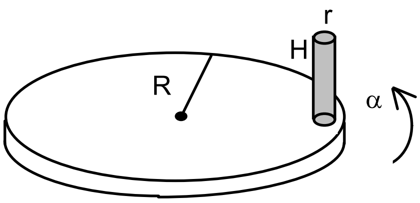
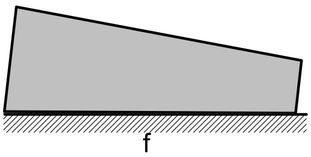
II. ULUSAL FİZİK OLİMPİYATI ÜÇÜNCÜ AŞAMA SINAVI -1995

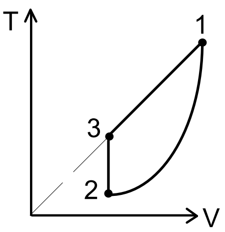


1. Yarıçapı R olan yatay bir diskin kenarında, yüksekliği H, yarıçapı r (r<<R) ve kütlesi m olan düşey olarak konulmuş bir silindir bulunmaktadır. Disk merkezinden geçen düşey eksenin etrafında sabit bir α açısal ivmesi ile döndürülmeye başlanıyor. Silindirin hareketini, diskin harekete başlamasından sonra geçen zamana bağlı olarak, bütün olası hareketlerini irdeleyerek bulunuz. Silindir ile disk arasındaki sürtünme katsayısı f dir.



2. Şekildeki ağaç kereste kesilmiş koni şeklindedir. Bu keresteyi bir işçi sürükleyerek bir yerden başka bir yere taşımak zorundadır. İşçi keresteyi 53° lik açı yapacak şekilde koltuğunun altına alarak çekebilmektedir. İşçi keresteyi ince ya da kerestenin kalın tarafından kaldırarak çekebilir. Yol; sürtünme katsayısı farklı iki bölgeden oluşmuştur. Birinci bölgedeki sürtünme katsayısı f=0,75, ikinci bölgedeki ise f=2,5 olarak veriliyor. İşçi keresteyi en az kuvvet uygulayarak nasıl çekebilir?

3. Çok geniş bir kap, H yüksekliğine kadar sıvı ile doludur. Sıvının özkütlesi derinlikle lineer bir şekilde artmakta olup, sıvının yüzeyinde ρ_1, dibinde ise ρ_2 dir. Özkütlesi ρ_0 ($\rho_1<\rho_0<\rho_2$) ve yarıçapı R olan bir homojen küre sıvı içine bırakılıyor. Bu kürenin dengede kaldığı derinliği ve bu denge durumunun etrafında yapacağı titreşimin periyodunu bulunuz.

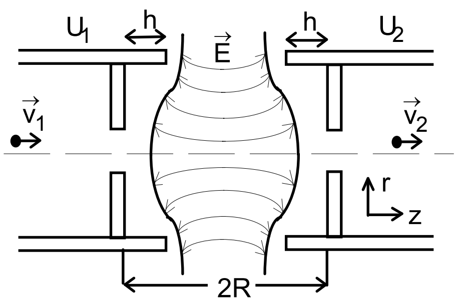


4. Bir ısı makinesi kapalı 1-3-1 ya da 1-3-2-1 proseslerini gerçekleştirebiliyor. 3-1 ve 2-3 prosesleri doğrultular üzerinde, 1-2 prosesi ise bir parabol üzerindedirler.

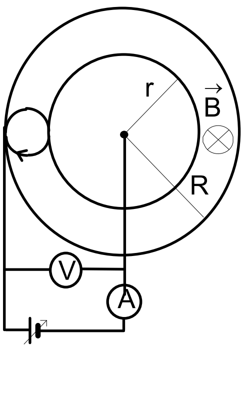
a) Kapalı prosesin hangi yönünde makine ısı makinesi gibi, hangi yönünde buzdolabı gibi çalışır?

b) Isı makinesi gibi çalıştığında proseste sağlanan verim nedir? Verim için bulunan ifadeyi tek ve iki atomlu ideal gazlar için karşılaştırınız.

c) Buzdolabının ne kadar performansla çalıştığını $\xi=\frac{Q_2}{A}$ ifadesi ile verilmektedir. Burada ξ performans katsayısı olarak bilinmektedir. Q_2 soğutucudan alınan ısı, A bunun için yapılan işi göstermektedir. Makine buzdolabı gibi çalıştığında performansın üst sınırını bulunuz. Bu performans tek atomlu ve iki atomlu ideal gazlar için karşılaştırınız.



