters yönde bir manyetik alan meydana gelmektedir. Bu manyetik alan

$$I = \frac{q}{T} = \frac{\sigma H 2\pi r}{\frac{2\pi}{\omega}} = \sigma H r \omega$$

akımdan meydana gelmektedir. Bu akım ise dış yüzeydeki yükün dönmesi ile sağlanılabilir. Bu akım

$$B = \mu_0 I_1 = \frac{\mu_0 I}{H} = \mu_0 \sigma r \omega$$

manyetik alan yaratır. Burada I<sub>1</sub> birim yükseklikteki akımdır. Dış ve indükte edilmiş manyetik alan indükte edilmiş e.m.k. meydana getirir.

$$\mathcal{E} = \frac{\pi r^2 (B_0 - B)}{\Delta t}$$

Bu indükte edilmiş e.m.k. rotasyonel elektrik alanı meydana getirir.

$$E = \frac{\mathcal{E}}{2\pi r} = \frac{r(B_0 - B)}{2\Delta t} = \frac{r(B_0 - B)}{2t}$$

Rotasyonel elektrik alan kuvvet

$$F = qE = \sigma H 2\pi r E$$

kuvvet ise dönme momenti meydana getirir.

$$M = Fr = J\alpha; J = \frac{mr^2}{2}$$

$$m = \rho \pi r^2; \alpha = \frac{\Delta \omega}{\Delta t} = \frac{\omega}{t}$$

Bu denklemlerden

$$\frac{\rho \omega r}{2} = \sigma (B_0 - B) = \sigma (B_0 - \mu_0 \sigma r \omega)$$

$$\omega = \frac{2\sigma B_0}{r(\rho + 2\sigma^2 \mu_0)}$$

olarak bulunur.

6. Karmaşık sayılarla çalışmamız daha uygun olur. İki rezistans ve iki indüktans oluşan devrede her kolda akan akım

$$\hat{I} = \frac{\hat{U}_g}{R + i\omega L}$$

olur. Çıkış noktaları arasındaki gerilim

$$\hat{U}_\varphi = \hat{I}R - \hat{I}i\omega L = \frac{\hat{U}_g(R - i\omega L)}{R + i\omega L} = \frac{\hat{U}_g[R^2 - (\omega L)^2]}{R^2 + (\omega L)^2} - i \frac{\omega LR \hat{U}_g}{R^2 + (\omega L)^2} = U_{\parallel} + U_{\perp}$$

şeklinde yazılabilir. Çıkış gerilimin şiddeti aslında giriş gerilimin şiddetine eşittir. Meydana gelen faz farkı

$$\tan\delta = \frac{U_{\perp}}{U_{\parallel}} = \frac{2\omega LR}{\omega^2 L^2 - R^2} \approx \frac{2\omega L}{R} = -\frac{2\omega L_0(1 + \xi \cos\Omega t)}{R} = -\frac{2\omega L_0}{R} - \frac{2\omega L_0 \xi \cos\Omega t}{R} \approx \delta$$

olarak bulunur. Çıkış gerilimi faz farkını göz önüne bulundurursak

$$U_\varphi = U_0 \cos(\omega t + \delta) = U_0 \cos\left(\omega t - \frac{2\omega L_0}{R} - \frac{2\omega L_0 \xi \cos\Omega t}{R}\right)$$

olarak bulunur. Faz farkını veren ifadeyi ekstremum için inceleyebiliriz.

$$x = \frac{\omega L}{R}$$

olarak kabul edelim. Faz farkı

$$\tan\delta = \frac{2x}{x^2 - 1}$$

şeklinde yazılabilir. Bu ifadenin türevi

$$(\tan\delta)' = \frac{-1 - x^2}{(x^2 - 1)^2} \neq 0$$

hiç bir şekilde sıfır olmaz ve dolayısı ile ekstremum yoktur. İki rezistans ve iki kondansatörden oluşan devrede her kolda akan akım

$$\hat{I} = \frac{\hat{U}_g}{R - \frac{i}{\omega C}}$$

olur. Çıkış noktaları arasındaki gerilim

$$\hat{U}_\varphi = \hat{I}R - \hat{I}\left(-\frac{i}{\omega C}\right) = \frac{\hat{U}_g\left(R + \frac{i}{\omega C}\right)}{R - \frac{i}{\omega C}} = \frac{\hat{U}_g(R^2\omega^2 C^2 - 1)}{R^2\omega^2 C^2 + 1} + i \frac{2R\omega C \hat{U}_g}{R^2\omega^2 C^2 + 1} = U_{\parallel} + U_{\perp}$$

