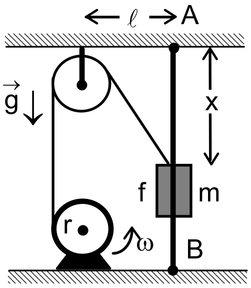
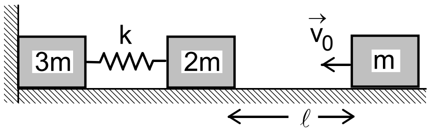
III. ULUSAL FİZİK OLİMPİYATI ÜÇÜNCÜ AŞAMA SINAVI -1996



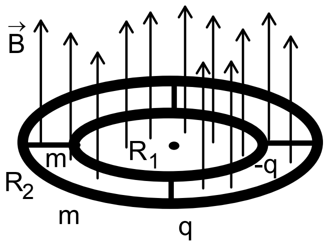
1. Kütlesi m olan bir cisim sürtünmeli AB dikey rayı üzerinde hareket edebilmektedir. Cismi hareket ettirmek için sabit makaradan geçen bir ip, yarıçapı r olan sabit ω açısal hızı ile dönen makara üzerine sarılmaktadır. Cisim ile ray arasındaki sürtünme katsayısı f, sabit makara ile ray arasındaki uzaklık ℓ yerçekimi ivmesi g olarak verilmektedir. İpteki gerilme kuvvetini cisim ile tavan arasındaki x uzaklığının fonksiyonu olarak bulunuz.



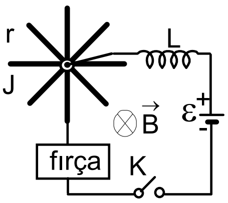
2. Kütleleri m, 2m ve 3m olan küp şeklindeki üç cisim yatay ve sürtünmesiz düzlem üzerinde bulunmaktadırlar. 3m kütleli cisim dikey duvar ile temas etmekte olup 2m kütleli cisme yay sabiti k olan bir yayla bağlıdır. Kütlesi 2m olan küpten ℓ uzaklıkta bulunan, m kütleli küp v_0 hızı ile kütlesi 2m olan küpe doğru hareket etmektedir.

a) İki cisim arasında tam esnek bir çarpışma gerçekleşirse her bir cismin hareketini inceleyip dikey duvara göre konumlarını bulunuz ve bu konumların zamanla nasıl değiştiğini gösteren x-t grafiklerini çiziniz.

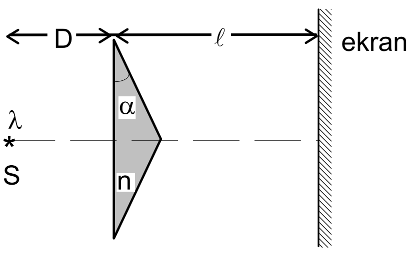
b) Esnek olmayan ama yapışmayan çarpışma için her bir cismin hareketini inceleyip dikey duvara olan konumlarını bulunuz ve bu konumların zamanla nasıl değiştiğini gösteren x-t grafiklerini çiziniz.



3.Yatay ve sürtünmesiz yalıtkan bir düzlem üzerinde kütleleri m, yükleri q ile -q olan iki dielektrik halka bulunmaktadır. Halkaların yarıçaplarının R_1 ve R_2 oranı $\frac{R_2}{R_1}$=n olarak veriliyor. İki halka birbirine çok ince kütleleri ihmal edilebilir dielektrik çubuklar ile tutturulmuştur. Halkalar sabit, homojen ve dikey B manyetik alanı içinde bulunmaktadırlar. Belli bir süre içinde manyetik alan sıfıra kadar indirilirse halkaların kazanacağı açısal hızı iki farklı metotla bulunuz.



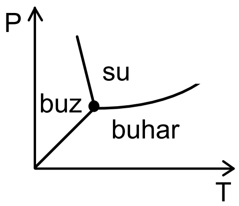
4. Yarıçapları r olan çubuklardan oluşan bir tekerleğin eylemsizlik momenti J dır. Bu tekerlek sürtünmesiz olarak yatay eksen etrafında dönebilmektedir. Tekerleğin düzlemine dik olarak yatay yönde sabit ve homojen B manyetik alanı uygulanmaktadır. İletken teller sıra ile bir fırçaya temas etmektedirler. Tekerleğin merkezine e.m.k. sı ε olan üreteç indüktansı L olan bir bobin vasıtasıyla bağlıdır. Başlangıçta K anahtarı açık olup devreden akım geçmemektedir. t=0 anında K anahtarı kapatılıyor. Devreden geçen akımı ve tekerleğin açısal hızını zamanın fonksiyonu olarak bulunuz.



5. Dalga boyu λ olan S noktasal bir ışık kaynağı kırıcılık indisi n, kırma açısı α olan bir Fresnel prizmasından D uzaklıkta bulunmaktadır. Prizmanın diğer tarafında ℓ uzaklıkta bulunan ekran üzerinde oluşan girişim saçaklarının sayısı N dir.

a) N sayısını λ, α, D ve ℓ cinsinden ifadesini türetiniz.

b) Yukarıdaki düzenekte prizmanın hemen solunda odak uzaklığı f olan bir mercek yerleştirilerek, ekranda oluşan saçakların kalınlığı, ekran ile prizma arasındaki uzaklıktan bağımsız hale getirilmektedir. Bu durumda ardışık iki parlak saçak arasındaki uzaklık ve ekranda görülebilecek saçak sayısı N nedir? Prizmanın kırma açısı α=3 dakika için, D=10 cm, ℓ=1,8 m, n=1,5 için N sayısını hesaplayınız.



