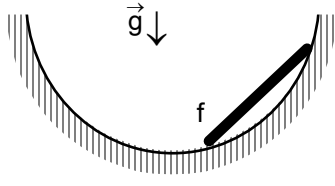
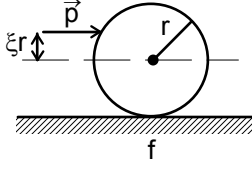


## ULUSAL FİZİK OLİMPİYATI ÜÇÜNCÜ AŞAMA SINAVI -1993



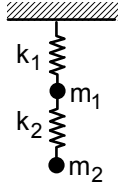
1. Uzunluğu yarım kürenin yarıçapına eşit, homojen bir çubuğun sürtünme katsayısı  $f$  olan yarım kürenin içinde kaymadan durabilmesi için yatayla yaptığı maksimum açı nedir?



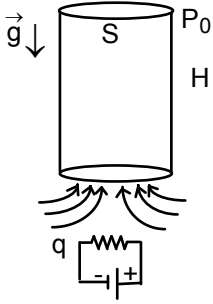
2. Yatay ve sürtünmeli düzlem üzerinde duran kütlesi  $m$  ve yarıçapı  $r$  olan içi dolu homojen bir küreye, düzleme paralel olarak kürenin ekseninden  $\xi r$  ( $0 < \xi < 1$ ) uzaklıkta bir vuruş yapılmakta ve  $p$  itmesi aktarılmaktadır. Küre ile düzlem arasındaki sürtünme katsayısı  $f$  dir.

a) Kürenin tüm olası hareketlerini inceleyiniz.

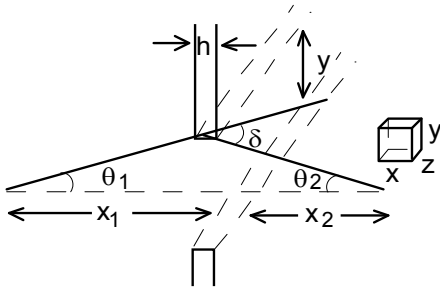
b)  $p$  itmesinin eksenden  $\xi r$  ( $\xi < 1$ ) yukarı ya da aşağıya uygulandığı durumları karşılaştırınız.



3. Kütleleri  $m_1=m$  ve  $m_2=m$  olan noktasal cisimler yay sabitleri  $k_1=k$  ve  $k_2=k$  olan dikey durumdaki yayların uçlarına asılmıştır. Bu sistemin titreşim frekansını bulunuz.

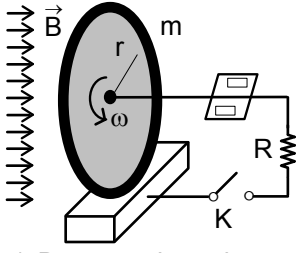


4. Silindir şeklinde, yüksekliği  $H$ , taban alanı  $S$  olan bir klima borusu dikey konumunda bulunmaktadır ve alt tarafından gücü  $q$  olan bir ısıtıcı ile ısıtılmaktadır. Isıtıcının boyutları küçük olup aşağıdan gelen hava akımını engellememektedir. Silindirin alt ve üst tabanlarındaki basınç  $P_0$  dir. Hava iki atomlu gaz olduğuna göre, silindir içindeki havanın yukarıya doğru yükseliş hızını bulunuz. Yerçekimi ivmesi  $g$  olarak veriliyor.



5. Yüklü taneciklerin odaklanması için iki bölgede farklı elektrik alanları kullanılmaktadır. İnce ve uzun bir levhanın sol tarafında  $E_1$  elektrik alanı, sağ tarafta ise  $E_2$  elektrik alanı mevcut olsun.  $U_0$  potansiyel ile hızlandırılan yüklü tanecikler levhada bulunan çok uzun ve dar bir yarığa düşmektedirler. Elektrik alanın  $x$  eksenine göre lineer bir şekilde değiştiğini kabul ederek bu sistemin odak uzaklığını bulunuz.

