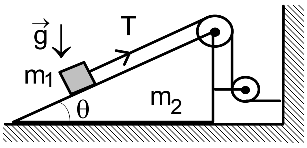
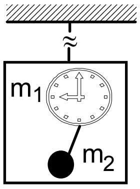
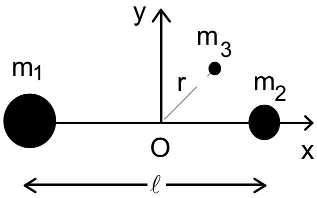
I. ULUSAL FİZİK OLİMPİYATI ÜÇÜNCÜ AŞAMA SINAVI -1994



1. Sürtünmesiz yatay masa üzerinde bulunan eğim açısı θ ve kütlesi m_1 dik üçgen şeklindeki prizma ve prizma üzerinde bulunan kütlesi m_2 olan cisim iki makaradan geçen ip sayesinde hareket etmektedirler. İpteki T gerilme kuvveti nedir?

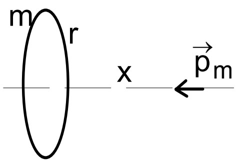


2. Kutusunun kütlesi m_1=15 kg olan duvar saati duvara sabit tutturulduğunda zamanı doğru göstermektedir. Saatin sarkacı ağırlıksız bir çubuk ve ucunda kütlesi m_2=1 kg olan noktasal cisimden oluşmuştur. Bu saat çok uzun bir iple asıldığında 24 saat içinde ne kadar ileri gider ya da geri kalır?

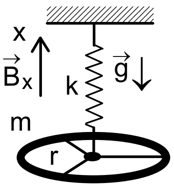


3. Aralarındaki uzaklık ℓ, kütleleri m_1 ve m_2 olan iki yıldız, kütle merkezi O noktası etrafında dairesel yörüngeler üzerinde ω açısal hızı ile dönmektedirler. İki yıldızın oluşturduğu çekim alanına kütlesi m_3 ($m_3 \ll m_1$, $m_3 \ll m_2$) olan bir cisim konuluyor. Bu cismin hangi noktalarda kararlı dengede olacağını bulunuz.

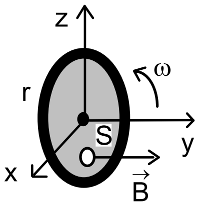
4. Metal bir parçanın hacmini ΔV kadar değiştirmek için metal parçaya ΔQ kadar ısı verilir. Katı cisimlerdeki genleşmenin molar hacim mertebesinde olduğunu kabul ederek $\frac{\Delta Q}{\Delta V}$ oranını metalin sabit basınçtaki kapasitesi c_P, Young modülü E, molar kütlesi μ ve gaz sabiti R cinsinden bulunuz.



5. a) p_m manyetik dipolü, yarıçapı r, kütlesi m ve direnci R olan iletken bir halkanın ekseni üzerinde bulunuyor. Dipol halkanın yüzeyine dik konumda olup, halkadan x (x>>r) uzaklıkta yerleştirilmiştir. Manyetik dipol momentini yaratan elektrik akımı sıfıra kadar t sürede indirilirse halkaya etki eden kuvvet ve halkanın kazandığı hız ne kadar olur? Boşluğun manyetik geçirgenlik katsayısı μ_0 veriliyor.



b) Kütlesi m, yarıçapı r, direnci R yatay konumunda bulunan iletken maddeden yapılan bir halka, yalıtkan çubuklarla, yay sabiti k olan bir yayın ucuna asılmıştır. Halka dikey yönde uygulanmış $B=B_0(1+\xi x)$ manyetik alanında bulunuyor. Burada x dikey koordinattır. Halkanın yapacağı titreşimin periyodunu bulunuz. Yerçekimi ivmesi g olarak veriliyor. Soruyu halkanın direnci R=0 ama indüktansı L durumda çözünüz.



6. Yoğunluğu ρ ve iletkenlik katsayısı σ olan bir metalden r yarıçaplı ve h kalınlıkta bir disk yapılmıştır. Disk sürtünmesiz olarak, merkezinden geçen yatay eksen etrafında ω_0 açısal hızı ile dönmektedir. Diskin üzerinde, kenarının yakınında çok küçük dairesel S alanında sabit ve homojen B manyetik alanı yaratılmaktadır. Diskin açısal hızını manyetik alanının yaratılmasından sonra zamanın fonksiyonu olarak bulunuz. Disk duruncaya kadar kaç devir yapacaktır?