6. a) Su normal şartlar altında katı-buz, sıvı-su ve gaz-buhar halinde bulunmaktadır. Suyun üç halde bulunması 0 °C sıcaklığında gözlenmektedir. Bu sıcaklık suyun üçlü noktası olarak bilinmektedir. 0°C sıcaklığında alınan bir buz kütlesi buharlaştırılmak için ilk olarak eritilmelidir. Bunun için birim kütleye gerekli ısı λ olsun. Buz sıvı hale geldikten sonra buharlaştırılabilir. Bunun için birim kütleye gerekli ısı L olsun. Bunun dışında süblimleşme olarak bilinen buharlaşma da mümkündür. Süblimleşmede buz direkt olarak buhar haline geçmektedir. Bunun için birim kütleye gerekli ısı δ olsun. Bu ısılar arasındaki bağıntıyı çıkartınız.

b) Isıtılan bir kap içinde suyun kaynamasından biraz önce tıkır tıkır sesler duyulmaktadır. Bu sesler suda su buharı kabarcıklarının oluşmasından ve patlamasından kaynaklanmaktadır. Oluşan su buharı kabarcıkları kabın dibinden kopup yukarıya doğru çıkmaktadırlar. Yapılan deneylerde tıkırtı seslerinin periyodik olduğu tespit edilmiştir. Üstelik bu seslerin periyodu ısıtılma esnasında değişmekte olup $T_1 \approx 10^{-2}$ s ve $T_2 \approx 10^{-3}$ s olarak ölçülmektedir. Periyotlardaki bu farklılık su buharı kabarcıklarının oluşumu ve patlaması ile ilgili iki farklı mekanizma olduğunu göstermektedir. Bu mekanizmalar için uygun model kurup bu periyotları değerlendiriniz.

c) Suyun ısınması esnasında buharlaşma genelde sadece suyun kaynamasından sonra olduğu varsayılmaktadır. Buharlaşma suyun ısınması ile başlar ve sıcaklık artınca hızlanır. Su moleküllerinin buharlaşması için ilk olarak diğer su moleküllerinin çekme kuvvetinden kurtulmaları gerekir. Suyun sıcaklığının ısıtılma esnasında çok yavaş değiştiğini kabul edebiliriz. Bu sebeple sudan çıkan su moleküllerinin uyduğu dağılım Boltzmann dağılımıdır. Yarıçapı 5 cm açık silindirik bir kapta bulunan 1 kg suyu 10 °C sıcaklığından 100 °C sıcaklığa kadar ısıtılmasında kaç gr su buharlaşacağını değerlendiriniz.

Not:Suyun özkütlesi ρ=1 gr/cm^3, suyun molar kütlesi μ=18 gr/mol, suyun yüzey gerilim katsayısı σ=0,07 N/m, suyun özısı kapasitesi C=4,2 kJ/kg, suyun molar buharlaşma ısısı L_μ=4.10^4 J/mol, su buharı kabarcıkların yarıçapları r$\approx$1 mm, yerçekimi ivmesi g=10 m/s^2, Boltzmann sabiti k=1,38.10^{-23} J/K, Avogadro sayısı N_A=6,02.10^{23} mol^{-1}, ısıtıcının gücü q=1000 W, olarak veriliyor. Doymuş su buharının farklı t° sıcaklıklarındaki basıncı P ve özkütlesi ρ aşağıdaki tabloda verilmiştir.

t° (°C)	**P (Pa)**	**ρ (kg/m^3)**	**t° (°C)**	**P (Pa)**	**ρ (kg/m^3)**
0°	0,61.10^3	0,00485	40°	73,41.10^3	0,05110
10°	1,23.10^3	0,00941	50°	123.10^3	0,08320
15°	1,7.10^3	0,01280	60°	198.10^3	0,13000
20°	23,2.10^3	0,01730	70°	310.10^3	0,19800
25°	31,41.10^3	0,02300	80°	470.10^3	0,29400
30°	42,3.10^3	0,03040	100°	101.10^3	0,59800

7. a) Fotonlar durgun kütlesi sıfır olan ama enerji ve momentumu olan taneciklerdir. Fotonları klasik taneciklerden farklı kılan madde ile etkileşme mekanizmasıdır. Klasik tanecikler etkileşmelerde yok olmazken fotonlar kendi enerji ve momentumlarını tamamen aktarabilmekte ve yok olmaktadırlar. Klasik taneciklere ısı verildiğinde onların hızları ve dolayası ile kinetik enerjileri artmaktadır. Fotonlu sistemlere ise ısı verildiğinde verilen ısı ile yeni fotonlar yaratılmaktadır. Fotonlar tam yansıtıcı yüzeye çarptığında klasik taneciklerin uyduğu yansıma kanunlarına göre yansımaktadır. Bu sebeple fotonlara bir gaz olarak bakabiliriz.

a) Kap içinde bulunan foton gazının basıncı ile fotonların birim hacimdeki enerjileri arasındaki ilişkinin nasıl olduğunu bulunuz.

b) Fotonların adyabatik katsayısını bulunuz.