5. Bir elektron demetinin odaklanması iki elektrot arasında uygulanan U_1 ve U_2 potansiyel farkı ile 2R genişliğindeki bölgede mümkün olabilir. İki elektrot arasında oluşan eşpotansiyel yüzeyler arasındaki elektrik alan homojen olmayıp E_r ve E_z bileşenlerine ayrılabilir. 2R bölgesinin büyük bir kısmında alan sabit olup uçlara yakın h uzaklıkta (h<<2R) alanın sıfıra düştüğü kabul edilebilir. Elektronun bu elektrostatik merceğin sol tarafındaki hızı v_1, sağ tarafındaki hızı v_2 ise $\frac{v_2}{v_1}=n$ olarak verilmektedir. Sistemin odak uzaklığını bulunuz.



6. Elektronun $\frac{q}{m}$ yük-kütle oranını bulmak için iç yarıçapı r, dış yarıçapı R olan silindir şeklindeki kondansatör kullanılmaktadır. Eksene paralel olarak homojen B manyetik alanı uygulanmaktadır. Bu alete magnetron adı verilmiştir. Magnetronda manyetik alanın şiddetinin değişmesi ile elektronların çizdikleri yörüngenin yarıçapını değiştirebiliriz. Belli B_{kr} kritik değerinde elektronlar dış plakaya kadar gelemezler ve dış devredeki akım sıfır olur. İki plaka arasına uygulanan gerilim U ise, $\frac{q}{m}$ oranını bulunuz.

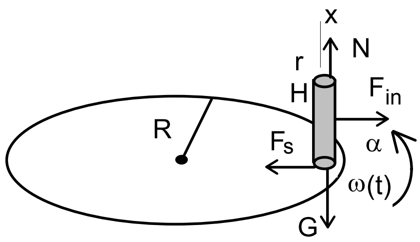
7. Yarıklar arası d=0,2 mm ve ekran ile yarıklar arası ℓ=1 m olan bir düzenekle yapılan girişim deneyinde, alt taraftaki yarığın önüne h=1 μm kalınlığında ve kırıcılık indisi dalga boyuna göre $n=A+\frac{B}{\lambda^2}$ şeklinde değişen, paralel yüzlü ince bir saydam levha konuluyor. Optik eksenle ekranın kesiştiği noktayı y=0 olarak tanımlar ve beyaz ışık kaynağı kullanırsak;

a) Merkezi saçağın yerini ve rengini tartışınız.

b) Merkezi saçağın bir altındaki aydınlık saçakların (girişim mertebesi= -1) dalga boyuna göre sıralanmasının λ=0,5 μm den itibaren bozulduğu gözlendiğine göre A ve B sabitlerini bulunuz.

Not: n(λ=0,5 μm)=1,5 olarak veriliyor.

II. ULUSAL FİZİK OLİMPİYATI ÜÇÜNCÜ AŞAMA SINAVI ÇÖZÜMLERİ-1995



1. Disk dönmeye başladığında merkezcil ivme, açısal hız ve çizgisel ivme için

$$a_n(t)=\omega^2(t)R;\ \omega(t)=\alpha t;\ a_\tau(t)=\alpha R$$

yazabiliriz. İvme için

$$a=\sqrt{a(t)_n^{\,2}+a(t)_\tau^{\,2}}=\alpha R\sqrt{1+\alpha^2 t^4}$$

yazabiliriz. Eylemsizlik kuvveti

$$F_{in}=ma=m\alpha R\sqrt{1+\alpha^2 t^4}$$

silindirin merkezine uygulandığı kabul edilebilir. Silindir

$$F_{in}\frac{H}{2}=mgr$$

şartı sağlanana kadar hareketsizdir. Kritik durumda

$$m\alpha R\sqrt{1+\alpha^2 t^4}\ \frac{H}{2}=mgr$$

Hareket başladıktan

$$t>t_0=\frac{1}{\sqrt{\alpha}}\left[\left(\frac{2gr}{\alpha RH}\right)^2-1\right]^{\frac{1}{4}}$$