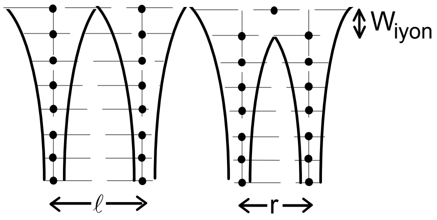
7. Young deneyindeki çift yarık aralıkları öyledir ki elektrik alan vektörlerinin şiddetleri $E_1=2E_0$ ve $E_2=E_0$ dır.

a) Süperpozisiyon sonucu yarıklar arası uzaklık d, ekran-yarık uzaklığı ℓ, monokromatik dalga boyu λ için ekrandaki aydınlamanın açısal $J(\varphi)$ dağlımı faz farkı φ cinsinden bulunuz.

b) $\vec{E}_1 \parallel \vec{E}_2$ durumu λ=0,5 μm, ℓ=1 m, d=1 mm için ekrandaki aydınlık ve karanlık saçakların merkezi saçaktan olan uzaklıklarını bulunuz ve ekrandaki aydınlanma dağılımını grafik kağıdına çiziniz. Dalga boyu iki katına çıkarılırsa ekranda gözlenecek değişiklikleri açıklayınız.

c) $\vec{E}_1 \perp \vec{E}_2$ durumu için (b) şıkkındaki çözüm nasıl olur?

d) Aydınlanmanın açısal dağılımını birinci yarık kapalıyken; ikinci yarık kapalıyken grafik kağıdı üzerine çiziniz.



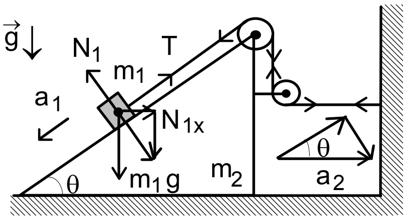
8. Aynı elementin iyonu ile nötr atom arasındaki reaksiyon rezonans yük değiştirme reaksiyonu olarak bilinmektedir. Bu reaksiyonun tesir kesitini son derece basit modelleme ile bulmak mümkündür. Pauli prensibine göre atom sistemlerinde elektronlar en alt seviyeden başlayarak atomdaki enerji seviyelerini doldurulmaktadırlar. İyonize edilmiş atomda bir elektron eksik, nötr atomdaki dış elektronun en küçük enerji ile bağlı olduğunu ve bu elektronu atomdan uzaklaştırmak için gereken enerjinin W_i olduğunu biliyoruz.
a) Bu reaksiyonun tesir kesitini bulunuz.
b) Böyle bir reaksiyonun atom numarası farklı olan elementlerin tesir kesiti ve iyonizasyon enerjileri verilmiştir. Teorik sonuçları deneysel sonuçlarla karşılaştırınız. Fark var ise hangi nedenlere bağlı olacağını tartışınız.

A	Cs	K	Ca	Au	N	Ne	He
W_i	3,89	4,34	6,11	9,22	14,53	21,56	24,58
$\sigma.10^{-19}$ m^2	38	29	18	3,8	2,9	2,5	2,1

9. Bir uzay gemisi Dünyadan 0,8c hız ile uzaklaşmaktadır. Uzay gemisi Dünyadan 6.10^8 km uzaklıkta iken, Dünyadan gemiye bir radyo sinyali gönderilmektedir. Bu sinyal gemideki ve Dünyadaki gözlemcilere ne kadar zamanda ulaşır?

10. Radyoaktif B elementi, C elementine, C elementi de D elementine bozunmaktadır. B elementinin bozunma sabiti λ_B, C elementinin bozunma sabiti λ_C, D elementi kararlı (radyoaktif olmayan) bir elementtir. Başlangıçta numune B,C,D elementlerini B_0, $C_0=0$, D_0 miktarlarında ihtiva etmektedir. B ve C elementlerinin yarı ömür süreleri için $T_B<T_C$ olduğunu bilinmektedir. Radyoaktif elementlerin aktivite olarak bilinen fiziksel büyüklük λN şekilde verilmektedir.
a) C elementinin maksimum olduğu zamanı bulunuz.
b) Yukarıdaki verilen ifadeyi kullanarak B ve C elementlerinin aktivitelerinin oranı $t_0=0$ durum için bulunuz.
c) $T_B>>T_C$ olduğunda C elementinin aktivitesi ne kadar olur?

I. ULUSAL FİZİK OLİMPİYATI ÜÇÜNCÜ AŞAMA SINAVI ÇÖZÜMLERİ-1994



1. Cisim takoza göre a_1 ivme ile hareket ettiğini, takoz ise a_2 ivme ile hareket ettiğini kabul edersek hareket denklemleri

$$\vec{G}_1+\vec{N}_{11}+\vec{T}=m_1(\vec{a}_1+\vec{a}_2)$$

$$\vec{G}_2+\vec{N}_{21}+\vec{T}+\vec{T}=m_2\,\vec{a}_2$$

şeklinde yazabiliriz. Burada

$$N_{11}=N_{21}=N_1$$

olarak yazılabilir. İki ivme arasındaki kinematik bağıntı

$$a_1=a_2=a$$

olarak yazılabilir. Bileşenlere göre Newton denklemlerini

$$m_1g\sin\theta-T=m_1(a-a\cos\theta);\ m_1g\cos\theta-N_1=m_1a\cos\theta$$

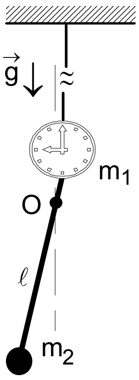
$$T-T\cos\theta+N_1\sin\theta=m_2a\ ;\ T\sin\theta+N_1\cos\theta+m_2g=N_2$$

olarak yazabiliriz. Buradan ivme ve ipteki gerilme kuvveti

$$a=\frac{m_1g\sin\theta}{2m_1(1-\cos\theta)+m_2}$$

$$T=\frac{m_1g[m_1(1-\cos\theta)+m_2]\sin\theta}{m_1(1-\cos\theta)+m_2}$$

olarak bulunur.