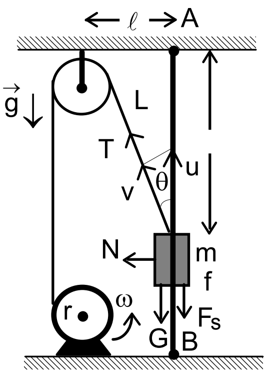
c) İçi aynalı olan tabanı ısı geçiren ve içinde aynalı piston bulunan bir ısı makinesi düşünelim. Bu ısı makinesi klasik ısı makineleri gibi iş yapılabilir. Klasik ısı makinelerinde işi yapan gaz molekülleridir; fotonla çalışan ısı makinesinde ise işi yapan fotonlardır. Bundan yola çıkarak, fotonlar için birim hacimdeki enerjinin sıcaklığa nasıl bağlı olduğunu bulunuz.

8. Uzay yolculuğuna çıkan bir uzay gemisi çok kısa bir sürede yüksek hıza ulaşmaktadır. Uzay gemisinin kaptanının eşi doğum yapacaktır. Kaptan yolculuğa çıkmadan önce doğumu müjdeleyen haberin doğumdan sonra derhal gönderilmesini istemiştir. Uzay gemisinin kaptanı gemideki saatlere göre 15 yıl sonra radyo mesajını alıyor. Mesajda, sağlıklı bir erkek çocuğu doğduğu yazmaktadır. Kaptan derhal geriye bir mesajı gönderiyor. Bu mesajda oğullunun 40. yaş gününü kutlamaktadır. Geminin kendi referans sisteminde uzunluğu 820 m olup kütlesi m_0=20 000 ton dur. Kaptanın gemisine doğru, kendi referans sisteminde 820 m boyunda ve 2m_0 kütlesinde olan başka bir gemi yaklaşmaktadır. Her iki geminin Dünyadan gözlenen hızları aynıdır. Kaptan manevra yapıp geminin yönünü az değiştirip kendi gemisinin diğer gemiye paralel olacak şekilde geçmesini sağlar.

a) Kaptana göre diğer geminin uzunluğu kaç metredir?

b) Kaptan manevrayı yapmamış olsaydı ve iki gemi çarpışmadan sonra çarpışmanın etkisi ile birleşseydi gemilerin çarpışmadan sonraki hızını ve hareket yönünü bulunuz. Sistemdeki kinetik enerji kaybını hesaplayınız.

III. ULUSAL FİZİK OLİMPİYATI ÜÇÜNCÜ AŞAMA SINAVI ÇÖZÜMLERİ-1996



1. Ray boyunca ve raya dik olan kuvvetleri yazalım

$$T\cos\theta - F_s - mg = ma$$
$$T\sin\theta = N$$
$$F_s = fN$$

Burada θ açısı değişkendir. Açı ile x mesafesi için

$$\mathrm{tg}\theta = \frac{\ell}{x}$$

bağıntısını yazabiliriz. İki değişim arasındaki bağıntı için

$$\frac{d\theta}{\cos^2\theta} = -\frac{\ell dx}{x^2}$$

yazabiliriz. Burada

$$\sin\theta = \frac{\ell}{\sqrt{\ell^2 + x^2}} \; ; \; \cos\theta = \frac{x}{\sqrt{\ell^2 + x^2}}$$

olarak yazılabilir. İpin uzamaması için ray üzerindeki cismin hızının ip üzerindeki bileşeni ipin hızına eşit olmalıdır.

$$\cos\theta = \frac{v}{u} \; ; \; u = \frac{v}{\cos\theta}$$

İpin hızı ise

$$v = \omega r$$

Cismin hızın değişimi için

$$du = -\frac{v\sin\theta d\theta}{\cos^2\theta}$$

ivme için

$$a = \frac{du}{dt} = \left(\frac{du}{dx}\right)\left(\frac{dx}{dt}\right) = u\frac{du}{dx} = \frac{v^2\ell \mathrm{tg}\theta}{x^2} = \frac{\omega^2 r^2 \ell^2}{gx^3}$$

yazabiliriz. Buradan ipteki gerilme kuvveti

$$T = mg\left(1 + \frac{\omega^2 r^2 \ell^2}{gx^3}\right)\frac{\sqrt{\ell^2 + x^2}}{x - f\ell}$$

olarak bulunur. Gereken bağıntıları

$$L^2 = \ell^2 + x^2$$

eşitliğini kullanarak da bulabiliriz. Bu bağıntıdan

$$L^2 - x^2 = \ell^2$$

yazıp türevlersek

$$L\frac{dL}{dt} - x\frac{dx}{dt} = 0$$

$$\frac{dL}{dt} = \omega r; \; \frac{dx}{dt} = u$$

hız için

$$u = \frac{\omega r\sqrt{\ell^2 + x^2}}{x}$$

yazabiliriz. Yani kinematik bağıntıyla aynı ifade çıkmaktadır.

2. a) Momentumun ve enerjinin korunumu yasalarından birinci ve ikinci cismin çarpışmadan sonraki hızları bulunur.