6. Basit bir model olarak helyum atomunu ortada sabit bir çekirdek ve onun etrafında titreşim hareketi yapan iki elektrondan ibaretmiş gibi düşünebilirsiniz. Bu atoma dışarıdan sabit bir  $E$  elektrik alanı uyguladığında, elektrik dipolü oluşmaktadır. Sıvı helyumun dalga boyu  $\lambda=0,06$  nm olan ışığı tamamen soğurduğuna göre, sıvı helyumun sabit elektrik alanındaki bağıl dielektrik geçirgenlik katsayısı nedir? Sıvı helyumun molar kütlesi  $\mu=4$ , yoğunluğu  $\rho=0,14$  g/cm<sup>3</sup>, elektronun yükü  $e=1,6 \cdot 10^{-19}$  C, kütlesi  $m=9,1 \cdot 10^{-31}$  kg, ışık hızı  $c=300\,000$  km/s, vakumun dielektrik geçirgenlik katsayısı  $\epsilon_0=8,85 \cdot 10^{-12}$  F/m, Avagadro sayısı  $N_A=6,02 \cdot 10^{23}$  mol<sup>-1</sup> olarak veriliyor.



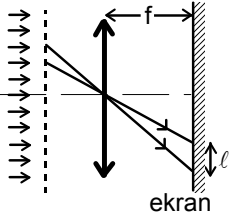
7. Yarıçapı  $r$  ve kütlesi  $m$  olan bir disk mekaniksel olarak  $\omega$  açısal hızı ile, diskin düzlemine dik olan sabit ve homojen manyetik alan içinde dönmektedir.

a) K anahtarı açık olduğunda meydana gelen indükte edilmiş e.m.k. yı bulunuz.

b) K anahtarı kapatıldığında devreden bir akım geçmektedir. Diskin sabit  $\omega$  açısal hızı ile dönmesi gereken gücü bulunuz.

c) Devreye dışarıdan  $\mathcal{E}$  şiddetinde bir e.m.k. kaynağı bağlandığında  $\omega=0$  durumda diske etki eden momenti bulunuz.

d) Disk dönmeye başladığında ters bir e.m.k. meydana gelir. Bu durumda momenti  $\omega$  açısal hızının fonksiyonu olarak bulunuz. Moment-güç ve verim-hız grafiklerini kabaca çiziniz.



8. Bir kırınım ağıyla ayrılmaya çalışılan  $\lambda_1=693,9$  nm ve  $\lambda_2=681,2$  nm dalga boyu iki ışık fotoğraf makinesinin merceğinin ( $f=50$  cm) optik merkezinden geçerek fotoğraf kağıdının üzerine düşürülüyor. Fotoğraf kağıdının üzerinde üçüncü mer-tebedeki iki dalga boyunun spektrum çizgileri arasındaki uzaklık  $\ell=8$  cm dir. Bu kırınım ağının çizgileri arasındaki uzaklık (kırınım sabiti) nedir?

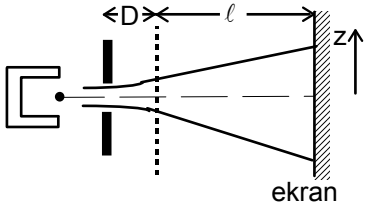
9. a) Durgun kütlesi  $m_0$  olan bir parçacığın toplam enerjisi  $W$  olarak veriliyor. Parçacık aniden iki fotona dönüştüğünde, fotonlar arasındaki minimum açı nedir?

b) Bu fotonların sahip olabilecekleri maksimum ve minimum enerjiler nedir?

c) Fotonlardan birisi parçacığın hareket yönü ile  $\varphi$  açısı ile yaparak hareket ederse, fotonların enerjileri, ışık hızı  $c$ ,  $m_0$ ,  $W$  cinsinden bulunuz.

10. a) Elektronun orbital açısal momentumu  $L_\varphi = \hbar \ell$ ,  $\ell=0,1,2,\dots,n-1$  şeklinde kuantize edildiği bilindiğine

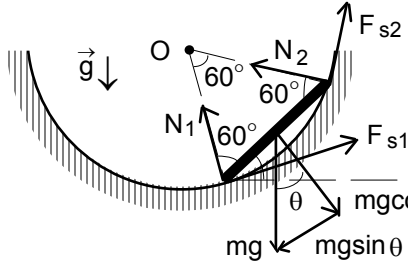
göre elektronun orbital manyetik dipol momentini  $\frac{e\hbar}{2m} \ell$  şeklinde kuantize olduğunu gösteriniz.



b) Stern-Gerlach deneyinde  $T$  sıcaklığında buharlaştırılan gümüş atomları, bir yarıktan geçerek homojen olmayan, bir manyetik alanı içine girmektedir. Bu manyetik alanın gradyenti  $\frac{dB}{dz}$  sabit olarak veriliyor. Manyetik alanın uygulandığı bölgenin genişliği  $D$  dir. Gümüş atomları manyetik alanın bittiği yerden  $\ell$  kadar uzaklıkta bulunan

ekran üzerinde çarpılmaktadırlar. Bütün atomların aynı hızı sahip olduğunu varsayarak ekran üzerindeki gümüş atomlarının çarptığı bölgenin çapını bulunuz.