2. Saat kutusu duvara sabit tutturulduğunda sarkacın periyodu

$$T_1=2\pi\sqrt{\frac{\ell}{g}}$$

olarak yazılabilir. Saat çok uzun bir iple asıldığında artık titreşim kütle merkezin etrafında yapılması gerekir. Kütle merkezi için

$$m_1\ell_1=m_2\ell_2\ ;\ \ell=\ell_1+\ell_2$$

yazabiliriz. Buradan yeni sarkacın uzunluğu

$$\ell_2=\frac{m_1\ell}{m_1+m_2}=\frac{m_1\ell}{m_1\left(1+\frac{m_2}{m_1}\right)}=\ell\left(1-\frac{m_2}{m_1}\right)$$

olarak bulunur. Yeni sarkacın periyodu

$$T_2=2\pi\sqrt{\frac{\ell_2}{g}}=2\pi\sqrt{\frac{\ell}{g}\left(1-\frac{m_2}{m_1}\right)}=2\pi\sqrt{\frac{\ell}{g}}\left(1-\frac{m_2}{2m_1}\right)=T_1\left(1-\frac{m_2}{2m_1}\right)$$

olarak yazılabilir. Her bir periyot içi periyot farkı

$$\Delta T=T_1-T_2=\frac{T_1m_2}{2m_1}$$

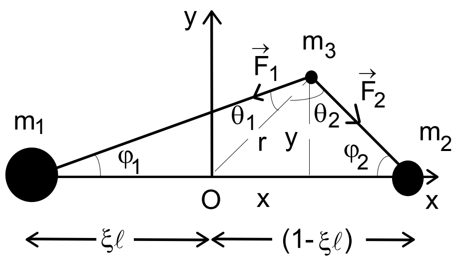
olur. 24 saat içinde

$$N=\frac{24.3600}{T_1}$$

sayıda titreşim olur. Bu titreşimlerde zaman farkı

$$\Delta t=N\Delta T=\frac{86400m_2}{2m_1}=2880\text{ s}$$

olarak bulunur. Saat ileri gitmiş olur.



3. Kütle merkezinin korunumu yasasından

$$m_1\ell_1=m_2\ell_2,\ \ell=\ell_1+\ell_2$$

yazabiliriz.

$$m=m_1+m_2$$

toplam kütle olsun. ξ parametresini m_1 ve m_2 kütlelere bağlı olarak ifade edebiliriz.

$$\xi=\frac{m_2}{m_1+m_2}=\frac{m_2}{m}$$

Bu durumda yıldızların kütleleri ve kütle merkezine göre olan uzaklıklar

$$m_1=(1-\xi)m;\ m_2=\xi m$$

$$\ell_1=\xi\ell;\ \ell_2=(1-\xi)\ell$$

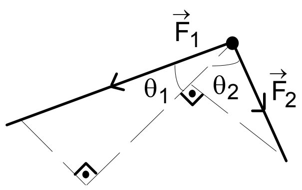
olarak bulunur. m_1 kütleli yıldız ABC üçgenin A noktasında, m_2 kütleli yıldız B noktasında ve m_3 kütleli cisim C noktasında bulunsunlar. $AC=r_1$, $BC=r_2$ $OC=r$ olarak kabul edelim. M_3 kütleli cismin koordinatları x ve y olsun. Buradan

$$\sin\varphi_1=\frac{y}{r_1};\ \sin\varphi_2=\frac{y}{r_2}$$

olarak bulunur. m_3 kütleli cisme

$$F_1=\frac{\gamma m_1m_3}{r_1^2}=\frac{\gamma(1-\xi)mm_3}{r_1^2};\ F_2=\frac{\gamma m_2m_3}{r_2^2}=\frac{\gamma\xi mm_3}{r_2^2}$$

kuvvetler etki etmektedir.



m_3 kütleli cisme sadece kütle merkezine yönelik kuvvet etki etmesi için OC doğrultusuna dik bileşenler birbirine eşit ve zıt yönlü olmalıdır.