zaman sonra silindir devrilir. Kayma durumu için

$$ma(t)=fmg$$

yazabiliriz. Buradan

$$m\alpha R\sqrt{1+\alpha^2 t^4}=fmg;\ t=t'=\frac{1}{\sqrt{\alpha}}\left[\left(\frac{fg}{\alpha R}\right)^2-1\right]^{\frac{1}{4}}$$

bulunur. Hareket başladıktan t>t' zaman sonra silindir kaymaya başlar. Silindirin ilk olarak devrilmesi için

$$t_0<t';\ \frac{1}{\sqrt{\alpha}}\left[\left(\frac{2gr}{\alpha RH}\right)^2-1\right]^{\frac{1}{4}}<\frac{1}{\sqrt{\alpha}}\left[\left(\frac{fg}{\alpha R}\right)^2-1\right]^{\frac{1}{4}}$$

gereklidir. Buradan

$$f>\frac{2r}{H}$$

olması gerekir.

$$t>t_0$$

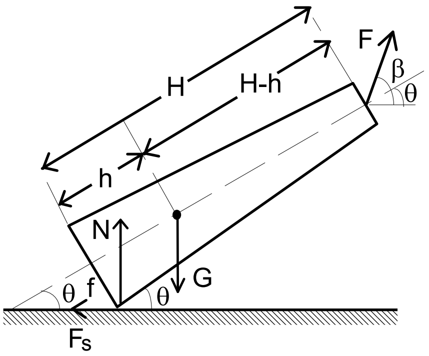
ise silindir devrilir.

$$f<\frac{2r}{H}$$

durumunda

$$t>t'$$

ise silindir kaymaya başlar.



2. $0°<\beta<90°$ durumunu inceleyelim. Uygulanan F kuvvetinin yatayla β açısı yaptığını kabul edelim. Dikey ve yatay yönde etki eden kuvvetler için

$$mg-N-F\sin\beta=0$$
$$N=mg-F\sin\beta$$
$$F\cos\beta=F_s$$
$$F\cos\beta=f(mg-F\sin\beta)$$

yazabiliriz. Buradan kuvvet için

$$F=\frac{fmg}{\cos\beta+f\sin\beta}=\frac{fmg}{(1+f\mathrm{tg}\beta)\cos\beta}$$

yazabiliriz. H kerestenin yüksekliği, $h<\frac{H}{2}$ kütle merkezinin yüksekliği olsun. Yatay düzlem ile temas eden noktaya göre momentlerin denge şartını yazalım

$$\Sigma M=0$$
$$mg(h\cos\theta)+(F\cos\beta)(H\sin\theta)=(F\sin\beta)(H\cos\theta)$$

yazabiliriz. F için bulunan ifadeyi bu denkleme yerleştirirsek

$$mgh+\frac{fmgH\cos\beta\,\mathrm{tg}\theta}{(1+f\mathrm{tg}\beta)\cos\beta}=\frac{fmgH\sin\beta}{(1+f\mathrm{tg}\beta)\cos\beta}$$