ULUSAL FİZİK OLİMPİYATI ÜÇÜNCÜ AŞAMA SINAVI ÇÖZÜMLERİ-1993



1. Çubuk yatayla  $\theta$  açısı yapsın. Çubuk dengede ise

$$\vec{G}_1 + \vec{N}_1 + \vec{N}_2 + \vec{F}_{s1} + \vec{F}_{s2} = 0$$

yazabiliriz. Burada

$$F_{s1} = fN_1$$

$$F_{s2} = fN_2$$

Çubuğa paralel ve dikey yöndeki kuvvetlerin bileşenleri için

$$N_1 \cos 60^\circ - N_2 \cos 60^\circ +$$

$$F_{s1} \cos 30^\circ + F_{s2} \cos 30^\circ -$$

$$mg \sin \theta = 0$$

$$N_1 \sin 60^\circ + N_2 \sin 60^\circ - F_{s1} \sin 30^\circ + F_{s2} \sin 30^\circ - mg \cos \theta = 0$$

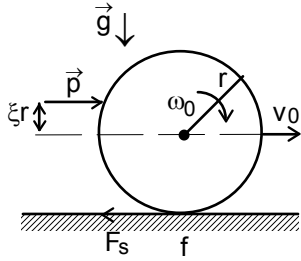
yazabiliriz. Yarımkürenin merkezine göre moment için

$$F_{s1} r + F_{s2} r = (mg \sin \theta)(r \sin 60^\circ)$$

yazabiliriz. Buradan

$$\tan \theta = \frac{f}{\sin^2 60^\circ - f^2 \cos^2 60^\circ} = \frac{4f}{3 - f^2}; \theta = \arctg \frac{4f}{3 - f^2}$$

olarak bulunur.



2. a) Küre itme sonucu

$$v_0 = \frac{p}{m}$$

ilk hız kazanır. Kürenin merkezine göre

$$L = J_0 \omega_0 = p \cdot \xi r; J_0 = \frac{2mr^2}{5}; \omega_0 = \frac{5\xi p}{2mr}$$

ilk açısal hız kazanır. Burada birkaç tane olası hareket mümkündür. Birinci

$\omega_0 r < v_0$  durumudur. Bu sadece  $0 < \xi < \frac{2}{5}$  için geçerlidir. Bu durumda

sürtünme kuvveti hareket yönünün zıt yönünde etki etmektedir. Kürenin hareketi için

$$-F_s = -ma; F_s = fN; N = mg; a = fg$$

$$J\alpha = F_s r = fmgr; \alpha = \frac{fmgr}{J_0} = \frac{5fg}{2r}$$

yazabiliriz. Kürenin çizgisel hızı sürekli azalmaktadır. Buna karşılık olarak kürenin açısal hızı artmaktadır.

$$v = v_0 - fgt; \omega = \omega_0 + \alpha t$$

kürenin hızı

$$v = \omega r$$

olduğunda kayma biter ve küre sadece yuvarlanmaya devam eder.

$$v = v_0 - fgt = \left( \omega_0 + \frac{5fgt}{2r} \right) r$$

Buradan kaymanın bitme süresi

$$t = \frac{2(v_0 - \omega_0 r)}{7fg} = \frac{p(2 - 5\xi)}{7fmg}$$

bu sürenin sonunda hız ve açısal hız

$$v = v_0 - fg \frac{p(2 - 5\xi)}{7fmg} = \frac{5p(1 + \xi)}{7m}; \omega = \frac{5p(1 + \xi)}{7mr}$$

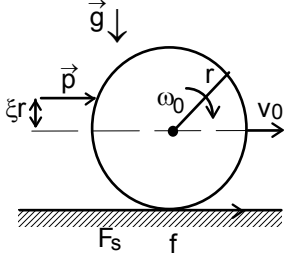
olarak bulunur.