$$F_1\sin\theta_1=F_2\sin\theta_2$$

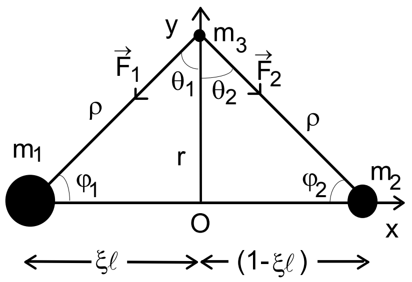
Sinüs teoreminden

$$\frac{r}{\sin\varphi_1}=\frac{\xi\ell}{\sin\theta_1};\ \frac{r}{\sin\varphi_2}=\frac{(1-\xi)\ell}{\sin\theta_2}$$

$$\sin\theta_1=\frac{\xi\ell\sin\varphi_1}{r}=\frac{\xi\ell y}{rr_1};\ \sin\theta_2=\frac{(1-\xi)\ell\sin\varphi_2}{r}=\frac{(1-\xi)\ell y}{rr_2}$$

$$\left(\frac{\gamma(1-\xi)mm_3}{r_1^2}\right)\left(\frac{\xi\ell y}{rr_1}\right)=\left(\frac{\gamma\xi mm_3}{r_2^2}\right)\left(\frac{(1-\xi)\ell y}{rr_2}\right);\ \frac{y}{r_1^3}=\frac{y}{r_2^3}$$

olarak bulunur.



Bu denklemin doğru olması için y=0 ve $r_1=r_2=\rho$ iki farklı durum incelenmelidir. İkinci durumu ele alalım. m_3 kütleli cisim ω açısal hızı ile döndüğünde

$$m_3\omega^2r=F_1\cos\theta_1+F_2\cos\theta_2$$

yazabiliriz. Burada

$$\cos\theta_1=\frac{\rho^2+r^2-\xi^2\ell^2}{2\rho r};\ \cos\theta_2=\frac{\rho^2+r^2-(1-\xi)^2\ell^2}{2\rho r}$$

kosinüs teoreminden ifade edilebilir.

Sistemin şeklinin bozulmaması için iki yıldızın kütle merkezinin etrafında dönme açısal hızı uydunun iki yıldızın etrafında dönme açısal hızına eşit olmalıdır.

$$\frac{\gamma m_1m_2}{\ell^2}=m_1\omega^2\xi\ell,\ \omega^2=\frac{\gamma m}{\ell^3}$$

$$\frac{\gamma mm_3r}{\ell^3}=\left(\frac{\gamma(1-\xi)mm_3}{\rho^2}\right)\left(\frac{\rho^2+r^2-\xi^2\ell^2}{2\rho r}\right)+\left(\frac{\gamma mm_3}{\rho^2}\right)\left(\frac{\rho^2+r^2-(1-\xi)^2\ell^2}{2\rho r}\right)$$

olarak yazılabilir. Buradan

$$\rho^3=\frac{\left(\rho^2+r^2+\xi^2\ell^2-\xi\ell^2\right)\ell^3}{2r^2}$$

olarak bulunur. OAC üçgeninde

$$\cos\varphi_1=\frac{\rho^2+\xi^2\ell^2-r^2}{2\rho\xi\ell}=\frac{\ell}{2\rho}$$

olarak yazılabilir. Buradan

$$r^2=(\rho^2+\xi^2\ell^2-\xi\ell^2);\ \rho^3=\frac{\left(r^2+\rho^2+\xi^2\ell^2-\xi\ell^2\right)\ell^3}{2r^2}=\frac{2r^2\ell^3}{2r^2};\ \rho^3=\ell^3,\ \rho=\ell$$

olarak bulunur. Yani her üç kütle bir eşkenar üçgenin köşelerinde olmalıdırlar.

4. Metal bir parçanın hacmini ΔV kadar değiştirmek için metal parçaya verilen ısı

$$\Delta Q = mc_P \Delta T$$

olur. Cismin hacim artışı

$$\Delta V = \alpha V_0 \Delta T;\ \alpha = 3\beta$$

olarak yazılabilir. Buradan

$$\frac{\Delta Q}{\Delta V} = \frac{mc_P}{3\beta V_0} = \frac{\rho c_P}{3\beta},\ \rho = \frac{m}{V_0}$$

olarak bulunur. Cevabı verilenler cinsinden bulabilmek için bir mol olan madde için hal denklemi yazabiliriz.

$$PV_\mu = RT;\ V_\mu = \frac{\mu}{\rho}$$

Katılardaki genleşme gazlara nazaran çok küçüktür. Bu durumlarda hacim artışı en fazla molar hacim mertebesinden olabilir. Yani

$$P\Delta V_\mu = PV_\mu = R\Delta T,\ \Delta T = \frac{PV_\mu}{R} = \frac{P\mu}{R\rho}$$

yazabiliriz. Lineer genleşme için

$$F = k\Delta\ell = \frac{ES\Delta\ell}{\ell_0};\ \Delta\ell = \frac{F\ell_0}{ES} = \frac{P\ell_0}{E}$$

Lineer genleşme katsayısı için

$$\beta = \frac{\Delta\ell}{\ell_0 \Delta T} = \frac{R\rho}{\mu E}$$

yazabiliriz. Buradan

$$\frac{\Delta Q}{\Delta V} = \frac{\mu E c_P}{3R}$$

olarak bulunur.