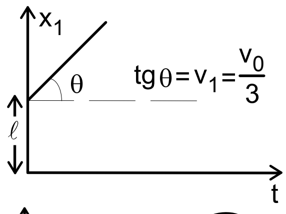
$$mv_0 = -mv_1 + 2mv_2$$

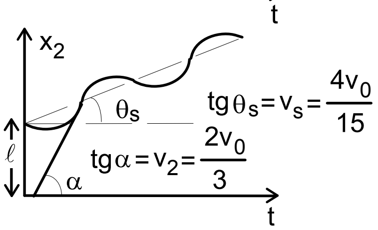
$$\frac{mv_0^2}{2} = \frac{mv_1^2}{2} + \frac{mv_2^2}{2}$$

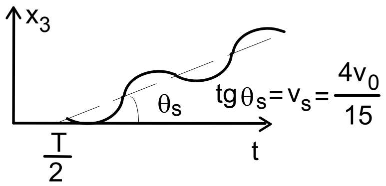
$$v_1 = \frac{v_0}{3} ; v_2 = \frac{2v_0}{3}$$

Birinci cisim sabit hız ile geri dönmektedir. Konumu ise

$$x_1 = \ell + v_1 t = \ell + \frac{v_0 t}{3}$$







denklemi ile verilir. İkinci cisim yayı sıkıştırmaktadır. Yayın titreşim periyodu ve titreşim açısal frekansı

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{2m}{k}} ; \omega = \sqrt{\frac{k}{2m}}$$

olarak yazılabilir. İkinci cismin maksimum sıkışması (genlik) enerjinin korunumu yasasından bulunur.

$$\frac{kA_2^2}{2} = \frac{2mv_2^2}{2} ; A_2 = \frac{2v_0}{3}\sqrt{\frac{2m}{k}}$$

$0<t<\frac{T}{2}$ zaman içinde ikinci cismin hareketi

$$x_2 = \ell - A_2 \sin\omega t$$

denklemine göre değişmektedir. $t>\frac{T}{2}$ zaman sonra yay gerilmeye başlar ve üçüncü cisim ile dikey duvar arasındaki temas kesilir. Sistemin kütle merkezinin hızını momentum korunumu yasasından bulunur.

$$2mv_2 = 5mv_s ; v_s = \frac{4v_0}{15}$$

Sistemin yeni titreşim periyodu ve titreşim açısal frekansı

$$T_s = 2\pi\sqrt{\frac{6m}{5k}} ; \omega_s = \sqrt{\frac{5k}{6m}}$$

olarak yazılabilir. Sistemin indirgenmiş kütlesi

$$\mu = \frac{2m.3m}{2m+3m} = \frac{6m}{5}$$

olarak bulunur. Sistemdeki maksimum sıkışma (genlik) enerjinin korunumu yasasından bulunur.

$$\frac{kA_s^2}{2} = \frac{2mv_2^2}{2} - \frac{5mv_s^2}{2} ; \ A_s = 2v_0\sqrt{\frac{2m}{15k}}$$

olur. Sistemin kütle merkezine göre her cisim belirli genlik ile titreşim yapmaktadır. Kütle merkezi korunumu yasasından her cismin kütle merkezine göre genliğini bulunur.

$$2mA_{s2} = 3mA_{s3}$$

$$A_s = A_{s2} + A_{s3}$$

$$A_{s2} = \frac{6v_0}{5}\sqrt{\frac{2m}{15k}} ; A_{s3} = \frac{4v_0}{5}\sqrt{\frac{2m}{15k}}$$

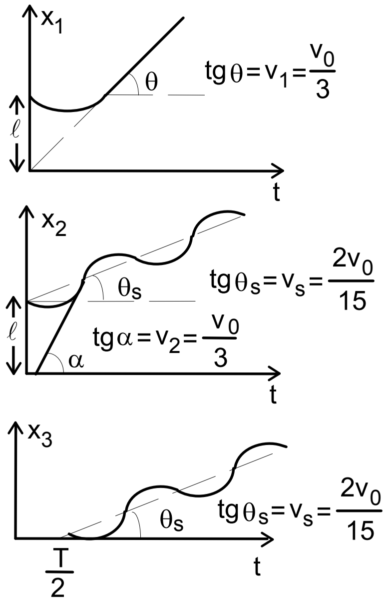
$t>\frac{T}{2}$ zaman içinde hareket ikinci cismin konumu

$$x_2 = \ell + v_s\left(t - \frac{T}{2}\right) + A_{s2}\sin\omega_s\left(t - \frac{T}{2}\right)$$

üçüncü cismin konumu ise

$$x_3 = \ell + v_s\left(t - \frac{T}{2}\right) + A_{s3}\sin\omega_s\left(t - \frac{T}{2}\right)$$

denklemine göre değişmektedir. Bu iki cismin kütle merkezi sabit hız ile hareket etmektedir. İki cisim ise kütle merkezine göre titreşim yaparak hareket etmektedir.



b) Momentum korunumu yasasından birinci ve ikinci cismin çarpışmadan sonraki hızı bulunur.