Kayma bitene kadar küreden alınan yol

$$x = \frac{v_0^2 - v^2}{2a} = \frac{p^2(2 - 5\xi)(12 + 5\xi)}{2fm^2g}$$

olur. İkinci olası hareket durumu  $\omega_0 r = v_0$  durumudur. Bu sadece  $\xi = \frac{2}{5}$  için geçerlidir. Bu durumda küre

doğrudan yuvarlanmaya başlar. Kürenin hızı  $v_0 = \frac{p}{m}$ ; açısal hızı ise  $\omega_0 = \frac{p}{mr}$  olur.



Üçüncü olası hareket durumu  $\omega_0 r > v_0$  durumudur. Bu sadece  $\xi > \frac{2}{5}$  için geçerlidir. Bu durumda küre yerinde ilk olarak patinaj yapmakta ve sürtünme kuvveti hareket yönünde etki etmektedir. Kürenin çizgisel hızı sürekli artmakta, açısal hız ise azalmaktadır.

$$v = v_0 + fgt; \omega = \omega_0 - \alpha t$$

kürenin hızı

$$v = \omega r$$

olduğunda patinaj biter ve küre sadece yuvarlanmaya devam eder.

$$v = v_0 + fgt = \left( \omega_0 - \frac{5fgt}{2r} \right) r$$

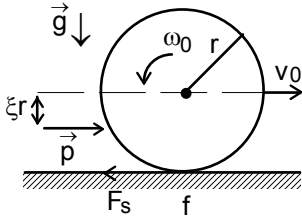
Buradan kaymanın bitme süresi

$$t = \frac{2(\omega_0 r - v_0)}{7fg} = \frac{p(5\xi - 2)}{7fmg}$$

bu sürenin sonunda hız ve açısal hız

$$v = v_0 + fg \frac{p(2 - 5\xi)}{7fmg} = \frac{5p(1 + \xi)}{7m}; \omega = \frac{5p(1 + \xi)}{7mr}$$

olarak bulunur.



b) Momentum  $\xi r$  kadar eksenin altında verilirse kürenin ilk hızı sağ tarafa, sürtünme kuvveti sola, açısal hız da saat yönünün ters yönündedir. Bu durumda

$$v = v_0 - fgt$$

$$\omega = \omega_0 - \alpha t$$

kürenin hızı

$$u = v + \omega r = v_0 + \omega_0 r - \frac{7fgt}{2} = 0$$

olduğunda kayma biter ve yuvarlanmaya geçer. Buradan süre

$$t = \frac{2(\omega_0 r + v_0)}{7fg} = \frac{p(2 + 5\xi)}{7fmg}$$

bu sürenin sonunda hız ve açısal hız

$$v = v_0 - fg \frac{p(2 + 5\xi)}{7fmg} = \frac{5p(1 - \xi)}{7m}; \omega = \frac{5p(1 - \xi)}{7mr}$$

kayma bitene kadar küreden alınan yol

$$x = \frac{v_0^2 - v^2}{2a} = \frac{p^2(2 + 5\xi)(12 - 5\xi)}{7fm^2g}$$

olarak bulunur.

3. Her cismin hareket denklemini yazabiliriz.

$$m_1 \ddot{x}_1 = -k_1 x_1 - k_2 (x_1 - x_2); m \ddot{x}_1 = -kx_1 - k(x_1 - x_2) = -k(2x_1 - x_2)$$

$$m_2 \ddot{x}_2 = -k_2 (x_2 - x_1); m \ddot{x}_2 = -k(x_2 - x_1)$$

Bu denklemleri

$$\ddot{x}_1 + \omega_0^2 (2x_1 - x_2) = 0; \omega_0^2 = \frac{k}{m}; \ddot{x}_2 + \omega_0^2 (x_2 - x_1) = 0$$

şeklinde yazabiliriz. Bu denklemlerin çözümlerini

$$x_1 = A_1 e^{i\omega t}; \ddot{x}_1 = -\omega^2 A_1 e^{i\omega t}$$

$$x_2 = A_2 e^{i\omega t}; \ddot{x}_2 = -\omega^2 A_2 e^{i\omega t}$$

şeklinde arayabiliriz. Buradan

$$(2\omega_0^2 - \omega^2)A_1 - \omega_0^2 A_2 = 0$$

$$-\omega_0^2 A_1 + (\omega_0^2 - \omega^2)A_2 = 0$$

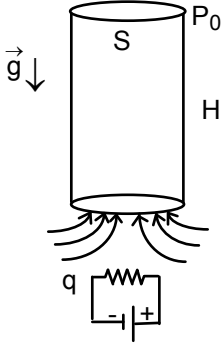
olarak yazabiliriz. Bu sistemin çözümü ya  $A_1 = A_2 = 0$  veya katsayılarından oluşan determinant sıfır olmalıdır. Buradan titreşim açısal frekansları

$$\omega^4 - 3\omega_0^2 \omega^2 + \omega_0^4 = 0$$

denklemin kökleri

$$\omega_{1,2}^2 = \frac{(3 \pm \sqrt{5})\omega_0^2}{2}$$

olarak bulunur.