5. a) Manyetik dipol momenti p_m olan bir manyetik dipolü x uzaklığa bağlı olarak

$$B_d = \frac{\mu_0 p_m}{2\pi x^3}$$

manyetik alan oluşturmaktadır. Akımın azalma sonucu manyetik dipol momenti değişmektedir. Bu değişen manyetik dipol momenti halkadaki manyetik alanın değişmesine sebep olup, halkada indüksion e.m.k. oluşur.

$$\varepsilon_{in} = -\frac{d\Phi_B}{dt} = -\frac{\pi r^2 dB_d}{dt} = -\frac{\mu_0 \pi r^2}{2\pi x^3}\frac{dp_m}{dt}$$

Halkada akan akım

$$I = \frac{\varepsilon_{in}}{R} = \frac{\mu_0 \pi r^2}{2\pi R x^3}\frac{dp_m}{dt}$$

bir dipol manyetik momenti oluşturmaktadır.

$$p_m = IS = I\pi r^2 = \frac{\mu_0 \pi^2 r^4}{2\pi R x^3}\frac{dp_m}{dt}$$

Gradienti olan manyetik alanlarda dipole etki eden manyetik kuvvet

$$F_m = p_m \frac{\partial B_d}{\partial x} = -\frac{\mu_0 \pi^2 r^4}{2\pi R x^3}\frac{dp_m}{dt}\frac{3\mu_0 p_m}{2\pi x^4} = -\frac{3\mu_0^2 r^4 p_m}{4Rx^7}\frac{dp_m}{dt}$$

$$= -\frac{3\mu_0^2 r^4 p_m^2}{4Rx^7 t}$$

ile verilir. Dipolün hareket denklemi

$$ma = m\frac{dv}{dt} = -\frac{3\mu_0^2 r^4 p_m}{4Rx^7}\frac{dp_m}{dt}$$

halkanın kazandığı hız

$$v = -\int_{p_m}^{0} \frac{3\mu_0^2 r^4 p_m dp_m}{4mRx^7} = \frac{3\mu_0^2 r^4 p_m^2}{8mRx^7}$$

olarak bulunur.

b) Manyetik alan çizgileri kesme sonucu halkada indüksiyon e.m.k. oluşur.

$$\varepsilon_{in} = -\frac{d\Phi_B}{dt} = -\frac{\pi r^2 d[B_0(1+\xi x)]}{dt} = -\pi r^2 B_0 \xi \frac{dx}{dt} = -\pi r^2 B_0 \xi v$$

Halkada akan akım

$$I = \frac{\varepsilon_{in}}{R} = \frac{\pi r^2 B_0 \xi v}{R}$$

bir dipol manyetik momenti oluşturmaktadır.

$$\vec{p}_m = IS\vec{n}\ ;\ p_m = IS = I\pi r^2 = \frac{\pi^2 r^4 B_0 \xi v}{R}$$

Gradienti olan manyetik alanlarda dipole etki eden manyetik kuvvet

$$F_m = p_m \frac{\partial B}{\partial x} = \frac{\pi^2 r^4 B_0^2 \xi^2 v}{R}$$

ile verilir. Dipolün hareket denklemi

$$ma = m\ddot{x} = -\frac{\pi^2 r^4 B_0^2 \xi^2 v}{R} - kx$$

$$\ddot{x} + \frac{\pi^2 r^4 B_0^2 \xi^2}{mR}\dot{x} + \frac{k}{m}x = 0$$

$$\ddot{x} + \gamma\dot{x} + \omega_0^2 x = 0$$

olarak yazılabilir. Bu tip denklemler sönümlü harmonik osilatörün denklemi olarak bilinmektedir. Bu denklemin çözümü ve titreşim periyodu

$$x = Ae^{-\frac{\gamma t}{2}} \cos\sqrt{\omega_0^2 - \frac{\gamma^2}{4}}\, t$$

$$T = \frac{2\pi}{\omega} = \frac{2\pi}{\sqrt{\omega_0^2 - \frac{\gamma^2}{4}}} = \frac{2\pi}{\sqrt{\frac{k}{m} - \left(\frac{\pi^2 r^4 B_0^2 \xi^2}{2mR}\right)^2}}$$

olarak yazılabilir. Eğer indüktans söz konusu ise halkanın harekete geçmesi ile halkada indükte edilmiş akım akmaya başlar.

$$\varepsilon = -\frac{d\Phi}{dt} = -S\frac{dB}{dt} = -L\frac{dI}{dt}\ ;\ \Delta(BS) = L\Delta I$$

$$B_0(1+\xi x)\pi r^2 - B_0\pi r^2 = L(I-0);\ I = \frac{\xi B_0 \pi r^2 x}{L}$$

olarak bulunur. Halkanın dipol momenti

$$\vec{p}_m = IS\vec{n}\ ;\ p_m = IS = \frac{\xi B_0 \pi^2 r^4 x}{L}$$

olur. Gradienti olan manyetik alanlarda dipole etki eden manyetik kuvvet

$$F = p_m \frac{\partial B_z}{\partial z} = \frac{\xi^2 B_0^2 \pi^2 r^4 x}{L}$$

olup hareketin zıt yönünde etki etmektedir. Hareket denklemi

$$ma = -\frac{\xi^2 B_0^2 \pi^2 r^4 x}{L} - kx$$

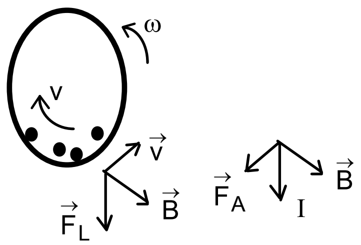
$$\ddot{x} + \left(\frac{\xi^2 B_0^2 \pi^2 r^4}{mL} + \frac{k}{m}\right) = 0$$