Buradan

$$\mathrm{tg}\beta=\frac{h+Hf\,\mathrm{tg}\theta}{f(H-h)}\,;\ \sin\beta=\frac{\mathrm{tg}\beta}{\sqrt{1+\mathrm{tg}^2\beta}}\,;\ \cos\beta=\frac{1}{\sqrt{1+\mathrm{tg}^2\beta}}$$

olarak bulunur. Kuvvet için

$$F=mg\frac{\sqrt{f^2h^2+(fH\mathrm{tg}\theta+h)^2}}{H(1+f\mathrm{tg}\theta)}$$

bulabiliriz. Keresteyi kalın ucundan çektiğimizde

$$h\to(H-h);\ (H-h)\to h$$

değişimi yapmalıyız. Yeni kuvvet

$$F'=mg\frac{\sqrt{f^2h^2+(fH\mathrm{tg}\theta+H-h)^2}}{H(1+f\mathrm{tg}\theta)}$$

olarak bulunur. İki büyüklüğü karşılaştırmak için onların farkı alınıp sıfıra göre kıyaslanabilir ya da birbirine bölünüp birle kıyaslanabilir. İki kuvvetin farkını oluşturursak

$$F-F'=mg\left(\frac{\sqrt{f^2h^2+(fH\mathrm{tg}\theta+h)^2}}{H(1+f\mathrm{tg}\theta)}-\frac{\sqrt{f^2h^2+(fH\mathrm{tg}\theta+H-h)^2}}{H(1+f\mathrm{tg}\theta)}\right)$$

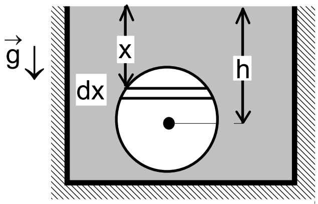
ifadesini elde ederiz. Bu ifadenin işareti

$$H(H-2h)(f^2-2f\tan\theta-1)$$

ifadesine bağlıdır. H>2h olduğundan işaret ikinci derecedeki köklerine bağlıdır.

$$f^2-2f\tan\theta-1=0$$
$$f=f_0=\frac{1+\sin\theta}{\cos\theta}=3$$

olarak bulunur. Eğer $f>f_0$ iseF>F' olup kerestenin kalın tarafından çekilmesi daha uygundur. Birinci bölgedeki sürtünme katsayısı 0,75 olduğundan o bölgede kerestenin ince tarafından çekilmesi daha uygundur.



3. Sıvının özkütlesi derinliğe bağlı olarak

$$\rho(x)=\rho_1+\frac{(\rho_2-\rho_1)x}{H}$$

yazılabilir. x derinlikte alınan bir kesitin yarıçapı için

$$r^2=R^2-(h-x)^2$$

hacmi için

$$dV=\pi r^2dx$$

cismin kütlesi için

$$m=\frac{4\pi R^3\rho_0}{3}$$

yazabiliriz. Cisme etki eden kaldırma kuvveti

$$F_A=\int_{h-R}^{h+R}\pi g\left(\rho_1+\frac{(\rho_2-\rho_1)x}{H}\right)\left(R^2-(h-x)^2\right)dx=\frac{4\pi\ R^3 g}{3}\left(\rho_1+\frac{(\rho_2-\rho_1)h}{H}\right)$$

Denge durumunda

$$mg=F_A$$

olur. Denge derinliği

$$h=\frac{(\rho_0-\rho_1)H}{\rho_2-\rho_1}$$

olarak bulunur. Küçük titreşimler için küre z kadar denge durumundan sapsın. Bu durumda

$$h\to h+z$$

$$a=\ddot{z}$$

yazabiliriz. Hareket denklemi

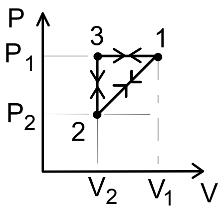
$$ma=F_A\text{-}G=ma=\frac{4\pi\ R^3 g}{3}\left(\rho_1+\frac{(\rho_2-\rho_1)(h+z)}{H}\right)-\frac{4\pi\ R^3\rho_0\ g}{3}$$

$$\frac{4\pi\ R^3\rho_0}{3}\ddot{z}=-\frac{4\pi\ R^3 g(\rho_2-\rho_1)z}{3H}\ ;\ \ddot{z}+\frac{(\rho_2-\rho_1)gz}{\rho_0\ H}=0$$

olarak yazılabilir. Buradan titreşiminin açısal frekansı ve periyodu

$$\omega^2=\frac{(\rho_2-\rho_1)g}{\rho_0\ H}\ ;\ T=\frac{2\pi}{\omega}=2\pi\sqrt{\frac{\rho_0\ H}{(\rho_2-\rho_1)g}}$$

olarak bulunur.