$$mv_0=3m$$

$$v=\frac{v_0}{3}$$

İki cisim yayı sıkıştırmaktadır. Yayın titreşim periyodu ve titreşim açısal frekansı

$$T=2\pi\sqrt{\frac{3m}{k}}\ ;\ \omega=\sqrt{\frac{k}{3m}}$$

olarak yazılabilir. İki cismin maksimum sıkışması (genlik) enerjinin korunumu yasasından bulunur.

$$\frac{kA^2}{2}=\frac{3mv^2}{2}\ ;\ A=v_0\sqrt{\frac{m}{3k}}$$

$0<t<\frac{T}{2}$ zaman içinde iki cismin konumu

$$x=\ell-A\sin\omega t$$

denklemine göre değişmektedir. $t>\frac{T}{2}$ zaman sonra yay gerilmeye başlar ve üçüncü cisim ile dikey duvar arasındaki temas kesilir. Bu durumda birinci cisim ile ikinci cisim arasındaki temas da kesilir. Birinci cisim sabit hız ile hareketine devam eder. Cismin konumu

$$x_1=\ell+vt=\ell+\frac{v_0}{3}\left(t-\frac{T}{2}\right)$$

denklemi ile verilir.

İkinci ve üçüncü cisimlerden oluşan sistemde kütle merkezinin hızını momentum korunumu yasasından bulunur.

$$2mv=5mv_s$$

$$v_s=\frac{2v_0}{15}$$

Sistemin yeni titreşim periyodu ve titreşim açısal frekansı

$$T_s=2\pi\sqrt{\frac{6m}{5k}}\ ;\ \omega_s=\sqrt{\frac{5k}{6m}}$$

olarak yazılabilir. Sistemin indirgenmiş kütlesi

$$\mu=\frac{2m.3m}{2m+3m}=\frac{6m}{5}$$

olarak bulunur. Sistemdeki maksimum sıkışma (genlik) enerjinin korunumu yasasından bulunur.

$$\frac{kA_s^2}{2}=\frac{2mv_2^2}{2}-\frac{5mv_s^2}{2}\ ;\ A_s=v_0\sqrt{\frac{2m}{15k}}$$

Sistemin kütle merkezine göre her cisim belli genlik ile titreşim yapmaktadır. Kütle merkezi korunumu yasasından her cismin kütle merkezine göre genliğini bulunur.

$$2mA_{s2}=3mA_{s3}$$

$$A_s=A_{s2}+A_{s3}$$

$$A_{s2}=\frac{3v_0}{5}\sqrt{\frac{2m}{15k}}\ ;\ A_{s3}=\frac{2v_0}{5}\sqrt{\frac{2m}{15k}}$$

$t>\frac{T}{2}$ zaman içinde hareket ikinci cismin konumu

$$x_2=\ell+v_s\left(t-\frac{T}{2}\right)+A_{s2}\sin\omega_s\left(t-\frac{T}{2}\right)$$

üçüncü cismin konumu ise

$$x_3=\ell+v_s\left(t-\frac{T}{2}\right)-A_{s3}\sin\omega_s\left(t-\frac{T}{2}\right)$$

şeklinde değişmektedir. Bu iki cismin kütle merkezi sabit hız ile hareket etmektedir. İki cisim ise kütle merkezine göre titreşim yaparak hareket etmektedir.

3. DİNAMİK METODU: İndükte edilmiş e.m.k

$$\varepsilon = -\frac{\Delta\Phi}{\Delta t} = \frac{\pi R^2 B}{\Delta t}$$

olarak yazılabilir. İndükte edilmiş e.m.k. rotasyonel bir elektrik alanı yaratmaktadır.

$$E = \frac{\varepsilon}{2\pi R}$$

q yüke etki eden teğetsel kuvvet

$$F = qE$$

uyguladığı moment

$$M = FR = qER = J\alpha = mR^2 \frac{\Delta\omega}{\Delta t}$$

olur. İki halka için eylemsizlik momenti

$$J = mR_1^2 + mR_2^2$$

toplam moment

$$M = qE_2R_2 - qE_1R_1 = \frac{qB(R_2^2 - R_1^2)}{2\Delta t}$$

olur. Buradan açısal hız

$$\omega = \frac{qB(n^2-1)}{2m(n^2+1)}$$

olarak bulunur.

ENERJİ METODU: İndükte edilmiş e.m.k. tarafından yapılan iş

$$W = q(\varepsilon_2 - \varepsilon_1)N$$

olur. Yükün yaptığı devir sayısı

$$N = \frac{\varphi}{2\pi} = \frac{\omega_{ort} t}{2\pi} = \frac{\omega t}{4\pi}$$

her halkada indükte edilmiş e.m.k.

$$\varepsilon_1 = -\frac{\Delta\Phi_1}{\Delta t} = \frac{\pi R_1^2 B}{\Delta t}; \quad \varepsilon_2 = -\frac{\Delta\Phi_2}{\Delta t} = \frac{\pi R_2^2 B}{\Delta t}$$

olarak yazılabilir. Halkalardan kazanılan kinetik enerji

$$K = \frac{J\omega^2}{2}$$

olur. Buradan açısal hız için aynı

$$\omega = \frac{qB(n^2-1)}{2m(n^2+1)}$$

ifade bulunur.