olur. Bu diferansiyel denklem harmonik titreşimin denklemimidir. Titreşimin açısal frekansı ve periyodu

$$\omega = \sqrt{\frac{\xi^2 B_0^2 \pi^2 r^4}{mL} + \frac{k}{m}}$$

$$T = \frac{2\pi}{\omega} = \frac{2\pi}{\sqrt{\frac{\xi^2 B_0^2 \pi^2 r^4}{mL} + \frac{k}{m}}}$$

olarak bulunur. Titreşim sönümsüzdür.



6. Disk saat yönünün ters yönünde dönmektedir. Elektronlar diske göre zıt yönde hareket etmektedirler-yani saat yönünde. Sağ el kuralları pozitif yüklü tanecikler için geçerlidir. Bu sebeple elektronların hareketin zıt yönünde, yani saat yönünün ters yönünde pozitif yüklü tanecikler hareket ettiğini kabul edebiliriz. Bu taneciklere etki eden Lorentz kuvveti sağ el kuralına göre dikey aşağıya dorudur. Bu kuvvetin etkisi ile S alanında pozitif yüklü tanecikler dikey aşağıya doğru I akımı oluşturmaktadırlar. Bu defa Amper yasası için sağ el kuralını uygularsak dönme yönün ters yönünde bir kuvvet moment oluşturduğunu ve diski yavaşlattığını görebiliriz. Manyetik akının değişimi indükte edilmiş e.m.k. meydana getirir.

$$\varepsilon_{in} = -\frac{d\Phi}{dt} = -B2\pi r\sqrt{S}\,\nu = -B2\pi r\sqrt{S}\,\frac{\omega}{2\pi} = -Br\sqrt{S}\,\omega$$

olarak yazılabilir. Birim zamanda bu alan ν kere geçtiği göz önünde bulunduruyoruz.

$$R = \frac{1}{\sigma}\frac{\ell}{S_0} = \frac{1}{\sigma}\frac{\sqrt{S}}{h\sqrt{S}} = \frac{1}{\sigma h}$$

direnç üzerinde açığa çıkan ısı gücü

$$P = \frac{\varepsilon^2}{R} = \frac{B^2r^2S\omega^2}{\frac{1}{\sigma h}} = \sigma hB^2r^2S\omega^2$$

olur. Dönme (rotasyon) hareketinin kinetik

$$K = \frac{J\omega^2}{2};\ J = \frac{mr^2}{2};\ m = \rho V = \rho\pi r^2 h$$

enerjisinin değişimi

$$\frac{dK}{dt} = J\omega\frac{d\omega}{dt}$$

olarak yazabiliriz. Enerji korunumu yasasına göre

$$\frac{dK}{dt} = -P$$

$$\frac{\rho\pi r^2 h.r^2\omega}{2}\frac{d\omega}{dt} = -\sigma hB^2r^2S\omega^2$$

$$\frac{d\omega}{\omega} = -\frac{2\sigma SB^2dt}{\rho\pi r^2};\ \int_{\omega_0}^{\omega}\frac{d\omega}{\omega} = -\int_0^t\frac{2\sigma SB^2dt}{\rho\pi r^2}$$

$$\ln\frac{\omega}{\omega_0} = -\frac{2\sigma SB^2t}{\rho\pi r^2};\ \omega = \omega_0\, e^{-\frac{2\sigma SB^2t}{\rho\pi r^2}}\quad \omega$$

olarak bulunur. Disk durana kadar döndüğü açı

$$\varphi = \int_0^\infty \omega(t)dt = \int_0^\infty \omega_0 e^{-\frac{2\sigma SB^2t}{\rho\pi r^2}}dt = \frac{\omega_0\rho\pi r^2}{2\sigma SB^2}$$

ve devir sayısı

$$N = \frac{\varphi}{2\pi} = \frac{\omega_0\rho r^2}{4\sigma SB^2}$$

olarak bulunur.