4. Klima borusunun dışında ve içindeki basınçlar eşittir.

$$P_0 + \rho_0 gH = P_0 + \rho gH + \frac{\rho v^2}{2}$$

Sol taraftaki ifade hava ısınmamış ve boruya girmemiş, sağ ifadesi hava ısınmış ve sabit v hızı ile harekete geçtiğini ifade etmektedir. Buradan

$$v^2 = \frac{2(\rho_0 - \rho)gH}{\rho}$$

olarak yazılabilir. Gaz denklemini

$$PV = \frac{MRT}{\mu}; P = \frac{\rho RT}{\mu}; \rho T = \frac{P\mu}{R} = \text{sabit}$$

olarak yazılabilir. Bu ifadeyi türevlersek

$$\frac{d\rho}{\rho} + \frac{dT}{T} = 0; \frac{\Delta\rho}{\rho} + \frac{\Delta T}{T} = 0; \frac{\rho - \rho_0}{\rho} + \frac{\Delta T}{T} = 0$$

$$\frac{\rho_0 - \rho}{\rho} = \frac{\Delta T}{T}$$

yazabiliriz. Verilen ısı

$$q = \frac{\Delta Q}{\Delta t} = c_p \frac{M \Delta T}{\mu \Delta t} = c_p \frac{\rho S v \Delta t \Delta T}{\mu \Delta t} = (c_v + R) \frac{\rho S v \Delta T}{\mu} = \frac{7\rho S v R \Delta T}{2\mu}$$

olur. Bu ifadeyi kullanarak hız

$$\frac{\rho_0 - \rho}{\rho} = \frac{2\mu q}{7\rho S v R T}; v^2 = 2 \frac{2\mu q}{7\rho S v R T} gH = \frac{4\mu q g H}{7\rho S v R T}$$

$$v^3 = \frac{4qgH}{7P_0 S}; v = \sqrt[3]{\frac{4qgH}{7P_0 S}}$$

olarak bulunur.

5. Elektrik alanı lineer şekilde değişmektedir.

$$E_x = E_1 + \frac{(E_2 - E_1)x}{h}$$

Elektrik akısı korunma sonucu x eksenine göre  $E_1$  elektrik alanı bir küpe girdiğinde ve  $E_2$  elektrik alanı çıktığında, y eksenine göre bir  $E_y$  elektrik alanı meydana gelecektir. Seçilen küpte yük olmadığına göre

$$\Phi_E = \frac{q}{\epsilon_0} = 0; 0 = [E_x(0) - E_x(x)]yz + E_y xz; E_y = \frac{(E_2 - E_1)y}{h}$$

olarak bulunur. Yarıktan geçtiğinde

$$t = \frac{h}{v}$$

süre ile yüklü taneciğe etki eden kuvvet momentum kazandıracak.

$$F_y = qE_y = \frac{q(E_2 - E_1)y}{h}; \Delta p_y = F_y t = \frac{q(E_2 - E_1)y}{v}$$

Bu momentum yüklü taneciğin yönünü

$$\delta = \frac{\Delta p_y}{p}$$

açıyla değiştirmektedir. y eksenini kesmek için tanecik x eksenini  $x_1$  ve  $x_2$  mesafelerde  $\theta_1$  ve  $\theta_2$  açılarla kesmektedir

$$y = x_1 \theta_1 = x_2 \theta_2; \theta_2 = \delta - \theta_1$$

denklemlerden odak mesafesi

$$\frac{1}{f} = \frac{1}{x_1} + \frac{1}{x_2} = \frac{\delta}{y} = \frac{\Delta p_y}{p} = \frac{q(E_2 - E_1)}{pv} = \frac{q(E_2 - E_1)}{mv^2} = \frac{E_2 - E_1}{2U_0}$$

$$f = \frac{2U_0}{E_2 - E_1}$$

olarak bulunur.