4. İkinci Kirchoff yasasına göre

$$\varepsilon - L\frac{dI}{dt} - \frac{B\ell^2\omega}{2} = 0$$

yazılabilir. Buradan

$$\frac{dI}{dt} = \frac{\varepsilon}{L} - \frac{B\ell^2\omega}{2L}$$

olarak bulunur. Amper kuvveti

$$F_A = IBL$$

moment uygulamaktadır.

$$M = F_A\frac{\ell}{2} = \frac{IB\ell^2}{2} = J\alpha = J\frac{d\omega}{dt}$$

Bu denklemin türevi alındıktan sonra

$$\frac{B\ell^2}{2}\left(\frac{dI}{dt}\right) = J\frac{d^2\omega}{dt^2}$$

bulabiliriz. İki denklemden

$$J\frac{d^2\omega}{dt^2} = \frac{B\ell^2}{2}\left(\frac{\varepsilon}{L} - \frac{B\ell^2\omega}{2L}\right); \quad \frac{d^2\omega}{dt^2} + \frac{B^2\ell^4\omega}{4LJ} = \frac{B\ell^2\varepsilon}{2LJ}$$

harmonik titreşimin denklemi elde edilir. Titreşimin titreşim açısal frekansı

$$\Omega=\sqrt{\frac{B^2\ell^4}{4LJ}}$$

Diferansiyel denklemin çözümü

$$\omega(t)=C_1\cos\Omega t+C_2\sin\Omega t+\frac{2LJ}{B\ell^2\varepsilon}$$

şeklinde yazılabilir. $t_0=0$ anında

$$\omega(0)=0$$

$$I(0)=0;\ \alpha=\frac{d\omega}{dt}=0;\ \frac{d\omega}{dt}=-\Omega C_1\sin\Omega t+\Omega C_2\cos\Omega t$$

dır. Buradan

$$C_1=-\frac{2\varepsilon}{B\ell^2};\ C_2=0$$

olarak bulunur. Çözüm ise

$$\omega(t)=\frac{2\varepsilon}{B\ell^2}(1-\cos\Omega t)\ ;\ \frac{d\omega}{dt}=\frac{2\Omega\varepsilon}{B\ell^2}\sin\Omega t$$

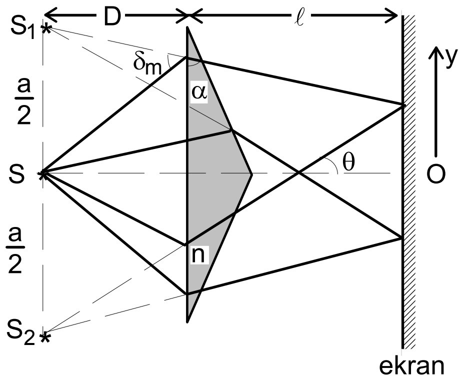
akım

$$I(t)=\frac{2J}{B\ell^2}\frac{d\omega}{dt}=I_0\sin\Omega t$$

olarak yazılabilir. Burada

$$I_0=\frac{2\varepsilon}{B\ell^2}\sqrt{\frac{J}{L}}$$

akımın genliğidir.



5. a) İnce prizmada minimum sapma açısı prizmanın tepe açısı küçük açı ise

$$\delta_m=\alpha(n-1)$$

olur. Verilen prizmadan maksimum sapma açısı

$$\theta=2\delta_m=2\alpha(n-1)$$

olarak bulunur. Yol farkı

$$\Delta=a\sin\theta_m=m\lambda$$

şeklinde yazılabilir. Ekran üzerindeki mesafe için

$$y=(\ell+D)\mathrm{tg}\theta\approx(\ell+D)\sin\theta$$

$$y=\frac{(\ell+D)m\lambda}{2D\alpha(n-1)}$$

yazabiliriz. İki saçak arasındaki uzaklık

$$\Delta y=\frac{(\ell+D)\lambda}{2D\alpha(n-1)}$$

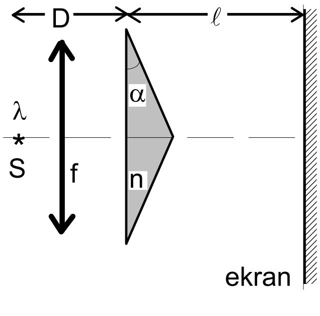
olarak bulunur. Ekran üzerindeki maksimum sapma için son saçağın numarası N olsun. Bu durumda

$$y_{mak}=\ell\mathrm{tg}\theta=\ell\sin\theta;\ y_{mak}=2\ell\alpha(n-1)$$

yazabiliriz. Saçak sayısı

$$N=\frac{y_{mak}}{\Delta y}=\frac{4\ell D\alpha^2(n-1)^2}{(\ell+D)\lambda}$$

olarak bulunur.



b) Cisim merceğin odak noktasında olacak şekilde yerleştirilirse prizmaya paralel bir ışık demeti düşer.

$$\Delta y=\frac{(\ell+D)\lambda}{2D\alpha(n-1)}$$

Buradan D çok büyük mesafe ise

$$\lim_{D\to\infty}\Delta y=\frac{\lambda}{2\alpha(n-1)}$$

yazabiliriz. Saçak sayısı için

$$\lim_{D\to\infty}N=\frac{4\ell\alpha^2(n-1)^2}{\lambda}$$

bulunur. Sayısal değerleri koyduğumuzda

$$N=41{,}8(1{,}5-1)^2(1/1200)^2/(5000\times10^{-10})=10$$

olarak bulunur.