7. a) Dalgadan taşınılan enerji

$$(w_E+w_M)Svdt$$

olarak yazılabilir. Burada S alan

$$w_E=\frac{\varepsilon\varepsilon_0 E^2}{2}=w_M$$

birim hacimdeki elektrik ya da manyetik alan enerjisi

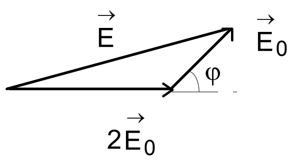
$$v=\frac{c}{n}$$

dalganın hızı

$$n=\sqrt{\varepsilon}$$

ortamın kırıcılık indisidir. Buradan elektromanyetik dalgadan birim zamanda birim alandan geçen enerji

$$J=(w_E+w_M)v=2w_E v=\varepsilon\varepsilon_0 E^2\frac{c}{\sqrt{\varepsilon}}=\sqrt{\varepsilon}\,\varepsilon_0 cE^2=n\varepsilon_0 cE^2$$



Verilen soruda

$$\vec{E}=2\vec{E}_0+\vec{E}_0$$

$$E^2=(2E_0+E_0\cos\varphi)^2+(E_0\sin\varphi)^2=E_0^2(5+4\cos\varphi)$$

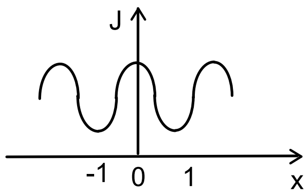
$$E=E_0\sqrt{5+4\cos\varphi}$$

olarak yazılabilir. Bu durumda ışık şiddeti dağılımını

$$J(\varphi)=n\varepsilon_0 cE^2=\varepsilon_0 cE_0^2(5+4\cos\varphi)=J_0(5+4\cos\varphi)$$

olarak yazılabilir. Tek yarığın uçlarından çıkan ışınların arasındaki faz farkı φ olsun. Faz farkı hem açı hem de mesafe ve dalga boyu cinsinden yazılabilir.

$$\frac{\varphi}{2\pi}=\frac{d\sin\theta}{\lambda};\ \varphi=kd\sin\theta;\ k=\frac{2\pi}{\lambda};\ \varphi=\frac{2\pi d\sin\theta}{\lambda}$$



b) $\cos\varphi=1$ ise maksimum aydınlanma gözleyebiliriz. Bu durumda

$$\varphi=2m\pi=\frac{2\pi d\sin\theta}{\lambda};\ d\sin\theta=m\lambda$$

olur. θ küçük açı ise

$$x_{am}=\ell\,\mathrm{tg}\theta=\ell\sin\theta=\frac{m\ell\lambda}{d}=5m.10^{-4};\ m=0,1,2....$$

yazabiliriz. $\cos\varphi=-1$ ise minimum aydınlanma gözleyebiliriz. Bu durumda

$$\varphi=2(m+1)\pi=\frac{2\pi d\sin\theta}{\lambda};\ d\sin\theta=\left(m+\frac{1}{2}\right)\lambda$$

olur. θ küçük açı ise

$$x_{km}=\ell\sin\theta=\left(m+\frac{1}{2}\right)\frac{\ell\lambda}{d}=\left(m+\frac{1}{2}\right)5.10^{-4};\ m=0,1,2....$$

yazabiliriz.

c) Dalga boyu iki katına çıkarılırsa ekranda spektrum genişliyor ve saçaklar arasındaki uzaklık artıyor.

d) $\vec{E}_1\perp\vec{E}_2$ ise $\varphi=90°$ alınarak çözülür. Bu durumda

$$E=\sqrt{5}\,E_0$$

olur. Faz açısı için

$$\varphi=\frac{m\pi}{2}=\frac{2\pi d\sin\theta}{\lambda};\ d\sin\theta=\frac{m\lambda}{4}$$

yazabiliriz. θ küçük açı ise

$$x_k=\ell\sin\theta=\frac{m\ell\lambda}{4d}=m.510^{-4};\ m=0,1,2....$$

olarak bulunur.

8. Bu reaksiyonun tesir kesitini son derece basit modelleme ile bulmak mümkündür. Pauli prensibine göre atom sistemlerde elektronlar en alt seviyeden atomdaki seviyelerini doldurulmaktadır. İyonize edilmiş atomda bir elektron eksik, nötr atomdaki dış elektron en küçük enerji ile bağlı olduğunu ve bu elektronu atomdan uzaklaştırmak için gereken enerji W_{iyon} olduğunu biliyoruz. İki taneciğinin yaklaşması ile nötr atomdaki potansiyel bariyer açılır ve elektron iki iyonun etkisinin altında kalır. Potansiyel bariyeri açıldığında iki tanecik arasındaki mesafe ℓ, elektron ile iyonlarından birisini arasındaki mesafe r ise potansiyel enerji

$$\Pi(r)=\frac{q^2}{4\pi\varepsilon_0}\left(\frac{1}{r}+\frac{1}{\ell-r}\right)$$

olarak yazabiliriz. Bu ifadenin türevini aldığımızda ve sıfıra eşitlediğimizde r=0,5ℓ ve potansiyel enerjinin maksimum değeri

$$\Pi_{mak}=-\frac{q^2}{\pi\varepsilon_0\ell}$$

olarak bulunur. Yük değiştirme $(W_{iyon}-\Pi_{mak})<0$ ise mümkündür. Buradan

$$\ell_{mak}=\frac{q^2}{\pi\varepsilon_0 W_{iyon}}$$

olarak bulunur. Reaksiyonun tesir kesitini bulmak için elektron eşit olasılıkla her iki yona gidebileceği hesaba katmalıyız. Bu demektir ki reaksiyonun tesir kesiti

$$\sigma=\frac{\pi\ell^2_{mak}}{2}=\frac{q^4}{2\pi\varepsilon_0^2 W_{iyon}^2}$$

olacaktır. Teorik sonuçlar deney sonuçlarından biraz daha küçüktür. Bu da sadece kuantum mekaniğiyle açıklanır.