6. Modelleme çekirdek ile elektronlar arasında bir yay bulunuyor gibi yapılabilir. Bu yayın sabitini hangi dalga boyu en çok soğurulduğu şartından bulabiliriz.

$$\omega = \sqrt{\frac{k}{m}} = \frac{2\pi c}{\lambda}; k = \frac{4\pi^2 c^2 m}{\lambda^2}$$

Elektrik alanda iki elektron çekirdekte x kadar uzaklaşıp bir dipol oluşturuyorlar.

$$eE = kx; x = \frac{eE}{k}; p_1 = 2ex = \frac{2e^2 E}{k} = \frac{e^2 \lambda^2 E}{2\pi^2 c^2 m}$$

Birim hacimdeki molekül sayısı

$$n_0 = \frac{N_A}{V_\mu} = \frac{N_A \rho}{\mu}$$

olarak yazılabilir. Birim hacimdeki dipollerin toplamı dipol momentini verir

$$p = n_0 p_1 = \frac{e^2 \lambda^2 N_A \rho E}{2\pi^2 c^2 m \mu} = \epsilon_0 \alpha E = \epsilon_0 (\epsilon - 1) E; \epsilon = 1 + \frac{e^2 \lambda^2 N_A \rho}{2\pi^2 c^2 m \mu \epsilon_0} \approx 1,000001$$

olarak bulunur.

7. a) Manyetik akının değişmesi sonucu oluşan indükte edilmiş e.m.k.

$$\mathcal{E}_{in} = - \frac{d\Phi}{dt} = - \frac{B r^2 \omega}{2}$$

olarak yazılabilir.

b) K anahtarı kapatıldığında devreden geçen akım

$$I = \frac{\mathcal{E}}{R}$$

bu akıma etki eden kuvvet

$$F_A = I B r$$

bu kuvvete etki eden moment

$$M = F_A \frac{r}{2} = \frac{B^2 r^4 \omega}{4R}$$

olur. Tüm güç

$$P = M\omega = \frac{B^2 r^4 \omega^2}{4R}$$

ısı kayıpların gücü

$$P_R = I^2 R = \frac{B^2 r^4 \omega^2}{4R}$$

olarak yazılabilir. Görüldüğü gibi bu iki güç birbirine eşittir.

c) Devreye dışarıdan  $\mathcal{E}$  şiddetinde bir e.m.k. kaynağı bağlandığında  $\omega=0$  durumda akan akım

$$I = \frac{\mathcal{E}}{R}$$

bu akıma etki eden kuvvet

$$F_{A0} = I_0 B r$$

diske etki eden moment

$$M_0 = F_{A0} \frac{\ell}{2} = \frac{\mathcal{E} B r^2}{2R}$$

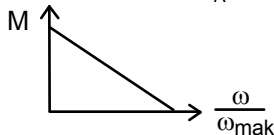
olarak yazılabilir.

d) Disk dönmeye başladığında ters bir e.m.k. meydana gelir. Bu durumda akan akımı Kirchhoff yasasını kullanarak bulabiliriz.

$$\mathcal{E} - \mathcal{E}_{in} = IR; \mathcal{E}_{in} = - \frac{B \ell^2 \omega}{2}$$

bu akıma etki eden kuvvet

$$F_A = I B r$$



diske etki eden moment

$$M = F_A \frac{\ell}{2} = \left( \mathcal{E} - \frac{B \ell^2 \omega}{2} \right) \frac{B r^2}{2R}$$

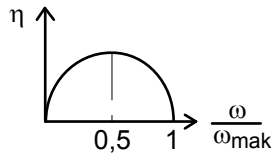
olarak yazılabilir. Burada  $\omega = \omega_{mak}$  olursa

$$M_0 = \frac{\mathcal{E} B r^2}{2R} = \frac{B^2 r^4 \omega_{mak}}{4R}; \omega_{mak} = \frac{2\mathcal{E}}{B r^2}$$

moment için

$$M = \left( \varepsilon - \frac{B\ell^2\omega}{2} \right) \frac{Br^2}{2R} = \frac{\varepsilon Br^2}{2R} \left( 1 - \frac{Br^2\omega}{2\varepsilon} \right) = M_0 \left( 1 - \frac{\omega}{\omega_{\text{mak}}} \right)$$

yazabiliriz. Bu denklem grafikte bir doğru ile temsil edilir.  $\omega$  arttıkça  $M$  azalır ve  $\omega = \omega_{\text{mak}}$  olduğunda  $M=0$  olur.