4. a) 2-3 izokor, 3-1 izobar ve 1-2 için

$$T=\alpha V^2$$

Gaz denklemi

$$PV=RT=R\alpha V^2$$

$$P=\alpha RV$$

$$\frac{P}{V}=\text{sabit}$$

olarak yazılabilir. 1-2 P-V koordinat sisteminde merkezden geçen bir doğrultu üzerinde bulunmaktadır. Isı makinesi gibi çalıştırmak için 1-2-3-1 prosesi gerçekleştiriliyor.

b) Isı makinesinin verimi

$$\eta=\frac{Q_1-Q_2}{Q_1}$$

olarak veriliyor. Burada

$$Q_1=Q_{23}+Q_{31}=c_V(T_3-T_2)+c_P(T_1-T_3)$$

sisteme verilen ısıdır.

$$Q_2=\Delta U_{12}+A_{12}=c_V(T_1-T_2)+\frac{(P_1+P_2)(V_1-V_2)}{2}$$

sistemin dışarıya verdiği ısıdır. Gaz denkleminden

$$\frac{P_1}{V_1}=\frac{P_2}{V_2}$$

veya

$$P_1V_2=P_2V_1$$

olarak bulunur. Buradan yapılan iş için

$$A=\frac{P_1V_1-P_2V_2}{2}=\frac{R(T_1-T_2)}{2}$$

yazabiliriz. 1-2 proses için

$$\frac{T_1}{V_1^2}=\frac{T_2}{V_2^2}$$

3-1 proses için

$$\frac{V_2}{T_3}=\frac{V_1}{T_1}$$

yazabiliriz. Buradan

$$T_3=\sqrt{T_1T_2}$$

olarak bulunur. ($V_2=V_3$) Burada T_1 sistemin maksimum sıcaklığı T_2 ise minimum sıcaklığıdır. Verilen ısı

$$Q_1=c_V(\sqrt{T_1T_2}-T_2)+c_P(T_1-\sqrt{T_1T_2})$$

alınan ısı

$$Q_2=\left(c_V+\frac{R}{2}\right)(T_1-T_2)$$

olarak bulunur. Adyabatik katsayısı

$$\gamma=\frac{c_P}{c_V}$$

ve

$$x=\sqrt{\frac{T_2}{T_1}}$$

olarak yazalım. Buradan verim için

$$\eta=\frac{(\gamma-1)(1-x)}{2(\gamma+x)}$$

bulunur. Ekstremum durumu tespit etmek için bu ifadenin türevi alalım.

$$\frac{d\eta}{dx}=-\frac{\gamma^2-1}{2(\gamma+x)^2}<0$$

Bu türev azalan bir fonksiyondur. Verimin maksimum olduğu durum x=0 ve

$$\eta\leq\frac{\gamma-1}{2\gamma}$$

olarak bulunur. Tek atomlu gaz için $\gamma=\frac{5}{3}$ iki atomlu gaz için $\gamma=\frac{7}{5}$ olduğundan

$$\eta_{\text{tek atomlu gaz}}\leq 0{,}2$$
$$\eta_{\text{iki atomlu gaz}}\leq 0{,}14$$

olarak bulunur. Sonuç olarak ısı makinesi tek atomlu gazlarda daha efektif çalışmaktadır.

c) Buz dolabı gibi çalışmak için makine 1-3-2-1 proses gerçekleştiriliyor. Kapalı proses için yapılan iş

$$A=\frac{(P_1-P_2)(V_1-V_2)}{2}=\frac{P_1V_1+P_2V_2-P_2V_1-P_1V_2}{2}=$$

$$=\frac{P_1V_1+P_2V_2-P_2V_2\frac{V_1}{V_2}-P_1V_1\frac{V_2}{V_1}}{2}=\frac{R\left(T_1+T_2-T_2\frac{T_1}{T_3}-T_1\frac{T_3}{T_1}\right)}{2}=\frac{RT_1(1-x^2)}{2}$$

olarak bulunur.