şeklinde yazılabilir. Çıkış gerilimin şiddeti aslında giriş gerilimin şiddetine eşittir. Meydana gelen faz farkı

$$\tan\delta = \frac{U_{\perp}}{U_{\parallel}} = \frac{2\omega CR}{\omega^2 C^2 R^2 - 1} \approx \frac{2}{\omega CR} = \frac{2(1 + \xi \cos\Omega t)}{\omega C_0 R} = \frac{2}{\omega C_0 R} + \frac{2\xi \cos\Omega t}{\omega C_0 R} \approx \delta$$

Çıkış gerilimi faz farkını göz önüne bulundurursak

$$U_\varphi = U_0 \cos(\omega t + \delta) = U_0 \cos\left(\omega t + \frac{2}{\omega C_0 R} + \frac{2\xi \cos\Omega t}{\omega C_0 R}\right)$$

olarak bulunur. Ekstreum yine yoktur.

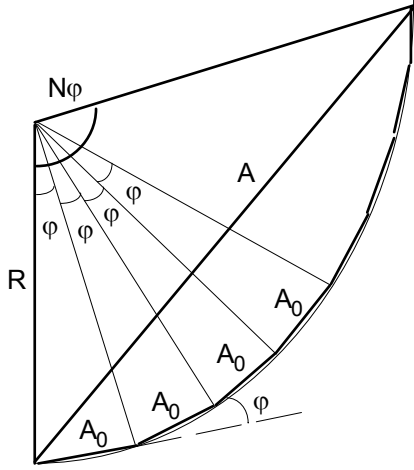
b) Faz farkını limit durumlar için inceleyebiliriz.

$x \rightarrow 0$  ise  $\tan\delta \rightarrow 0$ ,  $\omega \downarrow$  azalmaktadır ve ön plana rezistans R çıkar

$x \rightarrow \infty$  ise  $\tan\delta \rightarrow 0$ ,  $\omega \uparrow$  artmaktadır ve ön plana indüktansın ya da kondansatörün rezistansı çıkar

$x=1$  ise  $\tan\delta \rightarrow \infty$ ,  $\delta = \frac{\pi}{2}$  olur





7. a) Yeni yarık sayısı ifade ediyoruz

$$N' = \frac{iN}{i+q}$$

Her yarıktan kırınım ve sonra hepsinin girişimi yapmalıyız. Bu demektir ki N tane aynı  $\phi$  faz farkı ile titreşimler toplamalıyız.

Toplam açı  $N\phi$  olup

$$\phi = kd \sin \theta$$

olarak verilmektedir. Toplam genlik

$$A = 2R \sin \frac{N\phi}{2}; R = 2A_0 \sin \frac{\phi}{2}; A = A_0 \frac{\sin \frac{N\phi}{2}}{\sin \frac{\phi}{2}}$$

Işık şiddeti  $J \sim A^2$  olduğu için küçük yaklaşımlarda

$$J = J_0 \frac{\sin^2 \frac{N\phi}{2}}{\sin^2 \frac{\phi}{2}}; J = N^2 J_0 = \frac{i^2 N^2 J_0}{(i+q)^2}$$

olarak bulunur.

b)  $N=0, i=1, q=0$  için

$$J = N^2 J_0$$

$N=3, i=2$  ve  $q=1$  için

$$J = 4J_0$$

olarak bulunur.

8. a) Kozmolojik anlamda Evrenin genişlemesini incelemek için foton gazının basıncını ya da birim hacimdeki enerjinin sıcaklıkla nasıl bağlı olduğunu bilmek zorundayız. Bunu incelemek için içi aynalı olan bir prizma alabiliriz. Bu prizmanın tabanlarından birisi hareketli piston, diğer tabanı ise ısı geçiriyor. Pistona çarpan fotonların kazandıkları momentum değişimi  $\Delta p = 2p$ , düşen foton sayısı  $\Delta N = \frac{n_0 S c \Delta t}{6}$ , olarak yazılabilir. Burada  $n_0 = \frac{N}{V}$  fotonların konsantrasyonudur. Fotonların uyguladıkları kuvvet