Diskte faydalı güç

$$P_f = M\omega = M_0\omega \left( 1 - \frac{\omega}{\omega_{\text{mak}}} \right)$$

tüm güç ise

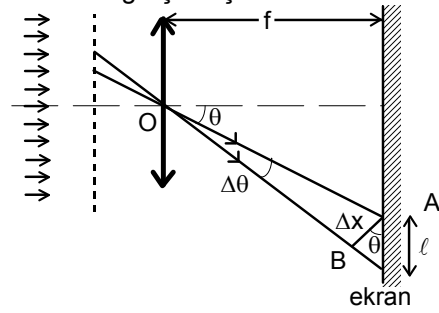
$$P = \varepsilon I = \frac{\varepsilon Br^2}{2R} \frac{2\varepsilon}{Br^2} = M_0\omega_{\text{mak}}$$

olarak verilir. Verim

$$\eta = \frac{P_f}{P} = \frac{\omega}{\omega_{\text{mak}}} \left( 1 - \frac{\omega}{\omega_{\text{mak}}} \right)$$

olarak yazılabilir. Bu ifadenin türevini alırsak ve sıfıra eşitlersek verimin maksimum değeri  $\frac{\omega}{\omega_{\text{mak}}} = \frac{1}{2}$

durumda gerçekleşir.



8. Kırınım olayında karanlık çizgileri şartı

$$b \sin \theta = k\lambda$$

olarak yazılabilir. Burada  $b$  kırınım ağının sabitidir. Türevlersek

$$b \cos \theta d\theta = k d\lambda$$

denklemini elde ederiz. Bu iki ifadeyi bölersek

$$\tan \theta = \lambda \frac{d\theta}{d\lambda} = \frac{\lambda \Delta \theta}{\Delta \lambda}$$

olarak yazılabilir. Burada

$$\lambda = \frac{\lambda_1 + \lambda_2}{2} = \frac{693,9 + 681,2}{2} = 687,55 \text{ nm}$$

$$\Delta \lambda = \lambda_1 - \lambda_2 = 12,7 \text{ nm}$$

olarak alınabilir. Şeklin geometrisinden

$$AB = \Delta x = \ell \cos \theta = OA \Delta \theta$$

$$OA = \frac{f}{\cos \theta}; \Delta \theta = \frac{\ell \cos^2 \theta}{f}$$

olarak yazılabilir. Buradan

$$\tan \theta = \lambda \frac{d\theta}{d\lambda} = \frac{\lambda}{\Delta \lambda} \frac{\ell \cos^2 \theta}{f} = \frac{\lambda}{\Delta \lambda} \frac{\ell}{f(1 + \tan^2 \theta)}; \tan^3 \theta + \tan \theta = \frac{\lambda \ell}{\Delta \lambda f} = 8,66$$

olarak bulunur. Bu denklemi farklı değerler vererek sayısal olarak çözebiliriz. Sayısal çözümü

$$\tan \theta = 1,89; \theta = 62^\circ; \sin 62^\circ = 0,883$$

olur. Buradan kırınım ağın sabiti

$$b = \frac{3\lambda}{\sin \theta} = 2,33 \mu\text{m}$$

olarak bulunur.

9. a) Parçacığın fotonlara dönüşümünde rölativistik enerji ve momentum korunumu yasaları geçerlidir.

$$W = mc^2 = \frac{m_0 c^2}{\sqrt{1 - \beta^2}} = \gamma m_0 c^2; \gamma = \frac{W}{m_0 c^2}; \beta = \frac{\sqrt{W^2 - m_0^2 c^4}}{W}$$

$$p = mv = \frac{m_0 v}{\sqrt{1 - \beta^2}} = \gamma m_0 v = \gamma m_0 c \beta$$

Fotonların momentumu  $p_\gamma$  ise açının minimum değeri için

$$p = 2p_\gamma \cos \theta$$

yazabiliriz. Buradan

$$\cos \theta = \beta = \frac{\sqrt{W^2 - m_0^2 c^4}}{W}$$

olarak bulunur.