$$Q_2=\left(c_V+\frac{R}{2}\right)(T_1-T_2)=\frac{RT_1(\gamma+1)(1-x^2)}{2(\gamma-1)}$$

olarak bulunmuştu. Buzdolabının performansı

$$\xi=\frac{Q_2}{A}=\frac{(\gamma+1)(1+x)}{(\gamma-1)(1-x)}$$

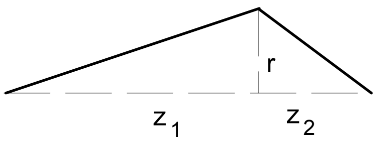
$$\frac{d\xi}{dx}=\frac{\gamma+1}{(\gamma-1)(1-x)^2}>0$$

artan fonksiyondur. x=0 performans en küçük değeri bulunur.

$$\xi=\frac{\gamma+1}{\gamma-1}$$

$$\xi_{\text{tek atomlu gaz}}>2$$
$$\xi_{\text{iki atomlu gaz}}>3$$

olarak bulunur. Buzdolabı daha yüksek performansla iki atomlu gaz ile çalışır.



5. Hareket yönüne dik yönde elektronlar dik hız kazanır

$$\frac{dv_r}{dt} = -\frac{eE_r}{m}$$

Elektron h bölgesini

$$dt=\frac{h}{v}$$

zaman içinde geçmektedir. Bu bölgede kazanılan dik hız

$$\Delta v_r = -\frac{eE_r h}{mv}$$

olarak bulunur. Gauss teoremini bir silindir yüzeyi için

$$2\pi rhE_r=\pi r^2E_z$$

şeklinde yazabiliriz. z yönündeki elektrik alanı

$$E_z=\frac{U_2-U_1}{2R}$$

olduğundan, radyal yöndeki elektrik alanı

$$E_r = \pm\frac{(U_2-U_1)r}{4Rh}$$

olarak bulunur. Elektron iki kere radyal yönde hız kazanacaktır ve toplam hız değişimi

$$\Delta v_r=\Delta v_{1r}-\Delta v_{2r}=\frac{e(U_2-U_1)r}{4mR}\left(\frac{1}{v_1}-\frac{1}{v_2}\right)$$

olacaktır. Geometrik yaklaşımından

$$\Delta v_r= -\frac{v_2 r}{z_2}-\frac{v_1 r}{z_1}$$

olur. Elektronun her bölgede enerjisi

$$\frac{mv_1^2}{2}=eU_1;\ \frac{mv_2^2}{2}=eU_2$$

şeklinde yazılabilir. Optik ifadelere benzer şekilde kırıcılık indisi

$$n=\frac{v_2}{v_1}$$

olursa

$$\frac{1}{z_1}+\frac{n}{z_2}=\frac{1}{f}=\frac{(n-1)^2(n+1)}{8nR}$$

olarak bulunur.

6. Silindir simetrisi sonucu silindirik (ρ, φ, z) koordinat sistemde çalışabiliriz. Manyetik alan B ve silindir koordinat sistemin z ekseni aynı yöndedir. Elektronlara etki eden kuvvet

$$F_\rho= -q\rho Bv_\rho$$

hareket bir düzlemde gerçekleştiği için etki eden dönme momenti açısal momentumun değişimine eşittir.

$$\frac{dL}{dt}=\frac{d\left(m\rho^2\dot{\varphi}\right)}{dt}= -\rho F_\rho= -q\rho Bv_\rho= -\frac{qB}{2}\frac{d\left(\rho^2\right)}{dt}$$

olarak verilir. φ iç plaka için sıfır olduğu için integrasyondan sonra

$$mR^2\dot{\varphi}=\frac{qB(R^2-r^2)}{2}$$

olarak bulunur. Manyetik alan yüklü taneciklerin hızlarını değiştirmez. İki plaka arasında uygulanan gerilim U ise,