9. Dünyadaki bir gözlemciye göre

$$c\Delta t=x_1+v\Delta t=\ell+v\Delta t;\ \Delta t=\frac{\ell}{c-v}=\frac{\ell}{c-0{,}8c}=\frac{5\ell}{c}=10^4\ \text{s}$$

zaman geçer. Bu sürenin sonunda gemi dünyadan

$$x_2=x_1+c\Delta t=\ell+v\Delta t=\frac{c\ell}{c-v}=5\ell=30.10^8\ \text{km}$$

uzakta olur. Ters Lorenz dönüşümlerinden

$$t'=\gamma\left(t-\frac{\beta x}{c}\right);\ \beta=\frac{v}{c};\ \gamma=\frac{1}{\sqrt{1-\beta^2}}=\frac{1}{\sqrt{1-0{,}8^2}}=\frac{5}{3}$$

yazabiliriz. Gemide ilk zaman ölçümü gemi dünyadan x_1 uzakta iken, son ölçüm ise gemi dünyadan x_2 uzakta iken yapılır.

$$t'_1=\gamma\left(t_1-\frac{\beta x_1}{c}\right);\ t'_2=\gamma\left(t_2-\frac{\beta x_2}{c}\right)$$

$$\Delta t'=t'_2-t'_1=\gamma\left(t_2-t_1-\frac{\beta(x_2-x_1)}{c}\right)=\gamma\left(\Delta t-\frac{\beta\Delta x}{c}\right)=$$

$$=\gamma\left(\Delta t-\frac{\beta v\Delta t}{c}\right)=\gamma\Delta t\left(1-\frac{v^2}{c^2}\right)=\frac{\Delta t}{\gamma}=\frac{10^4}{\frac{5}{3}}=6.10^3\ \text{s}$$

olarak bulunur.

10. a) B maddesinin radyoaktif bozunması için

$$\frac{dB}{dt} = -\lambda_B B$$

yazılabilir. Buradan integrasyon sonucu

$$B=B_0\, e^{-\lambda_B t}$$

olarak bulunur. C maddesinin radyoaktif bozunması için

$$\frac{dC}{dt} = \lambda_B B - \lambda_C C$$

yazılabilir. Bu denklemi

$$\frac{dC}{dt} + \lambda_C C = \lambda_B B_0\, e^{-\lambda_B t}$$

şeklinde yazılabilir. Bu denklemin iki tarafını $e^{\lambda_C t}$ ifadesi ile çarpıp

$$e^{\lambda_C t}\frac{dC}{dt} + \lambda_C C\, e^{\lambda_C t} = \lambda_B B_0\, e^{-\lambda_B t}\, e^{\lambda_C t}$$

$$\frac{d(Ce^{\lambda_C t})}{dt} = \lambda_B B_0\, e^{(\lambda_C - \lambda_B)t}$$

olarak yazılabilir. İntegrasyon sonucu

$$C\, e^{\lambda_C t} = \frac{\lambda_B B_0 e^{(\lambda_C-\lambda_B)t}}{\lambda_C - \lambda_B} + \text{sabit}$$

olarak bulunur. t=0 anında $C=C_0$ olur. Bu durumda

$$C_0 = \frac{\lambda_B B_0}{\lambda_C - \lambda_B} + \text{sabit}$$

olur. Buradan

$$\text{sabit} = C_0 - \frac{\lambda_B B_0}{\lambda_C - \lambda_B}$$

olarak bulunur. Denklemin tam çözümü

$$C = \frac{\lambda_B B_0 e^{-\lambda_B t}}{\lambda_C - \lambda_B} - \frac{\lambda_B B_0 e^{-\lambda_C t}}{\lambda_C - \lambda_B} + C_0\, e^{-\lambda_C t}$$

olarak yazılabilir. C elementin maksimum olduğunda $\frac{dC}{dt}=0$ olur.

$$0 = -\frac{\lambda_B^2 B_0 e^{-\lambda_B t}}{\lambda_C - \lambda_B} + \frac{\lambda_B \lambda_C B_0 e^{-\lambda_C t}}{\lambda_C - \lambda_B} - \lambda_C C_0\, e^{-\lambda_C t}$$

Buradan aranan süre

$$t^* = \frac{1}{\lambda_C - \lambda_B} \ln \frac{\lambda_B \lambda_C (B_0 + C_0) - \lambda_C^2 C_0}{\lambda_B^2 B_0}$$

olarak bulunur.

b) $t_0=0$ ise $B=B_0$, $C_0=0$ olur. Bu durumda B maddesinin aktivitesi maksimumdur.

c) $T_B >> T_C$ olduğunda C elementinin aktivitesi sıfıra yakın olur. Çünkü B maddesi çok yavaşça C maddesine dönüşmekte, C ise kısa bir sürede D maddesine dönüşmektedir.