$$F = \frac{\Delta N \Delta p}{\Delta t}$$

basıncı ise

$$P = \frac{F}{S} = \frac{N p c}{3V}$$

olarak bulunur. Fotonların momentumu

$$p = \frac{W_1}{c}$$

olarak verilir. Burada  $W_1 = \hbar \omega$  bir fotonun enerjisidir. N fotonun enerjisi

$$U = N W_1$$

olarak yazılabilir. Buradan fotonların basıncı

$$P = \frac{U}{3V}$$

olarak bulunur. M.K.T teoriden klasik gazın basıncı

$$P = \frac{N m v^2}{3} = \frac{N \vec{p} \cdot \vec{v}}{3} = \frac{(\gamma - 1) U}{V}$$

şeklinde yazıldığını biliyoruz. Bir atomlu gaz için adyabatik katsayısı  $\gamma = \frac{c_p}{c_v} = \frac{5}{3}$  olarak yazılabilir.

Foton gazı için  $\gamma = \frac{4}{3}$  olarak bulunur. Foton gazı için adyabatik denklemler

$$P V^\gamma = P V^{\frac{4}{3}} = \text{sabit}; P^\gamma T = \text{sabit}; T V^{\gamma-1} = T V^{\frac{1}{3}} = \text{sabit}$$

şeklinde yazılabilir.

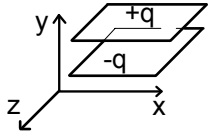
b)  $R \sim t$  kabul edersek

$$t T = \text{sabit}$$

olarak yazılabilir. Buradan

$$t \cdot 3000 \text{ K} = 3 \cdot 15 \cdot 10^{10} \text{ yıl}; t = 15 \cdot 10^{17} \text{ yıl}$$

olarak bulunur.



9. a) Kondansatöre bağlı koordinat sisteme göre birim alanındaki yük yoğunluğu

$$\sigma_0 = \frac{q}{\ell_0^2}$$

plakalar arasındaki elektrik alan

$$E_0 = \frac{\sigma_0}{\epsilon_0}$$

olarak yazılabilir. Burada  $\ell_0$  kondansatöre bağlı koordinat sistemine göre plakalarının uzunluğudur. Yük hızdan bağımsız olup Lorentz dönüşümlerine göre invariant (değişmeyen) bir özelliktir. Hareketsiz koordinat sisteme göre hareket boyunca kondansatörün uzunluğu

$$\ell = \ell_0 \sqrt{1 - \beta^2}$$

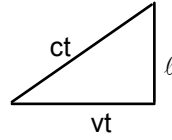
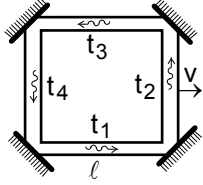
olur. Hareketsiz koordinat sistemine göre birim alandaki yük yoğunluğu

$$\sigma = \frac{q}{\ell_0^2 \sqrt{1 - \beta^2}} = \frac{\sigma_0}{\sqrt{1 - \beta^2}}$$

plakalar arasındaki elektrik alan

$$E = \frac{\sigma}{\epsilon_0} = \frac{E_0}{\sqrt{1 - \beta^2}}$$

olur. Elektrik alanlar arasındaki dönüşüm nasıl gerçekleşiyor ise kuvvetler arasındaki dönüşüm de aynı şekilde gerçekleşmektedir.



b) Foton kenarları

$$vt_1 + l \sqrt{1 - \beta^2} = ct_1$$

$$t_1 = \frac{l \sqrt{1 - \beta^2}}{c - v}$$

$$(ct_2)^2 = (vt_2)^2 + l^2$$

$$t_2 = t_4 = \frac{l}{c \sqrt{1 - \beta^2}}$$

$$vt_3 + ct_3 = l \sqrt{1 - \beta^2} ; t_3 = \frac{l \sqrt{1 - \beta^2}}{c + v}$$

süre ile kat eder. Fotonun toplam hareket süresi

$$t = t_1 + t_2 + t_3 + t_4 = \frac{4l}{c \sqrt{1 - \beta^2}} = \frac{t_0}{\sqrt{1 - \beta^2}} ; t_0 = \frac{4l}{c}$$

olarak bulunur.