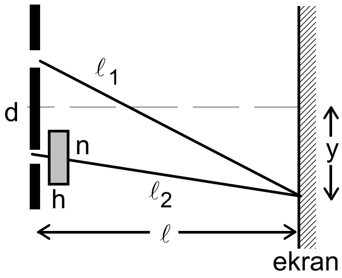
$$qU=\frac{mv^2}{2}=\frac{m(\dot{\rho}^2+\rho^2\dot{\varphi}^2+\dot{z}^2)}{2}$$

dış plaka için

$$\dot{\rho}=\dot{z}=0$$

$$\frac{q}{m}=\frac{8U}{B_{kr}^2R^2\left(1-\frac{r^2}{R^2}\right)^2}$$

olarak bulunur.



7. a) Yol farkı

$$\Delta = d\sin\theta = \frac{dy}{\ell} = (n-1)h$$

şeklinde yazılabilir. Merkezi saçağın yeri

$$y = \frac{\ell(n-1)h}{d} = 5(n-1)\ \text{mm}$$

olarak bulunur. Beyaz ışık için $0{,}4<\lambda<0{,}8$ μm olur ve her dalga boyu için

$$n = A + \frac{B}{\lambda^2}$$

ile belirlenen n değerine göre

$$y(\lambda) = 5\left(A + \frac{B}{\lambda^2} - 1\right)\ \text{mm}$$

noktalarında oluşan renkli parlak saçaklardan meydana gelmiştir. Ekran üzerinde y (λ=0,8 μm) ile y' (λ=0,4 μm) noktaları arasında, kırmızı y=0' a en yakın saçak olmak üzere dalga boyuna göre sıralanmış renkli saçaklar görülecektir.

b) Merkezi saçağın bir altındaki girişim mertebesi için, yapıcı girişim olan yerler ise

$$\Delta = d\sin\theta = \frac{dy}{\ell} = k\lambda;\ k=1$$

$$y = -\frac{\lambda\,\ell}{nd} - \frac{\ell(n-1)h}{d}$$

ile belirlenir.

$$\frac{\partial y}{\partial \lambda} = 0$$

olduğu durumundan sonra bu mertebede oluşan girişim saçaklarının dalga boyuna göre sıralanması bozulacak ve spektrum yukarıya doğru geri dönecektir.

$$\frac{\partial y}{\partial \lambda} = -\frac{\ell}{d}\left(\frac{1}{n} - \frac{\lambda}{n^2}.\frac{\partial n}{\partial \lambda} + h\frac{\partial n}{\partial \lambda}\right) = 0;\ \frac{\partial n}{\partial \lambda} = -\frac{2B}{\lambda^3}$$

$$\frac{\partial y}{\partial \lambda} = -\frac{\ell}{d}\left(\frac{1}{n} - \frac{2B}{n^2\,\lambda^2}.-\frac{2Bh}{\lambda^3}\right) = 0$$

$$n\lambda^3 + 2B\lambda - 2Bn^2h = 0$$

olarak yazılabilir. Buradan λ=0,5 μm için

$$(1{,}5)(0{,}5)^3 + 2B(0{,}5) - 2B(1{,}5)^2.1 = 0$$

denkleminden

$$B \approx 0{,}053\ \mu\text{m}^{-2}$$

$$n = A + \frac{B}{\lambda^2}$$

$$1{,}5 = A + \frac{B}{(0{,}5)^2} = A + 4B$$

$$A \approx 1{,}28$$

olarak bulunur. Sonuç olarak merkezi ve birinci mertebelerdeki saçaklar çeşitli dalga boylarına göre aşağıda gösterilen noktalarda oluşur.

Mertebe	λ (μm)	y(mm)
0	0,8	-1,8
0	0,6	-2,5
0	0,5	-3,0
0	0,4	-4,16
-1	0,5	-4,23
-1	0,6	-4,29
-1	0,4	-4,74