6. a) Fotonlar yansıdıktan sonra kazandıkları momentum değişimi

$$\Delta p=2p;\ p=\frac{W_1}{c};\ W_1=\hbar\omega$$

düşen foton sayısı

$$\Delta N=\frac{n_0 S c \Delta t}{6}$$

olarak yazılabilir. Burada p bir fotonun momentumu, W_1 bir fotonun enerjisi, $n_0=\frac{N}{V}$ fotonların konsantrasyonudur. Fotonların uyguladıkları kuvvet ve basınç

$$F=\frac{\Delta N \Delta p}{\Delta t};\ P=\frac{F}{S}=\frac{Npc}{3V}$$

olur. N fotonun enerjisi

$$U=NW_1$$

olarak yazılabilir. Buradan fotonların basıncı için

$$P=\frac{U}{3V}$$

bulunur.

b) Molekül kinetik teoriden klasik gazın basıncı

$$P=\frac{Nmv^2}{3V}=\frac{N\vec{p}\cdot\vec{v}}{3V}=\frac{(\gamma-1)U}{V}$$

şeklinde yazıldığını biliyoruz. Karşılaştırma yaptıktan sonra foton gazı için

$$\gamma=\frac{4}{3}$$

olarak bulunur. Foton gazı için adyabatik denklemler

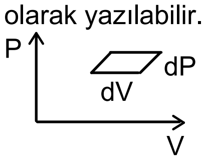
$$PV^{\gamma}=PV^{\frac{4}{3}}=\text{sabit};\ TV^{\gamma-1}=TV^{\frac{1}{3}}=\text{sabit};\ P^{\frac{\gamma-1}{\gamma}}T=\text{sabit}$$

şeklinde yazılabilir.

c) Birim hacimdeki enerji ifadesini kullanarak foton gazın basıncı

$$u=\frac{U}{V};\ P=\frac{u}{3}$$

olarak yazılabilir.



d) Verilen ısının etkisi ile piston hareket ederek fotonların bulundukları silindirin hacmi V çok az dV kadar artmaktadır. Bu dV hacim yeni oluşan fotonlar ile doldurulmaktadır. Foton gaza verilen ısı

$$dQ=dA+dU=PdV+dU=\frac{UdV}{3V}+\frac{UdV}{V}$$

olarak yazılabilir. Yapılan iş ise pistonun geri dönmesi ile ve kapalı proses gerçekleştirmesi ile yapılır.

$$dA=dPdV=\frac{dUdV}{3V}$$

Prosesin verimi

$$\eta=\frac{dA}{dQ}=\frac{dT}{T}=\frac{dU}{4U}$$

olarak yazılabiliri. Buradan integrasyon sonucu

$$\ln T^4=\ln U+\text{sabit}$$

$$U=\sigma T^4$$

olarak bulunur.

7. a) Gemiden mesaj gelene kadar alınan yol

$$x=vt=\frac{vt_0}{\sqrt{1-\frac{v^2}{c^2}}}$$

olur. Sinyal geri dönene kadar geçen süreden

$$\tau=\frac{2x}{c}=\frac{2vt_0}{c\sqrt{1-\frac{v^2}{c^2}}}\ ;\ v=\frac{\tau c}{\sqrt{4t_0{}^2+\tau^2}}=0{,}8c$$

olarak bulunur. İki geminin bağıl hızı

$$u=\frac{2v}{1+\frac{v^2}{c^2}}$$

olduğu için kaptanın ölçtüğü uzunluk

$$\ell=\ell_0\sqrt{1-\frac{u^2}{c^2}}=\ell_0\frac{1-\frac{v^2}{c^2}}{1+\frac{v^2}{c^2}}=180\ \text{m}$$

olarak bulunur.

b) Çarpışma esnasında gemilere bir tanecik gibi bakalım. Çarpışmada momentum ve enerjinin korunumu yasaları geçerlidir.

$$-\frac{m_0 v}{\sqrt{1-\frac{v^2}{c^2}}}+\frac{2m_0 v}{\sqrt{1-\frac{v^2}{c^2}}}=m'u'\ ;\ \frac{3m_0c^2}{\sqrt{1-\frac{v^2}{c^2}}}=m'c^2$$

Buradan

$$m'_0=5m_0;\ u'=\frac{v}{3}$$

İlk durumda kinetik enerji

$$K_1=\frac{m_0c^2}{\sqrt{1-\frac{v^2}{c^2}}}-m_0c^2+\frac{2m_0c^2}{\sqrt{1-\frac{v^2}{c^2}}}-2m_0c^2=2m_0c^2$$

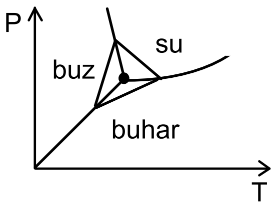
İkinci durumda kinetik enerji

$$K_2=\frac{m'_0\,c^2}{\sqrt{1-\frac{u^2}{c^2}}}-m'_0c^2\approx 0{,}2m_0c^2$$

Kinetik enerji kaybı

$$\Delta K=K_2-K_1\approx -1{,}8m_0c^2$$

olarak yazılabilir. Yapılan değerlendirme bir yaklaşım içinde yapılmıştır. Bu kadar büyük cisimlerin çarpışması sonucu mutlaka gemilerden bir takım parçalar çarpışma sonucu patlama yerinden uzaklaşır. Bunlar tamamen ihmal ediliyor. Yapılan değerlendirme hızlandırıcılarda gerçekleşen çarpışmalar için tamamen geçerlidir.