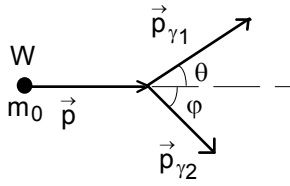
b) Bu fotonların sahip olabilecekleri maksimum ve minimum enerjileri fotonların arasındaki açı  $180^\circ$  ise gerçekleşiyor. Bu durumda

$$\begin{aligned} W &= W_{\gamma 1} + W_{\gamma 2} \\ p &= -p_{\gamma 1} + p_{\gamma 2} \\ \gamma m_0 c \beta &= -\frac{W_{\gamma 1}}{c} + \frac{W_{\gamma 2}}{c} \end{aligned}$$

yazabiliriz. Buradan

$$\begin{aligned} W_{\gamma 1} &= \frac{W - \sqrt{W^2 - m_0^2 c^4}}{2} \\ W_{\gamma 2} &= \frac{W + \sqrt{W^2 - m_0^2 c^4}}{2} \end{aligned}$$

olarak bulunur.



c) Parçacığın hareket yönü ile fotonlardan birisi  $\phi$  açısı ile saçılırsa enerji ve momentum korunumu yasaları yazabiliriz.

$$\begin{aligned} W &= W_{\gamma 1} + W_{\gamma 2} \\ p &= p_{\gamma 1} \cos \theta + p_{\gamma 2} \cos \phi \\ 0 &= p_{\gamma 1} \sin \theta - p_{\gamma 2} \sin \phi \end{aligned}$$

$\theta$  açısını devre dışı bırakarak

$$\begin{aligned} p_{\gamma 1}^2 &= p^2 + p_{\gamma 2}^2 - 2pp_{\gamma 2} \cos \phi \\ \frac{W_{\gamma 1}^2}{c^2} &= \frac{W^2 - m_0^2 c^4}{c^2} + \frac{W_{\gamma 2}^2}{c^2} - 2 \frac{\sqrt{W^2 - m_0^2 c^4}}{c} \frac{W_{\gamma 2}}{c} \cos \phi \end{aligned}$$

yazabiliriz. Buradan

$$\begin{aligned} (W - W_{\gamma 2})^2 &= W^2 - m_0^2 c^4 + W_{\gamma 2}^2 - 2 \sqrt{W^2 - m_0^2 c^4} W_{\gamma 2} \cos \phi \\ W_{\gamma 2} &= \frac{m_0^2 c^4}{2 \left( W - \sqrt{W^2 - m_0^2 c^4} \cos \phi \right)} \end{aligned}$$

olarak bulunur.

10. a) Elektronun sahip olduğu manyetik dipol momenti ile ilgili basit bir model kurabiliriz. Yörünge üzerinde hareket eden elektronun oluşturduğu elektrik akım

$$I = \frac{e}{T}$$

elektronun açısal orbital momentumu

$$L_\phi = m r^2 \frac{d\phi}{dt}; \quad r^2 = \frac{L_\phi}{m \frac{d\phi}{dt}}$$

dt sürede taranan alan

$$S = \int dS = \int_0^{2\pi} \frac{r^2 d\phi}{2} = \int_0^T \frac{L_\phi dt}{2m} = \frac{L_\phi T}{2m}$$

olur. Elektronun momentumu kuantize ediliyor.

$$L_\phi = \hbar \ell; \quad \ell = 0, 1, 2, \dots, n-1$$

Elektronun manyetik dipol momenti

$$\rho_m = IS = \frac{eL_\phi}{2m} = \frac{e\hbar}{2m} \ell$$

olarak bulunur.



b) Stern-Gerlach deneyinde T sıcaklığında buharlaştırılan gümüş atomların hızı

$$v = \sqrt{\frac{3kT}{m}}$$

z yönünde homojen olmayan manyetik alanda bu atomlara etki eden kuvvet

$$F_z = p_m \frac{dB}{dz} = \frac{e\hbar}{2m} \frac{dB}{dz}$$

bu kuvvetin etkisi ile atomların z yönünde kazandıkları ivme

$$a = \frac{F_z}{m} = \frac{e\hbar}{2m^2} \frac{dB}{dz}$$

olur. Birinci bölgede atomların hareket süresi

$$t_1 = \frac{D}{v}$$

atomların sapması

$$z_1 = \frac{at_1^2}{2} = \frac{e\hbar D^2}{12kTm} \frac{dB}{dz}$$

bu bölgede z yönünde kazandıkları hız

$$v_z = at_1 = \frac{e\hbar D}{2m^2 v} \frac{dB}{dz}$$

olur. İkinci bölgede atomların hareket süresi

$$t_2 = \frac{\ell}{v}$$

atomların sapması

$$z_2 = v_z t_2 = \frac{e\hbar D \ell}{6kTm} \frac{dB}{dz}$$

olur. Toplam sapma

$$z = z_1 + z_2 = \frac{e\hbar D}{6kTm} \left( \frac{D}{2} + \ell \right) \frac{dB}{dz}$$

olarak bulunur.