8. a) Isıca yalıtılmış bir sistem ele alalım Bu durumda termodinamiğin birinci yasası

$$\Delta U=A$$

şeklinde yazılabilir. Suyun üçlü noktası etrafında bir kapalı proses gerçekleştirelim. Buradan

$$m\lambda+mL-m\delta=A$$

olarak yazılabilir. Bu kapalı prosesi sonsuz küçük üçgen şeklinde gerçekleştirirsek A=0 olur ve bağıntı

$$\delta=\lambda+L$$

olarak bulunur.

b) Birinci mekanizma kabarcıkların kaynama başlamadan önce kabarcıkların kabın dibinden kopması ile ilgilidir. Kabarcık için Newtonun ikinci yasası kabarcığın kütlesi sıfır kadar kabul edilecek kadar küçük olduğundan

$$ma_1\approx(-mg)+F_A\approx 2mg$$

şeklinde yazabiliriz. Kabarcık m kadar su miktarını harekete geçirmektedir. Buradan kabarcığın kopma süresi yaklaşık

$$t_1\approx\sqrt{\frac{2R}{a}}\approx\sqrt{\frac{R}{g}}\approx 10^{-2}\ \mathrm{s}$$

olarak değerlendirilir. Kabarcık oluşuncaya kadar yaklaşık olarak 2R mesafe aldığını kabul edebiliriz. Diğer mekanizma artık suyun kaynamaya başladıktan sonra kabarcıkların sıcak bölgeden biraz daha soğuk bölgeye geçmesinden kaynaklanmaktadır. Kabarcık için Newton'un ikinci yasası

$$ma_2\approx S\Delta P$$

şeklinde yazılabilir. Burada

$$m\sim\rho_0 R^3$$

kabarcık tarafından itilen su miktarı

$$S\sim R^2$$

basınç farkının uygulandığı alan. Kabarcığın hareket ivmesi

$$a_2\sim\frac{R}{t_2^{\,2}}$$

kabarcığın patlama süresi

$$t_2\sim R\sqrt{\frac{\rho_0}{\Delta P}}\approx 10^{-3}\ \mathrm{s}$$

olarak değerlendirilir.

c) Π_0 bir moleküle düşen bağlanma enerjisi olsun. Yaklaşık olarak

$$L_\mu\approx N_A\Pi_0$$

yazabiliriz. Buradan

$$\Pi_0=\frac{L_\mu}{N_A}\approx 6{,}6.10^{-20}\ \mathrm{J}$$

olarak bulunur. Bir molekülün kütlesi

$$m=\frac{\mu}{N_A}=29{,}9.10^{-27}\ \mathrm{kg}$$

moleküllerin hızları

$$\Pi=\frac{mv^2}{2}\ ;\ v=\sqrt{\frac{2\Pi_0}{m}}\approx 2100\ \mathrm{m/s}$$

Sıcaklığı sabit olduğu sistemlerde Boltzmann dağılımı geçerlidir. Boltzmann dağılımı

$$n=n_0\,e^{-\frac{\Pi_0}{kT}}$$

şeklinde yazabiliriz. Su yüzeyinden çıkan tanecik sayısı

$$\Delta N\approx nSv\Delta t\approx n_0\,e^{-\frac{\Pi_0}{kT}}Sv\Delta t$$

şeklinde değerlendiririz. Burada eksponentte sıcaklık her an değişmektedir. Burada yaklaşık olarak

$$T\approx\frac{T_1+T_2}{2}=328^\circ$$

olarak yazılabilir. Alan

$$S=\pi r^2=78{,}5.10^{-4}\ \mathrm{m}^2$$

alınılabilir. Suyu ısıtmak için gereken zaman yaklaşık

$$\Delta t=\frac{cM\Delta T}{q}=378\ \mathrm{s}$$

olarak kabul edilebilir. Buharlaşan su kütlesi

$$\Delta M \approx m\Delta N \approx mn_0\, e^{-\frac{\Pi_0}{kT}} Sv\Delta t = \rho_{db} Sv\, e^{-\frac{\Pi_0}{kT}} . \frac{cM\Delta T}{q}$$

olarak değerlendirilir. Burada özkütle

$$\rho_{db} = mn_0$$

su buharın özkütlesidir. Bu değer 55° C için yaklaşık olarak ρ_{db}=0,1 kg/m^3 olarak alabiliriz.

$$\Delta M \approx \rho\pi r^2 \sqrt{\frac{2\Pi_0}{m}} . e^{-\frac{\Pi_0}{kT}} . \frac{cM\Delta T}{q} = 6\,231\,330.\; e^{-15} \approx 0{,}2 \text{ gr}$$

Isınma süresi aslında ısı kayıplarından dolayı en az iki, üç misli fazla olabilir. Bununla birlikte buharlaşan su kütlesi de artmaktadır.